

## INTRODUCTION GENERALE

Les compagnies d'assurance permettent à des individus ou des investisseurs d'éliminer certains risques. Les clients transfèrent donc leurs risques assurables à une compagnie d'assurance qui elle, en revanche, doit les gérer efficacement afin d'éviter des scénarios catastrophiques qui pourraient mettre en péril la situation financière de l'entreprise et par le fait même maintenir sa profitabilité.

De manière générale, le client paie une prime d'assurance afin d'avoir droit à un dédommagement selon les conditions du contrat d'assurance. Le type d'événement donnant droit à une indemnité varie selon le type d'assurance demandé par l'assuré.

Ce qu'il est important de comprendre, c'est que les compagnies d'assurance tentent de bien quantifier le risque qu'ils assument afin de déterminer la prime, qui accumulée avec toutes les primes des assurés, servira à compenser les indemnités qu'elle devra servir lorsque l'événement assuré se produira.

Dans le cadre de ses opérations, une des tâches les plus importantes d'une compagnie d'assurance est de gérer efficacement les risques auxquels elle s'expose en assurant des clients

Parmi les outils de gestion des risques utilisés par un assureur, la réassurance est l'un des plus importants. L'assureur peut y recourir afin de réduire ses risques d'assurance et la volatilité de ses résultats, de stabiliser son niveau de solvabilité, d'utiliser plus efficacement ses fonds propres disponibles, d'améliorer sa résistance aux catastrophes, d'accroître sa capacité de souscription et d'obtenir l'expertise du réassureur dans le développement des produits.

En effet, la réassurance présente l'instrument le plus important et le plus utilisé en terme de gestion de risque et de capital dans une compagnie d'assurance. La réassurance est considérée comme étant un instrument permettant de fournir aux assureurs une capacité supplémentaire afin de rendre assurables la plupart des risques. Elle est la seule technique qui conserve les spécificités de l'activité d'assurance permettant ainsi aux cédantes une mutualisation et une dispersion des risques en faisant jouer la loi des grands nombres.

Toutefois, une gestion inadéquate de la réassurance aura des conséquences sur la solidité financière de l'assureur.

La mise en place de Solvabilité II en Europe, qui s'imposera à nous tôt au tard, représente une transformation de l'entreprise d'assurance qui aura un impact aussi bien sur son modèle d'organisation, son système d'information que sur sa stratégie de développement. En effet, le nouvel environnement réglementaire bouleverse notamment les exigences de capitaux pour les organismes assureurs. C'est pourquoi il est important pour ces acteurs de l'assurance de définir leur posture à adopter face à Solvabilité II afin d'optimiser leur compétitivité. Une des premières mesures peut être d'adapter sa stratégie de réassurance puisque dans ce contexte, la réassurance devient, plus encore qu'auparavant, un puissant outil de «Capital management».

Chaque compagnie doit donc être capable d'évaluer pour chaque branche d'assurance, ses besoins en réassurance avec exactitude en déterminant les niveaux de rétentions et le type de couverture qui lui convient, du point de vue tant quantitatif que qualitatif. Ce genre d'activité, dénommé « plan de la réassurance », est d'une importance primordiale pour toute compagnie d'assurance qui désire développer ses activités, équilibrer son portefeuille et stabiliser ses résultats.

A ce titre, en transférant une partie de son risque, la cédante transfère également une partie de son profit, le choix qui se présente à la cédante est donc le suivant : soit, céder une portion importante des primes et réduire la volatilité mais entraînant une baisse des profits, ou bien céder une portion plus faible des primes en conservant plus de profits avec une forte volatilité.

La difficulté pour une compagnie d'assurance est de choisir la meilleure structure de réassurance quel que soit la branche concernée, et déterminer le niveau de la rétention optimale.

Conscients de l'importance de la fixation du niveau de cette rétention en recourant à l'outil mathématique, les responsables de la Compagnie d'Assurances des Hydrocarbures (CASH), m'ont confié, dans le cadre de l'élaboration de ce mémoire, l'étude de méthodes de calcul du niveau de la rétention optimale faisant appel aux techniques actuarielles et proposer celle qui convient le mieux à la CASH afin de connaître l'intérêt de ces techniques et d'en déduire les progrès et les avantages qu'ils apportent par rapport à la méthode des ratios financiers.

Notre problématique consiste donc à examiner la possibilité de concevoir une stratégie de réassurance optimale par un modèle actuarielle pour un portefeuille « Incendie ». Celle que nous préconisons, présente l'objectif de maintenir un niveau de fluctuation du résultat (modèle Moyenne-Variance) en adéquation avec les exigences de la rémunération des fonds propres investis (**RORAC**).

Cette problématique ne saurait être développée sans prendre le soin d'apporter quelques éléments de réponses aux interrogations suivantes :

- **Qu'est-ce que la réassurance ?**
- **Quel est son cadre législatif et réglementaire ?**
- **Comment élaborer un programme de réassurance ?**
- **En quoi consistent la rétention et ses méthodes de détermination ?**
- **Quel est le niveau de rétention qui permet à la CASH de maximiser sa rentabilité des fonds propres ?**
- **Quel est le niveau de rétention qui permet à la CASH de maximiser sa rentabilité des fonds propres ?**
- **Quel niveau de rétention permet à la compagnie d'assurance d'avoir une espérance de résultat et une volatilité de ce résultat conformes à la rémunération des fonds propres attendue par l'actionnaire ?**

Pour apporter des éléments de réponses à ces interrogations, nous avons, d'une part, opté pour l'application de la méthode **moyenne-variance de De Finetti**. Cette méthode examine, sous la contrainte du gain espéré, la possibilité de la minimisation de la volatilité du résultat de la cédante après réassurance. D'autre part et afin de répondre aux préoccupations de performances financières de la compagnie, nous avons complété notre étude par l'examen du double impact du niveau de rétention optimal sur les fluctuations des résultats et sur le niveau du capital à détenir par l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements ainsi que la rentabilité des capitaux propres investis.

Ceci dit, notre travail est subdivisé en trois chapitres. Nous examinerons en premier les aspects théoriques et pratiques de la réassurance à savoir, la réassurance et son fonctionnement, ses différentes formes et objectifs et enfin le marché international et national de la réassurance.

Par la suite, dans un deuxième chapitre, la présentation des méthodes de calcul du niveau de la rétention optimale à savoir la méthode empirique et les méthodes actuarielles, mais avant nous présenterons un aperçu général sur la notion de la rétention en assurance.

Enfin, dans un troisième chapitre nous terminons par notre application pratique sur un portefeuille de risque incendie de la CASH.

*Chapitre I :*  
*Aspects théoriques et pratiques de la réassurance*

# CHAPITRE 1 : ASPECTS THEORIQUES ET PRATIQUES DE LA REASSURANCE

## INTRODUCTION

La réassurance est une activité qui occupe une place importante dans l'économie. Il s'agit d'une industrie transnationale sans laquelle un système d'assurance ne serait existé. Afin d'expliquer son mécanisme ainsi que son importance à l'échelle nationale et internationale nous avons subdivisé ce chapitre en trois sections :

La première section sera consacrée aux différentes techniques de couverture de réassurance classiques et nouvelles, la deuxième section sera consacrée au marché international de la réassurance et enfin dans la troisième section nous exposerons le marché algérien de la réassurance.

## SECTION 1: LA REASSURANCE ET LES DIFFÉRENTES TECHNIQUES DE COUVERTURE

### 1. Définition et genèse de la réassurance

#### 1.1 Genèse de la réassurance

Ce sont les marchands d'Italie du Nord qui, aux XIVème et XVème siècles, ont conçu les premières assurances. Elle s'est ensuite propagée aux Pays-Bas et à l'Angleterre.

Les concepts d'assurance et de réassurance sont apparus avec le commerce maritime, puis ils ont été développés avec l'apparition de l'assurance incendie, qui a été considérée comme étant la deuxième grande étape vécue par l'histoire de l'assurance.

Bien que le plus ancien contrat ayant les caractéristiques d'un traité de réassurance ait été conclu à Gênes en 1370, la première société de réassurance professionnelle "La KOLNISCHE RUCK" a été créée suite à l'incendie de Hambourg en 1842. Vu l'ampleur de ce sinistre, l'idée que les risques devraient être supportés par plusieurs assureurs a été instaurée.

La réassurance était perçue comme le propre d'une communauté internationale très fermée, dans laquelle chacun se connaissait et se faisait confiance, sans jamais entrer en affaires avec des inconnus.

De nos jours, ce cercle fermé s'est ouvert au monde extérieur. La diversité et la complexité des risques sont en effet devenues de plus en plus difficile d'en évaluer l'ampleur. L'accent s'est dès lors déplacé d'une confiance mutuelle quasi inconditionnelle vers une évaluation du risque techniquement très poussée.

## 1.2 Définition

La réassurance est une technique par laquelle une société, le réassureur, s'engage à garantir une société d'assurance, la cédante, contre tout ou partie du ou des risques qu'elle a souscrits aux termes d'une ou plusieurs polices d'assurance. Par ailleurs, un réassureur peut céder à son tour à d'autres réassureurs (appelés rétrocessionnaires) une partie des risques en question.

## 2. Nature et formes classiques de la réassurance :

On distingue plusieurs branches de réassurance (Vie, Non Vie, etc.) qui se découpent en trois modes (Conventionnelle, Facultatives ou Fac-ob), ainsi qu'en plusieurs types de contrats de réassurance (Quote Part, Excédent de Plein, Excédent de Sinistre et Excédent de perte).

### 2.1 Les modes de la réassurance (classification juridiques)

Il existe trois modes de réassurance : obligatoire, Facultative, facultative-obligatoire.

#### 2.1.1 La réassurance conventionnelle

Appelée, aussi, réassurance obligatoire ou encore réassurance par traité, elle porte sur une multitude de risques ou bien l'ensemble des souscriptions dans une branche d'assurance.

Le traité de réassurance est une convention établie entre deux parties, l'assureur et le réassureur, à travers laquelle l'assureur s'engage à céder systématiquement tous les risques explicitement mentionnés dans le traité de réassurance selon les proportions convenues contractuellement, quant au réassureur, il est tenu d'accepter ces participations aux risques.

- **Les avantages et inconvénients de la réassurance obligatoire**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients de la réassurance obligatoire :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Capacité et couverture automatiques</li> <li>- Gestion administrative est rapide et plus simple</li> <li>- Dans le cas d'un traité proportionnel, le réassureur verse une commission à la cédante en contrepartie des frais qui seront supportés directement par l'assureur (frais d'acquisition et d'administration).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pas de liberté de choix ;</li> <li>- Conditions fixes du traité, s'appliquent à tous les risques de la même façon (rétention, limite, commission, etc...)</li> <li>- Dans le cas d'un traité en quote-part, une large partie de la prime est cédée, ceci représente un inconvénient si le portefeuille est rentable.</li> </ul>

Tableau 1 : Les avantages et les inconvénients de la réassurance obligatoire<sup>1</sup>

### 2.1.2 La réassurance facultative

La réassurance facultative permet de réassurer des risques individuels en donnant l'assureur direct la faculté de céder ou non une partie du risque qu'il a souscrit et au réassureur d'accepter ou de refuser cette cession.

Elle est le plus souvent utilisée par les assureurs directs comme complément à la réassurance obligatoire pour couvrir des risques supplémentaires dépassant la capacité de traité, des risques exclus du champ d'application des traités, des risques de pointe ou bien des risques présentant une certaine aggravation. La réassurance en Facultative ne couvre qu'un ou quelques risques sélectionnés. Elle réclame donc une expertise plus importante.

- **Les avantages et les inconvénients de la réassurance facultative**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients de la réassurance facultative :

<sup>1</sup> Wided Belhouchet ; cours de « traité en réassurance » ; page 10

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Liberté de l'assureur d'offrir tout risque et liberté du réassureur d'accepter ou de décliner</li> <li>- L'assureur bénéficie des connaissances du réassureur</li> <li>- Opportunité pour les deux parties de développer une relation professionnelle et fructueuse</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les risques sont étudiés individuellement</li> <li>- Coût administratif élevé</li> <li>- Grande influence du réassureur sur l'assureur et sa façon de souscrire</li> <li>- Le réassureur peut perdre le contrôle de la gestion du risque (par rapport aux risques les plus lourds).</li> </ul>

**Tableau 2: Les avantages et les inconvénients de la réassurance facultative<sup>2</sup>**

### **2.1.3 La réassurance facultative-obligatoire (ou Fac-ob) ou Open cover**

C'est une réassurance facultative pour la cédante et obligatoire pour le réassureur au cas de son utilisation.

C'est une facilité qui permettra d'éviter le recours fréquent à la réassurance facultative dont le coût de gestion est élevé et la réalisation de l'affaire est subordonnée à la confirmation des réassureurs.

Ce mode de réassurance donne la possibilité à la cédante de souscrire de façon plus flexible, car elle bénéficie d'une plus grande liberté de cession en réassurance. En contrepartie le réassureur court le risque d'avoir un portefeuille déséquilibré, dont la composition peut être exceptionnellement risquée. Enfin, la gestion d'un tel traité demeure assez lourde. De ce fait, le poids de la réassurance facultative-obligatoire dans la réassurance en général reste traditionnellement limité.

<sup>2</sup> *Wided Belhouchet, cours de « traité en réassurance » ; page 08*

### 3 Les formes de la réassurance

#### 3.1 La réassurance proportionnelle

La réassurance est dite proportionnelle lorsque les sinistres payés par le réassureur sont proportionnels aux primes qu'il a perçus. Le sort de la cédante est alors très lié à celui de son réassureur.

La réassurance proportionnelle s'articule autour de deux grands systèmes à savoir la réassurance en quote-part et la réassurance en excédent de plein.

- **La réassurance en quote part (Quota Share)**

Les traités en quote part se caractérisent par un taux de cession constant à travers tous les contrats, par conséquent les sinistres, les recours ainsi que tous les frais techniques seront partagés selon ce taux, entre l'assureur et le réassureur.

Le traité fixe aussi la limite maximale admise par le réassureur. Elle est exprimée par risque avec la précision de la base de la cession (sommes assurées / sinistre maximum probable).

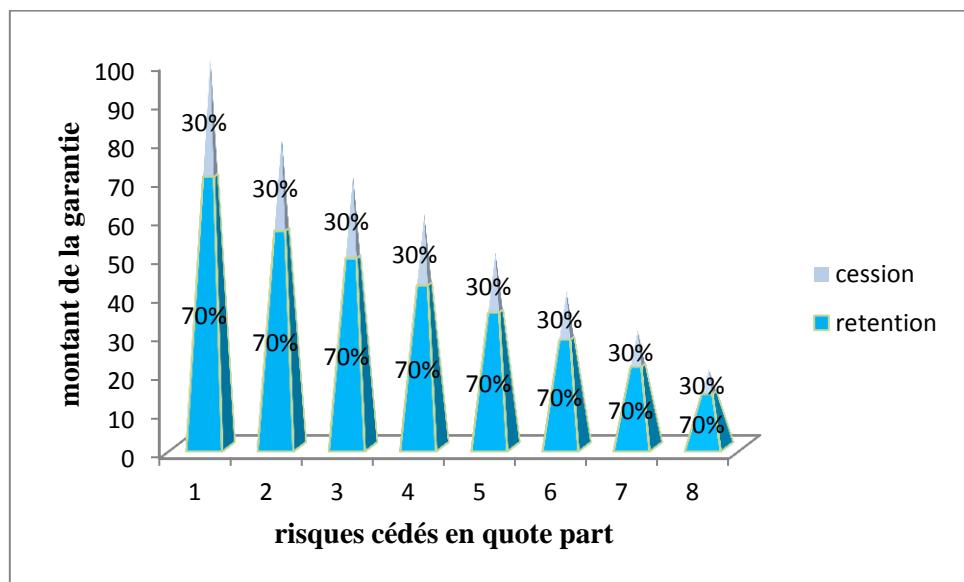


Figure 1 : Quote part 30 %

Formellement, la charge du réassureur sur un traité quote part avec un taux de cession  $\alpha$  et une charge de sinistres  $X$  est tout simplement :  $\alpha X$

- **Le traité excédent de plein (surplus)**

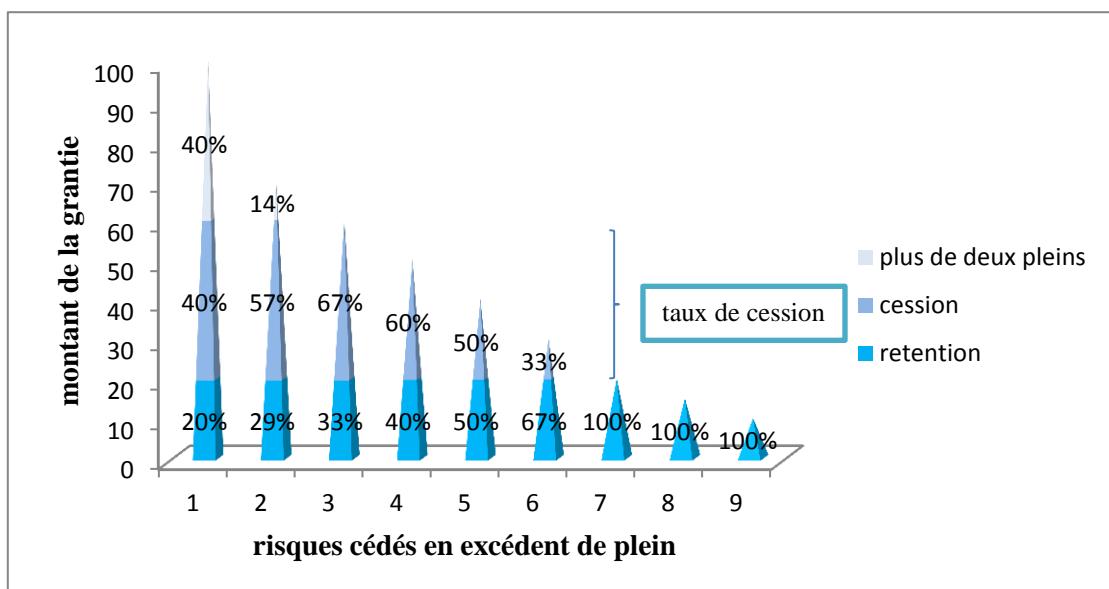
A l'inverse des traites Quote Part, les Surplus (SP) ont un taux de cession différent pour chaque risque/contrat, fonction du montant de garantie de chaque contrat, du plein de rétention et de la capacité du traite.

Le plein de rétention correspond à un montant fixe que la cédante conserve à sa charge sur chaque risque. La capacité du traité correspond au montant maximum cédé au réassureur par risque. Elle est en général exprimée en nombre de pleins de rétention.

Le calcul du taux de cession par police se fait de la manière suivante :

En notant  $R$  le plein de rétention,  $C$  la capacité du traite et  $Si$  le montant de garantie de la contrat  $i$ , le taux de cession de la police  $i$  est égal a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } Si \leq R \\ \frac{Si - R}{Si} & \text{si } 0 < Si - R < C \\ \frac{C}{Si} & \text{si } Si - R > C \end{array} \right.$$



**Figure 2 : Excédent de plein : 2 pleins de 20**

Une fois ces taux de cession par contrat calculés, l'excédent de plein fonctionne comme une quote part par contrat.

Si l'on considère l'exemple du premier contrat du diagramme ci-dessus, la cédante versera au réassureur 40% des primes de cette police et le réassureur paiera à son tour 40% des sinistres couverts touchant ce contrat.

### 3.2 La réassurance non proportionnelle

En non-proportionnel, le réassureur intervient à partir d'un certain seuil appelé la priorité et son engagement est limité à ce qu'on appelle la portée.

La réassurance non-proportionnelle protège ainsi les risques de sévérité et l'intervention du réassureur n'est en rien proportionnelle au portefeuille cédé. L'étude des résultats des exercices antérieurs permettra au réassureur de fixer le prix de sa couverture. Dans la pratique, la cédante paie une prime provisionnelle qui est sujette à ajustement en fin d'exercice.

On distingue deux types de traités non proportionnels : traités en excédent de sinistre (Excess of loss) et traités en excédent de perte (Stop loss).

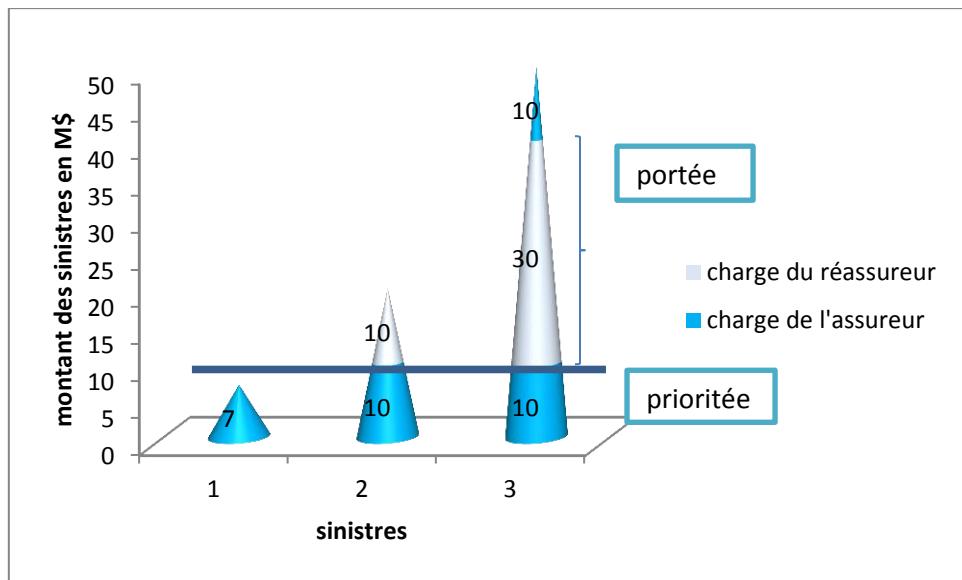
- **Le traité en excédant de sinistre (Excess of loss (XS))**

Dans un traité Excess of loss, la priorité et la portée sont exprimées en montant de sinistre. Par convention et pour simplifier l'écriture un XS est noté : **portée XS priorité**.

Une première couverture en excédant de sinistre peut être suivie par une deuxième qui ne fonctionne que pour la portion dépassant la portée de la première couverture.

Il existe deux formes de traité en excédant de sinistres: le traité en excédant de sinistres par risque et le traité en excédant de sinistre par événement.

Le diagramme ci-dessous montre l'exemple d'un 30 M \$ XS 10 M \$ c'est-à-dire un XS de priorité 10 M \$ et de portée 30M\$ pour différents montants de sinistres. Figure 3



**Figure 3 : Excédent de sinistre : 30 XS 10**

L'excédent de sinistre présente de nombreux avantages pour la cédante :

- ✓ Diminution considérable des frais généraux ;
- ✓ Révision annuelle du taux de prime et de la prime ;
- ✓ Protection effective en cas de sinistre majeur.

Le traité en excédant de sinistre est difficile à coter (l'exposition du portefeuille ne peut pas être connue à l'avance).

- **Le traité en excédent de perte annuelle (Stop Loss)**

Le traité en excédant de pertes annuelles prévoit l'intervention du réassureur lorsque la charge annuelle globale de sinistres (sur une branche donnée) dépasse un seuil déterminé, défini soit en termes de taux de sinistres, soit en termes de montant en valeur absolue.

La protection est donc recherchée non plus individuellement sur un risque ou sur un événement, mais sur la totalité du portefeuille pour une période donnée, généralement annuelle.

