



Mémoire de fin d'Etudes

Thème :

Construction d'une table de mortalité d'expérience en assurance emprunteur : Cas d'Assurances Hayett

Présenté et soutenu par :

Samar DEROUICHE TURKI

Encadré par :

Professeur Mokhtar KOUKI

Etudiant(e) parrainé(e) par :

Assurances Hayett

À TOUS CEUX QUE J'AIME, À TOUS CEUX QUI M'AIMENT
JE DÉDIE CE TRAVAIL

Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier Dieu, le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force, l'intelligence et la patience d'accomplir ce modeste travail.

J'aimerais remercier les membres du jury pour le grand honneur qu'ils nous font en acceptant de juger ce travail. Je voudrais exprimer ma gratitude à Monsieur Mokhtar Kouki pour avoir encadré ce mémoire, mais aussi pour sa bienveillance, ses conseils avisés et son partage des connaissances.

Je tiens à remercier toute l'équipe de la direction technique d'assurances Kayett avec laquelle j'ai pu échanger sur divers sujets et qui a eu la gentillesse de bien m'accueillir et m'intégrer.

Je suis également reconnaissante envers Kedi Fendri et Mahdi Zribi pour nos échanges enrichissants et constructifs, ainsi que pour leur grande disponibilité. Vous avez toujours été là pour m'aider et répondre à mes questions, et je vous en remercie sincèrement.

Ce mémoire marquant la fin de mon parcours scolaire, je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont accompagnée un jour ou l'autre sur ce chemin. Je pense plus particulièrement aux enseignants universitaires ou professionnels qui ont su faire partager leur savoir et donner le goût d'apprendre. Mais aussi à ma famille et mon mari Hamdi qui ont été à mes côtés durant tout ce temps et qui m'ont soutenu à tout moment.

Afin de n'oublier personne, mes vifs remerciements s'adressent à tous ceux qui m'ont aidée à la réalisation de ce mémoire.

Sommaire

Liste des abréviations	vi
Liste des figures.....	vii
Liste des tableaux	viii
Résumé.....	ix
Abstract	x
Introduction générale	1
Chapitre 1 : Partie théorique	4
Section 1 : Définitions et évolution du marché Tunisien d'assurance vie.....	6
Section 2 : Les tables de mortalité : aspect théorique.....	16
Section 3 : Méthodologie.....	21
Section 4 : Impact de la construction de la table d'expérience sur la tarification et la rentabilité.....	36
Chapitre 2 : Construction d'une table de mortalité d'expérience : Application au contrat temporaire décès d'assurances Hayett.....	40
Section 1 : Présentation du cadre de travail.....	42
Section 2 : Analyse descriptive	45
Section 3 : Construction de table de mortalité d'expérience pour le risque de décès	52
Section 4 : impact de la construction de la table sur la tarification et la rentabilité	61
Conclusion générale	70

Liste des abréviations

BCT : Banque Centrale de Tunisie.

CGA : Comité General Des Assurances.

INS : Institut National de la Statistique.

IRPP : L'impôt sur le Revenu des Personnes Physiques.

MD : Million de Dinars.

NC : Norme comptable.

PM : Provision mathématique.

SBR : Solvabilité Basée sur les Risques

TMM : Taux du Marché Monétaire.

Liste des figures

Figure 1: Répartition des primes émises totales par branches d'assurance.....	12
Figure 2: Evolution du chiffre d'affaires d'assurance Vie & Capitalisation en (M.D)	13
Figure 3: Evolution des indemnisations réglées (M.D).....	14
Figure 4: Evolution des provisions techniques (en M.D).....	15
Figure 5: Evolution du chiffre d'affaires de la compagnie en (M.D)	43
Figure 6: Evolution des provisions techniques (en M.D).....	43
Figure 7: Evolution du résultat technique (en M.D)	44
Figure 8: Nombre d'enregistrements en fonction de l'année de souscription.....	45
Figure 9: Nombre d'enregistrements par âge à la souscription.....	46
Figure 10: Répartition des souscripteurs selon le sexe	47
Figure 11: Répartition décès par âge et par sexe	48
Figure 12: Répartition par année de décès	49
Figure 13: Evolution du nombre de décès hebdomadaires.....	49
Figure 14: Exposition de la population selon le sexe	51
Figure 15: Comparaison Taux bruts Kaplan-Meier et Hœm par sexe	54
Figure 16: Lissage des taux bruts par la méthode de Makeham	56
Figure 17: Lissage par le modèle de Brass.....	57
Figure 18: Comparaison des taux lissés	57

Liste des tableaux

Tableau 1 : Principales caractéristiques des deux branches de l'assurance vie	9
Tableau 2: Les primes émises par les compagnies d'assurance vie.....	14
Tableau 3: Tableau de troncature et censure	24
Tableau 4:Les paramètres estimés par Makeham.....	55
Tableau 5: Les paramètres estimés par Brass.....	56
Tableau 6: Test de Kolmogorov-Smirnov.....	58
Tableau 7:Test de validation et indicateurs de la qualité de l'ajustement	59
Tableau 8:comparaison des tarifs de la TD99 et tarifs d'expérience	64
Tableau 9:comparaison des PM calculées à l'aide de la TD99 et la table d'expérience.....	65
Tableau 10: S/P d'expérience Vs S/P observé.....	66

Résumé

En Tunisie, le calcul des engagements en assurance vie se base sur l'utilisation d'une table de mortalité réglementaire « obsolète » qui ne reflète plus le vrai risque encourus par l'assureur.

Cela justifie le recours des compagnies d'assurance à la construction des tables de mortalité d'expérience en utilisant les données historique de son portefeuille. Dans ce travail nous nous sommes intéressés à la construction d'une table d'expérience pour le portefeuille des contrats temporaires décès en couverture de prêt de la compagnie Assurance Hayett.

Pour se faire, nous avons commencé par estimer des taux de mortalité bruts. La courbe obtenue présente un caractère assez irrégulier. A ce stade, nous avons lissé ces taux afin de les rendre plus réguliers, tout en veillant à ne pas trop nous éloigner des données brutes.

La construction de cette table a permis de mettre en exergue l'écart important entre la table réglementaire et la table d'expérience. Ceci peut être expliqué, d'une part, par l'opération de sélection médicale opérée par les assureurs et l'allongement de l'espérance de vie, d'autre part.

Après avoir construit la table d'expérience, nous avons mesuré l'impact de l'utilisation de la nouvelle table sur les tarifs, les provisions mathématiques et sur la rentabilité de la compagnie d'assurances.

Mots clés : tarification, table de mortalité, provisions mathématiques, table d'expérience, rentabilité, Høem, Kaplan-Meier, Makeham, Brass, lissage, Ajustement, Khi-deux, SMR, MAPE, R².

Abstract

In Tunisia, the assessment of life insurance commitments is based on the use of an obsolete regulatory mortality table that no longer reflects the real risk incurred by the insurer.

In order to illustrate this situation, we built experience-based mortality table starting from the data of assurances Hayett.

We first estimated the gross mortality rates. The obtained crude rate curve has a fairly irregular character. To solve this problem, we made a smoothing work by using a parametric model and a parametric relational model. The results were compared to the reference table rate curve. Significant differences have been found, especially at the high ages.

The construction of this table revealed the large difference between the regulatory table and the experience table explained in particular by the medical selection made by the insurers and the increase in life expectancy.

The second part of this work is devoted to measure the impact of the use of the new table on the pricing and on the profitability of the company.

Keywords: Pricing, life table, experience-based mortality table, mathematical reserves, profitability, Høem, Kaplan-Meier, Makeham, Brass, adjustment, validation tools, estimation risk .

Introduction générale

L'assurance vie fait partie sans conteste des catégories les plus dynamiques du secteur de l'assurance. Les statistiques disponibles montrent clairement que l'assurance vie a connu une croissance importante durant la dernière décennie. Ceci est dû à la conjugaison de deux effets : un élargissement de la diffusion des assurances de personnes dans la population et un approfondissement de la protection qu'offrent ces assurances. Les explications de ce succès d'assurance vie sont multiples telles que le vieillissement de la population, une meilleure connaissance de la part des ménages des risques de l'existence, la crise de l'Etat qui a miné la confiance autrefois placée dans les mécanismes d'assurances sociales, la multiplication des réseaux de distribution avec l'essor de la bancassurance.

Par ailleurs, la concurrence à aider les assureurs à innover. En effet, la gamme actuelle des produits disponibles sur le marché s'est considérablement élargie, grâce à des combinaisons originales de garanties. Beaucoup d'options existent désormais dans les contrats permettant de satisfaire les demandes de protection en fonction des caractéristiques propres des diverses catégories d'assuré. Que l'individu cherche à souscrire un contrat d'assurance en couverture de prêts ou souhaite simplement épargner pour disposer d'un capital plus tard, qu'il désire préparer sa retraite, ou qu'il aspire à transmettre son patrimoine à ses descendants ou à ses proches, il trouvera sur le marché des assurances de personnes le produit correspondant à ses besoins.

En revanche, la branche vie en assurance présente divers risques dont le risque financier passe aux avant-postes, mais le risque de mortalité et le risque de longévité ne doivent pas être négligés. Bien qu'opposés, les deux derniers risques sont présents dans les produits d'assurance tels que les rentes viagères, les temporaires décès et d'autres produits.

Il s'agit des risques difficiles à appréhender car ils reposent sur des bases en constante évolution. Par conséquent, il est primordial, pour un assureur, de tenir compte de leur évolution dans le calcul des primes et la détermination des provisions mathématiques.

Dans notre étude, nous nous intéressons au risque de décès. Il est important de signaler que lors de la souscription d'une garantie décès, la compagnie d'assurance s'engage sur un tarif : les primes sont fixées dès le départ alors que l'évènement de décès est aléatoire. Cela

nécessite nécessairement, de pouvoir évaluer le plus précisément possible l'évolution de la mortalité dans le calcul des primes et des provisions.

En Tunisie, pour tarifier les produits en cas de décès, les compagnies d'assurance continuent à utiliser la table de mortalité réalisée par l'INS, construite sur la base du recensement général de la population de 1999, alors que les statistiques prouvent que la mortalité ait changé depuis cette époque. Or, une telle pratique ne permet pas de prendre en compte le vrai risque qu'encourt un portefeuille de garantie décès d'un assureur. En effet, d'une part, la population en question ne présente pas obligatoirement les mêmes caractéristiques que la population de référence (TD99) vu la non prise en compte de la sélection médicale et la non différenciation par catégorie socioprofessionnelle. D'autre part, le fait marquant ces dernières années est l'allongement de la durée de vie humaine grâce à la conjoncture de grands progrès réalisés dans divers domaines : médical, économique, social et culturel.

Donc, pour des raisons de prudence et bon déroulement de l'activité, l'assureur doit être en mesure d'estimer le nombre de décès ou de survivants pour la population d'assurés qu'il vise sur une période donnée. Il se base donc, sur des calculs statistiques et actuariels de mortalité présentée sous une table que l'on appelle « table de mortalité d'expérience ».

Les tables d'expérience en cas de décès sont issues de données historiques d'un portefeuille d'une compagnie d'assurance. Elles sont donc le reflet des caractéristiques des assurés de la compagnie étudiée pendant la période d'observation. Par conséquent, les tables d'expérience sont plus représentatives des risques assurés que celles reflétant la mortalité générale.

Ainsi, en construisant leurs propres tables, les assureurs pourraient proposer des ajustements tarifaires en adéquation avec la réalité de leurs risques. Cependant, nous allons évaluer dans quelle mesure les assureurs tunisiens pourraient trouver un intérêt dans la construction de leurs propres tables d'expérience.

Dans ce cadre, L'objectif de ce mémoire est d'étudier l'impact de la construction d'une table de mortalité d'expérience sur les tarifs et la rentabilité de la compagnie.

Le reste de ce rapport de mémoire est organisé comme suit. La première partie sera consacrée à la construction d'une table de mortalité d'expérience sur le portefeuille temporaire décès d'assurances HAYETT à partir de ses données historiques et en utilisant différents

modèles. La deuxième partie sera consacrée à la mesure de l'impact sur la tarification et la rentabilité de l'utilisation d'une table d'expérience propre à la compagnie.

Chapitre 1 :

Partie théorique

Introduction

En assurance vie, les risques couverts dépendent de la durée de la vie de l'assuré. Une appréciation chiffrée de la mortalité ou de la survie de l'assuré est donc la préoccupation majeure de l'assureur vie. En d'autres termes, l'assureur vie doit être en mesure d'estimer le nombre de décès ou de survie pour un groupe d'assurés sur une période donnée. Pour cela, l'assureur vie s'appuie sur des statistiques de mortalité présentées sous forme de table dite « *table de mortalité* ». Les tables de mortalité constituent donc un élément essentiel qui se trouve au centre de toutes les activités d'une compagnie d'assurance vie car elles permettent à l'assureur d'estimer les probabilités de décès ou de survie des assurés pour tarifer et provisionner les contrats vie. Cependant, les tables de mortalité conçues à partir le recensement de la population globale peuvent présenter des inconvénients qui réside d'une part dans l'allongement de l'espérance de vie depuis la date de la construction des tables réglementaires, et d'autres part dans la meilleure longévité des assurés vu la politique de sélection médicale exercée par les entreprises d'assurance lors de la souscription de la garantie décès.

Dans ce cadre, ce premier chapitre sera consacré à une présentation des fondements théoriques de l'assurance vie et les bases techniques des tables de mortalité. Ainsi, ce chapitre est divisé en quatre sections, la première est dédiée à une présentation générale de l'assurance vie, la deuxième introduit les tables de mortalité, la troisième présente la méthodologie générale de la construction d'une table de mortalité et la dernière s'intéresse aux résultats trouvés par les études antérieures sur l'impact de l'expérience sur la tarification et la rentabilité d'une compagnie d'assurance vie.

Section 1 : Définitions et évolution du marché Tunisien d'assurance vie

L'assurance vie appartient aux assurances de personnes. Par définition, les assurances de personnes reposent sur la durée de vie des personnes et sur leur état de santé. Par extension, on y inclut également la capitalisation (sous branche constituée de contrats d'épargne pure). Donc, elles ont pour objet de satisfaire des besoins de sécurité, de prévoyance et d'épargne exprimés par les individus en vue de se prémunir et de protéger leurs proches et leurs familles de conséquences financières fâcheuses face aux aléas de la vie, suite à un décès, une incapacité, une invalidité ou une maladie.

1. Qu'est-ce que l'assurance-vie

Le législateur tunisien a défini, dans le code des assurances, l'assurance sur la vie comme **« Toute opération comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine. »**.

Michel DENUIT et Christian ROBERT (2007) définissent l'assurance vie comme une opération financière dont les flux (montants et/ou dates de paiement) dépendent de la survie ou du décès d'une personne et sont pris en charge par un organisme spécialisé (le plus souvent une compagnie d'assurances). Cet organisme gère le risque par mutualisation au sein d'un groupe de grande taille de polices similaires.

Le contrat d'assurance vie est un accord financier passé entre :

- 1- Un organisme d'assurances (l'assureur) qui prend un engagement irrévocable de verser des prestations monétaires en fonction de la réalisation d'événements aléatoires qui dépendent de la durée de la vie humaine.

Et ;

- 2- Un souscripteur prenant l'engagement révoquant de verser à dates convenues des primes ou cotisations en fonction de la réalisation d'événements aléatoires viagers.

La ou les personnes déterminant les événements viagers (survie ou décès) ont la qualification d'assuré. Les personnes destinataires des versements de l'assureur sont dites bénéficiaires.

Un contrat d'assurance vie peut couvrir :

- Le risque de décès, auquel cas le contrat garantit, en cas de décès de la personne assurée et au cours d'une période de temps donnée, les versements de capitaux en faveur de bénéficiaires désignés ;
- Le risque de survie, auquel cas le contrat garantit des prestations en faveur de l'assuré si celui-ci est toujours en vie à des échéances fixées.

2. Pourquoi souscrire un contrat d'assurance vie ?

Notons que depuis l'origine, l'objectif premier de tout produit d'assurance vie a toujours été la garantie du versement d'une rente ou d'un capital à l'assuré lorsqu'un évènement (accident, maladie, décès) lui survenait. Et au fil du temps, les objectifs d'assurances vie ont évolué et portent désormais sur :

- La préparation de la retraite pour préserver le niveau de vie en assurant un complément de revenu ;
- La constitution et la fructification de capital ;
- Le financement des études des enfants ;
- La protection des proches contre les aléas de la vie. Ces solutions sont également des éléments de fidélisation et de motivation des collaborateurs de ses clients entreprises qui les proposent à leurs salariés dans le cadre d'un contrat collectif.

En effet, en plus de la sécurité de ces avantages, l'assurance-vie permet de bénéficier des taxations avantageuses que ce soit sur la fiscalité en cas de vie ou en cas de décès. En fait, les primes d'assurance vie et de capitalisation sont déductibles de l'assiette de calcul de l'impôt sur le revenu (IRPP) dans la limite de 100 000 par an. Les tunisiens se tourneront alors vers ce type de contrat soit avec une vision d'un engagement à long terme afin de profiter de la fiscalité avantageuse appliquée, soit avec une vision de transmission afin de profiter des avantages sur les droits de succession car les prestations (capital servi en cas de vie ou en cas de décès) sont exonérées de tout impôt (IRPP et droits d'enregistrement sur les successions).

Il est à noter qu'il existe des conditions pour bénéficier des avantages fiscaux :

- L'exécution du contrat dépend de la durée de la vie humaine.
- Garantie d'un capital en cas de vie à l'assuré ou à ses descendants pour une durée minimale de 8 ans.

- Garantie d'une rente viagère à l'assuré ou à ses descendants avec jouissance différée d'au moins 8 ans.
- Garantie d'un capital en cas de décès au profit du conjoint, ascendants ou descendants de l'assuré.

3. Principales caractéristiques de l'assurance vie.

3.1. Le principe forfaitaire des sommes assurées :

Le montant à payer en cas de sinistres est connu d'avance et est librement fixé par le souscripteur au moment d'établissement du contrat. Ainsi l'assureur versera l'indemnité forfaitaire prévue au contrat qui n'a pas pour but de réparer le préjudice subi, car on ne peut pas évaluer le prix d'une vie humaine.

3.2. L'absence des notions « sur – assurance » et « sous – assurance » :

En raison d'un motif quelconque, l'assureur ne limite en aucun cas le versement de la somme prévue au contrat.

3.3. L'absence de notion de cumul d'assurance :

Les prestations d'un contrat d'assurance-vie peuvent être cumulées avec une indemnité liée à la responsabilité d'un tiers. Par conséquent, l'assureur ne pourra jamais refuser de payer les sommes spécifiées dans le contrat sous prétexte qu'un ou plusieurs autres contrats sont souscrits pour couvrir le même risque. De même, en cas d'événement (accident, décès, etc.) engageant la responsabilité d'un tiers, l'assuré ou le bénéficiaire peut se retourner contre le tiers responsable.

3.4. L'absence de recours de l'assureur contre le tiers responsable :

Après avoir versé à l'assuré l'indemnité contractuelle dans le cadre du contrat de vie, l'assureur ne peut récupérer le montant versé auprès du tiers responsable du dommage, car la garantie était acquise à l'assuré quel que soit l'événement qui a permis la réalisation du risque.

3.5. Le caractère non obligatoire du paiement des primes :

En assurance vie le paiement de la prime n'est pas obligatoire. Les souscripteurs peuvent cesser de payer les primes à tout moment sans devoir respecter une procédure quelconque contre

la compagnie d'assurance. Cette dernière ne peut exercer aucune action contre le contractant pour récupérer la prime.

