



Mémoire de fin d'Étude

Thème

L'évaluation du risque de change par
l'approche Value-At-Risk

Présenté et soutenu par :

Ahlem Hammami

Encadré par :

M. Safouane Ben Aïssa

Etudiant(e) parainné(e) par :

BNA Bank

L'évaluation du risque de change par
l'approche Value-At-Risk

Liste des tableaux

| | |
|--|----|
| Tableau 1 : Les statistiques descriptives associées à la variable cours de change | 42 |
| Tableau 2 : Matrice de corrélation entre les rendements de l'USD et les rendements de l'EUR | 44 |
| Tableau 3 : Résultats sur le coefficient de Skewness | 47 |
| Tableau 4 : Résultats sur le coefficient de Kurtosis | 48 |
| Tableau 5 : Résultats du test de normalité JB | 49 |
| Tableau 6 : Tests de racine unitaire | 53 |
| Tableau 7 : Résultats de calcul de la VaR historique (en %)..... | 55 |
| Tableau 8 : Test de présence d'effet ARCH | 59 |
| Tableau 9 : Critères de comparaison des modèles retenus | 63 |
| Tableau 10 : Résultats de calcul de la VaR paramétrique (en %)..... | 64 |
| Tableau 11 : Résultats de calcul de la CVaR historique (en %) | 70 |
| Tableau 12 : Résultats de calcul de la CVaR paramétrique (en %) | 72 |
| Tableau 13 : Confrontation de nombre de dépassements | 74 |
| Tableau 14 : Résultats du test POF de Kupiec | 76 |

Liste des figures

| | |
|--|----|
| Figure 1 : Le processus de management du risque..... | 12 |
| Figure 2 : Représentation des événements exceptionnels captés par le Stress-testing..... | 26 |
| Figure 3 : L'évolution quotidienne du cours de l'USD et de l'EUR face au TND..... | 42 |
| Figure 4 : Histogrammes des rendements de l'EUR et de l'USD..... | 45 |
| Figure 5 : Histogramme des rendements du portefeuille..... | 45 |
| Figure 6 : Quantiles empiriques des rendements logarithmiques journaliers..... | 46 |
| Figure 7 : Evolution des rendements logarithmiques pour les différentes séries étudiées..... | 51 |
| Figure 8 : Corrélogramme des rendements de l'USD à gauche et de l'EUR à droite..... | 52 |
| Figure 9 : Corrélogramme des rendements du PF..... | 52 |
| Figure 10 : La VaR _{historique} par rapport aux rendements de l'USD..... | 56 |
| Figure 11 : La VaR _{historique} par rapport aux rendements de l'EUR..... | 56 |
| Figure 12 : La VaR _{historique} par rapport aux rendements du portefeuille..... | 57 |
| Figure 13 : La VaR _{paramétrique} par rapport aux rendements de l'USD..... | 65 |
| Figure 14 : La VaR _{paramétrique} par rapport aux rendements de l'EUR..... | 65 |
| Figure 15 : La VaR _{paramétrique} par rapport aux rendements du PF..... | 65 |
| Figure 16 : La CVaR _{historique} par rapport aux rendements de l'USD..... | 70 |
| Figure 17 : La CVaR _{historique} par rapport aux rendements de l'EUR..... | 71 |
| Figure 18 : La CVaR _{historique} par rapport aux rendements du PF..... | 71 |
| Figure 19 : La CVaR _{paramétrique} par rapport aux rendements de l'USD..... | 72 |
| Figure 20 : La CVaR _{paramétrique} par rapport aux rendements de l'EUR..... | 73 |
| Figure 21 : La CVaR _{paramétrique} par rapport aux rendements du PF..... | 73 |