L'objectif de ce traité est la compensation des écarts entre le taux de sinistre théorique qui a servi à l'établissement du tarif et le taux pratique déterminé par le règlement des sinistres. Ces traités ont une portée et une priorité. Terminologie utilisée : portée % XS priorité %. Bien qu'il ne soit que rarement adopté, ce type de traité demeure tout de même recherché dans les branches où la sinistralité haute est due à un grand nombre de petits sinistres.

## 4. Les innovations dans les formules de réassurance

### 4.1 La réassurance financière

La réassurance financière est une forme de transfert de risque non classique qui permet de protéger les bilans des compagnies d'assurance à travers le traitement des risques pour lesquels le marché de la réassurance traditionnelle ne propose pas de capacité suffisante ou bien il les propose à des prix jugés trop élevés. En réassurance financière on distingue : La réassurance «FINITE» et le transfert alternatif de risque «ART».

#### 4.1.1 La Réassurance « FINITE»

La réassurance « FINITE », appelée aussi financière ou structurée, est un programme structuré de réassurance basé sur la valeur de l'argent dans le temps, généralement conclu sur plusieurs années, avec des limites agrégées et un mécanisme de participation aux excédents.

Un tel programme combine un autofinancement, générant des revenus d'investissement, avec un transfert de risque pur. Les contrats «FINITE RISK» peuvent couvrir soit les risques traditionnels d'assurance, soit les risques non traditionnels comme les fluctuations de prix et les risques météorologiques.

Les estimations selon l'expérience tiennent compte des flux financiers attendus. Ces flux sont actualisés afin de déterminer le montant de la prime. En cas de cours très favorable des sinistres, la cédante reçoit une participation aux excédents. Par contre, si ce cours est très défavorable, le réassureur reçoit une prime complémentaire. Souvent, les avoirs/créances (Soldes) ne sont pas payés pendant la durée du contrat. La cédante paie uniquement une marge. A la fin de la durée, un règlement de solde sera établi.

Il s'agit donc d'un traité avec un transfert de risque limité entre la cédante et le réassureur qui permet de piloter le haut du bilan et permet de lisser le résultat sur une période déterminée à l'avance, via un partage du sort entre réassurance et cédante fixé dès le départ.

#### 4.1.2 Transfert Alternatif des Risques

Le Transfert Alternatif des Risques (ART : Alternative Risk Transfer) est une notion qui regroupe les techniques de financement alternatives aux marchés traditionnels de l'assurance. Il concerne à la fois les risques « classiques » (Dommages, Responsabilités...) et les risques spécifiques (climatiques...).

Les produits proposés sur les marchés de capitaux peuvent être des opérations de titrisation (Insurance Linked securities ou ILS, cat bonds), des protections avec franchise de sinistre marché (MLF ou marketloss franchise, ILWou industrylosswarranty), des déclencheurs notionnels (portfolio sample trigger), des options et swaps subordonnés, des dérivés climatiques (weather derivatives) ainsi que des couvertures indicielles.

L'opération la plus développée est celle de la titrisation. Elle permet à l'entreprise de se concentrer sur son activité d'émission et de gestion de contrats d'assurances en transférant ses risques extrêmes vers le marché financier.

Le transfert du risque d'assurance aux marchés financiers est réalisé par l'intermédiation d'une structure indépendante juridiquement et financièrement: le SPV (Special Purpose Vehicle) souvent implanté dans un paradis fiscal.

La compagnie d'assurance ou de réassurance émette les titres, à travers la création d'un SPV dont elle verse une prime. En contrepartie, les investisseurs acheteurs des titres confient des fonds chez le SPV et les versent à la cédante si un événement de forte intensité survient. En cas de non-réalisation de l'événement avant la maturité des titres, l'investisseur reçoit le principal et les intérêts.

Pour les acheteurs de protection, la titrisation est une innovation en termes de gestion du risque et du capital, cette opération permet de favoriser l'innovation financière et de, promouvoir la compétitivité à travers la transformation au marché financier des risques très rares mais de fortes intensités « risques de pointe ».

Le risque le plus important de cette opération réside dans les obligations catastrophes. Les contrats de réassurance sont basés sur les pertes effectives dues au sinistre. Donc, le réassureur paie une indemnité correspondant à la sinistralité du portefeuille de l'assureur. Par contre, à défaut d'expertise en matière des risques relatifs à l'assurance et étant données qu'il s'agit d'une opération similaire au contexte bancaire, le paiement peut être différent des pertes réelles de l'assureur.

## 4.2 La réassurance islamique

La réassurance islamique ou la «Retakaful» est une assurance «takaful» pour les opérateurs «takaful », c'est une manière pour se prémunir contre les pertes extraordinaires en payant au réassureur une prime convenue au préalable à partir des fonds de solidarité.

Le réassureur «retakaful» fonctionne comme une mutuelle pure, il agit en tant que gestionnaire du pool pour le compte des compagnies qui lui cèdent leurs affaires.

La différence entre la réassurance conventionnelle et la « Retakaful » est que la réassurance est un moyen d'atténuer la sinistralité des actionnaires tandis que la «Retakaful» constitue un partage efficace du risque entre les participants au Fonds «takaful» dans la mesure où les actionnaires, par essence, ne souscrivent pas, mais gèrent les risques dans le Fonds «takaful» au nom des participants.

Il existe actuellement trois modèles ; des opérateurs conventionnels ayant une fenêtre «Retakaful» de manière à maintenir leur part de marché localement, des opérateurs mixant la «Retakaful» avec le conventionnel et des opérateurs qui sont totalement dédiés à l'industrie du «Retakaful».

## SECTION 2 : REALITE DU MARCHE INTERNATIONAL DE LA REASSURANCE

### 1. Solvabilité II et la réassurance

#### 1.1 Présentation

Solvabilité II est une réglementation de l'Union Européenne (UE) qui s'adresse aux assureurs et réassureurs européens. Elle définit de nouvelles exigences en fonds propres afin de mieux couvrir l'ensemble des risques encourus par les acteurs du marché assurantiel. Elle les encourage surtout à adopter une démarche globale de gestion des risques, à travers la mise en place de chantiers couvrant l'ensemble de l'entreprise.

##### 1.1.1 Historique

A l'échelle européenne, les premières exigences de marge de solvabilité remontent aux directives de 1973 pour l'assurance non-vie et de 1979 pour l'assurance vie. Dès 1997, le rapport Müller préconise une révision des règles de solvabilité :

- ✓ modifications des règles de marge de solvabilité des directives existantes : c'est le projet Solvabilité I entré en application en 2002 ;
- ✓ réflexion plus large sur le régime réglementaire visant à garantir la solvabilité des entreprises d'assurances : c'est le projet Solvabilité II.

Le projet Solvabilité II a été lancé dans l'UE en 1999 avec une présentation des travaux envisagés dès 2001, avant même l'entrée en application de Solvabilité I (2002). La réglementation des assurances se fonde alors sur des règles plus complexes intégrant mieux le risque propre à chaque entité.

##### 1.1.2 Objectifs

Dans solvabilité II, l'objectif central du législateur est d'offrir une perception juste et affinée de la situation réelle de toute entreprise d'assurance, notamment au regard des risques encourus. La prise en compte pertinente de cette notion de risque constitue la raison de Solvabilité II.

Les compagnies sont incitées à connaître, mesurer, gérer et contrôler les différents risques auxquels elles sont exposées en exploitant des modèles internes de risques. Entre Solvabilité I et Solvabilité II, le but est le même : assurer l'adéquation entre les engagements et les actifs qui les représentent, mais les techniques de valorisation pour y parvenir sont différentes. Solvabilité II approfondit et complexifie la valorisation des actifs et des engagements de l'assureur par rapport à Solvabilité I.

### 1.1.3 Description des 3 piliers

Solvabilité II repose sur une structure à 3 piliers :

Le premier pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives pour l'évaluation des actifs, des passifs, des besoins de marge de solvabilité, du calcul des provisions techniques et des fonds propres.

Deux niveaux réglementaires sont définis pour les fonds propres dans ce premier pilier, le **MCR** et le **SCR** :

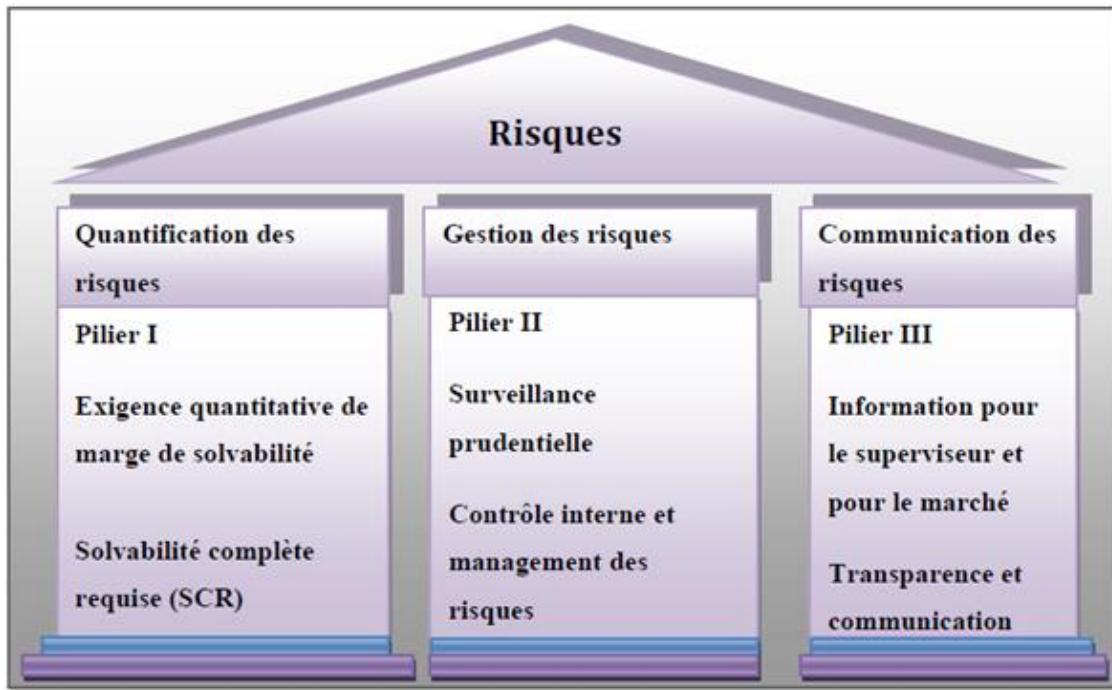
- ✓ **Le MCR (Minimum Capital Requirement)** représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique.
- ✓ **Le SCR (Solvency Capital Requirement)** a pour rôle d'absorber les pertes imprévues, en cas d'exercice à forte sinistralité par exemple. En cas de non-respect, la compagnie doit décider d'un plan d'action qui devra être approuvé par le superviseur.

**Le SCR** est calculé via une formule standard ou via un modèle interne élaboré par la compagnie et doit correspondre à une Value at Risk de 99,5%, en d'autre terme à une probabilité de survenance de faillite d'une fois tous les 200 ans.

Le deuxième pilier a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne et de définir les pouvoirs de l'autorité de contrôle. L'identification des sociétés "les plus risquées" est un objectif et les autorités de contrôle auront en leur pouvoir la possibilité de réclamer à ces sociétés de détenir un capital plus élevé que le montant suggéré par le calcul **du SCR** et/ou de réduire leur exposition aux risques. De plus, ce pilier renforce l'harmonisation des standards et méthodes de contrôle et encourage le partage des meilleures pratiques entre organismes de contrôle.

Le troisième et dernier pilier aborde le thème de l'information prudentielle et publique avec, d'un côté, la publication d'informations financières par les compagnies pour une amélioration de la transparence et la promotion d'une meilleure discipline de marché, et de l'autre des reportings aux superviseurs dans un dossier annuel.

Enfin un objectif commun ressort de l'étude de chacun de ces piliers : la volonté de minimiser les risques encourus par une compagnie, quels qu'ils soient, à travers l'identification de la gestion des risques. Le but principal étant bien entendu de mettre les assurés à l'abri de tout défaut de la part de l'assureur.



**Figure 4 : Les trois piliers de la solvabilité II**

## 1.2 Impact de solvabilité II sur la réassurance

L'impact de solvabilité II sur la politique de réassurance peut se résumer en trois principaux points :

### 1.2.1 L'impact sur les exigences réglementaires

Les cédantes faisaient leurs arbitrages en fonction de deux paramètres : la qualité de la protection et le budget. Avec la réforme de solvabilité II, il faudra en rajouter un troisième : les exigences de capital réglementaire des assureurs « **SCR** ». Cette prise en compte aura inéluctablement un impact direct sur les stratégies de réassurance.

Cela pourrait conduire à une amélioration du rendement des fonds propres et une baisse de la demande de réassurance pour les grands assureurs aux portefeuilles diversifiés. Tandis que, les petits et moyens assureurs, et même, les assureurs importants dont le portefeuille reste insuffisamment diversifié, auront besoin d'un peu plus de capital immobilisé qu'aujourd'hui, et ils auront toujours besoin de recourir à la réassurance.

### 1.2.2 L'impact sur le calcul de la marge de solvabilité

Sous Solvabilité I, l'impact de la réassurance sur la marge disponible était relativement simple :

- ✓ les traités proportionnels étaient pris en compte jusqu'à 50 % de taux de cession en non-vie
- ✓ les traités non proportionnels n'avaient pas d'impact significatif
- ✓ la notation des réassureurs, ainsi que leur nombre au sein d'un même pool, n'avaient aucune influence sur le besoin de marge.

Sous Solvabilité II, l'économie en capital apportée par la réassurance constitue un levier important pour améliorer la rentabilité des assureurs. En effet, si certaines conditions d'éligibilité sont respectées, il est possible pour les organismes assureurs de comptabiliser l'intégralité du transfert du risque vers les réassureurs, avec l'économie correspondante sur leurs besoins en fonds propres.

### **1.2.3 L'impact sur le choix des réassureurs :**

Contrairement à solvabilité I, la notation et la diversification des réassureurs ont un impact direct sur le besoin en capital des cédantes. Toutes ces évolutions renforcent l'importance du choix d'une stratégie de réassurance complète et optimisée. En effet, Solvabilité I n'attachait pas d'importance à la qualité de la contrepartie, un réassureur soit noté AAA ou BBB n'avait pas d'influence sur le calcul de la solvabilité d'une cédante. Alors que dans le nouveau référentiel prudentiel, la solidité de l'ensemble des contreparties et plus particulièrement celle des réassureurs est prise en compte de manière quantitative et directe dans les capitaux de solvabilité.

## **2. Conjoncture actuelle du marché de la réassurance**

La réassurance dans le monde a fait preuve d'une forte capacité de résilience. Les grandes catastrophes des dernières années n'ont pas entamé les niveaux de capacité financière des réassureurs dont les fonds propres sont estimés à plus de 200 Mds \$. Le volume mondial des primes de réassurance s'est établi, en 2014, à 245 Mds \$. Ce total a presque triplé en l'espace de 20 ans.

La principale caractéristique de ce marché est la concentration importante même si l'on assiste à l'émergence de nouveaux petits concurrents d'horizons divers (Bermudes, Brésil, Inde, Corée du Sud, etc.). En effet, dix réassureurs monopolisent environ 70% du chiffre d'affaires mondial du secteur principalement tiré par les réassureurs européens.

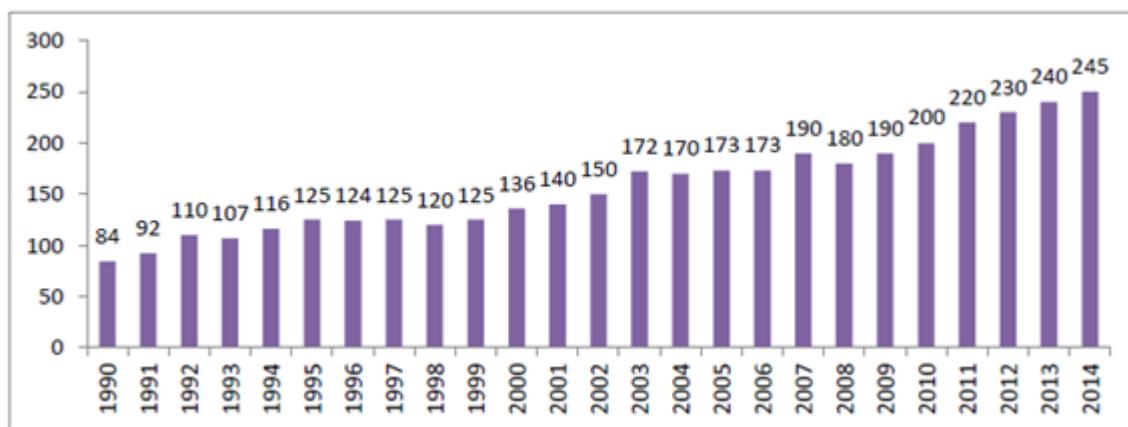
L'autre tendance du marché et en même temps crainte des réassureurs, est leur capacité à faire face à la couverture des catastrophes naturelles qui requièrent davantage de fonds propres et ce, compte tenu des impacts prévisibles des changements climatiques.

La problématique, touche beaucoup plus ce qu'on appelle les « mini- Cat-Nat » (catastrophes naturelles), phénomènes dévastateurs mais difficiles à modéliser. Même si leur coût reste en deçà des capacités des réassureurs, le risque de cumul de la fréquence pourrait inquiéter.

En 2014, les principaux indicateurs du marché sont les suivants<sup>3</sup> :

## 2.1 La segmentation du marché

Le volume des primes de réassurance en 2014 a connu une légère progression par rapport à l'année 2013, avec des valeurs respectives de 240 milliards USD et 245 milliards USD. Ce volume a presque triplé au cours des 20 dernières années passant de 84 milliards USD en 1990 à 245 milliards USD en 2014.



**Figure 5 : Les primes encaissées (1990-2014)**

Durant la même année, les primes encaissées dans le monde (activité d'assurance) a connu, de sa part, une progression de 2,95% par rapport à 2013, réalisant ainsi un volume de prime de 4 778 mds USD. 72% des primes de réassurance concerne les branches non vie et 28% la branche vie.

Pour l'activité d'assurance, les proportions restent stables par rapport à 2013. Les branches non vie n'occupent que 44% en termes de volume de primes contre 56% de la branche vie.

## 2.2 Le taux de cession :

Etant donné que les résultats en IARD sont plus volatiles, le taux de cession moyen est important. Il est de l'ordre de 8,4% en 2014. Le taux de cession en assurance vie est beaucoup moins faible (2,7%). Cela peut être interprété qu'en assurance vie, seuls les risques décès et

<sup>3</sup> APREF, FFSA, « Le marché de la réassurance en 2014, France- International », Conférence de presse, Jeudi 20 juillet 2015

invalidité sont réassurés (La partie épargne est très peu cédée). Le taux de cession global reste stable par rapport à l'année précédente avec 5,2% en 2014 contre 5% en 2013.

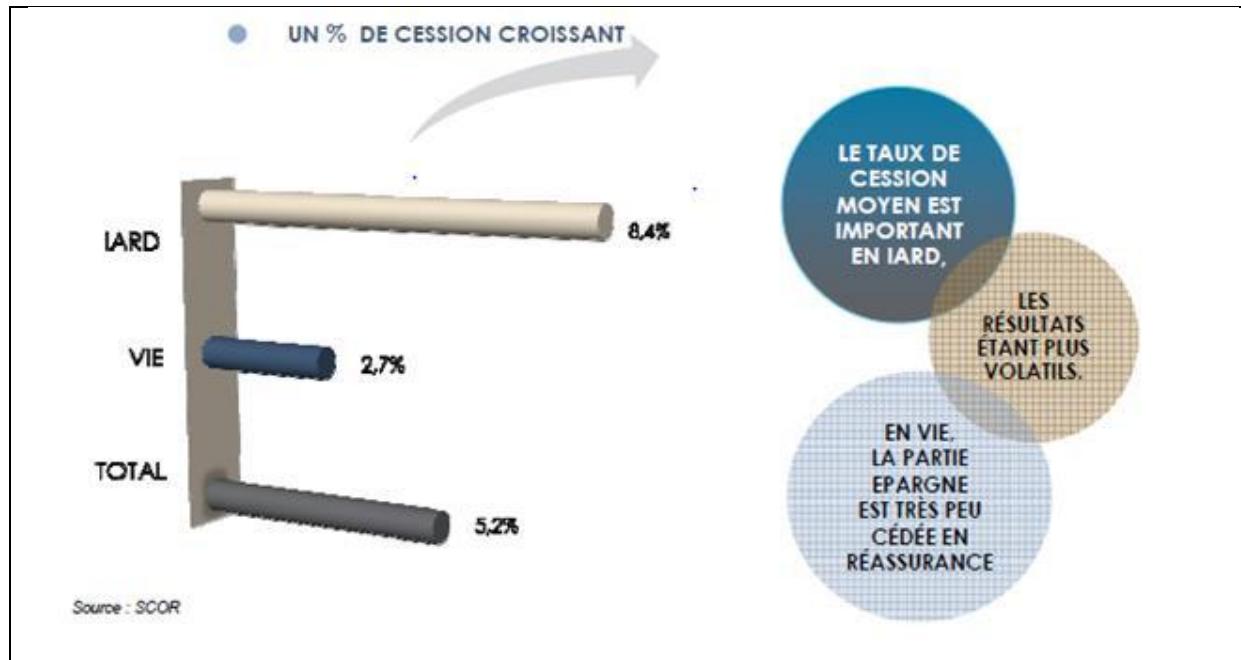
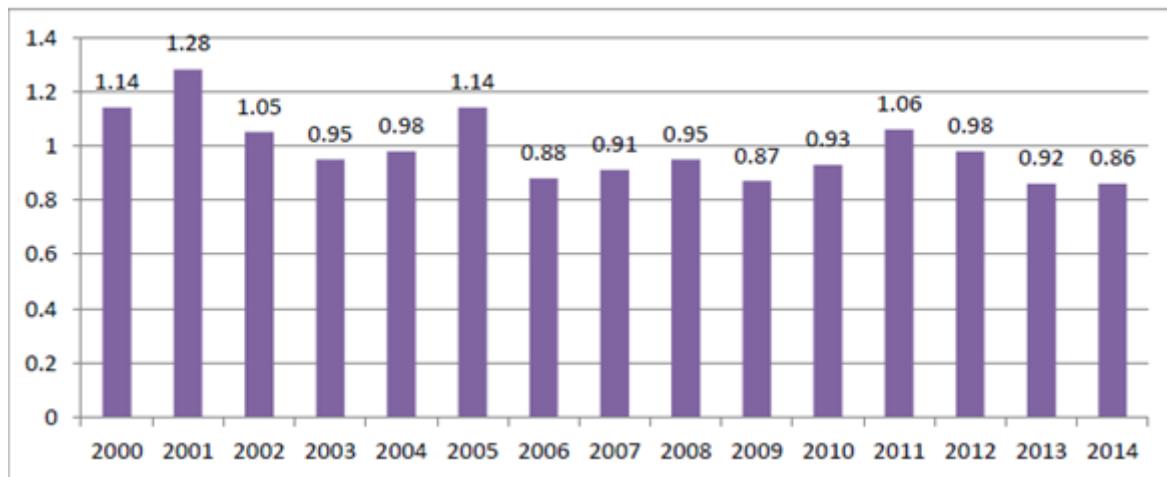


Figure 6: le taux de cession en 2014

### 2.3 L'évolution des Ratios combinés

Le ratio combiné est composé d'un ratio sinistre, commissions et frais généraux sur primes. Les ratios combinés des réassureurs restent en-dessous de 100%, cette dernière décennie, à l'exception des années marquées par une multitude d'événements naturels sévères.