4. Les deux branches de l'assurance vie

Le public ne considère pas toujours la souscription d'un contrat d'assurance sur la vie comme indispensable. Par conséquent, les compagnies d'assurance-vie ont conçu des techniques de commercialisation originales pour inciter le grand public souscrire des contrats d'assurance vie. Ainsi, la commercialisation des produits d'assurance-vie s'effectue principalement sous deux formes, selon que le client est une personne physique ou une personne morale. Ceci a abouti à la classification des produits d'assurance-vie en deux grandes branches principales, la branche individuelle (également appelé la grande branche ou contrats individuels) et la branche collective (appelé aussi l'assurance collective ou la branche groupe).

4.1. La grande branche :

La grande branche ou la branche individuelle comprend les contrats qui ont été souscrits à titre individuel par des particuliers.

4.2. La branche collective :

La branche collective ou la branche groupe comprend les contrats qui ont été souscrits par des personnes physiques ou morales au profit des membres d'un groupe donné.

Tableau 1 : Principales caractéristiques des deux branches de l'assurance vie

	Forme de souscription	Clientèle	Besoins Clientèle
Grande Branche	Contrats souscrits à titre individuel	Particuliers	Contrats sur mesure avec libre fixation des capitaux
Branche collective	Contrats souscrits par une personne morale au profit d'un groupe	-Entreprises -Associations -Syndicats -Organisme de crédits	Contrats étudiés en fonction des besoins du groupe

Source : Séminaire sur le fonctionnement technique et actuariel de l'assurance vie & capitalisation

5. Principaux types de contrats

Essentiellement, deux besoins sont couverts par l'assurance vie : le besoin de prévoyance en vue de protéger les bénéficiaires et de faire face aux conséquences financières en cas de décès prématuré, d'où l'assurance en cas de décès, et un besoin d'épargne afin de préparer à la retraite en disposant dans l'avenir d'un revenu sous forme d'un capital ou d'une rente, ce qui correspond à l'assurance en cas de vie et à la capitalisation.

A cet effet, les assureurs proposent une variété importante de contrats pour répondre aux besoins hétérogènes des assurés. On peut distinguer principalement trois sortes de contrats d'assurance-vie :

5.1. Les contrats d'épargne

L'objectif de ce type de contrats est de se constituer un capital au terme du contrat et qui sont :

- Les contrats d'assurance en cas de vie : ils garantissent le versement des capitaux assurés ou des rentes en cas de survie de l'assuré
- Les contrats capitalisation : ils s'agissent des produits financiers qui se rapprochent de ceux de l'épargne bancaire.
- Les contrats en unité de compte : Ceux sont des contrats qui se basent sur des supports d'investissements composés essentiellement d'actions, obligations et valeurs mobilières qui suivent l'évolution de leur marché.

5.2. Les contrats de prévoyance

Sont des contrats en cas de décès, ils prévoient le versement des capitaux aux bénéficiaires en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat.

5.3. Les assurances mixtes

Sont des contrats qui combinent à la fois l'aspect prévoyance et l'aspect épargne. Ainsi, ils permettent le versement d'un capital en cas de survie de l'assuré jusqu'au terme du contrat ou à ses bénéficiaires en cas qu'il décède avant l'échéance du contrat.

6. Les risques sous-jacents d'un contrat d'assurance vie

Les contrats d'assurance vie sont soumis à trois types de risque :

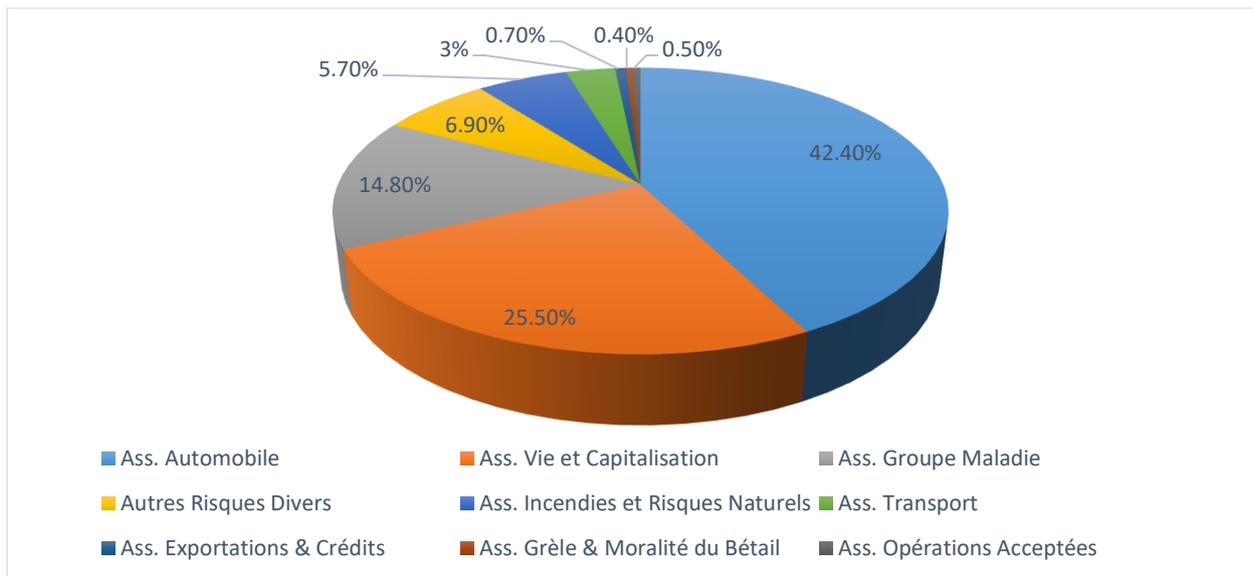
- Un risque financier : qui, dans notre cas, se résume au risque d'évolution défavorable des taux d'intérêt. Ce risque peut être très important pour des contrats de longue durée comme les rentes viagères.
- Un risque de mortalité non diversifiable : Ce risque est lié à l'évolution des taux instantanés de mortalité dans le futur. Il est qualifié de non-diversifiable car il touche tous les contrats d'un même produit de même façon. Cependant, ce risque peut être (en partie) éliminé en mêlant dans un portefeuille divers produits. Il est possible d'inclure à la fois des produits offrant une couverture contre le décès et, également, des produits offrant une couverture contre la survie. De cette façon, si les évolutions sont défavorables pour certains produits, elles seront vraisemblablement favorables pour les autres.
- Un risque de mortalité diversifiable : Ce risque est lié à la mortalité "moyenne" des assurés. Il est maîtrisé si le contrat a été souscrit par un très grand nombre d'assurés à peu près identique. Des assurés meurent plus tôt que prévu, d'autre plus tard, mais il est possible d'évaluer en moyenne les nombres et les dates de décès en utilisant la loi des grands nombres.

7. Le marché Tunisien d'assurance vie

L'industrie d'assurance est l'un des principaux financeurs de l'économie dans notre pays, au côté du secteur bancaire, grâce aux réserves financières qu'il génère et qui jouent un rôle important dans le financement du budget de l'Etat et le soutien de l'épargne nationale et la dynamisation des tissus économiques.

En 2021, les primes totales émises ont atteint 2833 MD et sont réparties entre les branches comme suit :

Figure 2: Répartition des primes émises totales par branches d'assurance



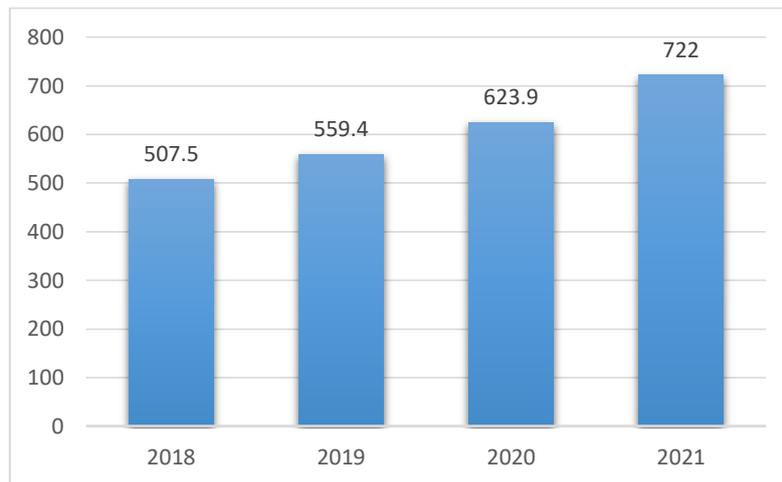
Source : Rapport annuel du CGA

La répartition des primes non vie émises montre la dominance continue de la branche automobile qui demeure le produit d'assurance le plus largement vendu sur le marché. Ainsi, elle accapare toujours une place prépondérante avec une part de 42,4%, suivie par l'assurance vie et capitalisation avec une part de marché de 25,5%. En effet, la part de cette catégorie d'assurance dans le marché est sans cesse en amélioration bien qu'elle reste encore relativement faible (25,5 contre 24,3% en 2020, 23,2% en 2019 et 22,5% en 2018).

Puisque l'objet de ce mémoire vise l'assurance vie, alors dans ce paragraphe nous décrirons l'évolution des principaux indicateurs d'activité de cette branche.

7.1. Les Primes émises :

L'assurance vie en Tunisie a connu un développement remarquable pendant ces dernières années, réalisant un taux de croissance de 20,5% durant ces cinq années. En 2021, le montant des primes émises de la branche assurance vie s'élève à 722 M.D contre 623,977 MD en 2020, 559,339 MD en 2019 et 507,468 MD en 2018, soit une augmentation de 15,7 % en 2020. Cette augmentation est expliquée principalement par l'expansion de l'augmentation des crédits aux particuliers et la crainte de l'avenir due à la détérioration de la situation économique et la fragilité du système des régimes de retraites qui ont participé dans le lever de conscience pour souscrire une assurance vie, sans oublier les privilèges fiscaux encourageant la souscription des contrats d'assurance vie.

Figure 3: Evolution du chiffre d'affaires d'assurance Vie & Capitalisation en (M.D)

Source : Rapport annuel du CGA de 2020

Le rythme de croissance des primes d'assurance vie et capitalisation a continué sa reprise de montée, atteignant 15,7 % contre 11,5 % en 2020 et 10,2 % en 2019 et ce après sa tendance baissière durant les dernières années (de 24 % en 2016 à 18,1 % en 2017 et 14,7 % en 2018). Par ailleurs, la part de la catégorie d'assurance vie et capitalisation n'a cessé de s'améliorer durant toutes ces dernières années, en dépit de son rythme limité, pour atteindre 25,5 % cette année contre 24,3 % en 2020, 23,2 % en 2019, 22,5 % en 2018 et 21,2 % en 2017. Cependant, elle reste encore modeste et faible par rapport à la moyenne mondiale qui est de l'ordre de 43,7 % en 2021. Bien que sa part dans le marché de l'assurance reste éloignée de la moyenne internationale, tous les efforts sont consentis afin de promouvoir cette branche, surtout en matière de prévoyance retraite et d'épargne et la hisser au niveau de la moyenne internationale.

Les difficultés associées à la branche d'assurance vie en Tunisie sont attribuées à plusieurs facteurs. Outre le manque de sensibilisation envers la culture de l'assurance en général, aux difficultés techniques, juridiques et administratives s'ajoutent des problèmes de communication, de promotion, en plus du climat de méfiance qui règne entre les assurés et les assureurs, le faible pouvoir d'achat des ménages, surtout en ce contexte de crise économique, et du refus catégorique de certains d'entre eux de s'assurer pour des convictions personnelles. L'introduction de l'assurance Takaful en Tunisie et le projet de mise en place d'un cadre juridique régissant cette nouvelle forme d'assurance devraient aider à stimuler l'assurance vie et attirer de nouveaux clients potentiels qui étaient réticents par rapport à la souscription d'un contrat d'assurance vie.

Les primes émises par entreprise en assurance vie sont retracées dans le tableau ci-après:

Tableau 2: Les primes émises par les compagnies d'assurance vie

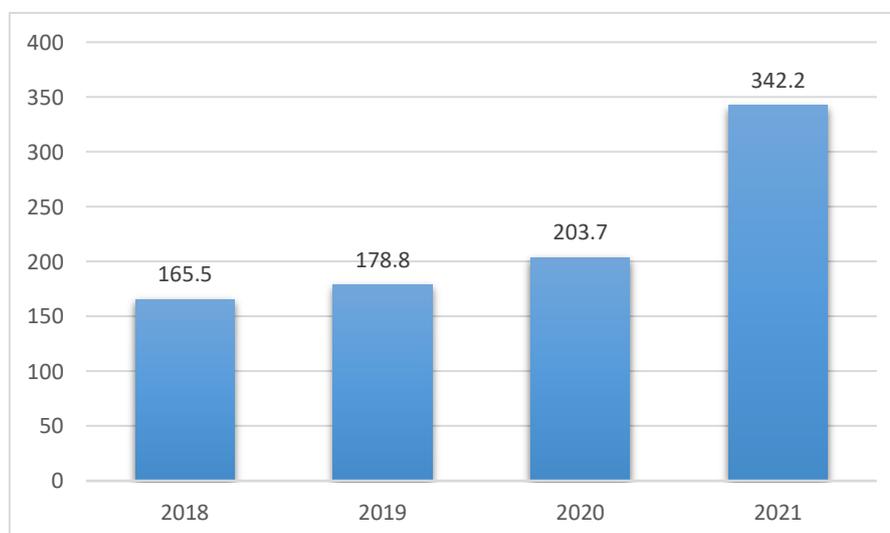
Compagnie	2018	En %	2019	En %	2020	En %
1. ATTIJARI ASSURANCES	86 455 145	17,04	87 005 567	15,56	101 028 184	16,19
2. MAGHREBIA VIE	58 489 464	11,53	66 144 458	11,83	77 268 613	12,38
3. CARTE VIE	53 159 300	10,48	58 599 978	10,48	75 798 104	12,15
4. GAT VIE	41 757 969	8,23	61 834 100	11,05	63 894 460	10,24
5. ASSURANCES BIAT	70 405 770	13,87	62 058 715	11,10	61 885 823	9,92
6. HAYETT	44 320 570	8,73	50 690 592	9,06	58 426 547	9,36

Source : Rapport annuel de la FTUSA 2020

La part des trois premières entreprises dans les émissions totales de la branche vie durant les trois dernières années est passée de 42,44 % en 2018 et de 38,49 % en 2019 à 40,72 % en 2020. On remarque que la compagnie Hayett occupe durant ces trois ans la 6ème place dans le marché d'assurance vie. Les primes émises de Hayett ne cessent de croître avec une moyenne de croissance de 9,05% sur les 3 dernières années.

7.2. Les Sinistres :

Figure 4: Evolution des indemnités réglées (M.D)



Source : Rapport annuel du CGA 2020

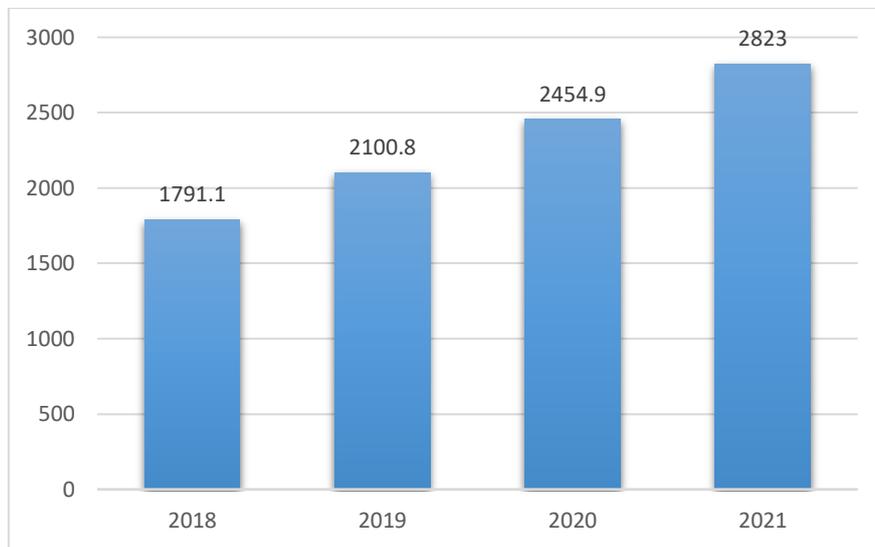
Selon les données publiées dans le rapport du CGA de 2020, les indemnités au titre de la catégorie d'assurance vie et capitalisation (ayant une part de 21 % contre 15,1 % en 2020) ont enregistré une hausse très remarquable de plus de 68 % contre 13,8 % à la fin de l'année dernière (8 % en 2019 et 19,9 % en 2018), et se sont élevées en conséquence à plus que 342 MD contre 203 MD en 2020 (et 179 MD en 2019). Ceci est expliqué par l'augmentation du nombre des décès causés par le coronavirus.

7.3. Provisions techniques

Les provisions techniques sont des provisions destinées à permettre le règlement intégral des engagements pris par les sociétés d'assurance envers les assurés et les bénéficiaires de contrat.

La provision mathématique vie constituées au titre de l'exercice 2021 s'élève à 2823,0 M.D contre 2454,9 M.D en 2020 soit une augmentation de 15,0%.

Figure 5: Evolution des provisions techniques (en M.D)



Source : Rapport annuel de la FTUSA 2020

La part des provisions constituées au titre de l'assurance vie et capitalisation a poursuivi son augmentation pour atteindre 43 % en 2021 (contre 41,1 % en 2020 et 38,2 % en 2019).

Section 2 : Les tables de mortalité : aspect théorique

Le principe d'équivalence actuarielle impose l'égalité entre l'espérance de la valeur actuelle des prestations assurées d'une part, et l'espérance de la valeur actuelle des primes pures qui seront payées d'autre part. La tarification d'une assurance sur la vie suppose donc que l'on ait défini :

-Les taux d'intérêt de base duquel on calculera des valeurs actuelles des prestations et des primes, on appelle ce taux le taux d'intérêt technique.

-La loi de survenance des événements assurés (survie de l'assuré à une date donnée ou décès avant cette date donnée), cette loi s'exprime le plus souvent par une table de mortalité donnant la probabilité pour qu'un assuré d'âge x ($x=0,1, 2, \dots$) décède avant d'avoir atteint l'âge $x+1$.

-Les divers chargements pour déterminer les primes commerciales.

Ces trois éléments : taux d'intérêt technique, table de mortalité et chargements, constituent les bases techniques du tarif. Dans notre étude, nous nous intéressons à l'étude des tables de mortalité qui constituent un outil de base pour la tarification des garanties en cas de vie et en cas de décès.

1. Introduction des tables de mortalité

Une table de mortalité, ou table de survie, est une structure puissante d'analyse de la mortalité utilisée principalement en démographie et en actuariat. Elle constitue le référentiel central de toutes les activités des compagnies d'assurance opérant dans la branche vie, puisqu'elle permet d'estimer la probabilité de survie ou de décès de la population assurée (souvent déterminée en fonction du sexe et de l'année de naissance).

Selon Frédérique Henge et al (2007) « *les tables de mortalité constituent l'outil statistique du premier rang pour les actuaires et elles constituent le référentiel central de toutes les activités d'une compagnie d'assurance. En effet, les opérations d'assurance sur la vie se base sur la durée de la vie humaine d'où la nécessité d'étudier la mortalité des assurés.* »

La construction d'une table de mortalité nécessite la connaissance préalable de la loi de mortalité, dont elle donnera une « représentation ». La loi de mortalité est la mesure d'un

processus probabiliste. Elle est présentée sous la suite de quotients de mortalité par âge, chaque quotient étant évalué à partir des observations de mouvement et d'état de la population considérée.