Sommaire

| | |
|---|----|
| Introduction générale | 1 |
| Chapitre 1 : La quantification du risque de change en présence d'une volatilité hétéroscédastique..... | 4 |
| Introduction | 4 |
| Section 1 : Les risques de marché dans l'activité bancaire | 6 |
| 1. Revue de la littérature empirique | 6 |
| 2. Risques de marché et concepts de base | 10 |
| Section 2 : La VaR comme mesure de risque de change | 15 |
| 1. Présentation de la valeur à risque (VaR) | 15 |
| 2. La Value-at-Risk conditionnelle « CVaR », le backtesting et les stress tests..... | 22 |
| Section 3 : La modélisation de la volatilité par les modèles de type | 28 |
| ARCH-GARCH..... | 28 |
| 1. Le concept de la volatilité | 28 |
| 2. La modélisation ARCH et GARCH | 29 |
| Conclusion..... | 37 |
| Chapitre 2 : Modélisation du risque de change : Implémentation des méthodes de calcul de la Value-At-Risk | 38 |
| Introduction | 38 |
| Section 1 : Présentation et analyse exploratoire des données | 39 |
| 1. Méthodologie de recherche | 39 |
| 2. Présentation de l'échantillon et statistiques descriptives | 41 |
| 3. Calculs de rendements et analyse de la corrélation | 43 |
| 4. Analyses descriptives des rendements..... | 44 |
| Section 2 : Résultats d'estimation de la Value-At-Risk..... | 54 |
| 1. Méthodologie de prévision de la VaR | 54 |
| 2. La Value-At-Risk historique | 54 |

| | |
|--|----|
| 3. La Value-At-Risk paramétrique à partir d'un modèle EGARCH | 57 |
| 4. Interprétations..... | 66 |
| Section 3 : Mesure du risque extrême, le backtesting et les stress tests | 69 |
| 1. Application de la Conditional Value-At-Risk (CVaR)..... | 69 |
| 2. Le backtesting | 74 |
| Conclusion..... | 77 |
| Conclusion générale | 78 |

Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à tous ceux qui

me sont chers...

Remerciements

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer mes remerciements envers toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de ce projet. La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma gratitude.

Je voudrais tout d'abord remercier le directeur de ce mémoire M. Safouane Ben Aïssa ainsi que tous les enseignants de l'IFID pour leurs générosités, leurs disponibilités et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges académiques et professionnelles.

Je tiens à témoigner mes sincères remerciements à tout le corps administratif de l'IFID pour le travail énorme qu'il effectue pour nous créer les conditions les plus favorables pour le déroulement de notre formation.

J'adresse également mes sincères remerciements à tous les directeurs centraux, directeurs, chefs divisions et les chefs services de la BNA Bank qui ont contribué au bon déroulement des stages effectués au sein de la banque durant la période de la formation.

Je remercie également tout le personnel qui a rendu mon intégration agréable, aussi pour leur aide, leur soutien et les conseils avisés qu'ils m'ont apporté.

Enfin, je n'oserais oublier de remercier tout le corps professoral de la FSEGT qui fut le premier à me faire découvrir les notions de base qui ont guidé mes réflexions.

Introduction générale

Le paysage financier est toujours en évolution considérable, de ce fait le système et l'activité bancaire ont pris de nouvelles dimensions qui exposent la banque à une multitude de risque. Egalement, la libéralisation financière, le développement continu des produits et services financiers, l'accroissement des opérations de commerce extérieur... ont rendu le paysage bancaire de plus en plus instable et incertain.

En effectuant ses activités quotidiennes, les institutions bancaires sont exposées aux divers risques financiers et économiques qui peuvent mettre en péril leur solvabilité et par conséquent la stabilité du système financier ainsi que l'économie réelle du pays. Pour délimiter ce genre d'événements non désirables, les banques cherchent à adopter des techniques de gestion de risques récentes et ce dans le but de détecter les défaillances, quantifier les pertes potentielles et choisir la bonne formule pour ajuster les menaces.

Les opérations de marché effectuées au sein de la salle des marchés constituent une source importante de risque résultant de la dépréciation de la valeur des positions prises par la banque suite à l'évolution défavorables des prix des actifs ou encore à la baisse de la margé d'intérêt, ceci est assimilé aux risques de marchés.

Quand il s'agit d'exposition aux risques de marchés, la notion de volatilité occupe une place centrale dans le processus de gestion de risque. En effet, l'accroissement de la volatilité sur les marchés financiers, les développements des produits dérivés et la survenance des événements extrêmes (crises financières, crises sanitaires, perturbations géopolitiques...) mettent en avant les limites des mesures classiques de quantification des risques et amènent les chercheurs et les praticiens à développer de nouvelles techniques avancées d'évaluation des risques qui sont compatibles avec les nouveaux contextes. D'où l'implantation de la fameuse méthode Value-At-risk par la banque américaine JP Morgan dans les années 1993, et depuis, la VaR s'est imposée dans le domaine de la gestion du risque.

Cette technique vise à estimer le montant de la perte potentielle probable d'un portefeuille d'actifs financiers sur un horizon de temps déterminé (généralement 1 jour) et étant donné un niveau de confiance choisi selon l'appréciation du gestionnaire par exemple 99% s'il est très averse au risque.