**Figure 7 : Evolution du ratio combiné (2000-2014)**

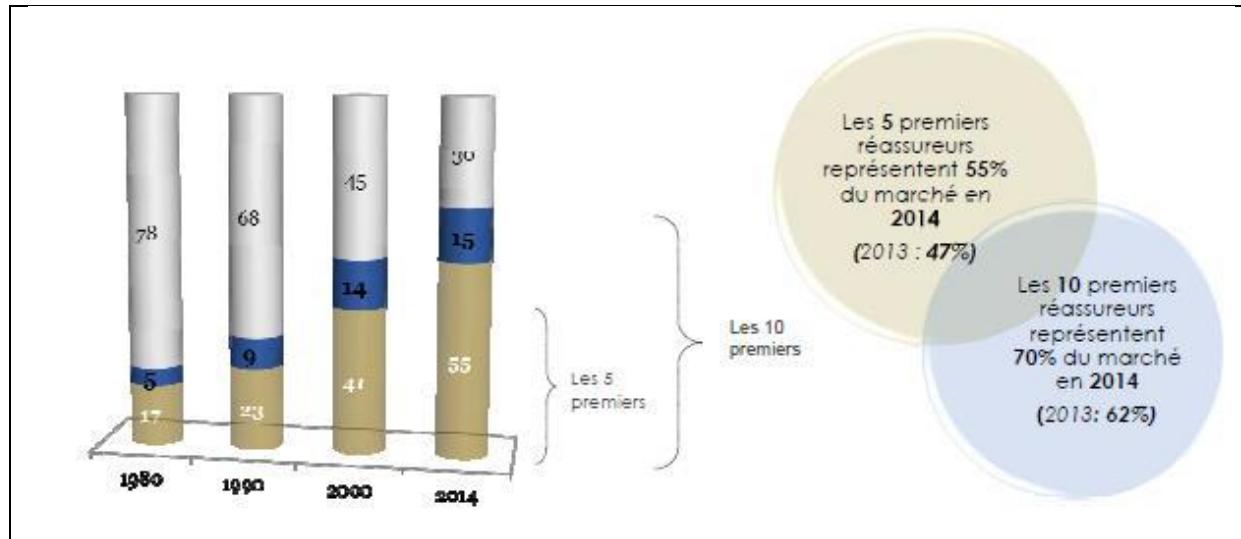
Notons que l'année 2001 était l'année la plus défavorable en termes de ratio combiné suite à l'intensité de l'événement du 11 septembre 2001 (plus de 100 Milliard de dollar). Ce ratio était à un niveau supérieur à 100 % durant des années exceptionnelles où la sinistralité est très élevées (2001, 2005 et 2011).

En absence d'évènement à caractère catastrophique, le ratio combiné des années 2013 et 2014 est revenu à un niveau acceptable atteignant les ratios respectifs de 92% et 86%.

#### 2.4 La concentration du marché de la réassurance

En 2014 la réassurance reste extrêmement concentrée, en effet les 10 premiers réassureurs représentent 70% du marché et la part des cinq premiers réassureurs dans le monde en 2014 correspond à 55% du marché. Il s'agit d'une tendance qui se renforce de plus en plus.

En 1990, les 10 premiers réassureurs ne représentaient que 32% du marché. Notons que le marché de la réassurance vie est beaucoup plus concentré que le marché non vie.



**Figure 8: concentration du marché de la réassurance**

Le marché de la réassurance, se révèle depuis plusieurs décennies très dépendant des agences de notation, lesquelles examinent tous les éléments de leur profitabilité : notation de la dette, de la solidité financière, de la crédibilité des dirigeants, de la cohérence de la stratégie, etc. En effet, la qualité de la notation est devenue fondamentale en réassurance. Elle permet de rassurer les cédantes sur la solidité financière des contreparties ainsi qu'elle contribue à l'image de marque et au prestige des réassureurs.

Les agences de notation, telles que Standard & Poor's, Moody's, Fitch ou AM Best, réalisent l'analyse de la solidité financière des réassureurs, à leur demande, et ce contre paiement d'honoraires. La note attribuée dépendra du capital disponible, mais aussi des résultats récents, de la crédibilité du comité de direction du réassureur et des perspectives de profit pour l'avenir. Cette note de solidité financière reflète une opinion sur la capacité d'un réassureur à régler dans les délais les sinistres importants.

Concrètement, le principal risque consécutif à une dégradation de note pour un réassureur est le non-renouvellement des contrats arrivant à terme. Les assureurs préféreront alors se tourner vers d'autres réassureurs plus solides financièrement.

Depuis les événements du 11 septembre 2001 et la crise financière de 2008, les notations ont chuté, aucun réassureur n'est maintenu dans la catégorie AAA. En 2015, la majorité sont dans la zone A+ /AA.

## 2.5 La sinistralité

Durant l'année 2014, le nombre des événements survenus (980) dépasse la moyenne des 10 dernières années (790). Malgré cette sinistralité catastrophique de 110 milliards USD en

termes de catastrophes naturelles, elle reste inférieure à la moyenne des 10 dernières années (200 milliards USD). Avec une valeur de 35 milliards USD, le coût assuré représente 32% du coût économique.

Il est à noter que cette sinistralité est marquée le plus en Europe et aux USA. Les tempêtes d'hiver et les tempêtes de grêle en représentent le risque majeur.

## 2.6 La tarification

Au niveau mondial, les tarifs sont tendanciellement en baisse depuis le milieu des années 2000.

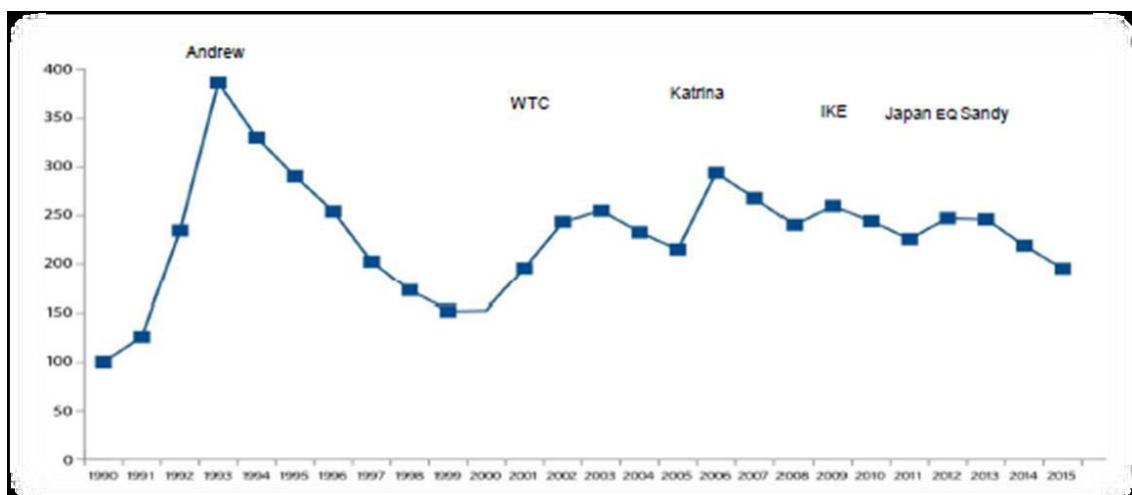


Figure 9 : Evolution de l'index mondial des tarifications de couvertures réassurance

Catastrophe (1990-2015).

## SECTION 3 : LE MARCHE ALGERIEN DE LA REASSURANCE

### 1. Historique de la réassurance en Algérie<sup>4</sup>

Le marché des assurances en Algérie est passé par différentes étapes depuis l'indépendance. Plus de 160 compagnies d'assurances étaient présentes en Algérie au lendemain de l'indépendance. En attendant la mise en place d'une réglementation spécifique, le législateur algérien a reconduit, par la loi 62-157 du 21 décembre 1962, tous les textes afin de sauvegarder les intérêts de la nation. En quittant le pays, les compagnies étrangères ont

<sup>4</sup> Guide des assurances en Algérie 2015

laissé des engagements qui ont finalement été pris en charge par le marché algérien pour régler les indemnisations de leurs assurés.

En 1973, la Compagnie centrale de réassurance (CCR) a été créée dans le cadre de l'ordonnance n°66-127 du 27 mai 1966 qui a institué le monopole de l'Etat sur toutes les opérations d'assurance. Les compagnies d'assurances étaient donc dans l'obligation d'effectuer l'intégralité de leurs cessions au profit de la CCR.

Aujourd'hui, Il n'existe qu'une seule société agréée exclusivement en réassurance: la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR), D'autres sociétés généralistes détiennent un agrément dans la branche réassurance, essentiellement pour permettre la conservation d'une part des grands risques dans le pays.

Au plan international, la CCR dispose d'une filiale à Londres (Angleterre) – Mediterranean Insurance & Reinsurance Company Ltd (MED-RE) – et des participations dans le capital de la Société africaine de réassurance (Arica-RE) à Lagos, au Nigeria, et de la Société arabe de réassurance (Arab-RE) à Beyrouth, au Liban. Elle est aussi membre actif du Syndicat arabe des risques de guerre (AWRIS) dont le siège est au Bahreïn.

Sonatrach a créé en novembre 2007 une filiale de réassurance captive, appelée Sonatrach-RE, basée au Luxembourg et dotée d'un capital social de 20 millions d'euros. Cette compagnie est chargée de la couverture d'une partie des risques de Sonatrach cédée par la CASH.

## 2. Cadre réglementaire de la réassurance en Algérie

Au même titre que l'activité d'assurance, l'activité de réassurance en Algérie est régie par la loi 95-07 promulguée le 25 janvier 1995, complétée et modifiée par l'ordonnance 06-04 du 20 février 2006, ainsi que les textes d'application y inhérents (décrets présidentiels, décrets exécutifs, Arrêtés...).

Ce que nous pouvons constater à travers la lecture de ces textes, c'est l'encadrement juridique presque égal des activités d'assurance et de réassurance. La formulation « les sociétés d'assurance et/ ou de réassurance ... » est toujours utilisée par le législateur algérien dans les différentes dispositions légales et réglementaires. Ceci nous permet de conclure que l'activité de réassurance est encadrée au même titre que celle d'assurance. Nous présenterons ci-après les principales règles qui régissent cette activité :

### 2.1 La cession Obligatoire

Conformément aux articles 3,4 et 5 du décret exécutif n° 10-207 du 9 septembre 2010 relatif à la cession obligatoire en réassurance, les compagnies d'assurance algériennes sont obligées de céder une partie de leurs primes à la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR). Le taux minimum de la cession obligatoire des risques à réassurer est fixé à 50%.

Aussi la CCR bénéficie d'un droit de priorité sur les cessions facultatives, pour peu qu'elle soit en mesure d'offrir des conditions au moins égales à celles offertes par les réassureurs étrangers.

## 2.2 La cession à l'AFRICA RE

Conformément aux dispositions de l'article 27 alinéa 2 de l'accord du 24 février 1976 à Yaoundé (Cameroun) portant création de la société de réassurance (AFRICA RE) dont l'Etat algérien est membre, les compagnies d'assurance et/ou de réassurance exerçant sur le territoire algérien, sont tenues de céder 5% au moins de leurs traités de réassurance à cette société et aux conditions accordées aux réassureurs les plus favorisés.

## 2.3 Le rating minimum du réassureur choisi

Les compagnies d'assurances algériennes doivent effectuer leurs placements de réassurance auprès des réassureurs dotés d'une cotation minimum de BBB en vue de favoriser des programmes de réassurance présentant des niveaux de sécurité suffisants sauf dans le cas où l'Etat algérien est actionnaire dans le capital du réassureur.

## 2.4 Les courtiers agréés de travailler en Algérie

Le Décret exécutif n° 11-422, du 08 décembre 2011, limite le nombre des courtiers de réassurance étranger agréés de travailler en Algérie à 16 courtiers, que nous citons ci-après : Aon Limited; Atlas Reinsurance Consultants (ARC); African Reinsurance Brokers (ARB); Chedid Europe Reinsurance Brokers Limited; Ckre Limited; Gras Savoye S.A; Guy Carpenter & Compagnie Limited; J. B. Boda Reinsurance Brokers Private Limited; Lockton (Mena) Limited; Marsh S.A (France); Marsh S.A. Mediadores de Seguros (Espagne); Nasco Karaoglan France (NKF); Rfib Group Limited; United Insurance Brokers LTD (UIB); Verspieren Global Markets; Willis Limited.

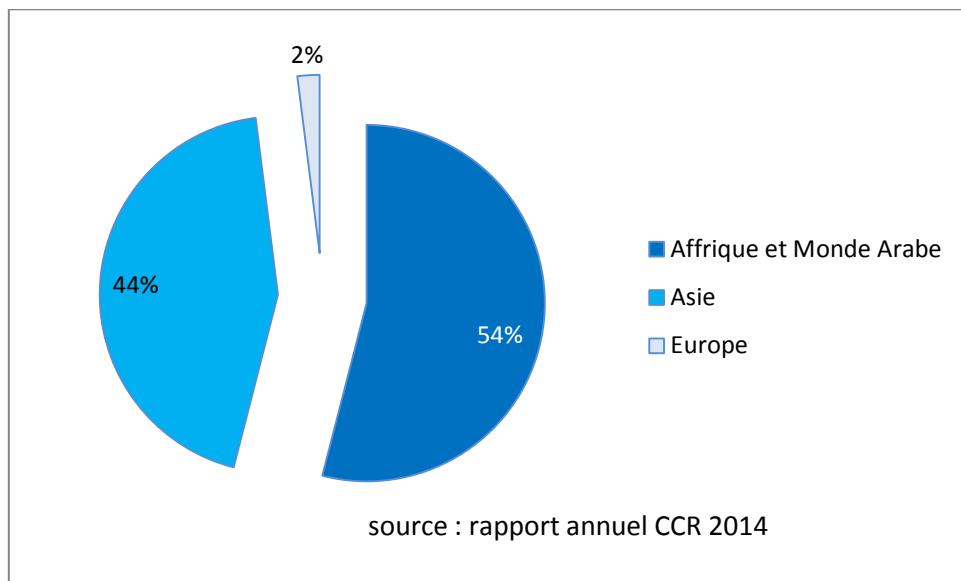
## 3. réalités économiques du marché algérien de la réassurance.

La couverture des grands risques se fait par appel à la réassurance. Ils sont pour la plupart réassurés sur une base facultative auprès de réassureurs étrangers cotés. Les compagnies directes mettent également en place des traités de réassurance pour couvrir les petits risques. Comme nous avons précisé précédemment, l'activité de réassurance en Algérie est exercée, essentiellement, par la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR).

La CCR s'est vue octroyer la note de B+ par l'agence de notation AM Best internationale. Cela renforcera sa présence dans le marché international notamment en matière d'acceptation.

Le chiffre d'affaires réalisé par la CCR en 2014 a atteint 22,3 milliards de dinars contre 20,3 milliards en 2013, soit, une augmentation de 9.9%.

Sur un niveau de production de 22,3 milliards de dinars, 20,7 milliards, soit 93%, sont issus du marché local. Le reste, soit 1,6 milliard de dinars, provient du marché international. Le niveau de rétention reste supérieur à celui des rétrocessions. La rétention représente 65% du portefeuille de la CCR.



**Figure 10 : Répartition du portefeuille CCR par zone de souscription**

Au titre de l'exercice 2012, les cessions des sociétés d'assurance s'élèvent à 28 milliards de dinars, en progression de 10% par rapport à 2011. Elles traduisent, pour le marché, un taux de cession moyen en réassurance de 28%.

Trois sociétés publiques d'assurance (la CASH, la CAAT et la CAAR) totalisent une part de 68% des primes cédées en réassurance. Il s'agit de trois sociétés dont l'activité est fortement orientée vers les risques d'entreprise.

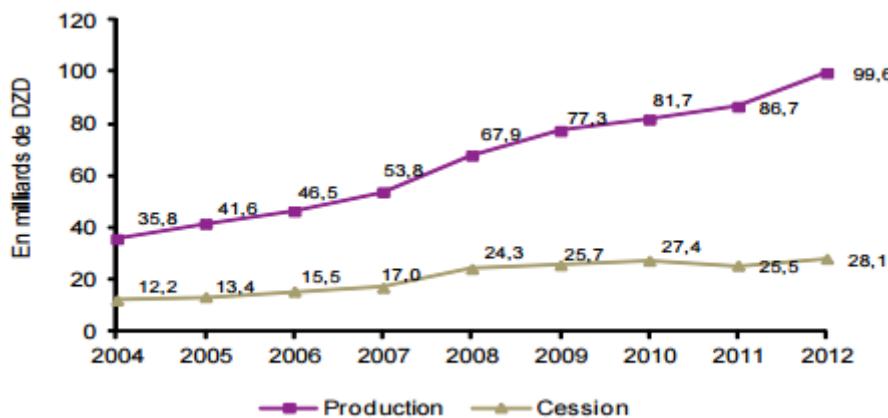


Figure 11 : Evolution cession /production entre 2004 et 2012

### 3.1 L'IMPACT DE SOLVABILITE II SUR LE MARCHE ALGERIEN :

En Algérie, les règles actuelles de solvabilité des sociétés d'assurance s'articulent sur :

- ✓ **Le capital minimal exigible** : Depuis 2006, le capital minimal est libéré en totalité et en numéraire à la constitution de la société.
- ✓ **La Constitution de provisions techniques (outre les réserves)** : il s'agit de la provision de garantie qui est destinée à renforcer la solvabilité de l'organisme d'assurance, la provision pour complément obligatoire aux dettes techniques qui est constituée en vue de suppléer une éventuelle insuffisance des dettes techniques et la provision pour risques catastrophiques.
- ✓ **La constitution de dettes techniques** : la constitution de ces dettes obéit à des règles édictées par la réglementation. En matière d'assurance de dommages il s'agit des sinistres et frais à payer et des primes ou cotisations émises ou acceptées reportées à l'exercice en cours dites "risques en cours", En matière d'assurance de personnes et d'assurance accidents corporels il s'agit des provisions mathématiques.
- ✓ La représentation des engagements règlementés: les provisions techniques et les dettes techniques doivent être représentées à l'actif du bilan, par des Valeurs d'Etat; Autres valeurs mobilières et titres assimilés; Actifs immobiliers et Autres placements.

Les niveaux de cette représentation sont fixés comme suit : 50% minimum pour les valeurs d'Etat (Bons du Trésor, dépôt auprès du Trésor et obligations émises par l'Etat ou jouissant de sa garantie) dont la moitié, au moins, pour les valeurs à moyen et long termes. Le reste des engagements règlementés est à répartir entre les autres éléments d'actifs en fonction des opportunités offertes par le marché sans que la part des placements en valeurs mobilières et

titres assimilés émis par des sociétés algériennes non cotées en bourse ne dépasse le taux de 20% des engagements réglementés.

- ✓ **La marge de solvabilité :** La solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance, doit être matérialisée par la justification de l'existence d'un supplément aux dettes techniques ou, marge de solvabilité, ce supplément est constitué par : Le capital social, les réserves constituées par la société d'assurance et les provisions techniques.

La marge de solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance doit être égale, au moins, à 15 % des dettes techniques telles que déterminées au passif du bilan. A tout moment de l'année, la marge de solvabilité ne doit pas être inférieure à 20% du montant de la production nette de réassurance.

Lorsque la marge de solvabilité est inférieure au taux de 20% du montant de la production nette de réassurance, la société dispose d'un délai de six (06) mois pour rétablir le niveau de sa marge ,soit, par une augmentation de son capital social, soit, par le dépôt au Trésor public, d'une caution permettant de rétablir l'équilibre.

En se basant sur les études d'impact de solvabilité II effectuées sur les compagnies d'assurances et de réassurance des pays de l'U.E et en tenant en compte des spécificités et des différences qui existent entre le contexte algérien et européen, nous avons pu dégager les enseignements suivants :

- **Impact sur les éléments opérationnels :**

- ✓ La formule standard basée sur le modèle qui différentie le montant de capital requis (SCR) en fonction de la nature des actifs détenus, pénalisera les investissements volatils, ce qui va amener les sociétés algériennes à investir dans des instruments sécurisés ;
- ✓ Le projet Solvabilité II influencera sur la baisse du niveau des provisions techniques. Les compagnies d'assurance auront certainement une autonomie plus étendue dans la gestion et le placement des provisions techniques, chose qui n'est pas autorisée par la mise en œuvre du projet Solvabilité II sur le marché algérien. Ce qui va amener les assureurs à appliquer la vérité des tarifs pour pouvoir faire face aux exigences puisque le risque est calculé avec (exactitude), et dans le cas contraire l'assureur va se retrouver dans une situation où les tarifs appliqués ne reflètent pas le niveau du capital exigé pour la souscription des risques sous-jacents ;

- ✓ Des exclusions pures et simples des risques dont la charge en capital est jugée excessive tant en assurance directe qu'en réassurance ;
- ✓ Plus de recours à la réassurance et des limites de garantie pour les risques dont la charge en capital est trop importante.
- **Impact sur les éléments stratégiques :**
  - ✓ Des modifications des stratégies d'investissement au profit d'actifs moins risqués ;
  - ✓ Cessions des activités n'offrant pas de possibilités de diversification ;
  - ✓ Des fusions et acquisitions ;
  - ✓ Des opportunités en matière de transfert de risques (titrisation, produits dérivés,...) qui permettent de réduire l'exigence en capital ;
  - ✓ La nouvelle réglementation exigera aux responsables des compagnies une célérité dans la collecte, le traitement et la communication de l'information. La communication doit être à l'échelle interne (entre dirigeants d'entreprises, employés,...) mais également externe (superviseurs, analystes financiers, auditeurs, clients, agence de rating,...) ;
  - ✓ Les pouvoirs publics, à travers les organismes de contrôle, et les entreprises elles-mêmes seront appelés à faire des efforts supplémentaires pour garantir un degré de transparence acceptable.

## CONCLUSION

Le premier chapitre nous a permis de mettre en évidence, l'activité de la réassurance sur le plan traditionnel ainsi que non traditionnel.

Il nous a permis aussi d'avoir une vision globale sur le marché de réassurance tant national qu'international.

Dans ce contexte, nous pouvons constater que les tarifs sont tendanciellement en baisse depuis le milieu des années 2000 ce qui permettra aux compagnies algériennes de mieux négocier les tarifs. Nous constatons aussi que, les taux de cessions à l'échelle internationale sont moins importants comparés au marché algérien d'où la nécessité d'une gestion rigoureuse en matière de réassurance, en fin le nouveau cadre prudentiel donne un intérêt particulier au risque. Il suppose que le profil du risque de chaque compagnie d'assurance, doit être pris en compte dans la détermination de sa solvabilité. Une culture de changement affectera le secteur et intégrera la prise en compte du risque dans toute prise de décision.

Toutes ces mesures mettent en valeurs le rôle et la nécessité d'une gestion optimale de la réassurance.

*Chapitre II :*

***METHODES DE DETERMINATION D'UNE  
RETENTION OPTIMALE***

## CHAPITRE 2 : METHODES DE DETERMINATION D'UNE RETENTION OPTIMALE

### INTRODUCTION

Après avoir défini, d'une manière assez globale, les concepts de base de la réassurance, il serait important d'analyser les méthodes de calcul de la rétention.