2. L'intérêt de construire une table d'expérience

Certifiée par un actuairé indépendant, une table d'expérience permet de modéliser le risque de mortalité en se fondant sur une étude précise d'un portefeuille donné. Les assureurs ont tout intérêt à opter pour ce genre de tables, car ils peuvent mieux cerner le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et appréhender notamment le phénomène d'anti-sélection. La connaissance du portefeuille constitue d'ailleurs un point clé dans le processus de gestion et de la maîtrise des risques d'entreprise : un pilotage performant va de pair avec une bonne perception du profil de risque.

3. Les causes influant sur la mortalité

Les actuaires ont été conduits par l'expérience à distinguer 2 types de circonstances qui conditionnent la mortalité :

- Des circonstances générales dont l'influence s'exerce sur toute la population,
- Des circonstances particulières propres à l'assurance.

3.1. Les causes générales

Le premier facteur de la mortalité est l'âge. Il est absolument évident que, pour un individu déterminé pris en observation à l'époque 0, sa probabilité de survie à l'époque t décroît au cours du temps. Les statistiques nous apprennent autre chose : la fréquence des décès décroît d'abord dans la prime enfance puis ne cesse de croître avec l'âge. Le facteur « âge » présente l'avantage d'être facilement mesurable et de plus il est prépondérant dans le phénomène de mortalité.

La profession, ou plus exactement les conditions de travail, jouent un rôle très important qui, sauf dans des cas très particuliers, n'est pas pris en compte par les assureurs. Il faut dire que ce paramètre n'est pas facilement mis sous forme numérique.

Le sexe, étant caractérisé par une variable binaire, peut au contraire être facilement introduit dans les calculs. Actuellement dans notre pays, la mortalité des hommes est indiscutablement plus élevée que celle des femmes.

Enfin, toutes choses égales par ailleurs, la mortalité évolue au cours des époques, c'est-à-dire qu'elle est différente suivant les générations. Les progrès de l'hygiène et de la thérapeutique ont contribué à allonger la durée de vie. Cette évolution difficile à revoir pourrait, selon certains, se ralentir, car on n'est pas encore parvenu à lutter contre le vieillissement des cellules.

3.2. Les causes tenant au phénomène de l'assurance

Les choix, exercés à la fois par l'assureur qui accepte ou non les souscriptions et par l'assuré qui sélectionne telle ou telle forme d'assurance et qui peut par la suite décider d'abandonner son contrat, donnent à la population assurée une structure différente de la population générale.

A cet égard, il convient de distinguer à l'entrée dans l'assurance deux types opposés de garanties : les garanties en cas de décès attirent à priori les personnes en mauvaise santé et les garanties en cas de vie les individus qui ont au contraire l'espoir de survivre suffisamment de temps. Il existe entre ces 2 catégories extrêmes de garanties mixtes. De toute façon il paraît naturel que le souscripteur recherche le contrat présentant pour lui l'utilité maximale. Ceci constitue le phénomène de l'auto-sélection.

De l'autre côté, l'assureur va chercher à lutter contre la propension des assurés à tirer le meilleur bénéfice de l'assurance. En particulier il va exercer une sélection médicale des assurés désirant une garantie en cas de décès ; il éliminera purement et simplement les risques trop importants et pour ceux présentant un risque aggravé il procédera à une sur-tarifification. Le résultat final est que l'on constate que la sélection opérée par l'assureur l'emporte sur l'auto-sélection des assurés et que la population des assurés en cas de décès a une mortalité plus faible que la population générale.

4. Types de tables de mortalité :

Il existe différents types de tables de mortalité :

4.1. Les tables réglementaires

Les tables réglementaires sont des tables standards imposées par le législateur pour la tarification et le provisionnement et établies à partir des données de recensement de la population globale.

Le contexte réglementaire de la table de mortalité en Tunisie fait référence à l'Arrêté du ministre des finances du 5 janvier 2009 fixant les tables de mortalité tunisiennes "TD99/TV99" qui ont été fixées sur la base des données démographiques de l'année 1999.

Nous distinguons deux tables réglementaires utilisées par les assureurs :

- **Table TD99** : construite sur la base des statistiques faites sur la population masculine. Elle serve de base dans le calcul des tarifs et des provisions des contrats d'assurance en cas de décès.
- **Table TV99** : construite sur la base des statistiques faites sur la population féminine. Utilisées dans le calcul des tarifs et des provisions des contrats d'assurance en cas de vie.

4.2. Les tables de mortalité d'expérience

Les tables d'expérience sont construites sur la base des données historiques relatives à un échantillon de la population générale composé uniquement d'assurés d'une ou de plusieurs compagnies d'assurance. Ces tables sont utilisées par certaines compagnies d'assurances tunisiennes vu le gap important constaté entre la mortalité de la population générale et la mortalité de la population assurée.

Une table réglementaire ou d'expérience peut être soit :

- *rétrospective* : table construite sur la base sur des données passées
- *prospective* : table construite sur la base de l'extrapolation des tendances observées dans le passé.

4.3. Les tables de mortalité du moment

Sont des tables réalisées en constituant une cohorte fictive englobant la population entière d'une région quelconque à un moment bien précis dans le temps. Selon D Waltisperger (1977) celles-ci « *résumant l'effet des conditions actuelles sur une génération fictive qui aurait subi, de sa naissance à sa disparition, les conditions sanitaires actuelles.* »

Avantage : ce type de tables est caractérisé par la simplicité de sa construction.

Inconvénients : Les tables du moment présentent certains inconvénients :

- Elles ne donnent qu'une représentation instantanée des conditions de mortalité observées au sein de la population (ne considèrent pas l'amélioration de la qualité de vie de la population au fil du temps.)
- Elles supposent implicitement que la mortalité est figée dans le temps.
- Une même probabilité de décès est appliquée à un assuré quel que soit son âge

Le caractère statique des tables rétrospectives fait que ces tables deviennent nécessairement obsolètes après un certain nombre d'années.

4.4. Les tables de mortalité prospective ou de génération

Les tables de génération sont des tables bidimensionnelles car elles intègrent l'âge et le temps dans le calcul de probabilité de décès. Elles sont établies à partir d'une génération réelle et non fictive comme la table du moment, observant les niveaux de mortalité réels en fonction de l'année de naissance c'est-à-dire on fixe une année de naissance, et on regarde les vivants, nés cette année-là, à différentes années.

Avantage : Une table de mortalité par génération permet d'avoir une très bonne idée de la mortalité d'une génération et est donc plus représentative de la réalité.

Inconvénient : Nous devons attendre l'extinction d'une génération avant de pouvoir construire la table. Ainsi, à moins d'avoir recours à des projections de mortalité, il faut attendre que chaque individu de la cohorte décède.

Section 3 : Méthodologie

La construction d'une table d'expérience comporte principalement 4 étapes :

- Traitement et validation des données initiales et justification du contexte d'analyse
- Estimation des taux annuels bruts de décès
- Lissage de taux annuels de décès
- Validation de la table construite.

Le choix du modèle retenu pour "estimer" la table d'expérience constitue une étape importante dans le processus de l'élaboration d'une telle table.

Dans cette section nous aurons mettre l'accent sur l'estimation et le lissage des taux de mortalité. Cependant, il faudrait signaler que pour mener à bien une étude de mortalité, un travail de préparation et de nettoyage des données tout en procédant à une analyse descriptive de la population étudiée et à une vérification de son homogénéité s'avère d'une importance capitale. De plus, la mise en évidence de certaines variables explicatives de la mortalité permettent d'effectuer une segmentation comme l'indiquent Henge. F et al (2007) a un intérêt primordial afin d'avoir des résultats précis et de bonne qualité.

1. Notations

Avant de présenter l'estimation des taux bruts et les méthodes de lissage, nous allons rappeler quelques notations.

- l_x : le nombre de survivantes d'âge x ;
- $D_x = l_x - l_{x+1}$: la variable aléatoire associée au nombre de décès entre les âges x et $x+1$;

Avec, ω est l'âge ultime de la table de mortalité (pour lequel on a $l_\omega = D_\omega$).

- d_x : la réalisation de D_x
- X_i : variable aléatoire qui vaut 1 si l'individu i présent à l'âge x décède et 0 s'il survit
- E_x : exposition au risque à l'âge x
- ${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$: **Probabilité de survie entre x et $x+k$** :

C'est la probabilité qu'étant en vie à l'âge x d'atteindre l'âge $x+k$

- ${}_k q_x = \frac{D_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x}$: **Quotient de mortalité entre x et $x+k$** :

C'est la probabilité qu'étant en vie à l'âge x de décéder dans l'année (avant d'atteindre l'âge $x+k$)

- q_x^{Brut} : taux de mortalité à l'âge x brut
- \hat{q}_x : taux de mortalité à l'âge x lissé

2. Traitement et validation des données

Pour avoir des résultats pertinents et représentatifs de la mortalité d'une certaine population, il faut disposer de données qui soient fiables et exploitables. Il y a donc, avant de passer concrètement à la construction d'une table de mortalité, tout un travail à réaliser en amont pour préparer et nettoyer les données qui vont servir à l'étude. Il s'agit en particulier de procéder à une analyse descriptive de la population étudiée, de vérifier son homogénéité ou de mettre en évidence certaines variables explicatives de la mortalité qui permettront par la suite d'effectuer une segmentation (typiquement, différencier les hommes et les femmes). Plus cette phase de nettoyage sera rigoureuse et poussée, plus les résultats seront précis et de bonne qualité.

3. Estimation des taux annuels bruts de décès

3.1. Cadre de l'analyse

Une estimation des taux annuels bruts de décès consiste à évaluer les probabilités de décès q_x pour les différents âges x de la vie, à partir des données relevées au cours de la période d'observation. Pour ce faire, il est nécessaire de connaître le nombre d'individus en vie à l'âge x et le nombre d'individus décédés pendant leur $x + 1^{\text{ème}}$ année. Il est, aussi, supposé que, sur l'intervalle d'âge $[x, x + 1]$, tous les décès sont indépendants et que la probabilité de décès est identique quel que soit l'individu. Toute la difficulté réside alors dans la présence de données tronquées ou censurées qui sont liées à une observation partielle et qui nécessitent des méthodes particulières d'estimation.

3.2. Les différents types de données pour l'estimation des taux bruts

L'étude de la mortalité d'une population nécessite la constitution d'une base de données recensant les individus qui ont été observés sur une période donnée. Cette dernière est la période d'observation.

Seulement, au sein de la population étudiée, il peut arriver qu'il y ait :

- Des individus pour lesquels on dispose des informations sur toute la période d'observation. Il s'agit d'*une donnée complète* où l'individu atteint l'âge x après le début de la période d'observation ; il est décédé ou fête son $x + 1$ ème anniversaire avant la fin de la période d'observation ;
- Des individus qui ne seront pas observables sur toute la période pour l'une de ces raisons :
 - Le contrat ou la garantie ont pris fin avant que l'assuré ait atteint l'âge $x+1$
 - L'assuré rachète ou résilie son contrat avant d'atteindre l'âge $x+1$,
 - L'assuré n'a pas atteint l'âge $x+1$ à la fin de la période d'observation.

Les données relatives à ces individus sont considérées *incomplètes*. Pour tout de même tenir compte de ces derniers dans les calculs, on effectue des opérations de censure à droite et de troncature à gauche.

▪ **Troncature à gauche :**

Lorsque la date d'entrée est antérieure à la date de début d'observation. Dans ce cas, on perd complètement l'information sur les observations en dehors de la période d'observation, on suppose alors que la date d'entrée coïncide avec la date de début d'observation.

▪ **Censure à droite :**

On observe une censure lorsque la date de survenance du décès est postérieure à la date de fin d'observation. Dans ces cas, on ne dispose plus d'informations suffisamment précises pour continuer notre étude, on suppose alors que la date du décès coïncide avec la date de fin d'observation.

Dans ces deux situations les âges au début et à la fin d'observation sont a priori connus et non aléatoires. Seul le décès (ou la survie) est aléatoire.

À ces deux raisons s'ajoute un troisième motif d'observation incomplète : l'individu, pour une cause autre que le décès (résiliation du contrat, perte d'information, etc...), sort du champ d'observation vivant à un âge imprévisible (inférieur à l'âge $x+1$ bien sûr). On parle alors de censure à droite à âge imprévisible a priori.

Tableau 3: Tableau de troncature et censure

1 ^{er} cas : l'entrée et la sortie se situe pendant la période d'observation		Entrée	Décès		Cas idéal
2 ^{ème} cas : l'entrée de l'individu a lieu pendant la période d'observation et la sortie après.		Entrée		Décès	Censurée à droite
3 ^{ème} cas : l'entrée de l'individu a lieu avant la période d'observation et la sortie pendant la période d'observation.	Entrée		Décès		Tronquée à gauche
4 ^{ème} cas : l'entrée de l'individu a lieu avant la période d'observation et la sortie après la période d'observation.	Entrée			Décès	Tronquée à gauche et censurée à droite
5 ^{ème} cas : l'individu n'est pas observé	Décès			Entrée	Individu non observé

3.3. Méthodes d'estimation des taux bruts

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le taux brut de mortalité. Nous présentons ci-dessous les estimateurs des taux bruts de décès utilisés dans ce mémoire.

3.3.1. Estimateur de Kaplan-Meier

L'estimateur de Kaplan-Meier, introduit en 1958, est un estimateur non paramétrique utilisé pour calculer la probabilité de survie d'un individu en prenant en considération comme pas de sortie le décès. Ainsi, à chaque temps de décès, le principe revient à compter le nombre de survivants, le nombre de décédés ainsi que le nombre d'individus censurés. A ce titre, la distribution des décès ne repose sur aucune hypothèse.

Cet estimateur est l'un des plus utilisés pour les travaux de mortalité grâce à ses bonnes propriétés et sa précision importante.

Notations :

- S_x : loi discrète de la forme (a_i, s_i) avec $i \in 1, \dots, N$, avec les a_i étant les dates connues entre x et $x+1$, et les s_i sont les valeurs prises par S_x en a_i ,
- T_x : durée de vie résiduelle d'un individu conditionnellement au fait qu'il soit vivant à l'âge x , i.e. $T_x = [T-x \mid T > x]$;
- q_i : probabilité de décéder en a_i
- n_i : nombre des assurés vivants en a_i
- d_i : nombre des assurés décédés en a_i
- c_i : nombre de personnes censurées sur] a_{i-1} ; $a_i]$
- t_i : nombre de personnes tronquées sur] a_{i-1} ; $a_i]$

Construction de l'estimateur :

Pour calculer la probabilité de décès q_x selon l'estimateur de Kaplan-Meier il faut considérer le postulat suivant : Être en vie après l'instant t , c'est être en vie avant l'instant t et ne pas mourir à l'instant t . La probabilité de survivre au-delà de $t > s$ s'écrit sous la forme :

$$S(t) = P(T > t \mid T > s) P(T > s) = P(T > t \mid T > s) S(s)$$

Donc, d'une façon générale on peut écrire :

$$S_x(t) = \prod_{r \mid a_r < t} (p_r)$$

Tel que :

$$p_i = P(T > t \mid T_i > T_{i-1})$$

Un estimateur naturel de p_i est le nombre de survivant à a_{i+1} divisé par le nombre de survivant à la date a_i soit :

$$p_i = \frac{n_i - d_i}{n_i} ; \forall i \in [1; N]$$

Avec : $n_i = n_{i-1} - d_{i-1} - c_{i-1} + t_{i-1}$

Ainsi, l'estimateur de la fonction de survie s'écrit sous la forme :

$$\forall i \in [0; t_N] \quad \hat{S}_x(t) = \prod_{i \mid a_i < t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)$$

Dès lors, l'estimateur du taux de mortalité est donné par :

$$\hat{q}_x = 1 - \hat{p}_x = 1 - \frac{\hat{S}(x+1)}{\hat{S}(x)}$$

$$\hat{q}_x = 1 - \prod_{a_2}^{a_N} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)$$

Avantage :

Cet estimateur tient compte de l'exposition exacte de chaque individu puisque les troncatures et censures sont prises en compte.

Inconvénients :

Cet estimateur est dur à mettre en œuvre pour les fichiers de grande taille, car il nécessite de connaître exactement toutes les dates d'entrée et de sortie du portefeuille.

3.3.2. Estimateur de HCEM

C'est un estimateur paramétrique stipulant que l'assuré d'âge x n'est exposé au risque décès que sur la période du temps durant laquelle il est observé $[a_i ; b_i] \subset [x ; x+1]$ où a_i est la date de début de la période durant laquelle l'assuré est observé et b_i est la date de fin de cette période. Ce qui veut dire que le risque de décès n'est pris en considération par l'assureur que lorsqu'il est présent.

Notations :

- n_x : Nombre d'individus en vie à l'âge x ,
- D_x : la variable aléatoire représentant le nombre de décès observés sur $[x, x+1]$
- d_x : réalisation de D_x
- $[\alpha_i ; \beta_i]$ représente l'intervalle inclus dans $[x, x+1]$ pour lequel l'assuré i est observé.

X_1, \dots, X_{n_x} ; n_x variables de Bernoulli de paramètres $\beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i}$ indépendantes.

Hypothèses :

- Chaque décès est indépendant des autres.
- Un individu i vivant en x , décède dans $[\alpha_i ; \beta_i]$ inclus dans $[x, x+1]$ avec la probabilité $(\beta_i - \alpha_i)q_x$

On suppose que la probabilité pour un individu d'âge x de décéder entre x et l'âge $x+t$ est une fonction linéaire du temps. Donc ${}_tq_x = tq_x$ pour tout t dans $[0,1]$ et ${}_{s-t}q_{x+t} \approx {}_tP_x - {}_sP_x$

- La probabilité de décéder dans l'année pour chaque assuré d'âge $x + \alpha_i$ est donc

$$D_x = \sum_{i=1}^{n_x} X_i \text{ Suit une loi } B\left(n_x, \beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i}\right)$$

Calculs :

En posant $Z_i = \frac{X_i}{\beta_i - \alpha_i}$, on obtient $E[Z_i] = E\left[\frac{X_i}{\beta_i - \alpha_i}\right]$. Des deux dernières hypothèses, on déduit :

$$E[X_i] = (\beta_i - \alpha_i) q_{x+\alpha_i} \approx (\beta_i - \alpha_i) q_x$$

Résultats :

En appliquant la loi des grands nombre aux Z_i , on obtient compte tenu des résultats précédents :

$$\hat{q}_x = \frac{d_x}{\sum_i \beta_i - \alpha_i} \quad (*)$$

L'équation (*) peut encore s'écrire comme suit :

$\hat{q}_x = \frac{d_x}{er_x}$ avec $er_x = \sum_{j=1}^{n_x} er_x^{(j)}$ où $er_x^{(j)}$ désigne l'exposition au risque de l'individu j , elle est égale à la fraction de l'année vécue et assuré par l'individu pendant l'observation.

Avantage

Si les hypothèses paramétriques adoptées sont proches de la loi de mortalité, l'estimateur de Hœm, est le mieux adapté.