Pour se prémunir contre les risques de marché, la Banque Centrale de Tunis exige de calculer les fonds propres réglementaires avec une méthode forfaitaire. Dans ce sens, les banques tunisiennes peuvent adopter un modèle interne de mesure de risque plus précis pour calculer le niveau de fonds propres réglementaires. Ainsi, la méthode de la valeur à risque constitue la méthode la plus recommandée parmi les méthodes internes dans la quantification du risque de marché puisqu'elle permet de fournir un seul indicateur synthétique qui mesure la perte potentielle éventuelle sur un horizon de temporel fixé.

Il existe dans la littérature plusieurs approches VaR dont le choix d'utilisation dépend des caractéristiques de l'actif financier étudié et de la précision recherchée. Outre la Riskmetrics du JP Morgan, plusieurs autres méthodes ont été développées pour estimer la perte maximale. Trois principales catégories sont existantes : les méthodes non paramétriques, les méthodes semi-paramétriques et les méthodes paramétriques.

Afin de contribuer au domaine de la gestion des risques dans le monde financier, ce mémoire s'attarde à la performance de certaines méthodes de la VaR dans la quantification du risque de change. Ainsi l'objectif est de calculer la Value-At-Risk à travers les différentes méthodes, afin de juger quelle est la plus fiable et plus pertinente. Nous allons étudier le risque de change d'un portefeuille de devise en utilisant deux mesures de risque : la Value-At-Risk (VaR) et la Value-At-Risk Conditionnelle (CVaR) appelée encore l'Expected Shortfall (ES). Chaque mesure sera estimée par deux méthodes, l'une est une méthode non paramétrique basée sur la simulation historique et la deuxième c'est la méthode paramétrique basée sur la modélisation de la variance conditionnelle à travers d'un modèle GARCH asymétrique, EGARCH.

Le but de notre travail est de répondre à la problématique suivante : Quelle mesure de risque choisir pour quantifier le risque de change ? Et par quelle méthode nous devons l'estimer, par une méthode historique ou par une méthode paramétrique basée sur la modélisation de la volatilité conditionnelle ?

Pour répondre à cette question, nous avons scindé notre mémoire en deux chapitres. Le premier chapitre contient les fondements théoriques sur le risque de marché. Il présente dans une première section la revue de la littérature empirique, et quelques notions de base concernant la gestion du risque. Ensuite, nous allons définir adéquatement la valeur à risque et sa structure mathématique ainsi que les différentes approches de mesure. Et puis, nous allons présenter la CVaR comme la moyenne des pertes excédant la valeur à risque ainsi que le backtesting

permettant de juger de la qualité des estimations.

Dans le cadre du deuxième chapitre, nous allons mener une étude empirique qui sert à modéliser le risque de change sur un portefeuille de devise, composé à 50% de l'euro et 50% du dollar américain pendant une période qui s'étale entre le 02 Janvier 2015 et le 30 Septembre 2020, dont les 3 trimestres de l'année 2020 constitue l'échantillon de prévision. Pour l'approche paramétrique, nous allons estimer la volatilité par un modèles EGARCH en présence d'une distribution Normale des erreurs qui sert par la suite à calculer la VaR paramétrique et la CVaR. En fin, un Backtesting sera effectué dans le but de déterminer la méthode la plus performante.

Chapitre 1 : La quantification du risque de change en présence d'une volatilité hétéroscédastique

Introduction

Au cours du temps, les marchés financiers ont connu des développements considérables suite à la croissance des activités financières et la diversification des produits, ceci peut être interprété comme une source d'instabilité financière pour les institutions qui interviennent sur ces types de marchés. En outre, nous trouvons les crises qui se manifestent en tant que situations extrêmes caractérisées par une augmentation de l'incertitude, où l'augmentation des probabilités de défauts qui pourront avoir des répercussions très négatives, voire catastrophiques, non seulement sur le marché financier, mais aussi sur l'économie réelle. De ce fait, les institutions financières ont de plus en plus besoin d'évaluer et d'estimer avec précision leur exposition aux risques afin de minimiser les pertes potentielles. Ils ne cessent pas à développer de nouvelles méthodes et techniques qui visent à mesurer et estimer les risques courus dans le but de la mise en place des systèmes solides de la gestion des risques.