La rétention est la limite d'engagement que la compagnie est prête à conserver pour son propre compte, elle peut être exprimée en montant ou en pourcentage. La signification de la notion de rétention va dépendre du type de traité.

Le choix de la rétention ainsi que le programme de réassurance adopté par la compagnie est une décision parmi les plus importantes à prendre pour l'avenir de celle-ci. En effet, le résultat de la compagnie est directement lié au niveau de rétention.

La difficulté de la détermination d'un niveau de rétention à son niveau optimal est connue, quelle que soit la branche concernée. Certains assureurs recourent aux méthodes empiriques, d'autres font recours à des méthodes actuarielles

Dans ce chapitre, après avoir défini dans un premier temps ce que l'on nomme par « programme de réassurance » ainsi que les techniques de base de sa conception, nous nous intéresserons dans un second temps à la notion de la rétention. Enfin nous exposerons les méthodes d'évaluation du niveau de la rétention optimale, notamment la méthode empirique et les méthodes actuarielles et plus particulièrement l'approche moyenne-variance de De Finetti, suivie de la présentation du critère d'aide à la décision qui est le RORAC

## SECTION 01 : PROGRAMME DE REASSURANCE

### 1. Conception d'un programme (ou plan) de réassurance

#### 1.1. Généralité sur la conception d'un programme de réassurance

Pour un assureur, le choix de son programme de réassurance est une partie intégrante de sa stratégie : un programme de réassurance qui serait mal adapté coûterait chers, serait peu efficace et nuirait à son développement.

De ce fait, le programme de réassurance est différent d'une compagnie à une autre. Chaque compagnie a ses considérations d'ordre technique, administratif et financière, particuliers à chaque cas en vue d'atteindre les objectifs principaux préétablis et non pas selon un schéma général et uniforme.

Pour chaque plan, on procédera à une analyse objective du portefeuille à couvrir, en tenant compte de l'expérience acquise et des perspectives d'avenir que l'on discutera avec quelques réassureurs ou courtiers de réassurance suffisamment expérimentés en vue d'obtenir leurs avis.

Chaque compagnie établie son plan de réassurance selon ses propres besoins, c'est-à-dire: « selon la nature de ses affaires, leur volume et leur répartition territoriale pour chaque branche d'assurance, le type et l'ordre de grandeur des risques à couvrir, la qualité de l'ensemble de son portefeuille, l'expérience acquise dans le passé et les perspectives d'avenir, sa puissance financière, les possibilités de placement des risques dans le cadre de chaque plan et les conditions de ce placement, les charges administratives qu'il impose, les perspectives à long terme...etc. »<sup>5</sup>

L'assureur cherchera d'abord à mettre en place un système de protection automatique des affaires qu'il souscrit, ce qui lui permettra :

- ✓ de ne conserver que la part des affaires qu'il estime pouvoir souscrire sans mettre en danger son équilibre financier ;
- ✓ de souscrire des polices qui dépassent son plein de conservation.

<sup>5</sup> Revue n°1 ; problème de réassurance dans les pays en voie de développement ; page8

L'assureur va donc conclure avec un ou plusieurs réassureurs un ensemble de traités obligatoires assortis d'un engagement maximum fixé en fonction de la capacité maximale dont il estime avoir besoin pour son développement commercial. Au-delà, l'assureur devra faire appel à la réassurance facultative lorsqu'il voudra souscrire un risque dont la somme assurée dépasse son plein de souscription, de ce fait l'avantage pour l'assureur sera double : il conservera sa liberté de souscrire, tout en simplifiant la procédure de réassurance et en étant sur d'être protégé.<sup>6</sup>

Ainsi il convient pour l'assureur d'évaluer les avantages et les inconvénients que présente chaque plan dans les circonstances envisagées pour choisir celui qui offre plus de chance de répondre aux besoins de l'assureur pour un coût optimal, ce plan devras être réexaminé fréquemment pour tenir compte de l'expansion de la compagnie ainsi que des changements intervenues dans ses activités propres et sur les marchés de la réassurance.

## 1.2. Choix des types de traités

Le choix du type de traité qui doit figurer dans le plan, et qui conviendrait le mieux pour chaque branche, est tributaire des avantages et inconvénients de celui-ci.

De ce fait, une compagnie de petite envergure ou nouvellement fondée, doit avoir recours au début, aux traités de réassurance en quote-part, parce qu'ils présentent l'avantage d'être facile à appliquer, en attendant d'avoir acquis assez d'expérience pour pouvoir souscrire ses risques de façon judicieuse. Pour les grands risques, la compagnie doit recourir à la réassurance facultative.

La réassurance en excédent de sinistre convient aux compagnies qui souscrivent des volumes importants d'affaires, comportant des risques de catastrophes. Pour se protéger contre la survenance éventuelle d'un nombre exceptionnel de petits sinistres dont l'accumulation pourrait avoir des conséquences désastreuses au cours d'une même année la compagnie peut avoir recours à une couverture en excédent de perte annuel.

Après avoir constitué un portefeuille équilibré, acquis une expérience technique et une capacité financière suffisante, la compagnie devra, pour des branches d'assurance assez simples (incendie, assurance maritime, assurance individuelle contre les accidents....), abandonner le premier système de réassurance et adopter une garantie en excès de pleins,

<sup>6</sup> Véronique Partin ; « initiation à la réassurance » ; scor campus formation entreprise ; 2000, page 38

de ce fait elle gagnera de retenir pour son propre compte, un volume plus important de primes et de pouvoir fixer de manière sélective la limite de chacun de ses engagements dans son portefeuille net.

### 1. 3. Programme de réassurance combinée

Pour dresser son programme de réassurance, une compagnie doit considérer séparément chaque branche afin de pouvoir garder un certain contrôle sur les sinistres déclarés pour chacune. Aussi, arrive-t-il qu'un traité couvre un ensemble de branche, en d'autres termes certains plans de réassurance protègent plusieurs branches ensemble : un assureur peut décider de regrouper tous ses traités (proportionnels ou non-proportionnels) dans un **bouquet**, avec placement unique, ce qui a comme avantage pour l'assureur de simplifier la gestion (en mélangeant parmi les bons traités quelques-uns très vulnérables qui ne trouveraient jamais preneur s'ils devaient être réassurés seuls) ; notamment en matière de coût, de traitement des demandes d'indemnité, de financement, une évaluation combinée se révèle nécessaire comme le montrent les exemples suivants :

- i. Lorsque le volume des primes de réassurance relatif à une branche d'assurance donnée est faible, il se peut qu'en combinant celle-ci à d'autres branches on parvient à un meilleur équilibre entre engagements et revenu, qui facilitera le placement des risques en réassurance.
- ii. Pour protéger la compagnie des conséquences d'une accumulation de pertes nettes survenant dans une ou plusieurs branches ou subdivisions de branches d'assurance du fait d'un même évènement, on adopte quelque fois des traités, surtout en réassurance en excédent de sinistres, couvrant plus d'une branche ou subdivision. Un plan de ce genre peut avoir pour effet de réduire le coût de la couverture en réassurance, ainsi d'assurer une protection nécessaire<sup>7</sup>.

Donc on peut dire qu'un plan de réassurance concernant une branche d'assurance déterminée peut en effet exercer une influence sur les plans de réassurance concernant d'autres branches et réciproquement.

Une fois que l'assureur aura défini, de façon théorique, la combinaison idéale de traités proportionnels ou non-proportionnels qui répond à ses besoins propres, il sera confronté, de façon pratique :

---

<sup>7</sup> Revue N°(1) ; opcit ; page14

- ✓ A la législation en vigueur, qui va lui imposer des contraintes directes (par exemple : cessions légales obligatoires) ;
- ✓ A l'intervention des courtiers de réassurance (incontournables pour se réassurer aux Lloyd's), qui vont orienter son choix ;
- ✓ Aux différents réassureurs qui négocieront pour faire valoir leurs propres exigences.

Par conséquent, nous pouvons dire qu'un plan de réassurance est un compromis entre les divers objectifs, parfois contradictoires - de la cédante, de ses courtiers et de ses réassureurs.

Les plans de réassurance varient selon les compagnies et selon les marchés, et suivent les fluctuations de l'offre et de la demande, mais nous pouvons noter quelques tendances générales par branche :

**Incendie:** Quote-part + Excédent de plein (avec des pleins différents pour les risques simples et pour les risques industriels) + un XL protégeant la rétention (en général, un XL par événement pour se protéger des cumuls sur les RS, et un XL par risque pour se protéger d'un sinistre majeur sur les RI).

**Vol :** Quote-part + Facultative.

**Responsabilité Civile :** généralement en XL.

**Grèle :** Quote-part avec Stop Loss protégeant la rétention, ou Stop Loss seul.

**Transport Maritime :** Excédent de plein + XL Catastrophe protégeant la rétention<sup>8</sup>.

## 2. Caractéristiques d'un programme de réassurance

### 2.1. Caractéristique d'un programme de réassurance proportionnelle

#### 2.1.1. La Prime :

Calculée sur les primes d'assurance en fonction du partage du risque entre l'assureur et le réassureur.

- ✓ **Prime émise:** Calculée sur les primes émises en fonction du partage du risque entre l'assureur et le réassureur;
- ✓ **Prime acquise:** Portion de prime entièrement acquise à l'exercice;
- ✓ **Prime non Acquise:** portion de prime qui à la clôture de l'exercice doit être reportée à l'année suivante puisque la garantie continue<sup>9</sup>.

<sup>8</sup> Véronique Partin ; opcit ; page39

<sup>9</sup> Bouregoud Bilel ; opcit ; page17

### 2.1.2. Commission de réassurance :

Le réassureur reçoit une prime qui est composée d'une prime pure (portion fixe qui égal au taux de cession), ainsi qu'une portion d'un chargement appliqué par l'assureur. Il est clair que les coûts d'acquisition et de gestion des affaires sont nettement plus faibles pour le réassureur que pour l'assureur, c'est pour ces raisons que le réassureur sert à l'assureur une commission de réassurance qui correspond aux frais réellement engagés par l'assureur.

Cette commission varie en fonction :

- ✓ De la branche couverte ;
- ✓ Du type de traité : plus le traité est déséquilibré, plus la commission de réassurance aura tendance à diminuer ;
- ✓ Du marché : les frais de gestion changent d'un pays à l'autre, selon le niveau de vie ;
- ✓ Des résultats du traité : si les résultats sont favorables, la cédante voudra augmenter le taux de commission. A l'inverse, si le traité est en perte, le réassureur cherchera à diminuer cette commission, ce qui donne lieu à de longues négociations<sup>10</sup>.

Donc on peut dire que la commission de réassurance est la participation du réassureur au frais de l'assureur.

### 2.1.3. Participation bénéficiaire :

C'est une technique permettant de partager le profit du réassureur. Celle-ci prévoit qu'en cas de résultat bénéficiaire, le réassureur devra ristourner à l'assureur une partie de ce bénéfice, diminuée de ses frais généraux.

Le profit est contractuellement défini comme étant la prime de réassurance moins les sinistres moins la commission de réassurance moins un forfait censé représenter les frais du réassureur (souvent 7,5% ou 5% de la prime de réassurance).

### 2.1.4. Le Sinistre :

En ce qui concerne les sinistres, en plus des paiements relatifs à l'exercice de réassurance actuel, il convient de tenir compte des paiements relatifs aux sinistres survenus durant les exercices antérieurs dont le règlement s'effectue à l'exercice actuels.

---

<sup>10</sup> Véronique tartin ; opcit ; page18

Ces paiements sont censés être couverts par la réserve pour sinistres en suspens entrante, une moindre variation dans l'évaluation des sinistres d'une année à une autre entraîne une répercussion sur la réserve pour sinistres en suspens. Ces réserves sont établies par la cédante en fonction de son anticipation du développement de la sinistralité.

La charge de sinistralité affectant une année comptable se définit comme étant la somme des paiements durant l'exercice, diminuée de la provision pour sinistres en suspens des exercices antérieurs et augmentée de la provision pour sinistres en suspens non encore définitivement réglés.

### 2.1.5. Sinistre Maximum Possible-SMP :

C'est une augmentation artificielle de la valeur du plein de conservation et du plein de souscription.

## 2.2. Caractéristiques d'un Programme de Réassurance non Proportionnelle

### 2.2.1. La Prime de Réassurance :

La prime de réassurance n'est d'autre que la multiplication entre l'assiette protégée et le taux de la prime, qui est présenté dans la formule suivante :

❖ **Prime de Réassurance = Taux de prime x Assiette protégée**

Où le **Taux de prime commerciale** = Taux de prime pure + Taux de Chargement de sécurité + Taux de Chargement de gestion.

❖ **Prime Minimum de Dépôt «Minimum deposit premium»:** En pratique, la cédante paie une prime prévisionnelle en début d'année, de trimestre ou de semestre sur la base d'un encaissement estimé, cette prime est appelée donc prime minimum de dépôt. Elle a les spécificités suivantes:

- ✓ **Provisoire** : Ajustée en fin d'exercice ;
- ✓ **Minimale** : Prix minimum de la couverture ;
- ✓ **Fractionnée** ; Payable d'avance, par moitié ou par quart.

❖ **Taux de Prime:** Le taux de Prime peut être:

- ✓ **Fixe:** Un taux appliqué à l'assiette ;
- ✓ **Variable:** Dépendant du loss ratio.

- ❖ **Taux appliqué** «**Taux min ≤ Taux applique≤ Taux max** » qui est égal à la charge de sinistre divisée par l'assiette protégée multiplié par un chargement (100/80 ou 100/75...etc.);
- ❖ **Prime forfaitaire:** forfait négocié et accepté par les deux parties

### 2.2.2. La Clause de Reconstitution :

Souvent la limite annuelle s'exprime sous forme d'un multiple de la portée, disons N fois la portée. On dit alors qu'il y'a reconstitutions. Ceci signifie que la garantie offerte peut être reconstituée N fois. Les reconstitutions peuvent être gratuites ou payantes. Dans ce dernier cas, lorsque la tranche est touchée, la cédante doit payer un complément de prime de réassurance pour reconstituer la garantie. Le paiement est obligatoire: il ne s'agit pas d'une option. En clair, si un sinistre survient le 31 Décembre à 23H30, la cédante ne s'exonère pas du paiement de la prime de reconstitution. La reconstitution de garantie peut se définir comme le rétablissement après sinistre du montant de l'engagement de l'assureur à sa valeur au jour de la prise en cours du contrat. La reconstitution de la couverture s'applique immédiatement après qu'une partie de l'engagement ait été absorbé et entraîne généralement le paiement d'une prime additionnelle, appelée prime de reconstitution<sup>11</sup>.

### 3. Les objectifs d'un programme de réassurance :

En recourant à la réassurance, l'assureur transfère des risques (ou des « bouts » de risques) qu'il ne peut mutualiser lui-même et dont la survenance déséquilibrerait fortement son compte de résultat.

De ce fait, toute compagnie d'assurance doit donc, au moment où elle planifie sa politique de réassurance, viser quelques objectifs, notamment :

- Offrir une protection adéquate par la réassurance pour répondre aux besoins actuels de l'assureur ;
- Pouvoir anticiper les changements futurs car l'assurance est une activité dynamique et l'environnement évolue ;

<sup>11</sup> Bouregoud Bilal ; opcit ; page18

- Définir une combinaison optimale des différentes formes de réassurance afin de lisser la sinistralité ;
- D'obtenir une capacité de souscription importante et de bénéficier d'une expertise technique, et de consolider la puissance financière ;
- Réduire au minimum les débours nets faits au titre de la réassurance ;
- Equilibrer les comptes techniques par branche et contrôler l'exposition de la compagnie.

Donc pour chaque année l'assureur doit trouver le meilleur équilibre entre différents paramètres dont les plus importants sont : Le niveau de rétention (la partie de risque qu'il garde), L'espérance de résultat et la volatilité de cette rétention, le coût des protections (coût de réassurance) et les exigences réglementaires.

## **SECTION 2 : LES OUTILS DE FIXATION D'UN SEUIL DE RETENTION Optimal**

Le problème d'optimisation de la réassurance a suscité un intérêt particulier des assureurs où l'on retrouve une multitude de critères de choix.

Il y'a deux types de problèmes d'optimisation, le premier est lié à la forme optimale de réassurance pour un ensemble donné et le deuxième est la détermination pour une forme de réassurance optimale donnée des paramètres de réassurance optimale tel que la rétention optimale.

Dans ce qui suit nous intéressons à quelques techniques permettant de fixer le seuil de rétention optimale :

### **1. Les méthodes empiriques**

Chaque compagnie peut fixer sa rétention à partir des ratios financiers. Dans ce contexte, une étude menée par Swiss Ré s'est intéressée à la mise en place d'une rétention et d'un programme de réassurance dit « optimal ».

Cette étude a instauré certaines règles appelées « Règles d'or » ou « Règles empiriques » permettant la fixation et l'évaluation des niveaux de rétentions et des programmes de réassurance. Ces règles sont relatives à la couverture en réassurance par risque, par événement et annuelle.

- **Règle 1**

$$\frac{\text{primes brutes}}{\text{capital + réserves}} = 200\%$$

Afin de garder un niveau raisonnable du montant de la réassurance achetée, l'assureur doit adapter ses capitaux propres aux affaires souscrites. Donc, sa capacité financière doit être prise en considération lors de la souscription des affaires.

Les mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle sont les suivantes :

- ✓ Souscrire plus/moins d'affaires ;
- ✓ Ajuster le niveau des primes ;
- ✓ Ajuster les capitaux propres.

- **Règle 2**

$$\frac{\text{primes nettes}}{\text{capital + réserves}} = 50\%$$

Cette règle est semblable à la définition traditionnelle de la solvabilité. Il est à noter que les primes nettes sont relatives à la branche étudiée.

Les mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle sont :

- ✓ L'ajustement de la rétention et / ou le programme de réassurance
- ✓ L'ajustement du niveau des primes ;
- ✓ La souscription d'un nombre plus/moins d'affaires ;
- ✓ L'ajustement les capitaux propres.

- **Règle 3**

$$\frac{\text{primes brutes}}{\text{primes nettes}} > 15\%$$

Le but ici est de s'assurer que la compagnie d'assurance garde une certaine participation minimum dans ses propres affaires.

Les Mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle :

- ✓ L'augmentation de la rétention ;
- ✓ L'implication de plusieurs réassureurs ;

- ✓ La protection de la rétention par un traité en excédent de sinistre.
- **Règle 4**

$$\frac{\text{la rétention}}{\text{les primes nettes}} < 10\%$$

La compagnie doit être capable de payer 10 sinistres totaux à partir des primes encaissées au titre de la rétention.

Les Mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle :

- ✓ La réduction de la rétention ;
- ✓ L'augmentation du niveau des primes ;
- ✓ L'augmentation des souscriptions.

- **Règle 5**

$$\frac{\text{rétention nette}}{\text{primes nettes}} = 2\%$$

Cette règle réduit l'impact d'un seul sinistre maximum sur les résultats en général. Un sinistre individuel ne doit pas augmenter le ratio S/P plus de 1 % à 3 %.

Notons que la rétention nette correspond à la rétention finale après la cession en toutes formes de réassurance, alors que la notion de la rétention correspond à la rétention après seulement la cession en réassurance proportionnelle.

- **Règle 6**

$$\frac{\text{rétention nette}}{\text{fonds liquides}} = 5\%$$

Le but est de faire éviter à l'assureur de rencontrer des difficultés financières suite à la réalisation d'un seul sinistre. Dans ce cas, l'assureur ne sera pas forcé de vendre ses placements avant leurs termes.

- **Règle 7**

$$\frac{\text{rétention nette}}{\text{capital} + \text{réserves}} = 1\%$$

Plusieurs interprétations peuvent être attribuées à ce ratio, elles dépendent de la définition du capital qui a été adopté.

- **Règle 8**

Un assureur doit garder un intérêt pour ses affaires tout en maintenant une proportion raisonnable dans chaque affaire.

$$\frac{\text{rétention nette}}{\text{rétention}} = 5 \text{ à } 25 \%$$

## 2. Les méthodes actuarielles :

Historiquement, les actuaires se sont intéressés à la réassurance optimale dans un espace à deux dimensions. Leur but était de comparer des structures de réassurance et de tirer un graphique mettant en relation une mesure de gain et une mesure de risque de l'assureur.

Les résultats les plus classiques et les plus fondamentaux de la réassurance optimale ont montré que le traité en excès de perte annuelle représente la solution optimale permettant de résoudre le modèle de la maximisation de l'utilité ainsi que le modèle de la minimisation de la variance.

La littérature actuarielle actuelle regorge d'articles, souvent assez théoriques, sur le sujet de l'optimalité de la réassurance. Nous passons ici en revue quelques techniques permettant de fixer le seuil de rétention optimale :

### 2.1 Les modèles basés sur le critère de moyenne variance

Ce sont des modèles basés sur la minimisation de la variance du résultat de l'assureur pour un rendement donné, c'est-à-dire la minimisation de la dispersion du résultat par rapport à la moyenne de ce résultat.

#### 2.1.1 Le modèle de Fenetti (1940)

De Finetti (1940)<sup>12</sup> a proposé d'analyser des structures de réassurance proportionnelle en minimisant la variance du gain de l'assureur sous la contrainte que le gain moyen soit fixé.

<sup>12</sup> HURLIMANN Werner, « Case study on the optimality of reinsurance contracts », Zurich, 2010

Ceci correspond à un décideur qui souhaite un certain niveau de gain moyen et choisit la structure qui va minimiser la variance pour ce niveau de gain moyen. Son idée est donc de mesurer le risque par la variance.

Il s'agit d'une optimisation sous un critère de moyenne variance. En utilisant ce critère, il était possible d'optimiser un traité de réassurance proportionnel ou non proportionnel selon deux approches. La première suppose une forme de réassurance donnée pour déterminer la réassurance optimale et la deuxième considère le risque cédé comme une transformation du risque total selon une fonction à valeur dans R pour essayer de trouver cette transformation.

Cette technique n'est évidemment pas applicable à un portefeuille de plusieurs milliers de contrats. En effet, le taux de cession est différent pour chaque contrat en portefeuille, ce qui serait ingérable. Par contre, on peut considérer des sous portefeuilles dans le cadre d'une quote-part variable.

Durant les années récentes, l'analyste **Glineur and Walhin (2006)**, tout comme **Lampaert and Walhin (2005)**, ont redémontré le même résultat **de Finetti** en l'appliquant sur d'autres types de réassurance proportionnelle. Leurs études ont été basées sur le critère **de Finetti** ainsi que le critère **RORAC (Return On RiskAdjusted Capital)** avec le maintien de l'hypothèse de l'indépendance des risques composant le portefeuille.

### 2.1.2 Le modèle Krvavych (2005)<sup>13</sup>

Il considère la première approche comme étant une approche exogène et la deuxième comme étant une approche endogène de réassurance optimale dans la mesure où la forme de réassurance est un facteur exogène à la cédante car cette forme est prédéterminée alors que la fonction qui permet de définir le risque à céder au réassureur en fonction de la charge totale des sinistres est un facteur endogène à la cédante. Donc en somme, il définit deux problèmes d'optimisation de la réassurance, un endogène et l'autre exogène.