3.4. Lissage de taux annuels de décès

L'estimation des taux annuels de décès à chaque âge peut conduire à une courbe de mortalité de forme assez irrégulière. Cette irrégularité est due essentiellement aux erreurs d'échantillonnage qui fait biaiser la réalité. Henge. F et al(2007), affirment ce qui précède « *Les taux annuels bruts de décès présentent en général des irrégularités en rapport avec les*

fluctuations d'échantillonnage. Il est donc nécessaire de lisser ces taux afin d'obtenir une courbe de mortalité qui progresse graduellement avec l'âge. »

L'utilité du lissage est donc, comme l'affirmer Viville. MB, « *de pouvoir procéder à une analyse sans le bruit causé par les données brutes et de détecter plus facilement la structure et les évolutions de la mortalité inobservables directement sur les données brutes.* »

Dans ce cadre, il existe plusieurs méthodes pour ajuster les taux de mortalités bruts à savoir les modèles paramétriques, les lissages paramétriques, les lissages non paramétriques et les modèles relationnels.

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons uniquement aux modèles paramétriques.

L'approche paramétrique, consiste à supposer que les taux de mortalité suivent une loi donnée. Les modèles paramétriques sont donc des fonctions dont l'équation analytique est connue mais les paramètres sont inconnus. Il faut donc estimer ces paramètres à partir de l'échantillon à disposition. L'information liée à notre échantillon est donc résumée dans ces paramètres.

Un avantage de ces modèles est, du fait de leur construction, de pouvoir extrapoler la mortalité à des âges non observables. Cependant, la fidélité de ces modèles aux taux bruts peut être faible si le modèle n'est pas adapté et conduire à des résultats erronés. D'où le recours aux lissages non paramétriques.

Un autre avantage de ces modèles est leur interprétabilité. En effet, les paramètres correspondent souvent à des causes de mortalité distinctes. Sans oublier que ces paramètres sont faciles à mettre en œuvre.

D'après les actuaires, le nombre de paramètres du modèle est à prendre en compte. Il est vrai que l'augmentation du nombre de paramètres permet un meilleur ajustement aux taux bruts. En contrepartie, il diminue la robustesse du modèle, c'est-à-dire, sa capacité à refléter des caractéristiques générales des courbes de mortalité. Ceci est affirmé par Henge. F et al (2007) « *Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité à une certaine loi connue mais dont les paramètres sont inconnus et à les estimer sur la base des observations disponibles. Plus le nombre de paramètres à estimer est grand, moins le modèle sera robuste.* »

Par ailleurs, il existe des modèles paramétriques relationnels qui permettent de lier les taux bruts de décès avec ceux issus d'une table de référence en supposant qu'il existe un lien mathématique entre la population du portefeuille et la population de référence. Ils ont fait leurs preuves dans le cas où les données sont insuffisantes. Plusieurs modèles relationnels permettent d'effectuer ce type de lissage. Citons à titre d'exemple le modèle de Brass.

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons uniquement au modèle de Makeham et au modèle de Brass calibré selon la table de référence TD99.

3.4.1. Le modèle Makeham :

Le modèle de Makeham est le modèle de référence pour la construction des tables de mortalité. De par sa simplicité, il s'agit du modèle le plus souvent utilisé.

Makeham met en évidence le fait que sur de nombreuses populations, les taux de mortalité instantanés observés croissent de manière quasi-exponentielle avec l'âge (modèle de Gompertz (1825)), mais tient également compte d'un critère qui refléterait le caractère accidentel à l'origine de la majorité des cas de mortalité aux jeunes âges.

La formule de Makeham s'exprime alors de la façon suivante :

$$\mu_x = A + B.c^x$$

Avec $A > 0$; $B > 0$ et $c > 1$

- μ_x : le taux instantané de la mortalité à l'âge x
- A : le taux de décès accidentel
- $B.c^x$: le taux de décès modélisant le vieillissement exponentiel de la population

En pratique, le modèle que nous souhaitons ajuster est celui correspondant aux taux de mortalité bruts q_x calculés.

Pour cela, nous utilisons une "relation de passage" entre les taux de mortalité bruts et les taux de mortalité instantanés qui se caractérise de la sorte :

$$q_x = 1 - \exp \left[- \int_x^{x+1} \mu_y dy \right]$$

Nous avons alors :

$$p_x = \exp \left[- \int_x^{x+1} \mu_y dy \right] = \exp \left[- \int_x^{x+1} (A + B \cdot c^x) dy \right] = \exp(-A) \exp \left[- \frac{B}{\ln(c)} c^x (c - 1) \right]$$

Ou encore :

$$\log(p_x) = -A - \frac{B}{\ln(c)} c^x (c - 1)$$

En posant $\alpha = \log(c)$ et $\beta = \frac{B}{\log(c)} (c - 1)$, nous obtenons :

$$\log(p_x) = -A - B \exp^{\alpha \cdot x}$$

3.4.2. Modèle de Brass

Nous rappelons que le logit s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{Logit}(y) = \log\left(\frac{y}{1-y}\right); \text{logit}(y) \in]-\infty, +\infty [$$

Le modèle de Brass (1971), appelé aussi Modèle des Logits est un modèle relationnel permettant l'ajustement des taux de mortalité bruts en s'appuyant sur une table de mortalité de référence.

La relation sous-tendant ce modèle est :

$$\text{Logit}(q_x^{\text{brut}}) = a \times \text{logit}(q_x^{\text{ref}}) + b + \epsilon_x$$

Ce qui conduit à l'expression suivante :

$$\text{Log} \left(\frac{q_x^{\text{brut}}}{1 - q_x^{\text{brut}}} \right) = a \times \text{log} \left(\frac{q_x^{\text{ref}}}{1 - q_x^{\text{ref}}} \right) + b + \epsilon_x$$

Où : ϵ_x : un bruit gaussien iid

q_x^{Brass} : Le taux de mortalité lissé par le modèle de Brass

q_x^{ref} : Le taux de mortalité de la table de mortalité de référence.

Notons que b est un indicateur de mortalité affectant tous les âges et a est un paramètre qui modifie cet effet avec l'âge.

Les valeurs de a et b sont déterminées par la minimisation de la distance entre les taux de mortalité estimés et ceux observés $\sum_x n_x (q_x^{Brass} - q_x^{brut})^2$ par la méthode de moindres carrés pondérés.

Finalement, nous pouvons déduire l'expression de taux de mortalité lissé par le modèle de Brass, pour $x \in [x_{min}, x_{max}]$:

$$q_x^{Brass} = \frac{\exp(\hat{a} \log\left(\frac{q_x^{ref}}{1 - q_x^{ref}}\right) + \hat{b})}{1 + \exp(\hat{a} \log\left(\frac{q_x^{ref}}{1 - q_x^{ref}}\right) + \hat{b})}$$

3.5. Validation de la table construite

Afin de s'assurer que les taux lissés ne sont pas trop différents des taux bruts, il convient de vérifier la validité des taux ajustés par quelques tests statistiques.

Pour faciliter le choix entre les deux méthodes de lissage retenues, nous considérons 4 tests statistiques différents :

- Le test de Khi-deux,
- L'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE),
- Ratio de mortalité standardisé (SMR),
- Le coefficient de détermination R^2 .

La méthode de lissage qui aura les meilleurs scores sur l'ensemble des tests sera retenue.

3.5.1. Le test de Kolmogorov Smirnov

Le test de Kolmogorov Smirnov est un test non paramétrique d'ajustement à une distribution entièrement spécifiée de la fonction de répartition $F(x)$. Il permet de rejeter ou non l'ajustement. Ce test non paramétrique va porter sur la fonction de répartition de la variable aléatoire « durée de vie d'un individu de X à Y ans ».

Soient F^* et \hat{F} les fonctions de répartitions de cette variable aléatoire calculée respectivement avec les taux de décès bruts q_x^{bruts} et les taux ajustés $q_x^{ajusté}$.

Le but de ce test est de comparer F^* et \hat{F} afin de décider si on peut conclure à l'identité des distributions, autrement dit accepter l'ajustement. Nous avons :

$$F^* = 1 - \frac{l^*(x)}{l(X)}$$

Où $l^*(x) = l(X) \cdot \prod_{k=x}^{x-1} (1 - q_k^{ajusté})$

$$\hat{F} = 1 - \frac{\hat{l}(x)}{l(X)}$$

Soit D_n définie par :

- Si $\hat{F}(z) < F^*(z)$ alors $D_n(z) = F^*(z+1) - \hat{F}(z)$
- Si $\hat{F}(z) \leq F^*(z) \leq F^*(z+1)$ alors $D_n(z) = \max(F^*(z+1) - \hat{F}(z); \hat{F}(z) - F^*(z))$
- Si $F^*(z) < \hat{F}(z)$ alors $D_n(z) = \hat{F}(z) - F^*(z)$

Où n est le nombre de valeurs pour lesquelles nous disposerons d'une estimation de F^* et \hat{F} .

Sous l'hypothèse selon laquelle les durées de vie calculées à partir des taux bruts q_x^{bruts} et des taux ajustés $q_x^{ajusté}$ ont la même fonction de répartition, la variable aléatoire $D_n = \max_z(D_z)$ a une distribution qui ne dépend ni de F^* ni de \hat{F} . Pour n assez grand, nous montrons que :

$$P(\sqrt{n}D_n > x) \simeq 2 \cdot \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} \cdot e^{-2j^2 \cdot x^2}$$

En utilisant l'approximation utilisée par Feller :

$$P(\sqrt{n}D_n > x) \simeq e^{-2x^2}$$

Au seuil α , nous rejetons $F^*(x) = \hat{F}(x)$ lorsque $\sqrt{n}D_n > x_\alpha$ est la valeur telle que :

$$P(\sqrt{n}D_n > x_\alpha) \simeq \alpha$$

3.5.2. Test du Khi-deux

Le test du Khi-deux permet de vérifier que les taux lissés obtenus ne sont pas trop éloignés des taux bruts. Nous calculons pour cela la distance entre le nombre de décès observés et le nombre de décès théoriques. Le test du Khi-deux peut être utilisé dans le cadre des ajustements paramétriques seulement.

Principe du test

Dans premier lieu, nous devons calculer le nombre de décès espérés $D_x^{Ajusté}$ à l'aide de $q_x^{Ajusté}$ de la manière suivante :

$$D_x^{Ajusté} = L_x^{Ajusté} * q_x^{Ajusté}$$

Ensuite, on calcule la distance de χ^2

$$\chi^2 = \sum_x \frac{(D_x^{Brut} - n_x q_x^{ajuste})^2}{n_x q_x^{ajuste} (1 - q_x^{ajuste})}$$

Nous privilégierons le modèle ayant la valeur du χ^2 la plus faible.

3.5.3. Standardized mortality ratio (SMR)

Le SMR est défini comme le rapport entre nombre de décès observés et le nombre de décès ajustés. On a ainsi :

$$SMR = \frac{\sum_x D_x^{brut}}{\sum_x D_x^{ajuste}}$$

Nous distinguons deux cas :

- $SMR > 1$: Les décès ajustés sont sous-estimés.
- $SMR < 1$: Les décès ajustés sont sur-estimés, c'est-à-dire, la mortalité plus élevée dans la zone étudiée par rapport à la population de référence.

Nous privilégions le modèle ayant le SMR le plus proche de 1.

3.5.4. Mean absolute percentage error MAPE:

Il s'agit d'une mesure de l'exactitude de l'ajustement par rapport aux observations. Cet indicateur correspond à la moyenne des écarts en valeur absolue par rapport aux valeurs observées.

$$MAPE = \frac{\sum_x \left| \frac{D_x^{brut}}{n_x} - q_x^{ajuste} \right|}{\sum_x \frac{D_x^{brut}}{n_x}} \times 100$$

C'est donc un pourcentage et par conséquent un indicateur pratique de comparaison. Néanmoins, en présence d'observations nulles il y aura une division par zéro et ces observations doivent être retirées.

Nous privilégierons le modèle avec la valeur de de MAPE la plus faible.

3.5.5. Le coefficient de détermination R² :

D'une valeur comprise entre 0 et 1, le coefficient de détermination mesure l'adéquation entre le modèle et les données observées. Le R² se définit comme la part de variance expliquée par rapport à la variance totale,

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_x (q_x^{brut} - q_x^{ajuste})^2}{\sum_x (q_x^{brut} - (\sum_x \frac{q_x^{brut}}{n}))^2} \right)$$

Où n est le nombre d'individus observés

Remarque :

Le coefficient de détermination R² est compris dans l'intervalle $[-1,1]$. Il s'interprète de la manière suivante :

- $R^2 = 0$ signifie une association nulle entre nos données et le modèle
- $R^2 < 0$ signifie une association négative entre nos données et le modèle
- $R^2 > 0$ signifie une association positive entre nos données et le modèle.

Nous privilégierons le modèle avec la valeur de R^2 la plus élevée.

Section 4 : Impact de la construction de la table d'expérience sur la tarification et rentabilité

Les compagnies d'assurance utilisent généralement la table de mortalité réglementaire comme base pour la tarification et le provisionnement des contrats d'assurance qui reflètent les garanties décès et/ou survie. Cependant, dans un environnement de plus en plus concurrentiel, surtout après que le marché de la bancassurance offre généralement des primes plus avantageuses, une révision des bases techniques s'impose. Ceci est affirmé par Julien Chartier (2012) stipulant que « *Utiliser la table réglementaire la plus prudente est peu compétitif* ». Les compagnies d'assurance ont la possibilité de faire recours à des tables d'expérience, l'utilisation d'un tel formulaire vise à améliorer la position de ces entreprises sur le marché.

Dans ce cadre, plusieurs essais d'intégration de l'expérience des portefeuilles dans la détermination des tarifs et l'estimation des provisions mathématiques ont été faits. Dans ces essais, il y avait souvent des comparaisons entre les résultats obtenus à l'aide de table d'expérience avec ceux obtenus en utilisant les tables réglementaires.

Cette section sera consacrée pour la présentation des principaux résultats d'études analysant l'impact de l'utilisation de tables d'expérience sur le niveau de tarification et de rentabilité des compagnies d'assurance.

1. Impact sur tarification

La tarification est parmi les aspects les plus sensibles de manière à affecter la compétitivité des compagnies, pour cette raison les assureurs devraient évaluer le montant de la prime pure adéquat que le souscripteur doit payer en échanger avec les garanties fournies.

La tarification, en assurance vie, s'établit sur trois bases techniques à savoir taux d'intérêt technique, les chargements et la table de mortalité. Cette dernière permet à la compagnie d'assurance d'effectuer une tarification plus juste du risque viager. Ainsi, avec la prise en compte de son expérience, l'entreprise d'assurance bénéficie d'une part de marché plus importante tout en proposant des tarifs plus concurrentiels. Les résultats d'un nombre important des études prouvent ceci.

Dans son étude, DENUIT, M. (1999) a voulu évaluer les conséquences tarifaires de l'utilisation de tables de mortalité d'expérience d'une compagnie d'assurance belge.

Il a constaté que « *l'utilisation de tables d'expérience pourrait mener à des diminutions substantielles de tarif* ». Pour les hommes, la prime basée sur la table d'expérience représente entre 50% et 60 % de celle obtenue grâce à la table réglementaire, tandis que pour les femmes, il y aurait une diminution de quelque 10% à 15 %. Il a affirmé que la modification des tarifs selon les tables d'expérience est non seulement en faveur de l'assuré et mais aussi elle permet aux compagnies belges de faire face plus efficacement à la concurrence étrangère.

ZHANG, X. (2011) et ZUO, Q.(2017) : affirment aussi que l'utilisation d'une table d'expérience permettrait de baisser sensiblement les tarifs proposés. Quant à ZUO, Q. (2017), il a trouvé que la tarification pourrait être réduite de 24.01% si les tables d'expérience étaient appliquées à la place de la table réglementaire. Il est de même pour ZHANG, X. (2011), qui a observé une différence de 9,44% par rapport aux tarifs proposés par TF 00 -02 et de 29,48% par rapport à celui de TH 00 – 02. Selon lui : « *Il est donc intéressant pour l'assureur (MGEN) d'utiliser la table d'expérience en cas de tarification pour les raisons suivantes :*

- *Le tarif calculé avec la table d'expérience ne sous-estime pas ni ne surestime le risque en cas de décès. En conséquence, il n'y aura ni sous tarification, ni sur tarification.*
- *Le tarif calcule avec la table d'expérience est moins élevé que ceux des tables TH/F 00-02. La MGEN dispose donc de la possibilité d'abaisser le tarif afin de le rendre plus compétitif. »*

Concernant les études menées sur les compagnies d'assurance tunisiennes, les résultats vont dans le même sens que les études faites dans le contexte belge ou français.

Dans l'étude de KTATA, R. (2018), en analysant le portefeuille de GAT assurances, il a signalé que les tarifs obtenus en se basant sur la table d'expérience construite se situent majoritairement entre 25% et 35% du tarif obtenu avec la table réglementaire. Il est de même pour le portefeuille de STAR assurance analysé par MGHIRBI, GH. (2017). Elle a remarqué un écart important, de 61,58%, entre les primes calculées à l'aide de la table officielle TD99 et les primes calculées à l'aide de la table d'expérience.

D'après Skalli, L. (2012) : Il devient urgent pour les assureurs marocains impliqués dans la branche-vie de construire leur propre table d'expérience pour éviter pour les produits d'assurance en cas de décès une sur-tarification qui conforterait la faiblesse du marché, déjà pénalisé par le niveau de vie et la culture arabo-musulmane du pays. Selon elle, un changement de réglementation sera alors nécessaire.

2. Impact sur la rentabilité

Dans sa recherche, étudiant l'impact de la construction de la table de mortalité sur la tarification et la rentabilité, l'actuaire KTATA (2018) a conclu que les assureurs pourraient proposer des baisses tarifaires en adéquation avec la réalité de leurs risques, cependant la mise en place des tables se traduirait par une baisse de la rentabilité pour les assureurs. En effet il a démontré que pour préserver un niveau de S/P qui correspond à la situation de portefeuille, il faudrait multiplier le chiffre d'affaires réalisé avec la table d'expérience par environ 10 pour réaliser la même rentabilité que celle réalisée avec la table TD99.

Conclusion chapitre 1

Dans ce chapitre, nous avons mis l'accent sur la notion de l'assurance vie ainsi que les récentes évolutions de ce secteur en Tunisie. Par ailleurs, nous avons présenté la définition de la table de mortalité qui est parmi les bases techniques de tous les produits d'assurance vie afin de déterminer le montant des tarifs et des provisions.

Nous avons exposé aussi dans ce chapitre la méthodologie à suivre pour construire la table. Pour estimer les taux bruts de la mortalité q_x , nous appliquerons la méthode de Kaplan Meier et la méthode de Høem. Par la suite nous utiliserons des modèles paramétriques de lissage avec notamment le modèle de Makeham qui repose sur le rapprochement des taux bruts aux taux ajustés selon une loi définie à priori et dont les paramètres sont inconnus et le modèle de Brass qui permet l'ajustement des taux de mortalité bruts en s'appuyant sur une table de mortalité de référence.

Afin d'évaluer la pertinence de chaque modèle nous nous servirons de différents critères de validation à savoir le SMR, χ^2 , R^2 et MAPE. Ces derniers permettent d'avoir une idée globale sur l'ajustement et de mesurer l'écart entre l'ajustement et les observations.

Après avoir exposé le cadre théorique de notre étude, nous essaierons dans le chapitre suivant d'appliquer ces techniques décrites de façon théorique, dans le cadre des contrats temporaires décès, afin d'obtenir une table de mortalité d'expérience pour la compagnie d'assurance Hayett et de mettre en exergue, dans la suite, l'écart important entre la table réglementaire et la table d'expérience.

Chapitre 2 :

*Construction d'une table de mortalité d'expérience :
Application au contrat temporaire décès d'assurances
Hayett*

Introduction

Les compagnies d'assurance sont incitées à construire leurs propres tables d'expérience lorsqu'elles constatent une différence de mortalité entre la table réglementaire et leur expérience. Dans ce chapitre, l'intérêt principal est d'élaborer la table de mortalité reflétant l'expérience de la compagnie d'assurance Hayett pour constater par la suite l'impact de l'utilisation d'une telle table sur la tarification des produits en cas de décès d'une, part et sur la rentabilité de la compagnie d'autre part.