Couramment, la méthode statistique la plus populaire pour quantifier le risque de marché est la valeur à risque (Value-at-Risk; VaR) initié par JP Morgan (1996). Cette méthode fournit un indicateur probabiliste, qui estime la perte maximale potentielle sur valeur du portefeuille, autrement, la VaR fournit une estimation des pertes subis par un portefeuille des actifs qui ne devrait pas être dépassée. Depuis son apparition, le concept de la Valeur à risque constitue une mesure de référence en matière de mesure du risque sur les marchés financiers. Il est à noter que cette technique est recommandée par la réglementation prudentielle internationale définie dans le cadre des accords de Bâle II et III.

Il existe une multitude de méthode de calcul de la VaR, à savoir la méthode historique qui prend en considération des valeurs historiques, la méthode non paramétrique calcul la VaR à travers des données simulées et la méthode paramétrique ou encore méthode de variance-covariance qui estime le risque en tenant compte de la volatilité des rendements. Puisque la notion du risque est liée souvent à la variabilité des rendements, alors la prise en considération de la volatilité est très importante dans le calcul de la valeur à risque (VaR).

Ce premier chapitre s'articule autour la technique de la VaR dans la mesure du risque de marché. Une première section est consacrée à la revue de la littérature sur l'approche VaR. La deuxième section est réservée essentiellement pour définir la notion de la VaR, ses différentes

méthodes de calcul ainsi que la VaR conditionnelle en tant que méthode alternative permettant de combler les insuffisances de la VaR. Nous allons aborder aussi la technique du backtesting et comme outils de vérification de calcul de la VaR et le stress-testing pour tenir compte des événements exogènes.

Puis, une troisième section nous allons décrire les différents modèles de modélisation de la volatilité conditionnelle qui caractérise les séries financières à haute fréquence telle que le taux de change. Cette section présente les modèles de type ARCH et GARCH nécessaire à la modélisation et l'estimation de la variance à partir de laquelle nous allons calculer la VaR paramétrique.

Section 1 : Les risques de marché dans l'activité bancaire

Systématiquement, les opérations bancaires sont exposées aux plusieurs formes de risques qui peuvent être expliqués soit par l'évolution économique générale (risque de marché), soit par la structure financière de l'institution (risque de liquidité), soit par la qualité de l'emprunteur (risque de contrepartie)... Compte tenu que le « risque zéro » n'existe pas dans l'activité bancaire, la maîtrise du risque constitue un défi majeur pour toute banque. Le cas échéant, la survenance du risque provoque des pertes significatives qui peuvent conduire à la faillite de l'établissement et de mettre en cause la stabilité du système financier du pays.

Il est commun de dire que le métier du banquier est le métier du risque, dans le cadre des activités quotidiennes, les banques sont exposées aux plusieurs formes de risques qui peuvent mettre en péril sa solvabilités et menacer la stabilité du système financier et par conséquent déstabiliser l'économie réelle du pays.

La question des risques constitue un domaine d'intérêt majeur qui se justifie par l'impact désastreux des pertes que peut subir une banque, de ce fait, l'identification des risques constitue une étape primordiale dans le processus de gestion des risques bancaires car une fois identifiée, il sera facile à l'examiner et l'éliminer.

Systématiquement, les opérations bancaires sont exposées aux plusieurs formes de risques qui peuvent être déterminés soit par l'évolution économique générale (risque de marché), soit par la structure financière de l'institution (risque de liquidité), soit par la qualité de l'emprunteur (risque de crédit).

Dans toutes économies, les autorités monétaires veillent à contrôler et assurer le bon fonctionnement des marchés financiers à travers l'imposition des règles prudentielles relative à la supervision bancaire. Ainsi, la théorie sur le rôle des institutions bancaires dans le processus du développement économique a amené les autorités de contrôle nationales et internationales à fournir des efforts majeurs en ce qui concerne la maîtrise des risques bancaires, et ce, en imposants plusieurs normes prudentielles en vue de minimiser les risques inhérents à leurs transactions quotidiennes.

1. Revue de la littérature empirique

Le marché de change est un marché très mouvementé, vue le volume des échanges internationaux. L'ensemble des opérations des achats et ventes effectuées au sein de la salle de

marché de la banque, au niveau du desk FOREX, engendre un gap de trésorerie significatif. En effet, les taux de change sur le marché mondial de change ont un caractère volatile et fluctuant qui provient essentiellement du fait que la devise de chaque pays est influencée par un ensemble de facteurs macroéconomiques, géopolitiques, climatiques...