Concernant le problème d'optimisation endogène de la réassurance sous le critère moyenne variance, l'espérance de profit et la variance du risque retenu sont des fonctions de la transformation. Il considère que ce problème d'optimisation endogène de la réassurance pour la plupart des traités de réassurance, est équivalent à un problème d'optimisation non linéaire convexe. Il a utilisé les méthodes de programmation convexes pour le résoudre sous plusieurs principes de calcul des primes. Il se donne un espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  et une

<sup>13</sup> E.Straub, « Non-Life Insurance Mathematics », Springer 1988.

variable aléatoire positive  $X$  représentant le risque supporté par l'assureur. Il suppose que l'assureur achète de la réassurance pour minimiser la variance du risque retenu et que l'assureur aura recours au réassureur pour couvrir une quantité positive aléatoire  $R$ .

### 2.1.3 Le modèle de Hess :

Hess considère le cas d'une compagnie d'assurance dont le portefeuille est composé de  $k$  groupes de risques ( $k$  lignes d'affaires). La charge des sinistres de chaque ligne de business est représentée par une variable aléatoire continue positive  $X_i$ ;  $i = 1, \dots, n$ . De plus, les variables aléatoires sont supposées indépendantes. La charge totale est donc définie par :

$$X_i = \sum_{i=1}^k X_i, \quad \forall i = 1, \dots, k.$$

$$E(X_i) = \sum_{i=1}^k E(X_i)$$

$$Var(X_i) = \sum_{i=1}^k var(X_i)$$

Dans son modèle, il suppose que l'assureur, ainsi que le réassureur, appliquent des chargements de sécurité basés sur l'espérance mathématique, dont les taux respectifs sont  $\eta$  et  $\eta_r$  quel que soit la branche d'activité. Il désigne par  $R$  le montant des réserves affectées aux risques et il définit :

$$\tilde{R} = R + (\eta + \eta_r) E(X) \geq 0$$

L'hypothèse sous-jacente est donc que  $(\eta + \eta_r) E(X) \geq R$ , De plus, il désigne  $\pi_i$  par le montant des primes techniques reçues par l'assureur sur chaque ligne d'affaires  $i = 1, \dots, k$ .

$$\pi_i(X_i) = (1 + \eta) E(X_i)$$

$$\pi(X) = (1 + \eta) \sum_{i=1}^k E(X_i)$$

Il propose de calculer le rapport de solvabilité noté par  $rst$  et défini par :

$$rst = \frac{R}{\pi}$$

Le profit de l'assureur est une variable aléatoire B définie par :

$$B = \pi(X) - X$$

$$E(B) = \eta E(X)$$

$$\sigma(B) = \sigma(X)$$

Il définit un coefficient de sécurité T qui doit être au moins égal à une valeur t souhaitée par l'assureur, avec :

$$T = \frac{R + \eta E(X)}{\sigma(X)} \geq t$$

Si ce coefficient est supérieur ou égal à la valeur souhaitée t, la réassurance sera inutile. À l'inverse, l'assureur doit avoir recours à la réassurance pour céder une partie du risque et retrouver l'inégalité précédente. Il propose d'ajuster les pleins de conservation par branche d'affaires. Dans ce contexte, l'assureur fait face à la réassurance sélective ou adaptée. Soient  $\theta_i$  le plein de conservation de la branche i ( $0 \leq \theta_i \leq 1$ ) et  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  le vecteur des pleins de conservation par ligne de business. Il définit, en considérant des traités de réassurance en quote-part sur chaque ligne d'affaires :

$$B(\theta) = \pi(X) - \sum_{i=1}^k \theta_i X_i + (1 + \eta_r) \sum_{i=1}^k (1 + \theta_i) E(X_i)$$

$$E(B(\theta)) = (\eta - \eta_r) E(X) + \eta_r \sum_{i=1}^k \theta_i E(X_i)$$

$$\text{Var}(B(\theta)) = \sum_{i=1}^k \theta_i^2 \text{Var}(X_i)$$

Hess propose le problème d'optimisation qui consiste à déterminer le vecteur  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  permettant de maximiser le bénéfice moyen  $E(B(\theta))$  sous les contraintes :

$$\begin{cases} T = \frac{R + \eta E(X)}{\sigma(X)} \geq t \\ 0 \leq \theta_i \geq 1 \forall i = 1 \dots k \end{cases}$$

Formellement :

$$\begin{cases} \max \theta = (\theta_1; \dots; \theta_k) E(B(\theta)) \\ \text{SC} \left( \theta = (\theta_1; \dots; \theta_k) \in \frac{R^k}{T(\theta)} \geq t \right), \forall i = 1 \dots k; 0 \leq \theta_i \geq 1 \end{cases}$$

Il parvient ensuite à démontrer l'existence d'une solution optimale à ce problème d'optimisation. De plus  $1/T$  s'interprète comme le coefficient de variation de la richesse de l'assureur, soit  $R + B$ . Le coefficient de sécurité  $T$  est lié à la probabilité de ruine, dans la mesure où :

$$P(\text{ruine}) = P(R + \pi(X) < X)$$

$$= P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > \frac{R + \pi(X) - E(X)}{\sigma(X)}\right)$$

$$= P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > T\right)$$

Cependant, l'écart type de la distribution de résultat de la cédante décrit la dispersion mais ne mesure pas précisément la sévérité des valeurs extrêmes de la distribution du résultat.

Le choix de la cédante consiste à fixer le coefficient de sécurité à un niveau arbitraire  $t > 0$ . Cela pourrait faire intervenir la fonction d'utilité du décideur pour en choisir le seuil minimum. En pratique, un coefficient de sécurité au moins égal à 4 est jugé satisfaisant, puisqu'il signifie que la probabilité pour qu'une perte dépasse les fonds propres est ainsi inférieure à 0,5%. Pour résoudre ce problème de maximisation, Hess a utilisé les conditions d'optimalité de Kuhn Tucker, puis il a suggéré un algorithme de résolution qui consiste à ordonner d'abord, les branches selon l'ordre croissant des valeurs  $C_i = E(X_i)/V(X_i)$ <sup>14</sup>, de

---

<sup>14</sup> La valeur du coefficient  $C_i$  d'autant plus grande que le bénéfice moyen de la branche  $i$  grand et/ou que la variance est petite. Autrement dit, plus ce coefficient est grand plus la « sécurité » de la branche est grande.

sorte que les branches sont indiquées de façons que, pour tout  $i = 2, \dots, k$  ;  $C_{i-1} \leq C_i$ , puis à rechercher successivement l'optimum parmi l'une des  $k$  situations suivantes :

- ✓ Toutes les branches sont réassurées.
- ✓ Seule la branche  $k$  n'est pas réassurée, tandis que les branches  $1, 2, \dots, (k-1)$  sont réassurées.
- ✓ Seules les  $(k-1)$  et  $k$  branches ne sont pas réassurées.
- ✓ Seule la branche  $1$  est réassurée, tandis que les branches  $2, 3, \dots, k$  ne sont pas réassurées

On commence par rechercher  $\theta_1, \dots, \theta_k$  en supposant que toutes les branches seront réassurées. Si la solution existe, elle est égale à :

$$\dot{\theta} = N C_i$$

Avec

$$N = \frac{R'}{\sqrt{A}(4 - \sqrt{A})}$$

$$\text{Ou } A = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\eta E(X_i)^2}{V(X_i)} \right)$$

Ensuite, on sature la branche  $k$  ( $\theta_k = 1$ ) la moins exposée. Les autres  $\theta_i$  sont obtenus par :

$$\theta_i = N C_i$$

Avec  $k$  racines positives de l'équation du second degré :

$$N^2 A (4^2 - A) - 2 N W A + 4^2 S - W^2 = 0$$

$$\text{Ou } A = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\eta E(X_i)^2}{V(X_i)} \right) \text{ la sommation est étendue aux branches saturées.}$$

$$W = R' + \sum_{i=1}^{k-1} (\eta E(X_i)) \text{ la sommation est étendue aux branches non saturées.}$$

Après  $k$  itérations, pour chaque solution possible, on calcule le bénéfice de l'assureur. La solution retenue est celle qui rend ce bénéfice maximum.

## 2.2 Les modèles basés sur le critère de maximisation de l'utilité

La théorie d'utilité, de **VON NEUMAN et MORGENSTERN (1944)**, peut être appliquée dans une problématique de choix de réassurance optimale.

L'assureur n'achète de la réassurance que si et seulement si son profil espéré après réassurance est positif. Une fois, cette condition est vérifiée, l'assureur choisira les taux de cession qui lui donnent l'espérance d'utilité la plus élevée sous contrainte de la variabilité du résultat ou de mesure de risque. La fonction d'utilité permet alors de mesurer le niveau de satisfaction de l'assureur réalisé par l'achat de la réassurance.

Il est à noter qu'une fonction d'utilité est une application définie sur le sous-ensemble des loteries certaines et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , qui associe à chaque loterie  $l$  un nombre réel  $U(l)$ . Soit un portefeuille d'assurances composé de  $n$  risques  $X_1; X_2; \dots; X_n$ . Supposons que l'assureur a la faculté de se réassurer en achetant une réassurance proportionnelle dont le taux de cession est  $\alpha_i \in [0; 1]; \forall i = 1, \dots, n$ . Supposons que le principe de tarification adopté par l'assureur et le réassureur est celui de l'espérance mathématique. Les chargements respectifs de la cédante et du réassureur sont  $\eta$  et  $\eta r$ . Soient  $p_i$  et  $p_i^r$  respectivement la prime de l'assureur et celle du réassureur. Donc  $\forall i = 1, \dots, n$ , en supposant implicitement que les chargements sont constants pour tous les risques qui composent le portefeuille, on a :

$$p_i = (1 + \eta) E(X_i)$$

$$p_i^r = (1 + \eta r) \alpha_i E(X_i)$$

Le profit après réassurance est représenté par la variable aléatoire  $\Pi$  à valeur dans  $\mathbb{R}$  :

$$\pi = \sum_{i=1}^n (p_i - p_i^r - (1 - \alpha_i) X_i)$$

Or, l'assureur, étant rationnel, n'achète de la réassurance que si et seulement si son profit espéré après réassurance est positif. L'espérance et la variance du profit après réassurance sont donnés par :

$$E(\pi) = \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i)$$

$$Var(\pi) = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i)$$

La condition d'achat de réassurance dans ce cas de figure revient à avoir  $\eta > \eta_r$ .

Supposons que cette condition est vérifiée, l'assureur choisira les taux de cession qui lui donnent l'espérance d'utilité la plus élevée possible sous contrainte de la variabilité du résultat ou de mesure de risque. Donc, il a tendance à résoudre un problème d'optimisation de la forme suivante :

$$\begin{cases} \max_{\alpha} EU(\pi) \\ \text{sc } Var(\pi) = k > 0 \text{ et } \alpha_i \in [0, 1], \forall i = 1, \dots, n \end{cases}$$

$U$  étant la fonction d'utilité de l'assureur. Il est à noter que plusieurs fonctions d'utilité peuvent être traitées en fonction de degré d'aversion au risque de la cédante. En somme, la fonction d'utilité permet de mesurer le niveau de satisfaction de l'assureur en achetant de la réassurance. Donc, le problème est de pouvoir déterminer les caractéristiques optimales d'un traité de réassurance permettant d'assurer l'espérance d'utilité la plus élevée. Cette fonction d'utilité doit satisfaire un certain nombre d'axiomes à savoir :

- **Axiome de préférence** : Entre deux situations  $x$  et  $y$  risquées, l'individu peut toujours décider s'il préfère  $x$  à  $y$ , ou s'il préfère  $y$  à  $x$  ou s'il est indifférent entre  $x$  et  $y$ .
- **Axiome de transitivité** : si  $x \geq y$  et  $y \geq z$  alors  $x \geq z$ .
- **Axiome de non satiété** :  $x \leq a$  avec  $a$  une richesse certaine. Supposons que la fonction d'utilité de l'assureur en question est sous la forme quadratique suivante :

$$U(\pi) = a + b\pi - c\pi^2$$

Donc l'espérance de l'utilité du profit sera donnée par :

$$EU(\pi) = a + b \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) - c \left( \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i) - \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right)^2 \right)$$

Pour résoudre le problème d'optimisation défini ci-dessus, on utilise l'approche de Kuhn Tucker pour déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'optimisation. Au préalable, on doit déterminer l'expression du Lagrangien :

$$L(\alpha, \lambda, y, |z) = EU(\pi) + \lambda(Var(\pi) - k) + \sum_{i=1}^n y_i(\alpha_i - 1) - \sum_{i=1}^n z_i \alpha_i$$

En appliquant les conditions KKT on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, n : \\ -\eta_r b E(X_i) - 2(1 - \alpha_i) Var(X_i)(\lambda - c) + 2c E(X_i) \eta_r \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) + y_i - z_i = 0 \\ y_i(\alpha_i - 1) = 0 \\ z_i \alpha_i = 0 \\ y_i > 0 \\ z_i > 0 \\ 0 \leq \alpha_i \leq 1 \\ \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i) - k = 0 \end{array} \right.$$

Ignorons la dernière condition, trois situations sont envisageables :

- Si on suppose que  $y_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $z_i = 0$  et  $\alpha_i = 1$ . En effet, la première condition donnera :

$$y_i = \eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)$$

- Si on suppose que  $z_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $y_i = 0$  et  $\alpha_i = 0$ . En effet, la première condition deviendra :

$$z_i = 2Var(X_i)(\lambda - c) + \eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)$$

- Si on considère cette fois ci que  $y_i = 0$  et  $z_i = 0$ , on aura :

$$\alpha_i = 1 - \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)}$$

- Pour que cela soit vérifié, il faut que :

$$0 \leq \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)} \leq 1$$

On constate que le terme suivant est toujours présent dans les trois situations présentées ci-dessus :

$$\psi_i = \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)}$$

## 2.3 Les modèles basés sur la minimisation de la probabilité de ruine

L'objectif de la réassurance diffère d'un assureur à un autre, or le but commun est de garder son existence, autrement dit ne pas se trouver en état de ruine. L'assureur peut choisir la réassurance pour minimiser sa probabilités de ruine, d'où un autre critère d'optimisation de la réassurance.

Le premier but de la théorie de ruine est la modélisation de l'évolution de la richesse d'une compagnie d'assurance, l'évaluation de la probabilité de ruine et l'estimation du niveau des réserves initiales permettant de réduire cette probabilité. Cependant, plus le risque est élevé, plus la possibilité de ruine est élevée.

La probabilité de ruine est donc une fonction décroissante du niveau de réserves initiales et aussi du risque retenu. Il est donc possible de déterminer la rétention optimale en se basant sur le critère de minimisation de la probabilité de ruine.

## 2.4 Les modèles basés sur le critère de minimisation des mesures de risque

Pour la recherche d'un plan optimal de réassurance, on a relevé les plus importants dans la littérature actuarielle à savoir la maximisation du profit de la cédante après réassurance sous contrainte de risque modélisé à l'aide de la variance de la rétention, cette approche est connue sous l'appellation Approche Moyenne Variance, et la minimisation de la probabilité de ruine ou, en d'autres termes, la maximisation de la probabilité de survie. Récemment **CAI et TAN**<sup>15</sup> ont proposé un autre critère basé sur la minimisation des mesures de risques telles que la « **Value-At-Risk** » et la « **ConditionalTail Expectation** » en démontrant l'existence de rétention optimale explicite dans le cas des traités stop-loss. **CAI et TAN** ont étudié un cas simple en se basant sur les deux critères :

- **Value at risk** : correspond au montant de pertes qui ne devrait être dépassé qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné.
- **Conditional Tail Expectation** : représente la perte attendue sachant que la value at risk au niveau donné est dépassée.

### 2.4.1 Le modèle CAI et TAN(2007) :

<sup>15</sup> Cai and Tan, “Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures”. ASTIN Bulletin, 2007.

On considère les notations suivantes :

$X$  : montant des sinistres, une variable aléatoire positive.

$F_x(x) = P(X \leq x)$  la fonction de distribution de la variable aléatoire  $X$ .

$S_x(x) = P(X \geq x)$  la fonction de survie de la variable aléatoire  $X$ .

$E(X)$  l'espérance de  $X$ .

$X' = X - d$  variable aléatoire, charge de sinistre pour la cédante après réassurance.

$X'' = (X - d) +$  variable aléatoire, charge de sinistre pour le réassureur.

$X = X' + X''$

$d$  : une constante qui définit le traité stop loss.

**CAI et TAN** ont adopté le principe de tarification selon l'espérance mathématique. En utilisant ce critère, la prime de réassurance est donnée, avec  $\eta_r$  les chargements de sécurité du réassureur, par :

$$\delta(d) = (1 + \eta_r)\pi(d)$$

$$\pi(d) = E(X'') = \int_d^{\infty} S_X(x)dx$$

Le risque total de l'assureur est donc défini par la variable aléatoire  $T = X' + \delta(d)$ . Si  $d$  diminue, la rétention diminue mais la prime de réassurance augmente. Il faut donc arbitrer entre céder plus de risque ou le conserver. Les deux critères fixés par **CAI et TAN** sont définis par :

**VaR-Optimisation** :  $\min_d(VaR_r(d, \alpha))$

**CTE-Optimisation** :  $\min_d(CTE_r(d, \alpha))$

**Théorème d'optimisation** : **CAI et TAN** ont discuté l'existence et l'expression de la rétention optimale d'un traité stop loss en se basant sur les deux critères cités précédemment :

En se basant sur le critère **VaR -Optimisation**, la rétention optimale existe si et seulement si :

$$\alpha \leq \eta_r^* \leq S_X(0)$$

$$S_X^{-1}(\alpha) \geq S_X^{-1}(\eta_r^*) + \delta(S_X^{-1}(\eta_r^*))$$

$\alpha$  le seuil de risque servant pour le calcul de la « Value at Risk ».

$$\eta_r^* = \frac{1}{1+\eta_r}$$

Lorsque la rétention optimale existe, alors  $\alpha^*$  est donnée par :

$$d^* = S_x^{-1}(\eta r^*)$$

$$VaR_T(\alpha^*; \alpha) = d^* + (d^*)$$

Alors qu'en se basant sur le critère CTE-Optimisation, la rétention optimale  $d'' > 0$ , existe si et seulement si :  $0 < \alpha < \eta r^* < S_x(0)$

Dans ce cas :

$$d'' = S_x^{-1}(\eta r^*)$$

L'inconvénient de cette approche est qu'il n'aboutit pas à des formules fermées pour être généralisées dans des cas plus complexes. De plus la minimisation des mesures de risques ne prend pas en considération l'espérance de profit de la cédante qui est primordiale dans le choix de réassurance, car un assureur n'est motivé par l'achat de la réassurance que s'il espère avoir une espérance de gain positive.

## 2.5 Les modèles basés sur le critère de maximisation de la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur

L'hypothèse commune dans la majorité des recherches est le fait de respecter seulement l'intérêt de la cédante dans l'optimisation des traités de réassurance en minimisant sa probabilité de ruine ou en maximisant son espérance de profit dans un contexte actuariel classique.

Récemment, différents modèles de réassurance optimale, qui tiennent compte à la fois des intérêts de la cédante et du réassureur, ont été considérés.

### 2.5.1 L'approche IGNATOV et AL

**IGNATOV et AL (2004)<sup>16</sup>** ont proposé un modèle de réassurance optimale qui tient compte à la fois des intérêts de la cédante et du réassureur. Ces derniers ont introduit un critère d'optimisation qui prend en compte la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur. Dans leur modèle, les montants des sinistres sont supposés avoir une distribution discrète avec un processus d'occurrence de Poisson. Ils ont supposé aussi que l'assureur partage le risque avec son réassureur en ayant recours à un traité de réassurance excess of loss sans limite avec un niveau de rétention  $M$  qui prend des valeurs entières. Ils ont alors

<sup>16</sup> IGNATOV an Al, "Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer", Vol 6, Scandinavian Actuarial Journal, 2004.

déterminé une expression explicite pour la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur et ont ensuite vérifié son application dans le cas des distributions continues .Leur modèle était généralisé ensuite par **Kaichev et AL** (2008).

### 2.5.2 KAICHEV et DIMITROVA (2008) :

**KAICHEV et DIMITROVA** avaient l'idée de généraliser le modèle proposé par **IGNATOV** en 2004. Ils ont considéré un traité excess of loss de priorité M et portée L pour les sinistres individuels qui avaient des distributions continues. Ils ont démontré, sous certaines hypothèses, l'existence d'expressions explicites pour la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur. Ces problèmes doivent être résolus numériquement parce qu'il s'avère que la résolution analytique est impossible. Or, la probabilité de survie jointe, permet l'utilisation des copules. Les auteurs ont donc discuté l'effet de la variation du degré de la dépendance sur le choix des caractéristiques optimales du traité excess of loss.

## SECTION 3 : DESCRIPTION DU MODELE RETENU :

### 1. La Justification Des Choix Retenus

Etant donné la complexité des modèles développés précédemment, deux modèles seulement peuvent être appliqués, la méthode basée sur le critère moyenne variance (méthode de **DE.FENETTI**) et la méthode basée sur la probabilité de ruine. En effet l'application des autres méthodes nécessite des données que nous n'en disposons pas.

Notre choix a été porté sur la méthode de **DE.FENETTI**, dont l'approche s'appuie sur un échantillon d'une seule branche, contrairement aux autres méthodes qui s'appuient sur l'intégralité du portefeuille, toutes branches confondues.

Il est à noter aussi, que la méthode **DE.FENETTI** ne prend pas en compte la quantité du capital économique nécessaire, nous essayerons donc d'introduire la théorie moderne de la réassurance optimale en travaillant avec un critère économique qui mesure la création de valeur. Un tel critère est basé sur ce qui est connu en assurance par **RORAC (Return On Risk Adjusted Capital)**.

### 2. Présentation du modèle retenu

L'approche développée par **DE.FENETTI** consiste à trouver le seuil de rétention optimal avec comme « input » le gain espéré.

**DE.FENETTI** suppose que dans un portefeuille de  $n$  risques :  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ , souscrits en contrepartie des primes respectives :  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ . où les risques sont

indépendants et chaque risque peut être protégé par une réassurance proportionnelle dont le taux de cession est égal à :  $\alpha_i, \forall i = 1, \dots, n$ , avec  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ .

**DE FENETTI** suppose aussi que le réassureur applique des chargements de sécurité :

$\eta_j^i, \forall i = 1, \dots, n$ , d'où les primes de réassurance seront égales à :

$$P_i^r = (1 + \eta_i^r) a_i E(Si).$$

Où  $E(Si)$  est la prime pure, servant à couvrir la sinistralité en moyenne

Supposant que :  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  et  $\eta_1^r, \eta_2^r, \eta_3^r, \dots, \eta_n^r$ , sont donnés, il se propose de trouver les  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$ , permettant de minimiser la variance du résultat après réassurance.