Nous allons dans un premier temps présenter les principaux chiffres clés de la compagnie d'assurance Hayett et la description de l'échantillon en question et en deuxième temps présenter les étapes poursuivies afin d'élaborer notre table d'expérience pour le risque de décès. Pour finir, nous allons étudier l'impact d'une telle table sur la tarification et la rentabilité de la compagnie.

Section 1 : Présentation du cadre de travail

1. Présentation de la compagnie d'assurances HAYETT

Hayett est la filiale de la Comar opérant dans le domaine d'assurance vie et capitalisation. Elle est créée en 1987, depuis sa création elle a développé une large gamme de produits, des produits d'épargne, des produits de prévoyance et des produits mixtes pour répondre aux différents besoins de ses clients.

1.1.Hayett en chiffres

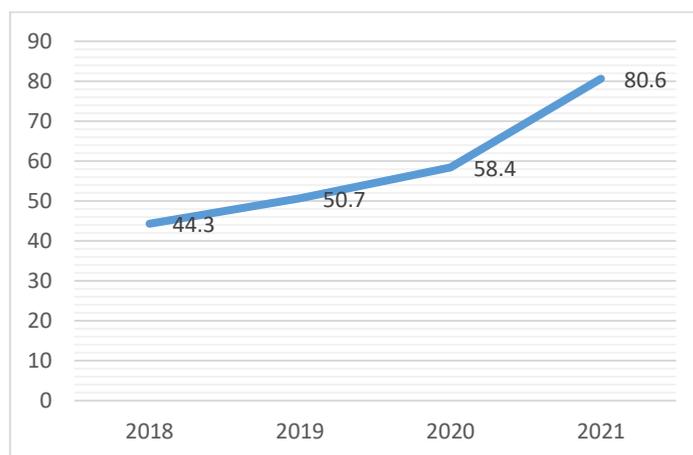
- 1987 : La date de création de Hayett ;
- 2016 : Augmentation du capital social de 6 M.D à 15 M.D ;
- 2017 : Lancement du produit Adhmen ;
- 2017 : 30^{ème} anniversaire des assurances Hayett ;
- 2019 : Lancement du nouveau produit Hayett Multisupport ;
- 58,427MD : Le chiffre d'affaires pour l'exercice 2020 ;
- 294,844 MD : Provisions techniques au 31/12/2020 ;
- 6% : Taux de participation de nos assurés aux bénéfices de l'année 2020 ;
- 38,260 MD : Fonds propres au 31/12/2020 ;
- 170,82% : Taux de couverture de la marge de solvabilité minimale de l'année 2020.

Depuis plus de 35 ans, Hayett protège ses clients, particuliers et entreprise, ainsi que leurs familles contre les aléas de la vie et les accompagne pour préparer sereinement leur avenir. C'est grâce à une parfaite connaissance des besoins de ses clients, à un savoir-faire reconnu ans la gestion financière à long terme et à une maîtrise des évolutions des dispositions fiscales spécifiques à l'assurance vie que Hayett propose des solutions adaptées à ses clients.

1.2.La situation et les résultats de la société

❖ Le chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires s'est élevé au 31/12/2021 à 80,6 MD contre 58,427 MD fin 2020 enregistrant ainsi une augmentation de 38,0% (contre une augmentation de 15,2% entre 2019 et 2020).

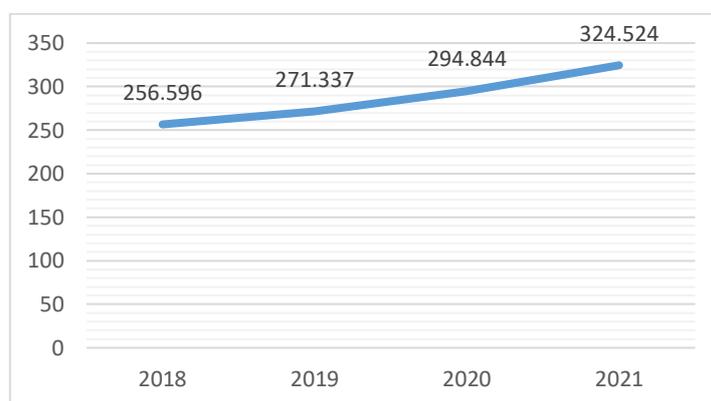
Figure 6: Evolution du chiffre d'affaires de la compagnie en (M.D)

Source : les rapports du CGA

Ce niveau de croissance, supérieur à celui du marché, nous a permis de gagner en part de marché et d'améliorer la rentabilité globale de nos produits suite à l'augmentation significative de la part des produits de prévoyance dans le chiffre d'affaires de la compagnie.

❖ Les provisions techniques

Les provisions techniques se sont élevées au 31/12/2021 à 324,524 MD enregistrant une croissance de 10%.

Figure 7: Evolution des provisions techniques (en M.D)

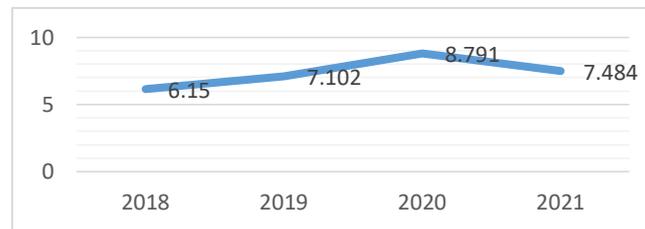
Source : les rapports annuels du CGA

Les provisions mathématiques se sont élevées à 300,959 MD, ce qui représente 92.73% du total des provisions techniques.

❖ Le résultat technique

Le résultat technique au 31/12/2021, est de l'ordre de 7,484 MD contre 8,791 MD au 31/12/2020. Soit une baisse de 14,86%.

Figure 8: Evolution du résultat technique (en M.D)



Source : les rapports annuels du CGA

Cette baisse est provoquée, d'une part, par la baisse des rendements nets des placements qui ont passé de 14,345 md en 2021 contre 22,489 md en 2020 soit une diminution de 36,21%, et d'autre part, par la hausse des indemnités payées après l'augmentation du nombre de décès en 2021.

2. Cadre juridique

L'assurance emprunteur n'est pas une assurance obligatoire. En effet, aucun texte de loi ne stipule clairement qu'un emprunteur doit être couvert par une assurance. Cependant en général, les établissements prêteurs considèrent l'assurance comme une condition obligatoire d'accès à un crédit. Ainsi, toute souscription de crédit devra être étroitement liée à la souscription d'une assurance couvrant les risques de Décès.

3. Contexte économique

La construction de loi d'expérience au sein d'une compagnie est un pilier indispensable pour une gestion prudente et la bonne gouvernance, en effet ceci se manifeste par le biais des applications suivantes :

- L'application de la norme prudentielle solvabilité 2 (idem pour la réforme réglementaire tunisienne SBR).
- Le calcul des provisions techniques notamment le Best Estimate.
- Les études de rentabilité interne et l'impact d'un choc de mortalité/ longévité.

Section 2 : Analyse descriptive

Pour avoir des résultats rigoureux et représentatifs de la mortalité population assuré, il faut disposer de données qui soient fiables, exhaustives et exploitables. Il s'agit en particulier de procéder à une analyse descriptive de l'échantillon étudiée, de vérifier son homogénéité ou de prendre en compte certaines variables explicatives de la mortalité qui permettront par la suite d'effectuer une classification (typiquement, différencier les hommes et les femmes). Plus cette phase de nettoyage sera bien respectée, plus les résultats seront précis et de bonne qualité.

La base de données comporte des enregistrements sur des fichiers Excel contenant les caractéristiques de production d'une part, et de sinistre d'autre part pour des contrats temporaire décès en couverture de prêt « Hilal » et « présalaire ».

Les contrats temporaires décès permettent de verser au bénéficiaire désigné, le capital assuré, en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat. Le capital dû au bénéficiaire est égal au capital assuré à la date du décès conformément à ce qui est prévu par le contrat. Pour ce type de garantie, les primes d'assurances que l'assuré a payés sont acquises à la compagnie si l'assuré est en vie au terme du contrat.

1. Evolution des souscriptions

Figure 9: Nombre d'enregistrements en fonction de l'année de souscription

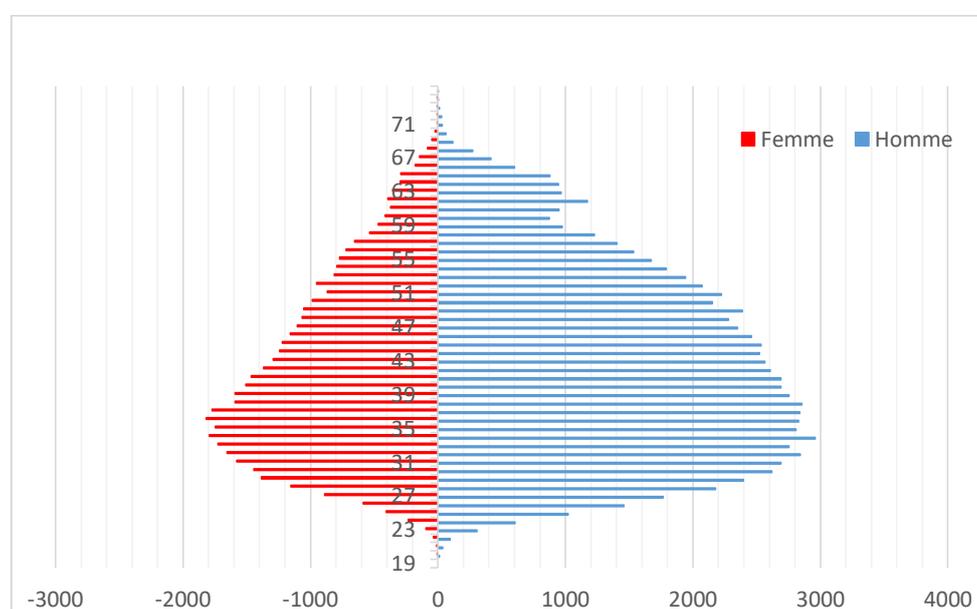


Source : Calcul de l'auteur pour le nombre d'enregistrement & site officiel de la BCT pour le TMM

Le nombre des nouvelles affaires pour le produits temporaire décès a connu une décroissance continue entre 2015 et 2019 ceci trouve ses explications dans la stratégie suivie par la BCT consistant à réduire l'octroi des emprunts afin de baisser le taux d'inflation. Cette diminution se poursuit en 2020, malgré que la décision de la BCT de baisser le TMM de 100 points de base, cette régression est expliquée par les mesures sanitaires prises par l'Etat pour contrôler la propagation de coronavirus (confinement imposé) et les effets néfastes de la covid en terme de chômage et la baisse de revenus, ce qui a provoqué une hésitation à souscrire de nouveaux crédits avant de se retrouver dans une bonne situation financière. En 2021, les nouvelles affaires ont augmenté suite au levé de confinement et l'allègement des protocoles sanitaires.

2. Age de souscription

Figure 10: Nombre d'enregistrements par âge à la souscription



Source : élaboré par l'auteur

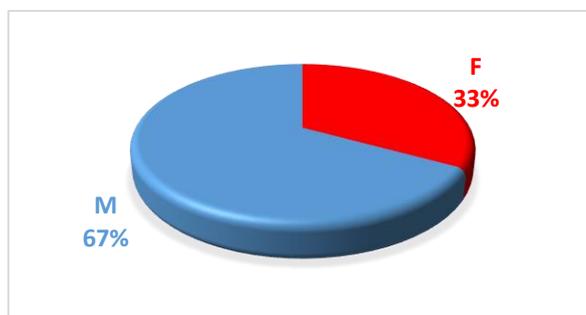
Nous remarquons qu'il y a 70.25 % des assurés ont souscrit leurs contrats à un âge compris entre 28 et 50 ans. La concentration des souscriptions sur la plage d'âge entre 28 et 50 ans peut s'expliquer par le fait que les individus concernés représentent la tranche d'âge la plus active et capables à investir et de construire leurs vies.

Les jeunes âgés de moins de 30 ans constituent un pourcentage de 13.64% des souscripteurs ce qui reflète les difficultés que rencontrent les jeunes en matière d'investissement et les difficultés à créer les nouveaux projets ce qui accentue le taux de chômage. Les personnes âgées entre 33 et 36 ans représentent la tranche l'âge ou il y a les pics des souscriptions. Au-delà de 57 ans, le nombre de contrats devient négligeable. Ceci peut être interprété, d'une part, par la sélection médicale appliquée à cette tranche d'âge excluant des personnes avec des risques aggravés et d'autre part, par le fait que l'âge limite de souscription des contrats temporaire décès pour la couverture des prêts.

L'âge moyen à la souscription est de 43,7 ans avec un âge maximum de 75 ans et âge minimum de 18 ans.

3. Répartition par sexe

Figure 11: Répartition des souscripteurs selon le sexe



Source : élaboré par l'auteur

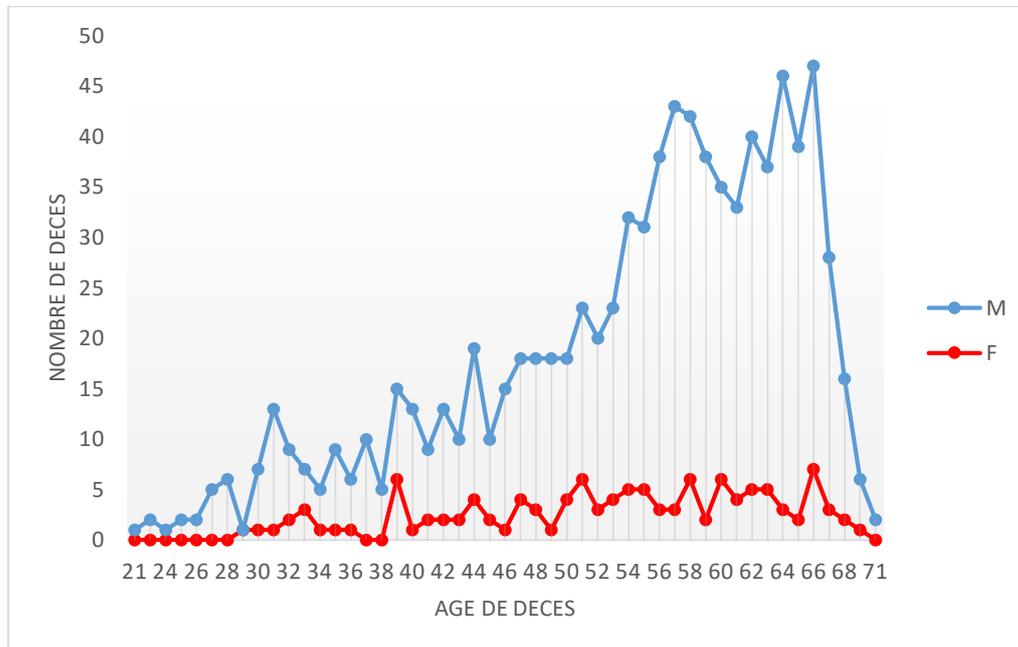
Les hommes se trouvent majoritaires dans l'ensemble du portefeuille à hauteur de 67% des hommes contre 33% des femmes. Plusieurs éléments permettent d'expliquer cette situation :

- Les femmes actives sur le marché de l'emploi sont beaucoup moins nombreuses que les hommes, ce qui a une incidence sur l'accès au crédit et à l'assurance emprunteur. Selon les chiffres publiés par l'INS les femmes actives sur le marché de l'emploi ne constituent que 28.7% (annexe 3) de la masse totale des employés. Ceci impacte directement la capacité d'emprunt des femmes face aux hommes ;
- Les femmes sont moins nombreuses à bénéficier du statut de cadre, ceci se traduit de manière directe sur le niveau du salaire, qui impacte lui-même la capacité de s'endetter ;

- Les hommes ont le plus gros salaire dans le couple dans la plupart des cas donc ils se chargent des crédits.

4. Répartition des décès par âge et par sexe

Figure 12: Répartition décès par âge et par sexe



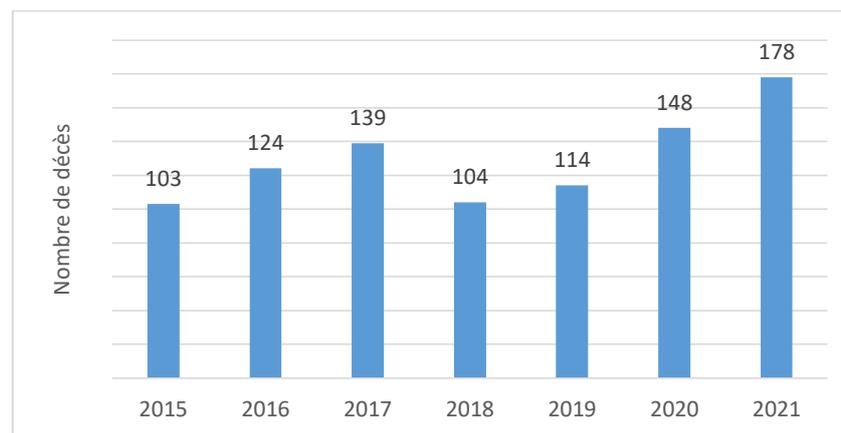
Source : élaboré par l'auteur

Plusieurs facteurs explicatifs sont importants pour étudier la mortalité de la population. L'un des plus déterminants est la répartition par sexe de la population étudiée. En effet, la mortalité de la population féminine est globalement inférieure à la mortalité de la population masculine. Ceci est expliqué par la dominance de la proportion des hommes dans notre base qui est égale à 67 % de la population globale. Pour le pourcentage des individus sinistrés par sexe, on constate que les femmes sont moins sinistrées que les hommes 0.27% du total des femmes ont décédée contre 0.85% pour les hommes (annexe 4). Ceci trouve une explication par le fait que les femmes ont une espérance de vie plus longue que les hommes. En effet, il est estimé par l'INS que l'espérance de vie à la naissance des hommes est de 74.88 ans, bien inférieure à celle des femmes s'élevant à 78.9 ans. Aussi, elles ont un profil moins « risqué » (moins victimes de cancers, moins de fumeuses, moins d'accidentées de la route, etc.).

Nous remarquons que les décès sont principalement concentrés aux âges élevés, les deux courbes sont croissantes avec des pics observés pour différents âges. Le plus grand pic est observé pour les hommes de 64 ans avec 43 individus décédés. Pour les femmes, le pic se caractérise par 7 décès à l'âge de 66 ans.