Cette volatilité est fondamentalement à l'origine des pertes et des profits réalisés sur le marché des changes et par la suite elle constitue la principale cause du risque de change. La mesure et l'appréciation de ce risque est un objectif central de la gestion de risque de FOREX, qui constitue un intérêt majeur pour les institutions financières effectuant des opérations sur le marché FOREX.

Avant les années 90, les méthodes de quantification de risque de marché ont été très restreintes et limitées pour quelques produits, c'est suite à un enchaînement des incidents financiers (crises monétaires et financières) et surtout la crise financière du 1978 qui ont contribué à l'augmentation de la volatilité des marchés financiers que le besoin de décrire le risque total d'un portefeuille d'actifs financiers à travers un seul indicateur est apparu, c'est la méthode de la valeur à risque ou encore la Value-At-Risk.

Cette méthode a été popularisée au début des années 90, suite à sa recommandation comme mesure de risque de portefeuille des actifs financiers, par le groupe des Trente¹ en 1993. Suite à cela, la banque JP Morgan a initié le système Risk Metrics et a dévoilé la méthode de calcul de la VaR d'un portefeuille et l'a mis à la disposition des institutions financières et des parties concernées par la mesure des risques. Ces travaux considérés pionniers, ont joué un rôle crucial dans le développement et la généralisation de la VaR, cette méthode permet ainsi de donner une mesure du risque lié aux activités des institutions financières.

Et depuis, la méthode VaR est devenue la plus populaire des outils de gestion des risques, en tant que mesure statistique de risque procurant une information sur les pertes possibles d'un portefeuille d'investissement, où la probabilité que les pertes dépassent les estimations est faible. Non seulement dans le monde professionnel, de nombreux académiques et chercheurs se sont concentrer sur la recherche et le développement de la méthode VaR.

Hendricks.D (1996) a utilisé les trois approches de la Var à savoir la Var historique, la VaR monte Carlo et la Var variance-covariance sur un portefeuille de taux de change quotidien

¹ Le Groupe des trente, un comité international réunissant des dirigeants de l'industrie, de la banque et des universitaires, qui font des recherches sur les phénomènes et les problèmes économiques et financiers.

(cours acheteur) du dollar américain contre huit devises : livre sterling, franc français, dollar canadien, florin néerlandais, mark allemand, lire italienne, yen japonais, et le franc suisse.

En exploitant ces observations qui couvrent la période du 1er janvier 1978 au 18 janvier 1995 (soit 4 255 jours), l'auteur cherche à déterminer quels sont les paramètres les plus pertinents avec la VaR, il opte pour différentes méthodes de VaR où il change les paramètres à chaque fois pour avoir en fin 12 approches VaR. Ses résultats ont montré que dans tous les cas, les approches de modélisation de la valeur à risque dévoilent dans presque tous les cas, des estimations de risque qui ne diffèrent pas beaucoup en termes de taille moyenne, bien que les approches de simulation donnent des mesures de risque un peu plus importantes au seuil 99% que l'application de variance-covariance.

Malgré la similitude de la taille moyenne, les résultats ont montré des différences importantes entre les valeurs de la VaR pour le même portefeuille à la même date. Aussi, ils ont montré que les approches qui ont utilisé de périodes d'observation plus courtes ont produit des résultats plus variables que ceux qui ont utilisé des périodes d'observation longues. De ce fait, l'auteur a annoncé qu'il ne puisse pas recommander une approche au détriment d'une autre.

Hull.J et White.A (1998) ont proposé une nouvelle méthode de simulation historique, en utilisant un modèle GARCH pour aboutir enfin à un rapport entre la volatilité actuelle et la volatilité historique. En choisissant 12 taux de change avec 5 indices de taux de marchés différents les auteurs ont prouvé la pertinence de leur méthode.

Quant à Berkowitz.J et O'Brien.J (2001), dans leur article ils ont investigué sur la précision des modèles VaR dans les banques commerciales. Les auteurs ont prouvé l'efficacité de la méthodologie VaR à travers des présentations statistiques de revenus commerciales provenant des activités de la banque qui sont effectuées sur la base des prévisions de la Var associées.

Pour Angelidis.T, Benos. A et Degiannakis. S (2004), l'hypothèse de la normalité produit des résultats très faibles, ils ont essayé d'évaluer la performance d'une famille de modèles ARCH dans la modélisation de la VaR d'un portefeuille très diversifiés en utilisant des différentes hypothèses de répartition et de taille de l'échantillon.