Le bénéfice technique de la cédante après réassurance est présenté par la variable aléatoire  $Z(\alpha)$  défini par :

$$Z(\alpha) = \sum_{i=1}^n p_i - (1 + \eta_i^r) a_i E(Si) - (1 - \alpha_i) Si \quad \text{avec } \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

Et  $Si$  = la sinistralité agrégée

La variance de  $Z(\alpha)$  est donnée par :

$$Var(Z(\alpha)) = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(Si)$$

Alors que, l'espérance de  $Z(\alpha)$  est donnée par :

$$E(Z(\alpha)) = \sum_{i=1}^n (p_i - E(Si)(\eta_i^r a_i + 1))$$

**DE FENETTI**, définit donc le problème de minimisation suivant :

$$\begin{cases} \min \alpha \{Var(z(\alpha))\} \\ SC: E(Z(\alpha)) = K \epsilon R \\ \alpha_i \in [0, 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$\min \alpha \{Var(z(\alpha))\} = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(Si)$$

Alors que les contraintes s'écrivent comme suit :

$$E(Z(\alpha)) = K \text{ donc } \sum_{i=1}^n E(Si) \eta_i^T \alpha i = -K + \sum_{i=1}^n (pi) - \sum_{i=1}^n E(Si)$$

Tel que :  $0 \leq \alpha_i \leq 1$

**DE FENETTI** parvient à démontrer que, dans ce cas de figure, le taux de cession optimal est de forme :  $\alpha_i = \min(1, \max(0, \Phi_i))$

$$\Phi_i = \frac{\lambda \eta_i r E(Si)}{2 Var(Si)} \text{ avec } \lambda \text{ est une constante}$$

Le taux de rétention  $\beta_i$  est donné par :  $\beta_i = 1 - \alpha_i$

## 2.1 Le choix du taux de cession optimal « la théorie moderne de réassurance »

La méthode définie précédemment nécessite comme input le chargement de sécurité de l'assureur et celui du réassureur. Elle nécessite aussi comme input le gain espéré. Dans cette situation, le décideur doit choisir entre un portefeuille peu variable générant un gain moyen peu élevé et un autre engendrant un gain moyen confortable mais au prix d'une variabilité accrue de ce portefeuille, mais nous n'avons pas une idée précise de la quantité du capital économique nécessaire pour souscrire tel ou tel portefeuille, il serait donc utile de travailler avec un critère économique qui mesure la création de valeurs. Un tel critère est basé sur ce qui est connu en assurance par **RORAC (Return On Risk Adjusted Capital)**.

**RORAC** est une notion économique mesurant la rentabilité des capitaux propres investis. Pour calculer ce ratio, nous allons évaluer l'exigence minimale de solvabilité que doit détenir la société, ce qui est connu par **NSR (Niveau de Solvabilité Requis)**.

**NSR**, le niveau de solvabilité requis est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité. Autrement dit, c'est le montant que doit détenir l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements avec un certain risque d'erreur.

Le **NCR** n'est pas mis à disposition uniquement par les assureurs. En effet, une partie de ce montant est empruntée aux assurées via les primes que ces derniers versent à l'assureur en échange de la promesse d'une indemnisation en cas de sinistre futur. Cependant le montant réellement mis à disposition par les assureurs est connu par **RAC (Risk Adjusted Capital)**.

Le **RAC** est donné par :

$$RAC(X) = NSR(S) - P$$

Ce capital doit être rémunéré, ce qui se fait au moyen de la marge obtenue sur les primes d'assurance :  $P - S$

On définit alors le return sur NSR comme :

$$\frac{P - S}{RAC(S)}$$

Étant donné que  $S$  est une variable aléatoire, ce return est lui-même une variable aléatoire.

On en prend la moyenne pour obtenir le RORAC :

$$RORAC(S) = \frac{P - E(S)}{RAC(S)}$$

Le décideur qui est amené à choisir entre deux structures de réassurance optera pour celle qui présente le **RORAC** le plus élevé. Nous allons donc utiliser ce critère économique pour analyser la situation de l'assureur.

## CONCLUSION :

A travers ce chapitre, nous avons tenté de présenter une vue d'ensemble sur le programme de réassurance ainsi que sur sa conception, nous avons aussi essayé de donner un aperçu général des concepts de base de la rétention, ainsi que les différentes méthodes d'évaluation de ce niveau à savoir les méthodes empiriques et les méthodes actuarielles.

Ces méthodes actuarielles sont fondées sur des modèles mathématiques et aussi sur certaines hypothèses liées au comportement des assureurs (théorie de l'utilité). De ce fait ils ne peuvent pas reproduire tous les rapports entre divers paramètres de détermination de la rétention, ce sont des simplifications de la réalité visant à orienter la compagnie vers des structures de réassurance adéquate et satisfaisante.

*Chapitre III :*

*Etude de cas pratique*

## CHAPITRE 3 : ETUDE DE CAS PRATIQUE

### SECTION 1 : PRESENTATION DE LA STRUCTURE D'ACCUEIL

#### 1. Présentation De La Cash

La Compagnie d'Assurances des Hydrocarbures par abréviation CASH Spa, est une société à capitaux publics, créée en 1999 et agréée pour pratiquer toutes les opérations d'Assurances et de Réassurances en Algérie. Son capital social s'élève à **7,8 milliards Da**, ses actionnaires sont le Ministère de l'Energie et des Mines à travers Sonatrach et Naftal respectivement à hauteur de **64%**, et **18%** et le Ministère des Finances à travers la CAAR et la CCR respectivement à hauteur de **12%** et **6%**.

La CASH assurances intervient dans trois domaines d'activité : les risques de pointe (construction, exploitation, transport), les risques de PME/PMI et les risques de particuliers. En plus elle commercialise les assurances de personnes par le billet d'une autre société, en attendant la création de sa propre filiale d'Assurance de personnes.

La CASH assurances est le leader dans l'assurance des risques de pointe et de construction. En termes de primes émises la CASH est le 5ème assureur en Algérie, et occupe la 2eme position dans la couverture des risques d'entreprises industrielles et commerciales.

La CASH poursuit actuellement l'objectif prioritaire de développement du portefeuille de la PME/PMI et à moindre mesure celui des particuliers.

#### 2. La CASH au sein du marché

Au 31.12.2015, les évolutions des primes émises sont faibles, une quasi-stagnation du chiffre d'affaires a été enregistrée, ainsi la CASH passe de **10.2%** à **8.4%** de part de marché et perd une place, et se place désormais en 5ème position, après les trois compagnies publiques classiques (SAA, CAAT, CAAR) et derrière la CNMA qui a enregistré une croissance de 10% tirée principalement par la branche automobile.

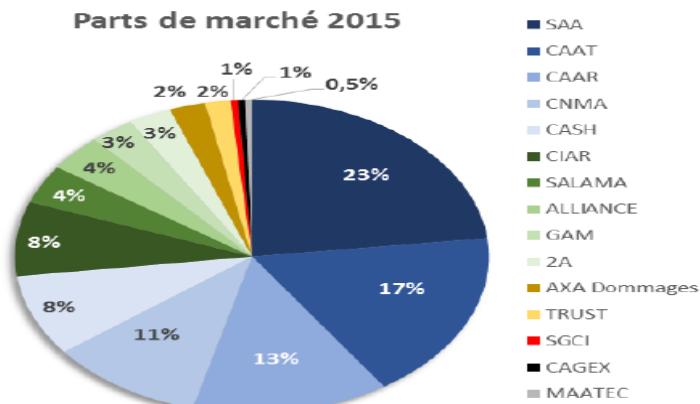


Figure 12: parts de marché algérien 2015

## Classement 2015 par branche :

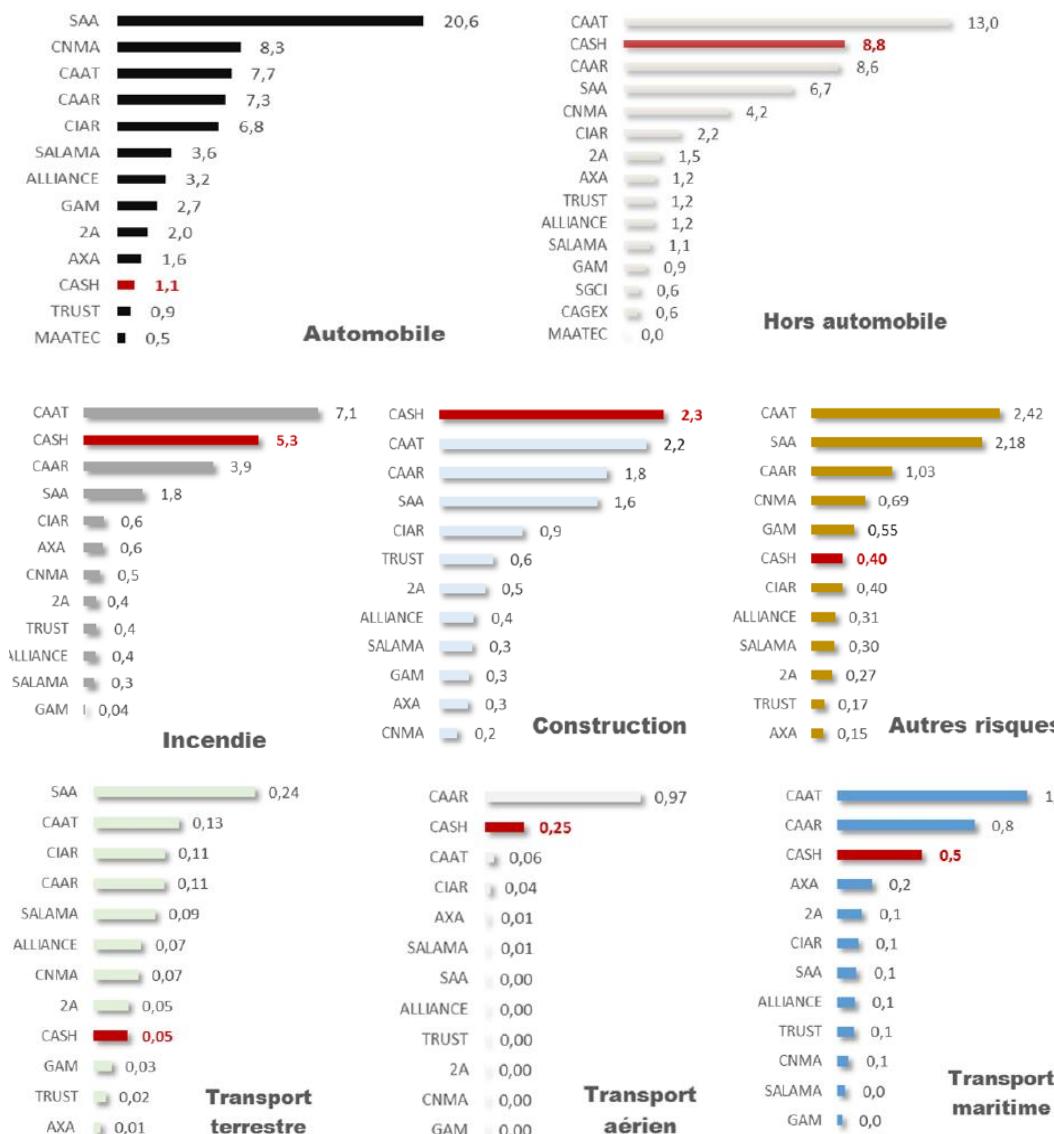


Figure 13 : Classement de la CASH 2014 par branche (en millions Da)

L'évolution des primes émises et des parts de marché de la **CASH** se présente comme suit :

	Marché des Assurances dommages			CASH ASSURANCES			Parts de marché		
	2014	2015	+/-	2014	2015	+/-	2014	2015	+/-
Automobile	65 384	66 248	1,3%	877	1 119	28%	1,3%	1,7%	0,3%
IRD	41 355	41 145	-0,5%	10237	8019	-22%	24,8%	19,5%	-5,3%
Transport	6780	5 758	-15,1%	888	809	-9%	13,1%	14,1%	1,0%
Agricole	3356	3739	11,4%	-	-	-	-	-	
Crédit/Caution	1 032	1 211	17,3%	-	-	-	-	-	
total	117907	118101	0,2%	12002	9947	-17%	10,2%	8,1%	-2,1%

Tableau 3 : parts de marché de la CASH (2014-2015)

### 3. Activité technique de la Cash

#### 3.1 Primes émises

La compagnie a enregistré un total d'émissions de primes de **9.93 Mds Da** au titre de l'exercice 2015, contre **11.99 milliards de dinars** en 2014, soit une baisse de **17%**.

Cette baisse est due essentiellement au recul enregistré dans la branche phare commercialisée par l'entreprise à savoir l'Engineering (-51%) et, dans une moindre mesure, aux régressions enregistrées dans trois autres branches à savoir le Transport (-9%), la Responsabilité civile (-9%) et les Risques divers (-4%).

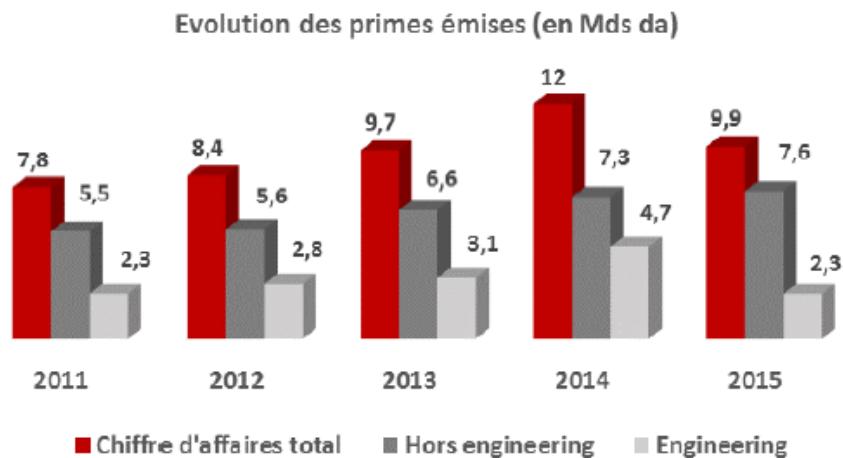


Figure 14 : Evolution des primes émises (en Mds Da) (2010-2014)

#### 3.2 Sinistres & indemnisations

En parallèle avec la baisse des émissions enregistrées, l'exercice 2015 a connu une baisse importante des déclarations de sinistres toutes branches, soit un taux de baisse de **17%** par rapport à l'exercice 2014.

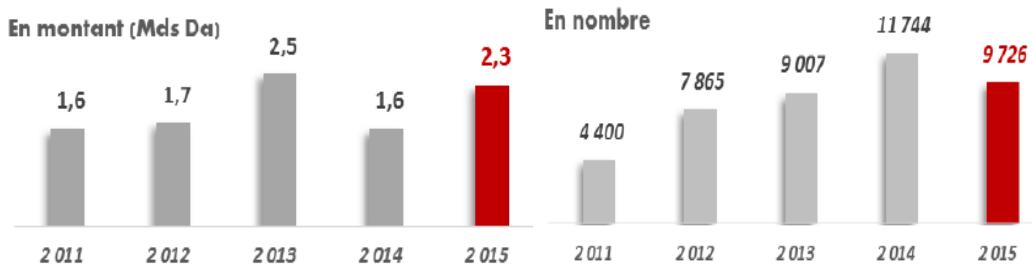


Figure 15: Les déclarations de sinistres par nombre et par montant

En effet, même si le nombre de déclarations a baissé le montant, par contre, a augmenté. En termes de déclarations majeures, la compagnie a enregistré un nombre de cinq, et passe de **1.6 Milliards de Dinars** en 2014 à **2.3 Milliards de Dinars** en 2015.

A fin 2015, les indemnisations ont porté sur **8 728 dossiers**, soit 1 755 dossiers supplémentaires par rapport à 2014. Le montant des règlements est de **3.6 Milliards Da**, dont **93%** concernent les sinistres des exercices antérieurs à 2015.

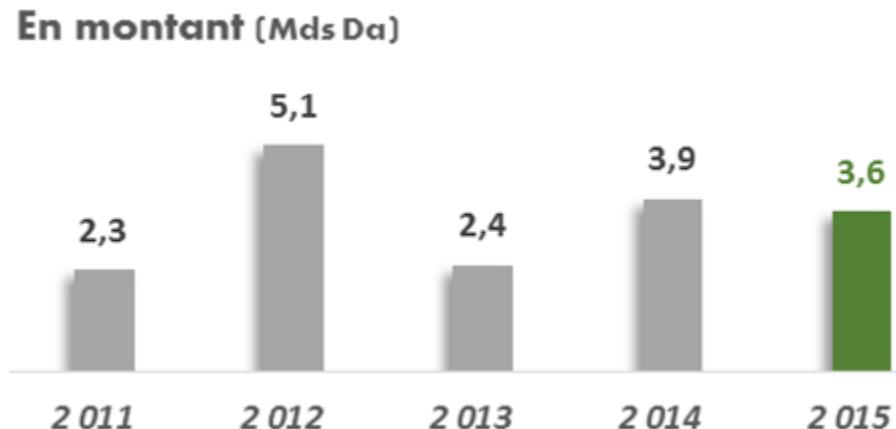


Figure 16 : le montant de règlement en MDS Da

Le montant des provisions pour sinistres à payer au 31 décembre 2015, est estimé à près de **10.2 Mds DA** soit une augmentation de **12%** comparativement au stock d'ouverture.

#### 4. Politique de réassurance de la CASH

Le portefeuille de la CASH est caractérisé par un chiffre d'affaires certes important mais généré par un nombre très réduit de contrats d'assurances et dominé par deux principales branches (incendie et engineering). De plus, celui-ci est composé essentiellement de grandes entreprises et de projets impliquant des engagements importants.

Ce portefeuille expose la compagnie à une sinistralité élevée que seul le recours massif à la réassurance la rend techniquement supportable. L'objectif principal fixé à la fonction réassurance de la CASH reste de contribuer à garantir l'équilibre et la pérennité de l'entreprise.

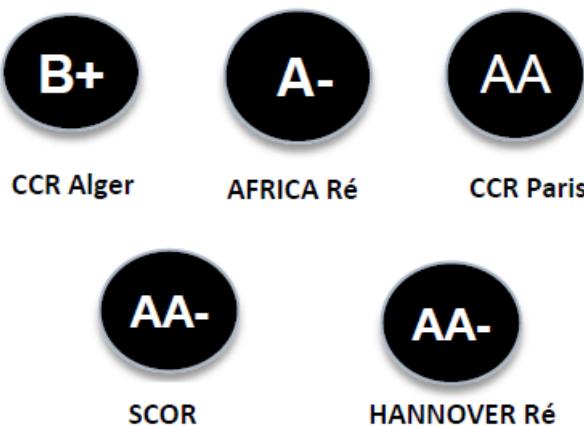
La politique de réassurance doit rester cependant rationnelle et ne devra en aucun cas altérer le niveau de rentabilité de l'entreprise. Pour ce faire, les plans annuels de réassurance doivent respecter certains principes et critères dans le choix des réassureurs et des cabinets de courtage.

C'est ainsi que, même si la crise financière mondiale a montré les limites de la notation, la CASH continue à ne recourir qu'à des réassureurs de premier rang en terme de rating.

Elle s'efforce à veiller à une répartition des engagements sur un nombre important de réassureurs notamment pour les grands projets pour réduire au maximum l'impact d'une éventuelle insolvabilité d'un des réassureurs. La CASH fait également en sorte que toutes les capacités qu'offre le réassureur national soient utilisées avant tout recours à l'international.

#### 4.1 Les partenaires de la CASH en matière de réassurance

En 2015, la liste des intervenants sur le programme de réassurance conventionnelle de la CASH est restée identique à celle de l'année précédente



**Figure 17: Les partenaires de la CASH en matière de réassurance 2015**

## 4.2 Evolution des primes cédées / taux de cession

En 2015, Les primes globales cédées en réassurance s'élèvent à **7.97 Mds DA**, soit **(80%)** des émissions totales de la compagnie, contre **10.24 Mds DA** cédées en 2014 (**85%** du total des émissions). Compte tenu de la baisse du chiffre d'affaires enregistrée dans les branches à forte pression de réassurance (Engineering, Transport et RC), et de la hausse importante des primes enregistrée dans la branche automobile non concernée par la réassurance.

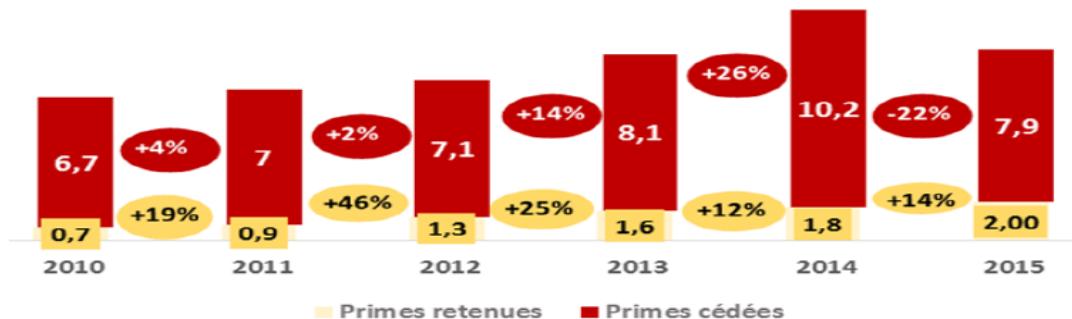


Figure 18: primes cédés / retenus (en Milliards de Dinars)

Les primes retenues en 2015 ont dépassé **2 milliard Da**, en hausse de **14%** par rapport à 2014.

## 4.3 Les commissions de réassurance

Le montant des commissions de réassurance reçues au titre des cessions de l'année s'élève à près de **1,06 milliard Da**, enregistrant une régression de près de **23%** par rapport à 2014.

Cette baisse est due essentiellement à :

- ✓ La régression enregistrée au niveau de la RC Décennale ;
- ✓ Les commissions perçues au titre des cessions conventionnelles représentent **589.6 MDA**, soit **55.4%** du montant total des commissions. Elles ont enregistré un recul de **17.70%** par rapport à l'année passée;
- ✓ La baisse des commissions reçues des réassureurs s'explique par le décroissement des primes cédées ;

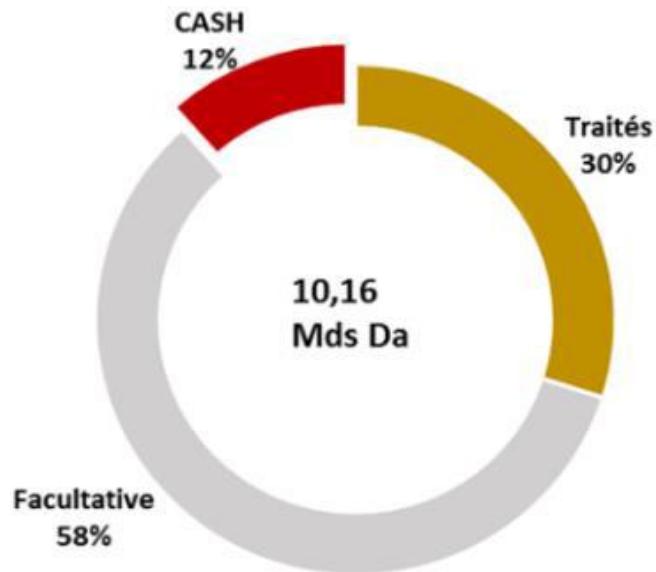
Branches	Traités		Facultative		Commissions totales	
	Commissions	% dans la branche	Commissions	% dans la branche	Commissions	% dans le total des commissions
Incendie	257 648	48,3%	275 239	51,7%	532 886	50%
Engineering	176 853	67,7%	84 392	32,3%	261 245	25%
Resp. civile	29 017	76,8%	8 752	23,2%	37 769	4%
RC Décennale	15 944	24,7%	48 476	75,3%	64 420	6%
Risques divers	-	0,0%	464	100,0%	464	0%
CATNAT	5 999	73,8%	2 134	26,2%	8 134	1%
Transport	104 165	65,3%	55 326	34,7%	159 492	15%
<b>TOTAL</b>	<b>589 626</b>	<b>55,4%</b>	<b>474 784</b>	<b>44,6%</b>	<b>1 064 410</b>	<b>100%</b>

**Tableau 4 : Commissions de réassurance par mode de cession (Millions Da)**

#### 4.4 Sinistres à la charge des réassureurs :

En termes de règlements, les réassureurs ont participé à hauteur de **83,17%** des indemnisations effectuées par la CASH durant l'année 2014, soit une contribution de **2,97 milliards Da**.