5. Répartition par année de décès

Figure 13: Répartition par année de décès

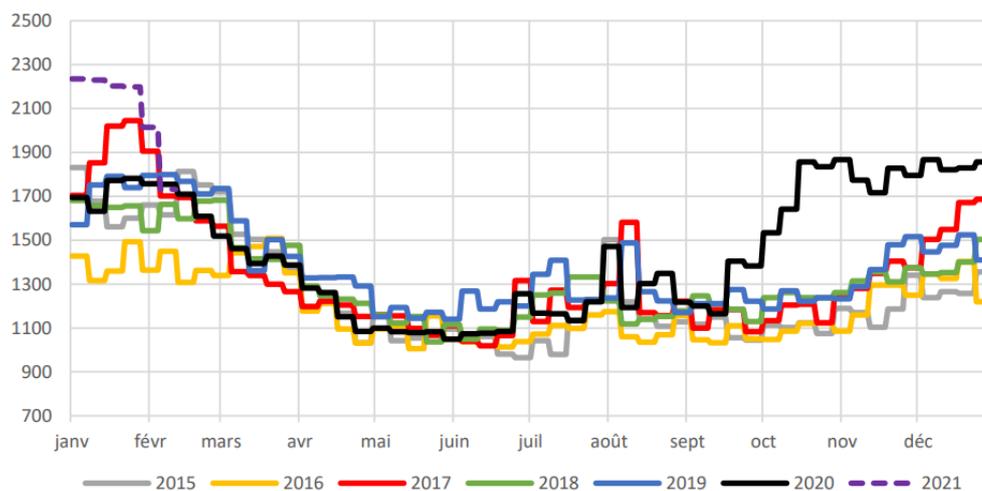


Source : élaboré par l'auteur

On commence par remarquer un pic de mortalité en 2017, ceci peut être associé au lien étroit entre climat et mortalité. Il est important de noter que, en Tunisie, les mois de janvier et de décembre de l'année 2017 sont les plus froids depuis près de deux décennies, et le froid favorise les complications des maladies circulatoires (maladies cardio-vasculaires, cérébrovasculaires...) ainsi que la transmission et le développement des maladies respiratoires (grippes, pneumonies...).

Le nombre de sinistralité a augmenté de manière significative aux années 2020 et 2021, cette hausse ne se limite pas au portefeuille de Hayett, mais elle s'étend sur toute la population tunisienne.

Figure 14: Evolution du nombre de décès hebdomadaires



Source : INS « Dynamique récente de la mortalité en Tunisie »

Cette courbe illustre que la trajectoire infra-annuelle de la mortalité en 2020 est atypique par rapport aux années précédentes : si le nombre de décès est resté très proche de la moyenne durant les trois quarts de l'année, une franche augmentation a été enregistrée à partir de la mi-septembre, niveau qui sera quasiment maintenu jusqu'à la fin de l'année 2020 voir le début de l'année 2021. Cette hausse exceptionnelle du nombre de morts est liée à l'accélération de la propagation de l'épidémie durant ces périodes.

6. Exposition au risque

L'exposition au risque à l'âge x , notée n_x , mesure le temps durant lequel les individus sont exposés au risque (de décès). Il s'agit de la durée totale vécue par ces individus durant la période d'observation. Elle est définie par :

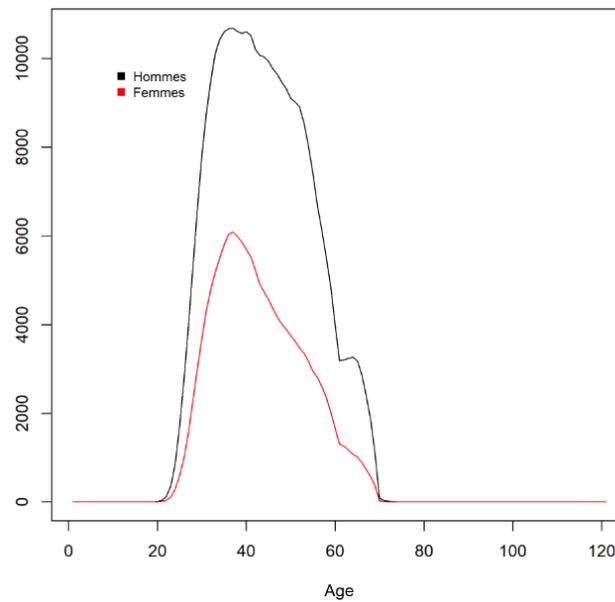
$$n_x = \int_{t=0}^1 L_{x+t} dt;$$

Et

$$E[n_x] = \int_{t=0}^1 l_{x+t} dt.$$

L'analyse de l'exposition repose sur une ventilation par âge du nombre d'individus soumis au risque de décès sur la période 2015-2021 afin de mettre en évidence les plages d'âge les plus représentées.

Le graphique ci-dessous décrit la structure de la population en termes d'exposition en tenant compte de la distinction par sexe.

Figure 15: Exposition de la population selon le sexe

Source : élaboré par l'auteur

Nous remarquons que les femmes et les hommes entrent dans le risque à partir de l'âge de 20 ans. La courbe de la population féminine représente un seul pic à l'âge de 36 ans avec un effectif de l'ordre de 6094. A partir de 58 ans, le nombre d'individus diminue progressivement. Parfaitement comme la population féminine, la population masculine présente un pic d'exposition à l'âge de 36 ans avec 10688 individus.

De plus, nous notons que 69.6% des individus exposés au risque décès sont âgés de 30 à 50 ans. Cela peut s'interpréter par le fait que le portefeuille est constitué essentiellement par cette tranche d'âge.

Section 3 : Construction de table de mortalité d'expérience pour le risque de décès

Dans cette section et en se basant sur les recommandations de la commission d'agrément des actuaires habilités à certifier les tables de mortalité, nous essayerons de construire une table de mortalité d'expérience pour la compagnie d'assurance Hayett. Pour cela, comme nous avons déjà cité dans le précédent chapitre, la démarche de la construction nécessite plusieurs étapes notamment :

- Le traitement et la validation des données avec la justification du contexte d'analyse ;
- Estimation des taux annuels bruts de décès ;
- Lissage des taux annuels bruts de décès ;
- Validation de la table construite.

1. Traitement de la base des données

Principalement deux hypothèses exhaustives nécessaires dans la construction de la table de mortalité :

- L'indépendance des données individuelles
- Le caractère d'homogénéité des données

Dans le cadre de ce mémoire, pour assurer le critère d'homogénéité, les données doivent être issues de contrats portant sur le même risque et gérés de manière similaire.

1.1. Périodes d'observation

Pour commencer l'étude, la première question qui se pose est le choix de la période d'observation qui sera retenue.

La période d'observation est définie comme étant la période retenue sur laquelle les données nécessaires à l'étude sont extraites, seules les personnes assurées et les décès survenus sur cette période interviendront dans l'étude de mortalité.

- Elle doit comporter plusieurs années afin de tenir compte de fluctuation conjecturale de la mortalité et d'avoir une volumétrie de données conséquente pour la qualité de l'estimation. Cependant, une période trop longue entraîne un biais du fait de l'écart entre les générations

prises en compte dans l'étude. En effet, la mortalité d'un assuré âgé de 40 ans en 2006 est différente de celle d'un assuré âgé de 40 en 2016.

- Afin de mieux se rapprocher de l'expérience de la mortalité actuelle du portefeuille, les années d'observations doivent être les plus récentes possibles.

Dans notre étude nous avons retenu les années d'expérience les plus récentes s'étalant du 1 Janvier 2015 au 31 Décembre 2021, ce qui fait au total sept ans d'expériences.

1.2. Construction de la base de données

Le portefeuille contient les variables suivantes qui caractérisent chaque assuré :

- Le numéro de police ;
- Le numéro de l'assuré ;
- La date de naissance de l'assuré ;
- La date de début du contrat ;
- La date de sortie correspond à la date de sortie du risque ;
- La date de survenance de sinistre ;
- Le sexe du prestataire ;
- L'état (décès ou non) ;
- La date de survenance ;
- La date de déclaration en cas de décès.
- Dans le cas des assurances groupe : le numéro d'adhérent.

Ces données permettent ainsi d'identifier avec certitude chaque contrat et chaque assuré unique.

Dans ce qui suit, nous décrivons brièvement la procédure de retraitement :

- Nous avons supprimé des enregistrements présentant les anomalies et les erreurs de saisie suivantes :
 - la date d'effet du contrat est antérieure à la date de naissance,
 - la date d'effet est antérieure à la date de fin du contrat,
 - la date de naissance est antérieure à la date de fin du contrat.

- Nous avons retenu les contrats dont la date d'effet est inférieure ou égale à la date de fin d'observation. Aussi, la date d'expiration comme la date d'état devraient être supérieure à la date de début d'observation.
- Pour les assurés détenant plusieurs contrats, nous avons gardé un seul enregistrement pour chacun en minimisant sa date d'entrée dans la base et en maximisant sa date de sortie.

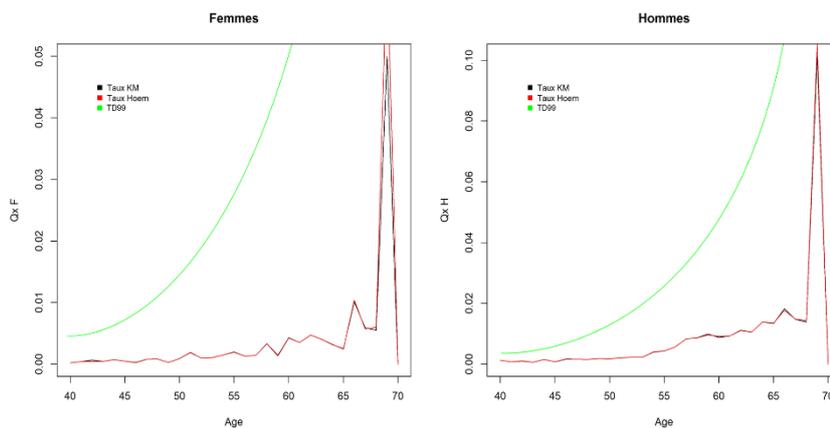
Finalement, la base nettoyée contient 143368 enregistrements.

2. Estimation des taux bruts de décès

Estimation des taux bruts Dans cette section, nous allons présenter les résultats des taux de mortalité bruts estimés par la méthode de Kaplan Meier et la méthode de Høem définies dans la première partie ainsi qu'une comparaison de ces résultats aux taux de mortalité issus de la table de mortalité officielle TD99.

Grâce au package survival du logiciel R, nous allons à présent appliquer les méthodes de Kaplan-Meier et de Høem à notre portefeuille. En traçant les \hat{q}_x bruts obtenus par ces deux méthodes, nous avons le résultat suivant :

Figure 16: Comparaison Taux bruts Kaplan-Meier et Høem par sexe



Source : Output de RStudio

La première constatation à faire au vu de ce graphique est le fait que la mortalité nationale est largement supérieure à la mortalité observée.

On remarque sur la population féminine des taux bruts de mortalité très faibles durant les âges "jeunes". La mortalité croît néanmoins avec l'âge avec très peu de fluctuations jusqu'à 62

ans. A partir de 63 ans, on observe une fluctuation plus importante due au manque et à la qualité des données. Chez les hommes, on observe déjà une légère fluctuation pour les "moins de 55 ans". Ensuite, on observe une fluctuation sévère au-delà 67 ans.

La différence entre la courbe de Kaplan-Meier et celle de Hœm est quasiment nulle, ce qui est attendu car on modélise la même mortalité sous-jacente. Toutefois, l'estimateur de Hœm nous donne des taux de mortalité légèrement supérieurs aux âges plus élevés (au-delà de 60 ans). Nous décidons donc de retenir l'estimateur de Hœm, par mesure de prudence.

3. Lissage des taux annuels de décès

Nous avons vu que les taux bruts obtenus présentent une certaine irrégularité due à l'imperfection des conditions de l'étude. Il est donc nécessaire de lisser ces taux dans le but d'obtenir une courbe de mortalité qui progresse graduellement avec l'âge.

De manière formelle, la procédure initiale a conduit à une valeur \hat{q}_x pour estimer q_x . Cette estimation a donc fait apparaître une erreur $e_x = \hat{q}_x - q_x$. L'objectif du lissage est de diminuer cette erreur, tout en construisant une courbe des taux de sortie en fonction de x plus lisse que la courbe des taux bruts.

3.1. Le modèle de Makeham

Les paramètres du modèle de Makeham sont estimés via l'ajustement des taux bruts par la fonction `fitGM()` disponible sous le logiciel RStudio.

La fonction utilisée pour le lissage des taux bruts est définie par :

$$\log(p_x) = -A - B \exp^{\alpha x}$$

Le tableau suivant regroupe les valeurs des paramètres du modèle obtenues lors de l'ajustement des taux bruts.

Tableau 4: Les paramètres estimés par Makeham

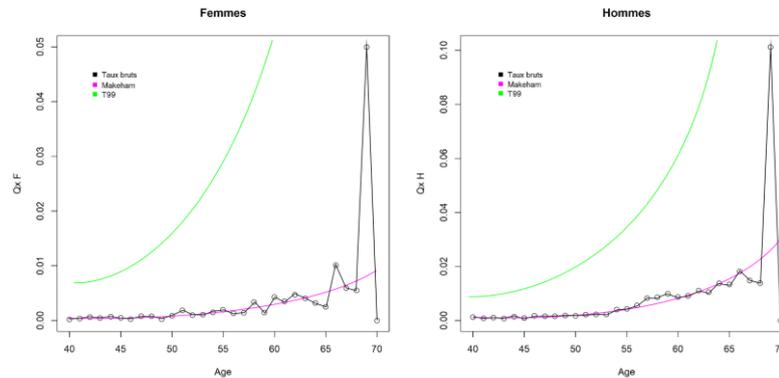
Paramètres	Valeur
\hat{A}	1,0596
$\hat{\beta}$	$3,4516 e^{-14}$
$\hat{\alpha}$	$2,81963 e^{-5}$

Source : Estimés par RStudio

Interprétation des résultats

Tout d'abord, nous remarquons que la mortalité de référence est supérieure à la mortalité lissée. Les écarts s'accroissent pour les âges élevés (ceci traduit la rigueur de la sélection médicale opérée par l'assureur).

Figure 17: Lissage des taux bruts par la méthode de Makeham



Source : auteur

Pour la méthode de Makeham, nous remarquons que la courbe lissée a permis d'effacer le caractère erratique de la mortalité observée dû aux fluctuations d'échantillonnage. La courbe paraît régulière et assez fidèle aux données brutes jusqu'à l'âge de 67 ans. Au-delà de cet âge, elle ne tient pas compte de la baisse de la mortalité aux âges élevés. Une sur-estimation de la mortalité pour les âges élevés peut être acceptable pour les contrats temporaires décès, c'est pourquoi la méthode de Makeham semble alors convenir aux lissages désirés.

3.2. Modèle de Brass

Rappelons que les taux de Brass s'écrivent selon la formule suivante :

$$\text{Log} \left(\frac{q_x^{\text{brut}}}{1 - q_x^{\text{brut}}} \right) = a \times \text{log} \left(\frac{q_x^{\text{ref}}}{1 - q_x^{\text{ref}}} \right) + b + \epsilon_x$$

Les paramètres estimés par la régression linéaire permettant d'avoir les taux lissés sont les suivants :

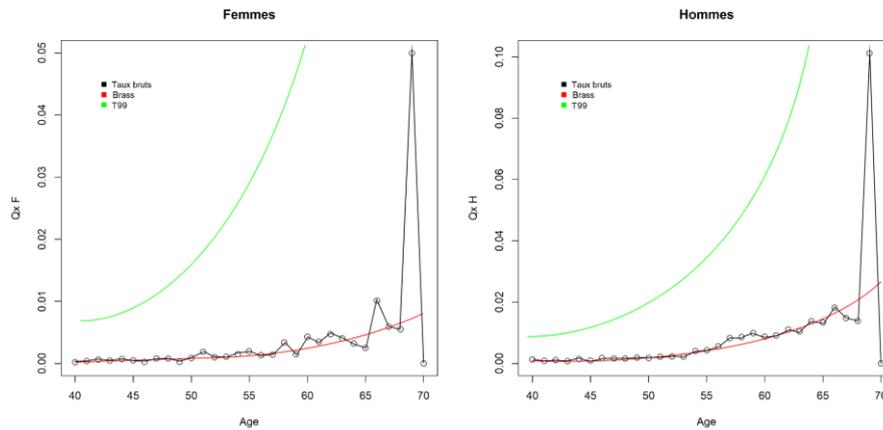
Tableau 5: Les paramètres estimés par Brass

Paramètres	Valeur
\hat{a}	0,7196
\hat{b}	-3,9137

Source : calculs de l'auteur

Interprétation des résultats

Figure 18: Lissage par le modèle de Brass



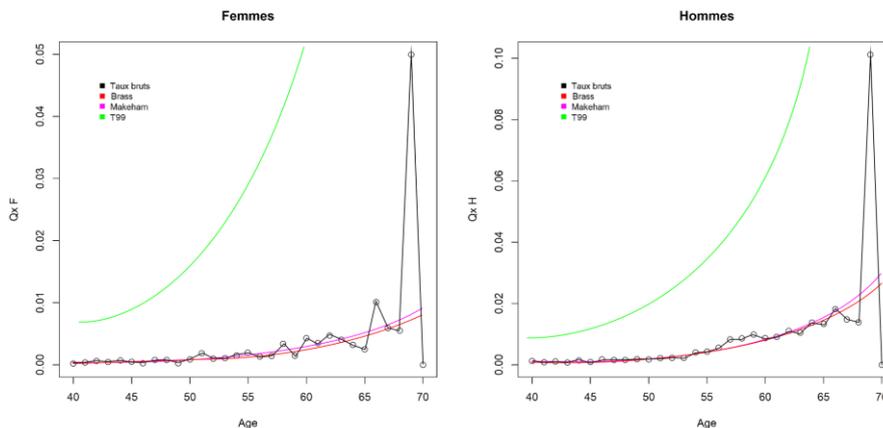
Source : Auteur

Le modèle de Brass étant paramétrique et relationnel, il est le moins sujet aux fluctuations d'échantillonnage.

Ce graphique nous a permis de faire les remarques suivantes :

- Les écarts entre la mortalité de référence et la mortalité d'expérience sont minimales aux âges jeunes cependant ces écarts restent significatifs aux grands âges (à partir de 50 ans),
- Le lissage a permis d'éliminer les incohérences et les irrégularités des taux de mortalité bruts et d'avoir des taux de mortalité proches des taux de mortalité bruts jusqu'à 65 ans pour les femmes et 68 ans pour les hommes.

Figure 19: comparaison des taux lissés



Source : Auteur

Cette figure présente une comparaison entre les taux de mortalité lissés, les taux de mortalité bruts et ceux issus de la table de mortalité nationale TD99.

Au vu du graphique, nous remarquons que la mortalité nationale est largement supérieure à la mortalité d'expérience notamment pour les âges avancés. En termes de jugement du meilleur modèle de lissage, il est difficile de se prononcer sur une possible supériorité d'un modèle par rapport à un autre. A cet effet, nous recourons aux indicateurs de la mesure de la qualité d'ajustement.

4. Validation de la table construite :

Après avoir lissés les taux de mortalité bruts, il est important de vérifier la qualité de l'ajustement par l'application des tests d'adéquation. Dans un premier temps, nous procédons à la vérification de la qualité de l'ajustement à travers le test de Kolmogorov-Smirnov qui est défini dans la partie précédente. Cette étape permet de valider ou non le lissage.

Tableau 6: Test de Kolmogorov-Smirnov

	Makeham	Brass
Statistique observée	0.1359	0.1379
Seuil critique	1,2239	1,2239

Source : Calculs de l'auteur

Il ressort de ce tableau que pour les deux modèles que la statistique observée n'a pas dépassé la limite de la distance seuil. Alors les deux modèles sont validés par le test de Kolmogorov-Smirnov. La question reste de savoir le modèle le plus pertinent.

Nous commençons par la comparaison des valeurs des SMR. Ce dernier est un critère permettant une vérification simple et assez pragmatique de la fidélité des tables construites à la mortalité observée. Le meilleur modèle sera celui ayant la valeur du SMR la plus proche de 1. Dans un second temps, nous allons comparer l'indicateur du χ^2 , R^2 et le MAPE.