Le montant des SAP à la charge des réassureurs s'élève à **9 Milliards Da**, soit **88%** du montant de la provision globale de la CASH



**Figure 19 : SAP à charge des réassureurs**

#### 4.5 Programme de réassurance de la CASH

L'un des problèmes techniques les plus important que pose la planification en réassurance de la CASH est la fixation à un juste niveau le plein de conservation pour chaque risque. En effet la « CASH » fixe pour chaque année et pour chaque branche des niveaux de rétentions différents. Ces dernières sont fixées sur la base expérimentale et selon des règles empiriques.

Voici un tableau récapitulatif des traités appliqués par la CASH pour l'année 2015 :

branche		plein de rétention	capacité de souscription
incendie	dommages matériels	250 millions Da	4,55 milliards de Da
	perte d'exploitation après incendie	75 millions Da	875 millions de Da
Engineering	TRC/TRM	300 millions Da	5,05 milliards de Da
	Bris de machines	150 millions Da	2,15 milliards de Da
RC	perte d'exploitation après BM	75 millions Da	500 millions de Da
	pertes de produits en entrepôts frigorifiés	75 millions Da	275 millions de Da
RC	RC générale, RC pro et RC produit	100 millions Da	800 millions de Da
	RC Employeur	100 millions Da	500 millions de Da
RC Décennale			3 milliards de Da
CATNAT			2,5 milliards de Da
Transports	facultés maritimes	traité quote part%	1,2 milliards de Da
	facultés terrestres et aériennes	traité quote part%	600 millions Da

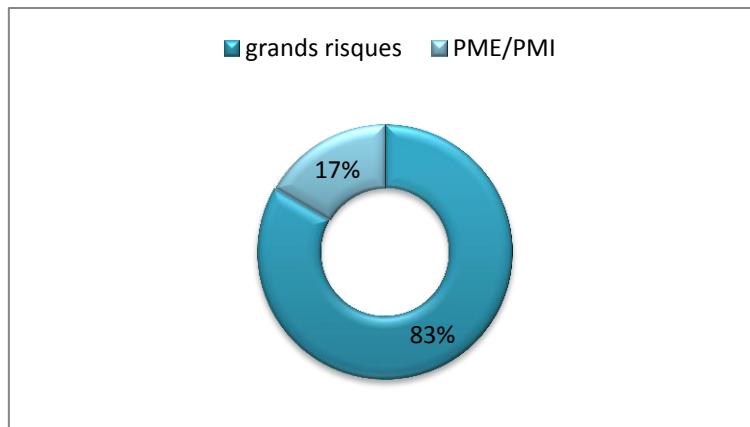
Tableau 5 : différents niveaux de rétention appliquée par la CASH en 2015

## SECTION 2 : PRESENTATION DU PORTEFEUILLE A ETUDIER

### 1. La structure du portefeuille incendie de la CASH

En 2015 ; la branche incendie représente **53%** des émissions globales, marquant une hausse de **4%** par rapport à la même période de l'exercice 2014 avec la souscription de 1161 contrats, pour un niveau de primes cumulées dépassant les **5.28 Milliards Da**.

La part des couvertures liées aux PME/PMI et autres risques représente **17%** du chiffre chiffres d'affaires de la branche, qui connaissent cet exercice une croissance de **19%**.



**Figure 20 : structure du portefeuille incendie par domaine d'activité**

Il y a lieu de noter que la branche incendie dépasse cette année à elle seule la moitié de la production annuelle soit **53%**. Par contre la branche engineering voit sa part passer de **40%** en 2014 à **23%** pour cet exercice, une baisse de dix-sept (**17**) points.

La structure de cette branche est quasi dominée par les produits Incendie risques Industriels et la Multirisques Industrielle avec des taux respectifs de **85%** et **14%** du total des émissions de la branche.

## 2. La constitution de la base de données

La CASH a mis à notre disposition une base de données d'un portefeuille incendie allant de 2008 à 2015, cette dernière se subdivise en deux bordereaux : bordereau des **sinistres** et bordereau de **production**. Pour chaque contrat des deux bordereaux, nous disposons des informations suivantes :

- ✓ Le montant assuré ;
- ✓ La prime d'assurance ;
- ✓ Le montant de sinistre ;
- ✓ Le montant de règlement.

## 3. Analyse descriptive du portefeuille

Après le traitement de la base de donnée dont nous disposons, nous avons déterminé les variables retenues pour notre étude en les classant en trois séries analysés individuellement ; à savoir :

- ✓ La somme assurée avec 3649 observations, noté  $SIi$ .
- ✓ le nombre de sinistre avec 5345 observations, noté  $Ni$ .
- ✓ Le ratio dommage avec 2456 observations, noté  $Xi$ .

### 3.1 La somme assurée (VTA)

Unité : Millions Da

statistique	valeur
taille de l'échantillon	3649
Etendue	5294
Moyenne	1826
médiane	631
Min	0.250
Max	5295

Tableau 6 : statistique descriptive de la valeur totale assurée

L'observation des caractéristiques statistiques des sommes assurées montre que l'étendue de notre échantillon est de **5294 millions Da** avec une valeur maximale de **5295 millions Da** et une valeur minimale de **0.250 millions Da**, quant à la moyenne elle est de **1 826 millions Da**, ces indicateurs nous conduisent à constater que notre échantillon est dispersé.

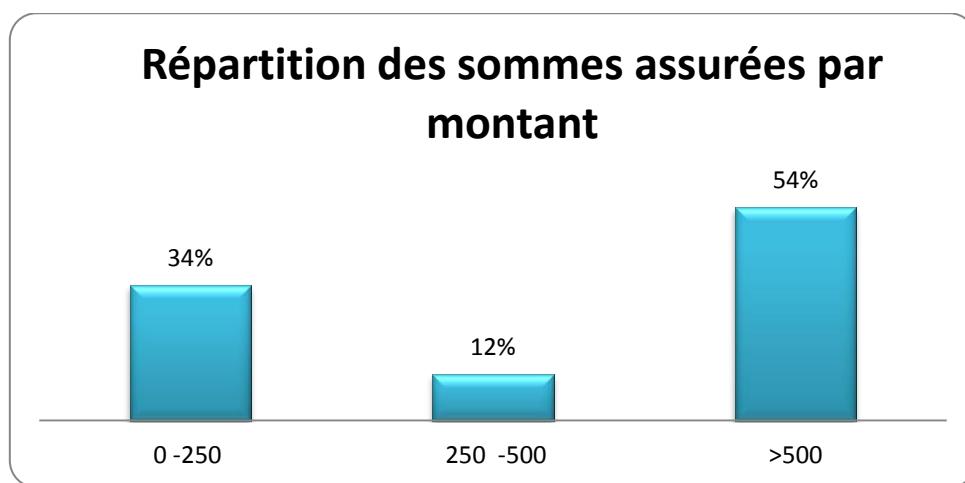


Figure 21 : Réparation des valeurs assurée en millions Da

Nous constatons qu'en termes de valeur assurée ,**54%** des contrats sont souscrits pour des montants supérieurs à **500 millions de Dinars**, cette concentration peut être expliquée par la politique de la CASH qui est orientée vers les grands risques.

### 3.2 La fréquence de sinistre

On entend par fréquence de sinistre le nombre de sinistre qui a touché chaque police durant l'exercice, autrement dit la police a été sinistré pour combien de fois durant l'année.

Les caractéristiques statistiques relatives à la fréquence de sinistre sont représentées comme suit :

statistique	valeur
Taille de l'échantillon	5345
Etendue	5
Moyenne	0.51

Tableau 7 : Statistique descriptive de la fréquence de sinistre

Nous remarquons que sur **5345** observations, le nombre de sinistre varie entre 0 et 5 dont la moyenne est de **0.51**.

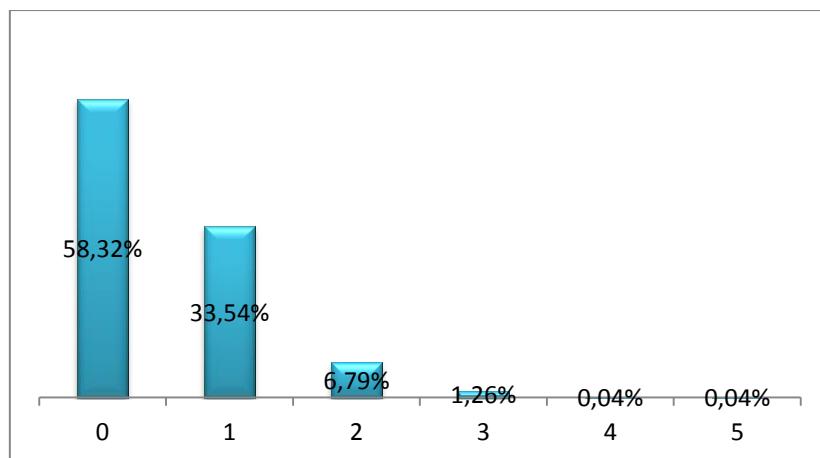


Figure 22: Répartition des polices par fréquence de sinistre

En ce qui concerne la répartition des polices par nombre de sinistre, nous remarquons que plus de **58%** des polices n'ont pas été sinistré, ce pourcentage se voit diminuer en fonction du nombre de sinistre pour atteindre les **0.04 %** pour les polices dont le nombre de sinistres est de 5.

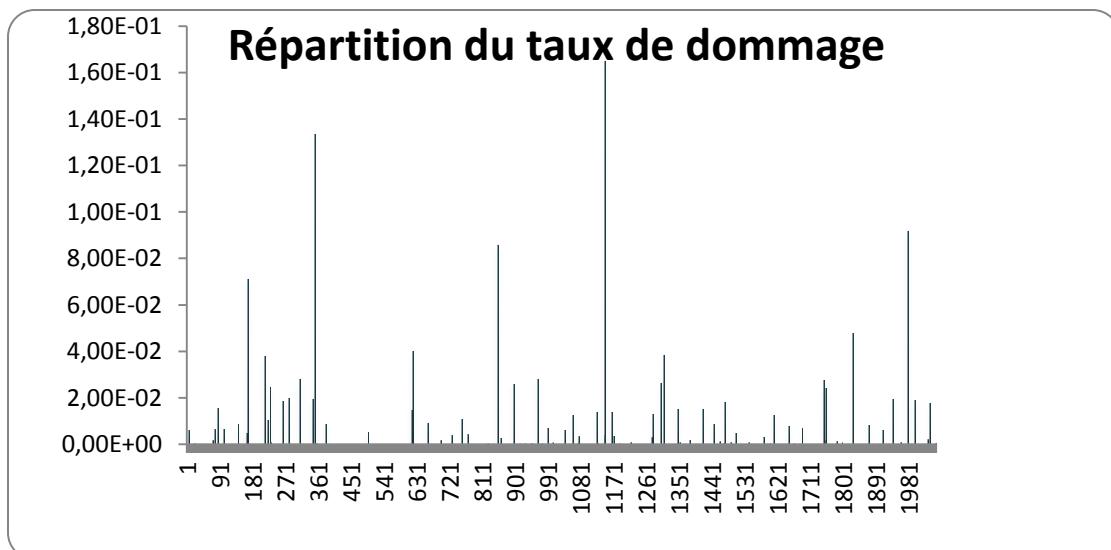
### 3.3 Le ratio dommage

Le ratio dommage peut être défini comme étant le rapport entre la charge sinistre et la valeur totale assurée pour chaque police

Les caractéristiques statistiques de ce ratio sont représentées comme suit :

statistique	valeur
taille de l'échantillon	2578
Etendue	0.18253
Moyenne	0.0063
Min	3,5636E-306
Max	0.18253

Tableau 8 : Caractéristiques statistiques du ratio dommage



**Figure 23 : Répartition du ratio dommage**

L'observation du graphe des données présenté dans la figure montre l'existence des pics, ces derniers représentent les ratios dommages trop élevés par rapport à l'ensemble de l'échantillon.

### SECTION 3 : DETERMINATION DUN SEUIL DE RETENTION OPTIMALE

La détermination d'un seuil de rétention repose sur deux méthodes : empirique et actuarielles. Les méthodes actuarielles prennent en considération le caractère aléatoire de l'activité d'assurance et ce à travers la modélisation des différentes variables représentées par le montant et le nombre de sinistre d'où l'avantage qu'elles détiennent par rapport à la méthode empirique.

Dans cette section nous essayerons de déterminer le seuil de rétention optimal de la CASH par une méthode actuarielle ; pour ce faire nous commencerons par un petit rappel des hypothèses et du modèle retenu ; ensuite nous présenterons le **logiciel R** qui sera un outil de calcul tout au long de notre démarche, en fin nous déterminerons le seuil de rétention optimal après avoir modélisé la variance et l'espérance de la sinistralité, mettre en place le modèle de **DE FENITTE** et appliquer le critère de choix de **RORAC**.

#### 1. Rappel du modèle retenu :

Ce problème de minimisation consiste à déterminer les niveaux de rétention (Quote-part et excès de plein) qui minimisent les fluctuations du résultat pour des gains espérés données. Le problème de minimisation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \min \alpha \{Var(z(\alpha))\} \\ SC: E(Z(\alpha)) = K\epsilon R \\ \alpha \in [0, 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$\min \alpha \{Var(z(\alpha))\} = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha i)^2 Var(Si)$$

Alors que les contraintes s'écrivent comme suit :

$$E(Z(\alpha)) = K \text{ donc } \sum_{i=1}^n E(Si) \eta_i^r \alpha i = -K + \sum_{i=1}^n (pi) - \sum_{i=1}^n E(Si) \text{ tel que } 0 \leq \alpha i \leq 1$$

Cette méthode nécessite comme input d'une part :

- ✓ le gain espéré ;
- ✓ le chargement de sécurité de l'assureur et celui du réassureur.

Et d'autre part, la modélisation de **la charge de sinistre annuelle S** dont le but est d'en déduire l'espérance et la variance de la sinistralité, qui seront exploitées par la suite pour la minimisation du risque de l'assureur.

## 2. Hypothèse du modèle :

Nous supposons que la branche d'assurance étudiée est caractérisée par les hypothèses suivantes:

- ✓ La sinistralité agrégée sur une période d'un an s'écrit :  $S = \sum_1^n Si$
- ✓ La prime pure servant à couvrir en moyenne la sinistralité donc **P pure = E(S)** ;
- ✓ L'assureur applique un chargement  $\eta_i^r$  à la prime pure. Ce chargement est censé représenter le profit de l'assureur. Nous n'incluons pas dans ce pourcentage les frais de gestion et d'acquisition, ainsi que les taxes éventuelles ;
- ✓ La prime technique utilisable pour payer les sinistres et d'éventuelles primes de réassurance vaut donc  $P = (1 + \eta_i^r) + E[S]$ <sup>17</sup>. Nous noterons  $G$  le profit de l'assureur. Clairement, sans réassurance ce profit s'écrit sous la forme  $G = P - S = (1 + \eta_i^r) E[S] - S$ . Ainsi, l'assureur peut s'attendre à générer un gain moyen annuel de  $E[G] = \eta_i^r E[S]$ , ce qui est logique étant donné que la prime pure est sensée couvrir en moyenne les sinistres ;
- ✓ Le nombre et le montant de sinistre sont deux variables aléatoires indépendantes.

<sup>17</sup> Principe de l'espérance mathématique

### 3. Présentation du logiciel R :

Pour la modélisation de la charge de sinistre ainsi que la résolution du problème de minimisation de **DE FINETTI** nous avons opté pour **le logiciel R**, pour cette raison nous avons jugé utile de faire une brève présentation de ce dernier :

#### 3.1 Présentation

R est un logiciel libre basé sur le logiciel commercial S (Bell Laboratories), avec qui il est dans une large mesure compatible. R est un environnement dédié aux statistiques et à l'analyse de données. Le terme environnement signifie que l'ensemble des programmes disponibles forme un tout cohérent, modulable et extensible au lieu d'être une simple association de programmes accomplissant chacun une tâche spécifique. R est ainsi à la fois un logiciel et un langage de programmation, permettant de combiner les outils fournis dans des analyses poussées, voire de les utiliser pour en construire de nouveaux. Un autre avantage est la facilité de se constituer sa propre boîte à outils que l'on utilisera sur plusieurs jeux de données, et ce sans avoir à réinventer la roue à chaque fois.

#### 3.2 Fonctionnement de R :

R fonctionne en mode console, c'est à dire qu'on interagit avec lui en tapant des commandes. Les résultats de ces commandes peuvent s'afficher directement dans la console, ou bien dans des fenêtres. Sous Windows, on dispose d'une interface graphique, avec une fenêtre console, mais plusieurs fonctionnalités sont accessibles directement via les menus.

### 4. Modélisation de la charge de sinistre :

Chaque portefeuille de risques donne lieu à des sinistres, le total des sinistres d'une année donnée est appelé charge annuelle des sinistres (sinistralité agrégée).

Pour modéliser la sinistralité, nous avons utilisé le modèle basé sur les risques individuels. On a  $n$  polices d'assurance avec différentes sommes assurées  $SI_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

La charge de sinistre annuelle notée  $S$  est le produit de deux variables aléatoires supposées indépendantes est donnée par :

$$S = \sum_{i=1}^n N_i * M_i \quad \text{tel que} \quad M_i = SI_i * X_i$$

$N_i$ : Nombre de sinistres individuels ;

$M_i$ : Montant de sinistres individuels ;

$X_i$ : Taux de dommage ou taux de destruction.

#### 4.1 Détermination de la distribution du nombre de sinistre individuel

Pour l'ajustement de la loi du nombre de sinistre individuel, nous essayerons d'appliquer la statistique d'Anderson-Darling sur nos données. Le modèle retenu sera celui qui offre la statistique la plus faible.

Les résultats obtenus sous easyfit sont résumés dans le tableau suivant :

Anderson Darling			
	Distribution	Statistique	Rang
<b>1</b>	D.Uniform	3158,4	4
<b>2</b>	Geometric	2510	3
<b>3</b>	Neg, Binomial	2179,7	2
<b>4</b>	Poisson	2135,1	1

**Tableau 9: résultats de la statistique d'Anderson-Darling sous easyfit**

Nous constatons que la loi Poisson a la plus petite statistique d'Anderson-Darling, nous pouvons déduire que cette loi ajuste mieux le nombre de sinistre.

Selon la loi Poisson, la probabilité de survenance de  $K$  sinistres est égale à :

$$P(Ni=K) = \frac{\lambda^K}{K!} e^{-\lambda}, \lambda \text{ est un } \underline{\text{nombre réel strictement positif}}$$

L'estimation de l'espérance et la variance de notre distribution est donnée dans le tableau suivant :

statistique	paramètres
	$\lambda$ 0,45101
<b>Espérance (Ni)</b>	$\lambda$ 0,45101
<b>Variance (Ni)</b>	$\lambda$ 0,45101
<b>E ( Ni<sup>2</sup>)</b>	$E(Xi^2)=\text{var}(Xi)+E(Xi)^2$ 0,6544

**Tableau 10 : Estimation de l'espérance et la variance du nombre de sinistre**

## 4.2 Détermination de la distribution du montant de sinistre $Mi$

Comme précisé précédemment, la variable aléatoire  $Mi$  est le produit d'une variable aléatoire  $Xi$  qui correspond au taux de dommage et une constante représentant la somme assurée  $Si$  :  $Mi = Si \cdot Xi$

Pour trouver la distribution du montant de sinistre  $Mi$ , nous devons chercher une loi qui modélise la variable aléatoire  $Xi$ . Pour se faire nous avons sélectionné quelques lois continues (gamma, exponentielle, log normale) afin de déterminer le meilleur modèle selon la statistique **d'Anderson-Darling**. Nous avons résumé les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Anderson-Darling			
#	Distribution	Statistique	Rang
1	Exponentiel	5672,3	3
2	Gamma	2347,1	2
3	log-normal	37,931	1

Tableau 11: résultats de la statistique d'Anderson-Darling sous easyfit

Du tableau ci-dessus, nous remarquons que le taux de dommage  $X_i$  suit une la loi log-normal.

(La *statistique d'Anderson-Darling* la plus faible).

**La loi log-normal** admet une fonction de densité de :

$$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-\gamma)-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(x-\gamma)\sigma\sqrt{2\pi}}$$

L'estimation de l'espérance et la variance est donnée dans le tableau suivant :

statistique	paramètres
$\sigma =$	2,4996
$\mu =$	-11,4
espérance ( $X_i$ )	0,000255
variance ( $X_i$ )	0,0000334
$E(Ni^2)$	0.0000335

Tableau 12: Estimation de l'espérance et la variance du taux de dommage

### 4.3 Détermination de l'espérance et de la variance de la sinistralité :

Pour la résolution de problème de minimisation de **DE FINETTI**, il est nécessaire d'estimer l'espérance et la variance de la sinistralité. Pour ce faire, nous devons prendre en considération les deux premiers moments des deux variables aléatoires  $X_i$ , et  $N_i$ .

On a:

$$S = \sum_{i=1}^n M_i N_i = \sum_{i=1}^n S_i i X_i N_i$$

L'espérance et la variance sont données comme suit :

<b>E(S)=</b>	<b><math>\Sigma(N) E(X) Si</math></b>	<b>7 978 714 336,41</b>
<b>V(S)=</b>	<b>[E(N<sup>2</sup>) E(X<sup>2</sup>) - E<sup>2</sup>(N) E<sup>2</sup>(X) ] <math>\Sigma Si^2</math></b>	<b>10 459 112 377 752 400 000,00</b>
<b><math>\sigma</math> =</b>	<b>Racine (V(S))</b>	<b>3 234 055 098,13</b>
<b>CV</b>	<b><math>\sigma / E(S)</math></b>	<b>0,40</b>

Tableau 13: Détermination de l'espérance et la variance de la sinistralité

Le coefficient de variation  $CV = \sigma / E(s)$  est de l'ordre de 40% ce qui explique l'homogénéité de l'échantillon en question.

## 5. Détermination du seuil de rétention par la méthode de Finetti

Après l'accomplissement de la première étape consistant au calcul et la détermination de la moyenne et la variance de la sinistralité, nous passons à la seconde étape de notre démarche, consistant à la fixation du taux de rétention d'un traité en quote-part et d'un traité en excédent de plein, tendant à minimiser la fluctuation du résultat de l'assureur pour des différents gains espérés.

Comme précisé plus haut, cette méthode nécessite, les inputs suivants:

- **Le gain espéré** : Nous avons pris (4) gains espérés qui sont respectivement 75 000 000Da, 150 000 000 Da ,225 000 000 Da et 300 000 000 Da ;
- **Le chargement de sécurité  $\eta_i^r$**  : Pour des considérations purement techniques, nous avons opté pour un même chargement de sécurité de l'assureur et du réassureur de 10% ;
- **L'espérance et la variance de la sinistralité** : qui sont respectivement de 7 978 714 336Da et 10 459 112 377 752 400 000;
- **La prime théorique** : en appliquant le principe de l'espérance mathématique la prime théorique est égale à  $P = (1+\eta_i^r) E[S] = 8 776 585 770Da$ .
- **Résultats obtenus :**

Nous rappelons que le modèle de **DE FINETTI** consiste à trouver les taux de cessions ( $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) qui permettent de minimiser la variance du résultat après réassurance sous contrainte que l'espérance du résultat soit fixé par l'assureur

Dans notre cas, les gains espérés sont respectivement : 75 000 000 DA, 150 000 000 DA, 225 000 000 DA et 300 000 000 DA.