Tout d'abord, il est important de rappeler les règles de décisions :

- **Pour le SMR** : Nous privilégions le modèle ayant le SMR le plus proche de 1.
- **Pour le test du khi-deux** : Nous privilégierons le modèle ayant la valeur du χ^2 la plus faible.
- **Pour le MAPE** : Nous privilégierons le modèle avec la valeur de de MAPE la plus faible.
- **Pour le R²** : Nous privilégierons le modèle avec la valeur de R² la plus élevée.

La méthode de lissage qui aura les meilleurs scores sur l'ensemble des tests sera retenue.

Le tableau ci-dessous représente les résultats relatifs aux tests de validation ainsi que ceux relatifs aux indicateurs de la qualité de l'ajustement :

Tableau 7: Test de validation et indicateurs de la qualité de l'ajustement

	Makeham	Brass	Score	
			Makeham	Brass
Kolmogorov-Smirnov	Accepté	Accepté		
SMR	1,329 = 1,33	1,359 = 1,36	1	0
R²	5,4 %	5,7 %	0	1
La distance de Khi-deux χ^2	110,803	137,11	1	0
MAPE	45, 02	48, 71% = 50%	1	0

Source : Calculs de l'auteur

Makeham présente le modèle le plus adéquat en termes de critères suivants : SMR, khi-deux χ^2 et MAPE. Le modèle de Brass est privilégié par le critère de R², alors ce modèle doit être écarté car il a eu moins de points.

⇒ Nous pouvons dire que le modèle de Makeham est le modèle le plus pertinent.

Les valeurs de l'estimation des taux annuels bruts de décès par la loi de Makeham sont données dans le tableau suivant (population masculine) :

Age	L_x ajusté	Q_x ajusté	P_x
20	97697.6503	0.00044874	0.99955126
21	97653.8099	0.00047515	0.99952485
22	97607.4092	0.00049322	0.99950678
23	97559.2673	0.00050710	0.99949290
24	97509.7952	0.00050796	0.99949204
25	97460.2642	0.00051320	0.99948680
26	97410.2472	0.00051409	0.99948591
27	97360.1701	0.00051497	0.99948503
28	97310.0326	0.00051145	0.99948855
29	97260.2629	0.00051674	0.99948326
30	97210.0047	0.00051763	0.99948237
31	97159.6857	0.00052739	0.99947261
32	97108.4442	0.00054169	0.99945831
33	97055.8418	0.00055610	0.99944390
34	97001.8689	0.00058420	0.99941580
35	96945.2001	0.00061265	0.99938735
36	96885.807	0.00065066	0.99934934
37	96822.7669	0.00069857	0.99930143
38	96755.1293	0.00075199	0.99924801
39	96682.3705	0.00082073	0.99917927
40	96603.0199	0.00089081	0.99910919
41	96516.9648	0.00098705	0.99901295
42	96421.6982	0.00108040	0.9989196
43	96317.5238	0.00120149	0.99879851
44	96201.799	0.00133081	0.99866919
45	96073.7727	0.00147939	0.99852061
46	95931.6426	0.00165371	0.99834629
47	95772.9997	0.00184409	0.99815591
48	95596.3853	0.00205708	0.99794292
49	95399.7357	0.00230563	0.99769437
50	95179.779	0.00258011	0.99741989
51	94934.2044	0.00289435	0.99710565
52	94659.4311	0.00323861	0.99676139
53	94352.8664	0.00363415	0.99636585
54	94009.9738	0.00407835	0.99592165
55	93626.5686	0.00457506	0.99542494
56	93198.2217	0.00512868	0.99487132
57	92720.2379	0.00575852	0.99424148
58	92186.3064	0.00646446	0.99353554
59	91590.3718	0.00726171	0.99273829
60	90925.2695	0.00814433	0.99185567
61	90184.744	0.00913817	0.99086183
62	89360.6202	0.01026503	0.98973497
63	88443.3312	0.01151583	0.98848417
64	87424.8333	0.01292562	0.98707438
65	86294.8133	0.01449861	0.98550139
66	85043.6583	0.01626989	0.98373011
67	83660.0074	0.01824100	0.981759
68	82133.9653	0.02045755	0.97954245
69	80453.7057	0.02294198	0.97705802
70	78607.938	0.02571023	0.97428977
71	76586.9102	0.02880745	0.97119255
72	74380.6366	0.03227706	0.96772294
73	71979.8486	0.03611474	0.96388526
74	69380.3149	0.04043591	0.95956409
75	66574.8587	0.04520450	0.9547955

Section 4 : Impact de la construction de la table sur la tarification et la rentabilité

Nous avons construit dans le chapitre précédant une table d'expérience de la compagnie. Il est donc intéressant de connaître l'impact de la table construite sur les tarifs et la rentabilité des assureurs.

Dans ce chapitre nous allons mesurer l'impact sur la tarification et la rentabilité de l'utilisation de la table construite.

Afin d'illustrer cet impact nous avons choisi de travailler sur le produit emprunteur en prime unique. En effet, le chiffre d'affaires de ce produit constitue environ 80% du chiffre d'affaires de l'assurance vie en Tunisie car il s'agit d'un produit dont la souscription est obligatoire en cas de contraction d'un prêt le temps où le tunisien ne montre pas un engouement particulier pour l'assurance vie pour des raisons liées principalement à la faiblesse de son pouvoir d'achat.

1. Définitions

1.1. Prime

▪ Prime unique pure

La prime unique pure présente le coût du risque. Elle est payée lors de la souscription du contrat et elle présente l'engagement de l'assureur envers son assuré qui est le versement d'un capital en cas de décès de ce dernier avant le terme du contrat.

Nous supposons que les décès surviennent en moyenne au milieu d'année. Dans ce cas, la prime unique pure s'écrit comme suit :

$$\pi = C. \sum_{k=0}^{k=n-1} v^{k+0.5} \times q_{x+k} \times {}_k p_x \times \left(1 - \frac{k}{n}\right)$$

Avec :

$$v = \frac{1}{1+i}$$

${}_k p_x$: La probabilité pour qu'un individu d'âge x soit vivant à l'âge $x + k$.

q_{x+k} : La probabilité pour qu'un individu d'âge $x+k$ décède avant d'atteindre $x + k + 1$.

- **Prime unique d'inventaire**

La prime unique d'inventaire est la prime unique pure majorée par les frais de gestion prélevés sur le capital assuré. Notée π' , elle est définie comme suit :

$$\pi' = \pi + g.C \cdot {}_n\ddot{a}_x$$

Avec, ${}_n\ddot{a}_x$ est la rente viagère immédiate et temporaire de n années à terme d'avance définie par :

$${}_n\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} v^k$$

- **Prime unique commerciale**

La prime unique commerciale est la prime payée par l'assuré lors de la souscription du contrat.

Elle présente la prime pure d'inventaire majorée par les chargements d'acquisition. Notée π'' , elle s'écrit comme suit :

$$\pi'' = \frac{\pi'}{1 - \theta}$$

1.2. Provisions Mathématiques

Par définition les provisions mathématiques constituent la différence entre d'une part la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et des charges de gestion liées aux contrats en cours, et d'autre part la valeur actuelle probable des engagements pris par le souscripteur. A la date de l'inventaire (le 31/12 de chaque année), notée k (où $1 \leq k \leq n$).

Les provisions mathématiques sont calculées selon la formule suivante :

$$PM(k) = VAP_{assureur}(k) - VAP_{assuré}(k)$$

Il est à noter que les provisions mathématiques sont calculées sur la base des primes d'inventaire (cf. Code des assurances Tunisien). En cas de primes uniques, l'engagement de

l'assuré prend fin lors de la souscription du contrat. L'assureur s'engage à verser le capital restant dû au bénéficiaire lors du décès de l'assuré avant le terme du contrat.

Dans le cadre de notre étude, nous nous plaçons au 01/01/2021 (Date de souscription du contrat). La provision mathématique estimée à cette date s'écrit sous la forme :

$$PM = \sum_{k=0}^{k=n-1} v^{k+0.5} \times q_{x+k} \times {}_k p_x \times \left(1 - \frac{k}{n}\right) \times C + g \times C \times |n \ddot{a}_x$$

Nous avons considéré le portefeuille et les bases techniques fictives décrites ci-dessous dans le calcul des provisions mathématiques.

2. Impact sur la tarification

2.1. Impact sur le portefeuille de Hayett

Afin de mesurer l'impact sur la tarification de la mise en place d'une nouvelle table d'expérience nous avons utilisé l'outil de tarification des contrats en garantie de prêt en prime unique. Cet outil permet de calculer un tarif pour tous les âges et toutes les durées.

Nous remarquons, en comparant les coûts du contrat temporaire décès calculés à partir de la table d'expérience et ceux calculés selon la table TD99 des divergences importantes. Les tarifs d'expérience constituent 33% en moyenne des tarifs calculés sur la base de TD99, soit un écart moyen de 67% pour les primes uniques d'inventaire. Ces résultats sont conformes à ceux trouvés par l'étude de KTATA, R. (2018), en analysant le portefeuille de GAT assurances, il a signalé que les tarifs obtenus en se basant sur la table d'expérience construite se situe majoritairement entre 25% et 35% du tarif obtenu avec la table réglementaire et l'étude de MGHIRBI, GH.(2017), en analysant le portefeuille temporaire décès de STAR assurance, elle a remarqué un écart important , de 61,58%, entre les primes calculées à l'aide de la table officielle TD99 et les primes calculées à l'aide de la table d'expérience. Ainsi, la prise en compte de la sinistralité des assurés, propres aux compagnies d'assurance, donnerait des tarifs plus compétitifs puisque l'utilisation d'une table réglementaire ne prend pas en considération la réalité des affaires de la compagnie.

2.2. Etude comparative

Dans ce paragraphe, nous allons mieux étudier les répercussions de la mortalité d'expérience sur la tarification. Les primes uniques d'inventaires du portefeuille défini ci-dessous seront calculées pour différents âges.

Nous considérons un portefeuille composé de douze assurés âgés respectivement de 20,25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65,70 et 75 ans et nous adopterons les bases techniques fictives suivantes :

- La table de mortalité nationale TD99.
- Des chargements de gestion $g = 0.01\%$ prélevés du capital initial assuré.
- La table d'expérience construite sur la base du modèle de Makeham.
- Durée de chaque contrat : 4 ans.
- Capital initial assuré pour chaque contrat : 100 000.
- Taux technique : 4%

Le tableau ci-dessous présente les montants des primes uniques calculés à l'aide de la table d'expérience et à l'aide de la table de mortalité officielle TD99 :

Tableau 8: comparaison des tarifs de la TD99 et tarifs d'expérience

Age	Tarif TD99	Tarif expérience	Ecart en pourcentage
20	146.58	50.70	65.41%
25	164.24	57.98	64.69%
30	165.44	58.480	64.65%
35	190.83	69.20	63.73%
40	262.01	100.60	61.60%
45	402.33	166.97	58.49%
50	643.14	290.89	54.77%
55	1040.47	514.77	50.52%
60	1683.38	913.10	45.75%
65	2709.81	1615.09	40.39%
70	4313.95	2831.45	34.36%
75	6738.98	4878.73	27.60%

Source : Calculs de l'auteur

Nous notons des différences non négligeables en comparant les résultats donnés par la table construite et la table officielle TD99 pour les montants des primes. En effet, si nous considérons le cas d'un assuré âgé de 55 ans et un taux technique égal à 4%, nous constatons un écart significatif, en effet la prime unique d'inventaire calculée avec la TD99 baisse de 1040.47 DT à 514.7 DT avec la nouvelle table d'expérience, soit un écart de 50,53%.

Il ressort de ce tableau que l'écart entre les montants des primes est sensible à la variation de l'âge. Effet, l'écart décroît avec l'âge, plus l'assuré est âgé plus la prime calculée sur la base de table d'expérience s'approche de celle calculée sur la base de celle calculée avec la TD99.

Pour conclure, l'utilisation d'une table d'expérience permettrait de baisser sensiblement les tarifs proposés. Néanmoins, nous allons dans la partie qui suit mesurer l'impact sur la rentabilité technique de compagnie en cas de mise en œuvre de ces tables.

3. Impact sur les provisions mathématiques

Il s'agit maintenant de connaître l'impact d'une déviation de la mortalité d'expérience sur les provisions mathématiques relatives à notre portefeuille. Le tableau ci-dessous illustre la différence entre les montants des provisions mathématiques calculés à l'aide de la table d'expérience et ceux calculés à l'aide de la table de mortalité officielle TD99 :

Tableau 9: comparaison des PM calculées à l'aide de la TD99 et la table d'expérience

	PM en DT (TD99)	PM en DT (EXP)	Pourcentage de sur-provisionnement
20	100.20	34.67	65.40%
25	112.28	39.64	64.69%
30	113.10	39.98	64.64%
35	130.45	47.32	63.72%
40	179.09	68.76	61.60%
45	275.00	114.13	58.49%
50	439.60	198.83	54.77%
55	711.18	351.86	50.52%
60	1150.61	624.12	45.75%
65	1852.19	1103.94	40.39%
70	2948.64	1935.33	34.36%
75	4606.18	3334.68	27.60%

Source : Calculs de l'auteur

Il apparaît que la table construite donne des provisions mathématiques plus faibles que la table officielle TD99. Nous constatons un écart qui est loin d'être négligeable, surtout pour la population jeune. Nous remarquons que le pourcentage de sur-provisionnement suit une

fonction décroissante en fonction de l'âge. Effet, plus l'assuré est âgé plus la provision mathématique calculée sur la base de table d'expérience s'approche de celle calculée sur la base de celle calculée avec la TD99.

4. Impact sur la rentabilité

Dans cette partie nous avons calculé le ratio S/P pour vérifier la rentabilité technique du portefeuille étudié, il consiste à calculer le rapport entre le montant des sinistres et celui des primes au titre d'un même contrat.

Le tableau ci-dessous permet de visualiser la différence entre le S/P d'expérience et le S/P observé.

Tableau 10: S/P d'expérience Vs S/P observé.

	S/P d'expérience	S/P observé
2015	70.09%	27.79%
2016	75.75%	31.23%
2017	75.48%	29.97%
2018	69.52%	27.03%
2019	51.90%	20.91%
2020	84.67%	34.36%
2021	47.67%	19.78%

Source : Calculs de l'auteur

Nous avons mesuré les S/P du portefeuille de Hayett, pour les contrats temporaire décès en couverture de prêt, sur la base des données historiques, nous avons noté que les S/P constatés sont inférieur à 35% sur toute la période de l'étude, ceci s'explique notamment par la qualité de la sélection médicale opérée au sein de la compagnie. Dans un second temps nous avons construit les S/P théoriques en se basant sur la table d'expérience.

L'hypothèse retenue étant que la sinistralité observée ne change pas si on modifie la table. En effet si la compagnie souscrit le même risque (même processus de sélection médicale) il est logique d'observer le même niveau de sinistralité cependant le niveau de S/P va augmenter automatiquement du fait de la baisse de la prime. Le tableau 10 prouve ce constat, en effet, si la compagnie utilise la table d'expérience dans le calcul des tarifs, le ratio de sinistralité se rapprocherait de 70% alors que ce ratio ne doit pas dépasser 75%.

Pour que la compagnie atteigne une rentabilité technique équivalente à celle du scénario ou on conserve la table TD99, il faudrait multiplier le chiffre d'affaires réalisé avec la table

d'expérience par environ 3 fois, Ceci n'est pas évident, même si la compagnie gagne de la compétitivité en baissant les tarifs, parce que les contrats emprunteurs restent toujours liés au volume des crédits octroyés lequel est fonction de l'état de l'économie.

La rentabilité financière de la compagnie devrait baisser conséquence de la baisse des provisions mathématiques. En effet, selon la norme NC27 : « *les produits des placements sont ventilés au prorata de la moyenne des montants des provisions techniques à l'ouverture et des montants des provisions techniques à la clôture.* ». Donc le niveau de placement constitue un pourcentage des provisions techniques. Avec la baisse des provisions mathématiques, qui constitue 90% du total des provisions techniques, le niveau des placements baisse et ainsi un déclin dans la rentabilité financière de la compagnie s'aperçoit.

En guise de conclusion, la compagnie d'assurance pourrait trouver un intérêt dans le maintien de l'utilisation des tables réglementaires compte tenue des bénéfices techniques importantes conséquence de la différence entre la mortalité effective et celle qui découle de la table et les produits financiers engrangés par un niveau de placement plus important.

Conclusion chapitre 2

L'objectif de ce projet était de mesurer l'impact de la construction d'une table de mortalité propre à l'assureur à la fois sur les tarifs proposés aux clients ainsi que sur la rentabilité des sociétés d'assurances.

Nous avons en premier lieu construit une table d'expérience propre à la compagnie. Pour se faire nous avons estimé le taux brut de décès par la méthode de Hœm et de Kaplan Meier. Par la suite nous avons lissé le taux de mortalité en utilisant différents modèles de lissage en vérifiant la qualité de l'ajustement par l'application des tests d'adéquation pour obtenir le meilleur modèle. Cette construction, a permis de mettre en exergue l'écart très important entre la mortalité de la table réglementaire et la mortalité d'expérience.

Nous avons par la suite étudié l'impact de l'utilisation de la table d'expérience sur la tarification et le provisionnement d'un contrat temporaire décès pour un assureur utilisant la table de mortalité officielle TD99. Nous avons constaté des divergences importantes, en effet, le tarif pourrait être divisé en moyenne par trois si on utilisait la table d'expérience et les provisions mathématiques devraient baisser de manière très importante surtout pour les jeunes âges.

L'analyse de la rentabilité en utilisant les deux tables permet de dire que l'adoption des tables de mortalités d'expériences n'est pas attractive vu la baisse des bénéfices techniques conséquence de la régression de l'écart entre la mortalité effective et la mortalité de la table réglementaire et aussi par la baisse des produits financiers adossés aux provisions mathématiques.

Conclusion générale

La durée de vie humaine constitue un des aléas principaux auxquels sont soumis les assureurs proposant des produits liés à cette dernière tels que les produits temporaires décès. On constate depuis de nombreuses années une progression de l'espérance de vie où les progrès de la médecine et l'amélioration des conditions de vie sont les principaux facteurs expliquant cet allongement. L'élaboration de tables de mortalité, indiquant pour chaque âge d'un individu son espérance de vie, constitue la clef de la tarification et du provisionnement des engagements de l'assureur. L'objet de ce mémoire est de construire une table d'expérience permettant à l'assureur, d'une part, d'analyser les différences entre la mortalité nationale et la mortalité de son portefeuille et d'autre part, d'évaluer l'impact de l'utilisation de cette table sur sa rentabilité.

La construction d'une table d'expérience passe par les étapes suivantes : la préparation d'une base de données exploitable, l'estimation des taux bruts, le choix d'un modèle de lissage et la calibration de ce dernier.

Après avoir nettoyé la base de données à notre disposition, nous avons opté à l'estimation des taux de mortalité bruts via l'estimateur de Høem. La courbe obtenue présente un caractère assez irrégulier. A ce stade, un lissage des imperfections dues aux fluctuations d'échantillonnage s'impose. Pour se faire, nous avons testé deux types de modèles.

- Un modèle paramétrique : La particularité de ces modèles est le fait que la courbe de mortalité suit une loi prédéfinie dont nous ignorons les paramètres. Ils permettent théoriquement l'extrapolation de la mortalité en dehors de la plage d'expérience. Pour notre étude, nous avons retenu le modèle de Makeham.
- Et un modèle relationnel : Le lissage des taux de mortalité par ces modèles est basé sur l'âge et une table de référence. L'un des exemples retenus est le modèle de Brass calibré sur la table de mortalité réglementaire TD99. Il permet de capter le lien entre la mortalité d'expérience et la mortalité de référence à travers un nombre réduit de paramètres.

Les résultats issus de ces derniers ont été comparés à la courbe des taux de la table de référence. Des écarts importants ont été constatés, notamment aux grands âges. Ce qui paraît significatif vu que l'évolution de la mortalité assurée est différente de celle de référence. Ces différences sont dues essentiellement au phénomène de sélection médicale et le choix des catégories socioprofessionnelles assurées.

Afin de choisir le modèle de lissage le plus adapté, nous avons recours à différents indicateurs, à savoir, le SMR, χ^2 , R^2 et MAPE. Ils permettent d'avoir une idée globale sur l'ajustement et de mesurer l'écart entre les taux ajustés et les observations.

Nous avons par la suite comparé les tarifs issus des deux tables ce qui nous permis de conclure que le tarif pourrait être réduite de deux tiers si on utilisait la table d'expérience. Cependant, le marché des contrats en garantie de prêt est fortement corrélé au niveau des crédits octroyés par l'économie du pays ce qui fait qu'une concurrence par les prix ne se traduit pas nécessairement par un gain de part de marché.

L'analyse de la rentabilité en utilisant les deux tables permet de dire que les compagnies d'assurances n'ont pas intérêt à adopter des tables de mortalités d'expériences. En effet l'utilisation des tables réglementaires permet aux compagnies de dégager des profits grâce aux produits financiers qui sont plus importants dans le cas d'un provisionnement avec la table réglementaire d'une part et aux bénéfices techniques conséquence de l'écart entre la mortalité effective et la mortalité de la table réglementaire d'autre part.

Pour finir, nous présentons ces recommandations pour la compagnie afin de devenir plus attractive sur le marché :

- L'introduction d'un mécanisme d'abattement sur les tables (en fonction de la sinistralité de chaque assureur) ; cet abattement serait applicable à la fois sur les tarifs et sur les provisions,
- L'augmentation du taux de participation aux bénéfices qui permettrait de distribuer aux clients une partie des bénéfices techniques importants dégagés.

Bibliographie

- ❖ Brass, W. (1971), « *On the Scale of Mortality, ed. Biological Aspects of Demography* ».
- ❖ Chartier, J. (2012), « *Impacts opérationnels pour les assureurs* » 31/05/2012 ; conférence Gender Directive ; Optimind.
- ❖ Commission d'agrément des tables de mortalité (2006), « *Ligne Directrice Mortalité* ». Institut des actuaires commission d'agrément.
- ❖ Henge, F. (2007), « *Les tables de mortalité de la réglementation à la modélisation des risques, un tour d'horizon sur l'actualité et les techniques actuarielles* » Juin 2007, Optimind.
- ❖ Kaplan, E.L, & Meier, P. (1958), « *Non-parametric estimation from incomplete observations* », Journal of the American Statistical Association 53, 457-481, 562-563.
- ❖ Ktata, R. (2018), « *Etude de l'impact de la construction d'une table de mortalité d'expérience sur la tarification et la rentabilité dans le contexte réglementaire tunisien* »
- ❖ Makeham, W. M. (1860). « *On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables.* », J. Inst. Actuaries and Assur. Mag. 8: 301-310.
- ❖ Mghirbi, GH. (2017), « *Construction d'une table de mortalité d'expérience pour un portefeuille de temporaire décès en couverture de prêt.* »
- ❖ Skalli, L. (2012), « *Pour l'établissement et l'utilisation de tables de mortalité marocaines* ».
- ❖ Viville, MB. (2007), « *Comparaison de méthodes d'ajustement de la mortalité des rentiers dans un but prospectif* » mémoire d'actuariat. ISFA Scor Global Life.
- ❖ Waltisperger, D. (1977), « *La mortalité* ».
- ❖ Zhang, X. (2011), « *Construction des tables de mortalité d'expérience en cas de décès* ».
- ❖ Zuo, Q. (2017), « *Construction d'une table de mortalité pour l'assurance Décès Vie Entière* ».

Table des matières

Liste des abréviations	vi
Liste des figures.....	vii
Liste des tableaux	viii
Résumé.....	ix
Abstract	x
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Partie théorique	4
Section 1 : Définitions et évolution du marché Tunisien d'assurance vie.....	6
1. Qu'est-ce que l'assurance-vie	6
2. Pourquoi souscrire un contrat d'assurance vie ?	7
3. Principales caractéristiques de l'assurance vie.....	8
3.1.Le principe forfaitaire des sommes assurées :.....	8
3.2.L'absence des notions « sur – assurance » et « sous – assurance » :	8
3.3.L'absence de notion de cumul d'assurance :.....	8
3.4.L'absence de recours de l'assureur contre le tiers responsable :.....	8
3.5.Le caractère non obligatoire du paiement des primes :	8
4. Les deux branches de l'assurance vie.....	9
4.1.La grande branche :.....	9
4.2.La branche collective :	9
5. Principaux types de contrats.....	10
5.1.Les contrats d'épargne.....	10
5.2.Les contrats de prévoyance	10
5.3.Les assurances mixtes	10

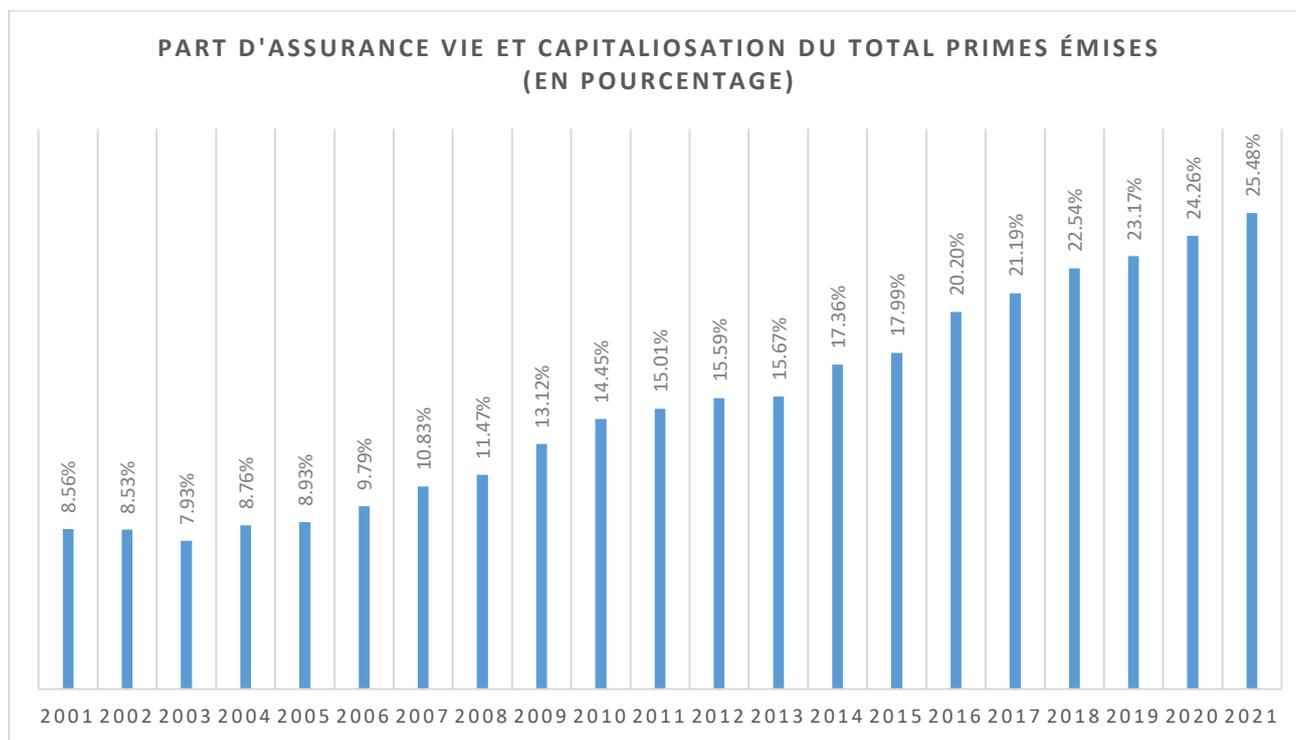
6. Les risques sous-jacents d'un contrat d'assurance vie	11
7. Le marché Tunisien d'assurance vie	11
7.1.Les Primes émises :	12
7.2.Les Sinistres :	14
Section 2 : Les tables de mortalité : aspect théorique.....	16
1. Introduction des tables de mortalité	16
2. L'intérêt de construire une table d'expérience	17
3. Les causes influant sur la mortalité	17
3.1.Les causes générales.....	17
3.2.Les causes tenant au phénomène de l'assurance	18
4. Types de tables de mortalité :	18
4.1.Les tables réglementaires	18
4.2.Les tables de mortalité d'expérience	19
4.3.Les tables de mortalité du moment.....	19
4.4.Les tables de mortalité prospective ou de génération.....	20
Section 3 : Méthodologie.....	21
1. Notations	21
2. Traitement et validation des données	22
3. Estimation des taux annuels bruts de décès.....	22
3.1.Cadre de l'analyse	22
3.2.Les différents types de données pour l'estimation des taux bruts.....	22
3.3.Méthodes d'estimation des taux bruts	24
3.3.1. Estimateur de Kaplan-Meier.....	24
3.3.2. Estimateur de HEM	26
3.4.Lissage de taux annuels de décès	27
3.4.1. Le modèle Makeham.....	29

3.4.2. Le modèle Brass.....	30
3.5. Validation de la table construite.....	31
3.5.1. Le test de Kolmogoro Smirnov.....	31
3.5.2. Test du Khi-deux	33
3.5.3. Standardized mortality ratio (SMR)	33
3.5.4. Mean absolute percentage error MAPE :.....	34
3.5.5. Le coefficient de détermination R^2 :.....	34
Section 4 : Impact de la construction de la table d'expérience sur la tarification et rentabilité.....	36
1. Impact sur tarification	36
2. Impact sur la rentabilité.....	38
Chapitre 2 : Construction d'une table de mortalité d'expérience : Application au contrat temporaire décès d'assurances Hayett.....	40
Section 1 : Présentation du cadre de travail.....	42
1. Présentation de la compagnie d'assurances HAYETT.....	42
1.1. Hayett en chiffres	42
1.2. La situation et les résultats de la société	42
2. Cadre juridique.....	44
3. Contexte économique.....	44
Section 2 : Analyse descriptive.....	45
1. Evolution des souscriptions.....	45
2. Age de souscription.....	46
3. Répartition par sexe.....	47
4. Répartition des décès par âge et par sexe	48
5. Répartition par année de décès.....	49
6. Exposition au risque	50
Section 3 : Construction de table de mortalité d'expérience pour le risque de décès	52
1. Traitement de la base des données	52

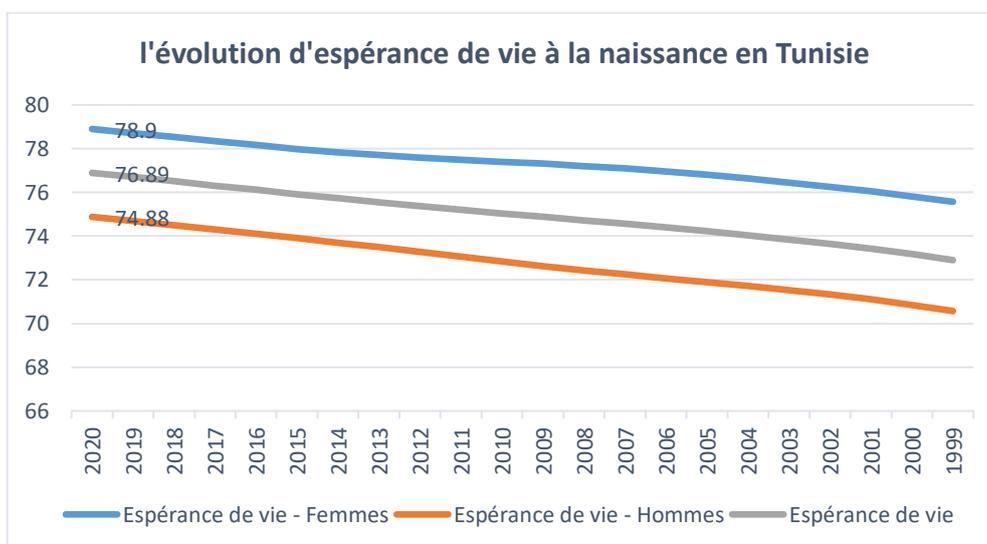
1.1. Périodes d'observation.....	52
1.2. Construction de la base de données	53
2. Estimation des taux bruts de décès.....	54
3. Lissage des taux annuels de décès.....	55
3.1. Le modèle de Makeham.....	55
4. Validation de la table construite :.....	58
Section 4 : impact de la construction de la table sur la tarification et la rentabilité	61
1. Définitions	61
1.1. Prime	61
1.2. Provisions Mathématiques	62
2. Impact sur la tarification	63
2.1. Impact sur le portefeuille de Hayett.....	63
2.2. Etude comparative.....	64
3. Impact sur les provisions mathématiques.....	65
4. Impact sur la rentabilité.....	66
Conclusion générale	69

Annexes

Annexe 1 :



Annexe 2 :



Source : Banque mondiale

En 2020, l'espérance de vie à la naissance pour l'ensemble de la population tunisienne a été en moyenne de 76.89 ans. Les femmes vivent en moyenne plus que les hommes, soit 78.9 ans contre 74.88 ans.

Annexe 3 :

Evolution de la population active selon le sexe								
Période	4 ^{ème} trimestre 2018	1 ^{er} trimestre 2019	2 ^{ème} trimestre 2019	3 ^{ème} trimestre 2019	4 ^{ème} trimestre 2019	1 ^{er} trimestre 2020	2 ^{ème} trimestre 2020	3 ^{ème} trimestre 2020
	4152.5	4158.1	4162.8	4171.9	4190.3	4200.3	4151	4188.2
Masculin	2952.9	2956.8	2959.9	2965.7	2973.9	2981.2	2961.9	2984
Féminin	1199.6	1201.3	1202.9	1206.2	1216.4	1219.1	1189.1	1204.2
Evolution de la population active en pourcentage								
Masculin	71.1 %	71.1%	71.1%	71.1%	70.9%	71%	71.3%	71.2%
Masculin	28.9 %	28.9%	28.9%	28.9%	29.1%	29%	28.7%	28.2%

Annexe 4 :

	Effectif total	Effectif des sinistrés	Proportion des individus sinistrés
Femme	47370	129	0.27%
Homme	95994	823	0.85%

Annexe 5 :

Les valeurs de l'estimation des taux annuels bruts de décès par la loi de Makeham sont données dans le tableau suivant (population féminine) :

âge	L _x ajusté	Q _x ajusté	P _x femme
0	100000	0.00006215229407480	0.99993784770592500
1	99993.78477	0.00006249904138023	0.99993750095862000
2	99987.53525	0.00006288827525958	0.99993711172474000
3	99981.24721	0.00006332520148356	0.99993667479851600
4	99974.91588	0.00006381566366509	0.99993618433633500
5	99968.53591	0.00006436622139383	0.99993563377860600
6	99962.10132	0.00006498423796386	0.99993501576203600
7	99955.60536	0.00006567797883927	0.99993432202116100
8	99949.04047	0.00006645672217209	0.99993354327782800
9	99942.39819	0.00006733088287814	0.99993266911712200
10	99935.66898	0.00006831215190306	0.99993168784809700
11	99928.84216	0.00006941365252977	0.99993058634747000
12	99921.90573	0.00007065011586427	0.99992934988413600

13	99914.84624	0.00007203807778322	0.99992796192221700
14	99907.64856	0.00007359610000190	0.99992640389999800
15	99900.29575	0.00007534501824868	0.99992465498175100
16	99892.76876	0.00007730822078378	0.99992269177921600
17	99885.04623	0.00007951196105505	0.99992048803894500
18	99877.10417	0.00008198570859586	0.99991801429140400
19	99868.91568	0.00008476254292811	0.99991523745707200
20	99860.45053	0.00008787959563605	0.99991212040436400
21	99851.67484	0.00009137854654528	0.99990862145345500
22	99842.55054	0.00009530618068121	0.99990469381931900
23	99833.03492	0.00009971501326722	0.99990028498673300
24	99823.08007	0.00010466399128362	0.99989533600871600
25	99812.63219	0.00011021928074961	0.99988978071925000
26	99801.63091	0.00011645515032877	0.99988354484967100
27	99790.0085	0.00012345496289967	0.99987654503710000
28	99777.68893	0.00013131228834518	0.99986868771165500
29	99764.58689	0.00014013215228259	0.99985986784771700
30	99750.60667	0.00015003243728173	0.99984996756271800
31	99735.64084	0.00016114545515500	0.99983885454484500
32	99719.56889	0.00017361971108088	0.99982638028891900
33	99702.25561	0.00018762188291055	0.99981237811708900
34	99683.54929	0.00020333904169267	0.99979666095830700
35	99663.27973	0.00022098114270142	0.99977901885729900
36	99641.25602	0.00024078381966119	0.99975921618033900
37	99617.26402	0.00026301151881769	0.99973698848118200
38	99591.06353	0.00028796101382800	0.99971203898617200
39	99562.38519	0.00031596534729439	0.99968403465270600
40	99530.92693	0.00034739825017327	0.99965260174982700
41	99496.35006	0.00038267909634171	0.99961732090365800
42	99458.27488	0.00042227845615261	0.99957772154384700
43	99416.2758	0.00046672432034245	0.99953327567965800
44	99369.8758	0.00051660907386053	0.99948339092613900
45	99318.54042	0.00057259730801262	0.99942740269198700
46	99261.67089	0.00063543456974680	0.99936456543025300
47	99198.5966	0.00070595715744803	0.99929404284255200
48	99128.56664	0.00078510308498403	0.99921489691501600
49	99050.74049	0.00087392434895062	0.99912607565104900
50	98964.17764	0.00097360064822361	0.99902639935177600
51	98867.82605	0.00108545472084420	0.99891454527915600
52	98760.5095	0.00121096947992261	0.99878903052007700
53	98640.91354	0.00135180714835548	0.99864819285164500
54	98507.57005	0.00150983061137067	0.99849016938862900
55	98358.8403	0.00168712722616093	0.99831287277383900
56	98192.89643	0.00188603534884590	0.99811396465115400

57	98007.70115	0.00210917386063336	0.99789082613936700
58	97800.98587	0.00235947499654487	0.99764052500345500
59	97570.22689	0.00264022080127746	0.99735977919872300
60	97312.61995	0.00295508355614138	0.99704491644385900
61	97025.05303	0.00330817053839971	0.99669182946160000
62	96704.0776	0.00370407348720581	0.99629592651279400
63	96345.87859	0.00414792315753010	0.99585207684247000
64	95946.24329	0.00464544934234956	0.99535455065765000
65	95500.52988	0.00520304673064731	0.99479695326935300
66	95003.63616	0.00582784694053651	0.99417215305946300
67	94449.96951	0.00652779701891593	0.99347220298108400
68	93833.41928	0.00731174462413364	0.99268825537586600
69	93147.33328	0.00818953000059452	0.99181046999940500
70	92384.5004	0.00917208470370390	0.99082791529629600
71	91537.14194	0.01027153683095730	0.98972846316904300
72	90596.91481	0.01150132224703220	0.98849867775296800
73	89554.9305	0.01287630094381280	0.98712369905618700
74	88401.79426	0.01441287723474490	0.98558712276525500
75	87127.67006	0.01612912192823070	0.98387087807176900