Le tableau ci-après représente les résultats de l'application de De Finetti :

gain espéré	Excédent de plein		Quote part		écart type (qp)	$\sigma(qp) - \sigma(ep)$
	plein par risque	écart type (ep)	taux de rétention	taux de cession		
75000000	277650593	12918,2631	8,1%	91,9%	259022599	259009680
150000000	312616292	14545,114	15,1%	84,9%	519613883	519599338
225000000	357298448	16624,0429	24,2%	75,8%	779420681	779404057
300000000	421560217	19613,9535	32,2%	67,8%	1039229803	1039210189

Tableau 14 : Les résultats de l'application de la méthode De Finetti

De première vue, nous constatons que la rétention, dans les deux traités proportionnels, augmente lorsque le gain attendu est important. Cette situation est cohérente : si l'assureur espère à un gain meilleur, il doit retenir une partie considérable de ses affaires.

Nous constatons aussi que, cette rétention est une fonction croissante du risque porté. En effet, au plus l'assureur cède à son réassureur, au moins la rétention devient volatile.

Notant également que, pour un gain fixé, le traité excédent de plein conduit à une volatilité minimale du résultat comparé au traité quote part ce qui le rend meilleur.

En fin, à travers les résultats obtenus de l'application de la méthode de **DE FINETTI** nous avons pu avoir des réponses à une partie de notre problématique qui est les niveaux de rétention permettant de maintenir à un niveau acceptable ; les fluctuations de résultats. Par exemple pour un gain espéré de **750 000 000 Da**, les niveaux de rétentions permettant de minimiser les fluctuations de résultats sont de **8.10%** pour le quote part et **277 650 593 Da** pour l'excédent de plein. La méthode de **DE FINETTI** nous a permis donc de déterminer **la frontière de structures de réassurance optimale** (voir graphe ci-dessous) :

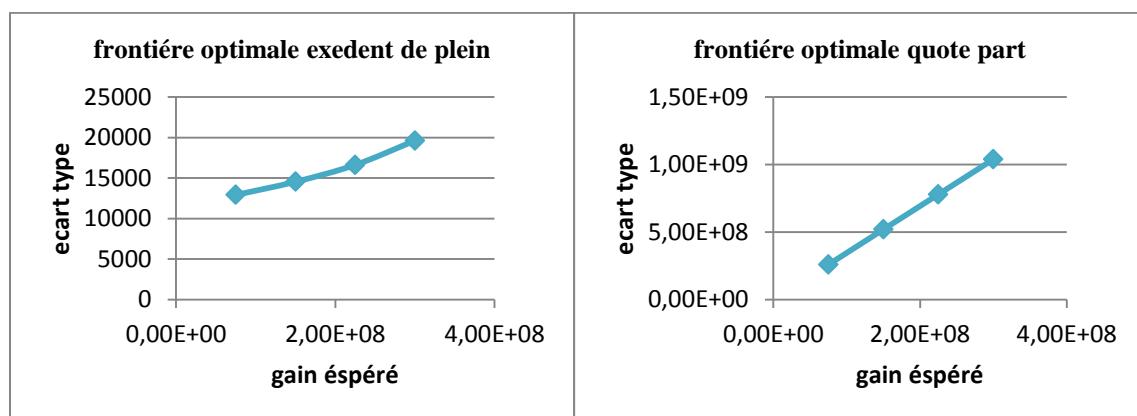


Figure 24 : Frontières Optimales

Cependant, toutes les structures se trouvant sur la frontière ne peuvent être comparées telles quelles. Pour choisir entre ces différents taux de rétentions, il faut faire appel à la fonction d'utilité

du décideur de la CASH. Si ce dernier présente une importante aversion au risque, il se dirigera vers une structure générant un écart type faible au prix de diminuer son espérance du gain. Au contraire, si le décideur est riscophile, il préférera maximiser son profit en supportant un écart type élevé. En pratique, faire appel à sa fonction d'utilité reste un concept assez théorique. Il nous faut donc une autre manière pour choisir l'un de ces portefeuilles, autrement dit choisir le portefeuille le plus adéquat (variant moins avec un gain moyen adéquat).

## 6. Le choix du portefeuille optimal :

Afin d'orienter le décideur vers un taux de rétention optimal sans devoir faire appel à sa fonction d'utilité, nous introduisons un critère économique d'aide à la décision : Le **RORAC** (**Return On Risque Adjusted Capital**). Ce critère qui prend en considération le niveau de solvabilité requis ; permet d'apprécier la richesse créée par l'entreprise en tenant compte non seulement du gain espéré mais aussi le risque encouru.

Rappelons que le **RORAC** s'écrit comme suit :

$$\frac{P - E(s)}{RAC(s)} = \frac{E(profit)}{RAC(s)}$$

Avec

**P** : les primes encaissées

**E(S)** : l'espérance de la sinistralité

**RAC (Risk Adjusted Capital)** : c'est le montant réel mis à disposition par les assureurs.

**RAC(X) = NSR(X) – P**

**NSR(S)** : Est le niveau de solvabilité requis (le montant que doit détenir l'assureur Pour pouvoir faire face à ses engagements avec un certain risque d'erreur).

### 6.1 Calcul du niveau de solvabilité requis :

Le calcul du **RORAC** nécessite au préalable le calcul du niveau de solvabilité requis (**NSR**).

En pratique le niveau de solvabilité requis que doit détenir l'assureur est fixé par un régulateur (agence de notation ou une autorité de contrôle), ce niveau de solvabilité doit tenir compte des spécificités du portefeuille de l'assureur. Il doit, théoriquement, résulter d'un calcul basé sur un modèle de risque interne à la compagnie. Souvent le niveau de solvabilité

requis est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité. On parle dans ce cas de la **Value-at-Risk ou VaR**.

La **VaR "Value at Risk"**) est représenté par la perte attendue maximale pour le secteur d'activité ou le portefeuille.

La **VaR** au niveau de 99.5% de la sinistralité est le montant que doit détenir l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements dans 99.5 des cas.

Pour le calcul du **NSR (S)** nous devons trouver la distribution de la sinistralité agrégée au niveau de 99.5%. vu la non disponibilité de cette dernière, nous utilisons le modèle individuel (par contrat) pour simuler le modèle collectif (portefeuille).

Le calcul de **NSR** a été effectué par une simulation à l'aide de **logiciel R**. La modélisation de la charge de sinistre annuelle est faite pour chaque traité par la loi normale.

Les résultats obtenus sont représenté dans les tableaux suivants :

- Pour le traité excédent de plein :

Gain Espéré	50 000 000	100 000 000	150 000 000	200 000 000
Moyenne	52 647 895 245	54 987 546 289	60 589 654 256	74 140 982 560
NSR	98 256 829 346	100 659 321 568	114 989 632 452	141 856 321 852

Tableau 15 : Détermination du NSR pour l'excédent de plein

- Pour le traité quote part :

	8,1%	15,1%	24,2%	32,2%
E(s)	12 586 321 786	56 856 423 257	86 845 685 148	118 524 685 245
NSR	25 569 523 781	114 756 852 347	171 567 428 965	236 684 681 424

Tableau 16 : Détermination du NSR pour le quote part

La distribution de la sinistralité est représentée dans le graphe suivant :

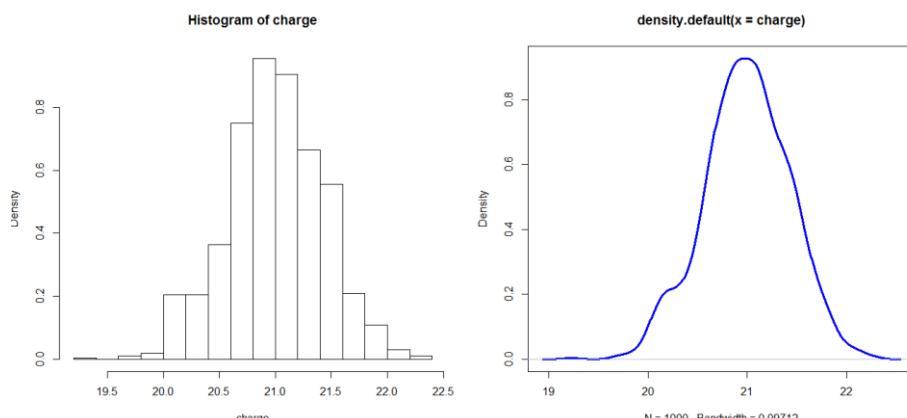


Figure 25 : la fonction de densité de la sinistralité

## 6.2 Calcul du RORAC et interprétation des résultats :

Après la détermination du **NSR**, le calcul du **RORAC** devient possible, le décideur qui est amené à choisir entre les différentes structures de réassurance optera pour celle qui représente un **RORAC** plus élevé. Nous allons donc utiliser ce critère pour mieux orienter celui-ci à choisir parmi les structures calculées précédemment celle la plus adéquate.

Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau suivant :

- **Pour le traité quote part :**

	8,1%	15,1%	24,2%	32,2%
<b>P</b>	13 844 953 965	62 542 065 583	95 530 253 663	130 377 153 770
<b>E(s)</b>	12 586 321 786	56 856 423 257	86 845 685 148	118 524 685 245
<b>NSR</b>	25 569 523 781	114 756 852 347	171 567 428 965	236 684 681 424
<b>P-E(s)</b>	1 258 632 179	5 685 642 326	8 684 568 515	11 852 468 525
<b>NSR-P</b>	11 724 569 816	52 214 786 764	76 037 175 302	106 307 527 655
<b>RORAC</b>	<b>0,107</b>	<b>0,109</b>	<b>0,114</b>	<b>0,111</b>

Tableau 17 : Résultats de calcul du RAROC pour le quote part

Pour le quote-part, nous remarquons que le Retour sur le Capital Ajusté au Risque (**RORAC**) maximal est de **0.114**, ce dernier correspond au taux de rétention de **24.20%**.

Si la CASH décide d'appliquer le traité en quote part pour le portefeuille incendie, elle va devoir appliquer un niveau de rétention de **24.20%** où la réassurance devient plus efficace. Donc le taux de rétention optimal est de **24.20** pour un gain espéré de **225 000 000 DA**.

Si la CASH applique un taux de rétention inférieur à celui-ci, elle peut avoir des fluctuations dépassant la marge de tolérance et si elle applique un taux supérieur elle aura plus de sécurité mais elle peut se retrouver face au risque d'immobilisation d'une partie du capital.

- **Pour le traité excédent de plein :**

	277 650 593	312 616 292	357 298 448	421 560 217
<b>P</b>	57 912 684 770	60 486 300 918	66 648 619 682	81 555 080 816
<b>E(s)</b>	52 647 895 245	54 987 546 289	60 589 654 256	74 140 982 560
<b>NSR</b>	98 256 829 346	100 659 321 568	114 989 632 452	141 856 321 852
<b>P-E(s)</b>	5 264 789 525	5 498 754 629	6 058 965 426	7 414 098 256
<b>NSR-P</b>	40 344 144 577	40 173 020 650	48 341 012 770	60 301 241 036
<b>RORAC</b>	<b>0,130</b>	<b>0,137</b>	<b>0,125</b>	<b>0,123</b>

Tableau 18 : Résultats de calcul de RORAC pour l'excédent de plein

Suite aux observations des résultats exposés ci-dessus, nous avons maintenant à notre disposition plusieurs critères de comparaison afin de confronter des schémas de réassurance en quote-part et excédent de plein.

Pour la prise d'une bonne décision, nous comparons entre le quote-part et l'excédent de plein, nous pouvons déduire que le **RORAC** le plus élevé entre les deux situations est de **0.137** qui correspond au niveau de rétention de **312 616 292 DA** et à un gain espéré de **150 000 000**, donc cet investissement se trouve mieux rémunéré dans un schéma de réassurance en excédent de plein. Cet argument, comptable et économique, fait donc ressortir les avantages d'un traité en excédent de plein par rapport au traité quote-part ; d'où la nécessité d'appliquer ce niveau de rétention pour une réassurance efficace. Ce niveau de rétention garantie une meilleure combinaison entre **sécurité, rendement et volatilité**.

En comparant le niveau de rétention optimal qui est de **312 616 292 DA** avec le niveau de rétention appliqué à la CASH qui est de **250 000 000 DA**, nous constatons que la CASH présente une aversion aux risques. De ce fait, une bonne partie de ses fonds propres reste inutile.

Pour cela, nous préconisons l'augmentation de ce taux tout en gardant le même mode de réassurance à savoir l'excédent de plein.

## CONCLUSION

A travers ce chapitre, nous avons déterminé une structure de réassurance optimale par une méthode actuarielle pour le portefeuille incendie.

L'application de la méthode de **DE FINETTI** aux deux types de traités proportionnels (quote part et excès de plein), nous a conduit à une situation d'arbitrage entre le risque et le rendement, donc on n'a pas pu obtenir une décision, du fait que le décideur s'est retrouvé face à deux situations : soit céder une portion importante des primes permettant de réduire la volatilité mais entraînant une baisse des profits ou bien céder une portion faible des primes en conservant d'avantage plus de profit entraînant une augmentation de la volatilité du résultat.

C'est pourquoi nous avons jugé qu'il serait adéquat d'introduire un outil d'aide à la décision qui tient compte de la solidité financière de la compagnie qui est le **RORAC**.

Les résultats obtenus par l'application de cet outil d'aide à la décision nous montrent la nécessité d'augmenter le niveau de rétention de **250 000 000 à 312 616 292 DA**.

A cet effet, Si la CASH continue à garder le même niveau de conservation, en ayant comme argument la prudence, elle se trouvera face au risque d'immobilisation d'une partie du capital sans que cela soit nécessaire.

## ***CONCLUSION GENERALE***

## COCLUSION GENERALE

L'objectif principal de ce travail était de mettre en place un modèle actuariel pour la détermination du seuil de rétention optimal appliqué sur le portefeuille «Incendie » de la CASH. Pour ce faire, nous avons adopté une structure à trois (03) chapitres. Dans le premier chapitre nous avons introduit le sujet en présentant les aspects théoriques et pratiques de la réassurance. Nous avons aussi présenté les nouvelles exigences de Solvabilité II qui nécessitent la mise en place d'un plan de réassurance optimal.

Les méthodes de détermination d'une rétention optimale ont fait l'objet du deuxième chapitre. Après avoir défini, un programme de réassurance nous avons abordé les méthodes de calcul de la rétention et enfin on a présenté le modèle retenu pour notre cas pratique.

Le troisième et dernier chapitre a été réservé au cas pratique. La mise en place d'un modèle actuariel pour la détermination du seuil de rétention optimal appliqué sur le portefeuille «Incendie » de la CASH.

Ceci dit, pour mener à bien notre cas pratique, nous avons opté dans une première étape pour l'application de la méthode de **DE FINETTI** qui privilégie l'approche moyenne variance. Celle-ci consiste en la résolution d'un problème de minimisation qui a pour but de déterminer les structures de réassurance proportionnelle qui minimisent les fluctuations du résultat de l'assureur sous contrainte du gain espéré. Cette méthode a nécessité la modélisation de la charge annuelle des sinistres de l'assureur et cela par la détermination de l'ajustement des lois de probabilité du montant et du nombre de sinistres.

Les résultats de l'application de la méthode de **DE FINETTI** aux deux types de traités proportionnels nous ont permis d'identifier un type de relation croissante entre les trois variables à savoir le niveau de la rétention, le gain espéré et l'écart type du résultat. Ceci s'explique par le fait que si l'assureur prend en charge une grande partie de son chiffre d'affaire, sa marge absolue augmentera d'une part et la variance de la sinistralité en rétention augmentera proportionnellement au taux de rétention d'autre part d'où il en résulte que le choix du niveau de rétention constitue un paramètre d'arbitrage entre le **risque** et le **rendement**.

C'est la raison pour laquelle nous avons jugé qu'il serait adéquat d'introduire un outil d'aide à la décision qui tient compte de la solidité financière de la compagnie qui est le **RORAC**.

Celui-ci a permis d'apporter un complément aux objectifs attendus de notre problématique.

Pour l'application du critère **RORAC**, il a été nécessaire de déterminer le niveau de solvabilité requis qui est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité (**Value at Risk**) obtenu par simulation.

Les résultats obtenus par l'application de cet outil d'aide à la décision nous montrent la nécessité d'augmenter le niveau de rétention de **250 000 000** à **312 616 292** DA tout en préservant le même mode de réassurance à savoir l'excédent de plein.

A cet effet, Si la CASH continue à garder le même niveau de conservation, en ayant comme argument la prudence, elle se trouvera face au risque d'immobilisation d'une partie du capital sans que cela soit nécessaire.

Enfin, nous pouvons dire que notre travail nous a permis de saisir au mieux la nécessité d'appliquer les techniques d'actuariat. Nous souhaitons que les points traités dans ce mémoire soient approfondies en vue d'enrichir nos compagnies d'assurance en favorisant l'utilisation des techniques actuarielles. Notant qu'au niveau de la CASH, la détermination du seuil de rétention optimale par modèle actuarielle est un projet qui est en cours de réalisation.

La modernisation de la gestion des risques de nos compagnies impose l'introduction des techniques actuarielles dans la prise de décision. Ceci permettra d'optimiser la réassurance et donc la cession de prime de chacune des compagnies et d'optimiser ainsi le recours à la réassurance.

## Table des matières

INTRODUCTION GENERALE.....	2
CHAPITRE 1 : ASPECTS THEORIQUES ET PRATIQUES DE LA REASSURANCE .....	6
SECTION 1: LA REASURANCE ET LES DIFFERENTES TECHNIQUES DE COUVERTURE ...	6
1. Définition et genèse de la réassurance.....	6
2. Nature et formes classiques de la réassurance : .....	7
3 Les formes de la réassurance .....	10
4. Les innovations dans les formules de réassurance .....	14
SECTION 2 : REALITE DU MARCHE INTERNATIONAL DE LA.....	17
1. Solvabilité II et la réassurance.....	17
2. Conjoncture actuelle du marché de la réassurance .....	20
SECTION 3 : LE MARCHE ALGERIEN DE LA REASSURANCE.....	25
1. Historique de la réassurance en Algérie .....	25
2. Cadre réglementaire de la réassurance en Algérie.....	26
3. réalités économiques du marché algérien de la réassurance.....	27
CHAPITRE 2 : METHODES DE DETERMINATION D'UNE RETENTION OPTIMALE.....	34
SECTION 01 : PROGRAMME DE REASSURANCE .....	35
1. Conception d'un programme (ou plan) de réassurance .....	35
2. Caractéristiques d'un programme de réassurance.....	38
3. Les objectifs d'un programme de réassurance : .....	41
SECTION 2 : LES OUTILS DE FIXATION D'UN SEUIL DE RETENTION Optimal.....	42
1. Les méthodes empiriques .....	42
2. Les méthodes actuarielles : .....	45
SECTION 3 : DESCRIPTION DU MODELE RETENU : .....	57
1. La Justification Des Choix Retenus .....	57
2. Présentation du modèle retenu.....	57
CHAPITRE 3 : ETUDE DE CAS PRATIQUE .....	61
SECTION 1 : PRESENTATION DE LA STRUCTURE D'ACCUEIL .....	61
1. Présentation De La Cash .....	61
2. La CASH au sein du marché .....	61
3. Activité technique de la Cash .....	63
4. Politique de réassurance de la CASH.....	64
SECTION 2 : PRESENTATION DU PORTEFEUILLE A ETUDIER.....	68

## Table des matières

1. La structure du portefeuille incendie de la CASH.....	68
2. La constitution de la base de données .....	69
3. Analyse descriptive du portefeuille .....	69
SECTION 3 : DETERMINATION DUN SEUIL DE RETENTION OPTIMALE .....	72
1. Rappel du modèle retenu :.....	72
2. Hypothèse du modèle : .....	73
3. Présentation du logiciel R :.....	74
4. Modélisation de la charge de sinistre : .....	74
5. Détermination du seuil de rétention par la méthode de Finetti.....	77
6. Le choix du portefeuille optimal : .....	79
COCLUSION GENERALE .....	84

## Liste des figures

Figure 1 : Quote part 30 % .....	10
Figure 2 : Excédent de plein : 2 pleins de 20 .....	11
Figure 3 : Excédent de sinistre : 30 XS 10 .....	13
Figure 4 : Les trois piliers de la solvabilité II.....	19
Figure 5 : Les primes encaissées (1990-2014) .....	21
Figure 6: le taux de cession en 2014 .....	22
Figure 7 : Evolution du ratio combiné (2000-2014).....	23
Figure 8: concentration du marché de la réassurance.....	24
Figure 9 : Evolution de l'index mondial des tarifications de couvertures réassurance .....	25
Figure 10 : Répartition du portefeuille CCR par zone de souscription .....	28
Figure 11 : Evolution cession /production entre 2004 et2012.....	29
Figure 12: parts de marché algérien 2015 .....	62
Figure 13 : Classement de la CASH 2014 par branche (en millions Da) .....	62
Figure 14 : Evolution des primes émises (en Mds Da) (2010-2014).....	63
Figure 15: Les déclarations de sinistres par nombre et par montant .....	64
Figure 16 : le montant de règlement en MDS Da.....	64
Figure 17: Les partenaires de la CASH en matière de réassurance 2015 .....	65
Figure 18: primes cédés / retenus (en Milliards de Dinars).....	66
Figure 19 : SAP à charge des réassureurs .....	67
Figure 20 : structure du portefeuille incendie par domaine d'activité.....	69
Figure 21 : Réparation des valeurs assurée en millions Da.....	70
Figure 22:répartition des polices par fréquence de sinistre .....	71
Figure 23 : Répartition du ratio dommage .....	72
Figure 24 : Frontières Optimales.....	78
Figure 25 : la fonction de densité de la sinistralité .....	80

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Les avantages et les inconvénients de la réassurance obligatoire.....	8
Tableau 2: Les avantages et les inconvénients de la réassurance facultative .....	9
Tableau 3 : parts de marché de la CASH (2014-2015).....	63
Tableau 4 : Commissions de réassurance par mode de cession (Millions Da).....	67
Tableau 5 : différents niveaux de rétention appliquée par la CASH 2015 .....	68
Tableau 6 : statistique descriptive de la valeur totale assurée .....	70
Tableau 7 : Statistique descriptive de la fréquence de sinistre .....	71
Tableau 8 : caractéristiques statistiques du ratio dommage .....	71
Tableau 9: résultats de la statistique d'Anderson-Darling sous easyfit .....	75
Tableau 10 : Estimation de l'espérance et la variance du nombre de sinistre .....	75
Tableau 11: résultats de la statistique d'Anderson-Darling sous easyfit .....	76
Tableau 12: Estimation de l'espérance et la variance du taux de dommage .....	76
Tableau 13: Détermination de l'espérance et la variance de la sinistralité.....	77
Tableau 14 : Les résultats de l'application de la méthode De Finetti.....	78
Tableau 15 : Détermination du NSR pour l'excédent de plein.....	80
Tableau 16 : Détermination du NSR pour le quote part .....	80
Tableau 17 : Résultats de calcul du RAROC pour le quote part .....	81
Tableau 18 : Résultats de calcul de RORAC pour l'excédent de plein .....	81