Les travaux d'Angelidis et Degiannakis (2005), ont examiné l'exactitude des méthodes paramétriques, non paramétriques et semi-paramétriques dans l'estimation de la VaR sur le marché boursier, de matières premières et le marché de change pour les deux positions longues et courtes. Sur la base de l'évaluation de la fonction des pertes et profits et sur le backtesting ils ont conclu que les prévisions de la VaR ont été précises.

Ajili.W (2006), pour évaluer le risque de change lié au portefeuille de la dette publique

tunisienne l'auteur a fait recours à l'application de la VaR delta-normale dans le cas d'une petite économie en développement « la Tunisie » sur des taux de change spot quotidien des trois devises principales qui composent le portefeuille de la dette du pays à long terme, le dollar américain, l'euro et le yen. Entre le 1^{er} janvier 1999 et 30 juin 2006, la méthode delta normale ont fait ressortir des valeurs nulles ou négatives pour l'euro. De ce fait, l'euro a constitué la devise refuge pour la Tunisie alors que le yen japonais est la principale source de risque de change pour le portefeuille étudié.

Etant donné que le risque est généralement caractérisé par l'augmentation de la volatilité du marché financier, elle est étant importante dans l'étude de phénomènes économiques et financiers, elle constitue un centre d'intérêt par les chercheurs académiques ainsi que les institutions financières et les professionnels financiers. Par conséquent, la modélisation de la volatilité est devenue incontournable dans l'évaluation des risques financiers.

Parmi les modèles économétriques qui permettent de modéliser la volatilité, il existe les modèles d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive générale (GARCH), initié par Bollerslev (1986), sont très connu et largement utilisé dans la littérature pour mesurer la valeur à risque dans les périodes de forte volatilité ou période de crise.

Bucevska (2012) a montré que, pour estimer la volatilité du marché boursier macédonien, les modèles de famille GARCH les plus pertinents sont le modèle EGARCH avec la distribution de student, le modèle EGARCH avec la distribution normale et le modèle GJR-GARCH.

Miletic et Miletic (2015), ont montré que les modèles GARCH avec une distribution de student des résidus, dans la plupart des cas analysés, donnent une meilleure estimation de la VaR par rapport aux modèles GARCH avec des erreurs normales à un niveau de confiance de 99%, tandis que dans le cas d'un niveau de confiance de 95% l'inverse est vrai. Les résultats du backtesting pour la période de crise ont montré que les modèles GARCH avec une distribution de student des résidus fournissent de meilleures estimations de la VaR par rapport aux modèles GARCH à distribution normale, des simulations historiques ou des méthodes de RiskMetrics.

L'article de Cyprian. O (2017), présente une étude comparative de la performance prédictive de différentes méthodes de la VaR testé sur les prix de clôture quotidiens des taux de change USD/KES sur la période entre 03 janvier 2003 et 31 décembre 2016. L'analyse du backtesting a prouvé que les méthodes étudiées sont fiables pour estimer la valeur à risque un jour d'avance. Plus précisément, cet article recommande la précision du modèle GJR-GARCH et la simulation historique filtrée avec spécification de la volatilité GARCH dans la prévision de la VaR par rapport aux autres méthodes.

2. Risques de marché et concepts de base

2.1. Concepts de base sur la notion du risque

Dans la littérature, nous trouvons souvent les termes de risque, d'imprévu, d'incertitude et d'aléa sans avoir de définition exacte, cependant, la plupart des travaux assimilent le risque à la possibilité de survenue d'un événement défavorable susceptible de mettre en péril les objectifs en termes de coût, de délai ou de performance.

2.1.1. Définition du risque

Il semble difficile de définir la notion du « risque », ceci est dû aux désaccords importants sur la signification de cette notion. Communément, un risque est une exposition à un danger potentiel, il est l'équivalent d'un phénomène aléatoire correspond à une situation ou une activité où le future n'est prévisible qu'avec une certaine probabilité. Par opposition à la notion de l'incertitude, qui correspond à une situation où le futur est totalement inconnu est imprévisible.

En économie financière, cette notion est assimilée à celle de l'incertitude. Selon Markowitz (1952), le risque représente une mesure qui sert à quantifier l'incertitude (ou encore la perte) associé à la survenance d'un événement incertain. La norme COSO 2 définit le risque comme étant l'opposé d'une opportunité, un risque c'est la possibilité qu'un événement défavorable survienne et nuise à l'atteinte des objectifs alors qu'une opportunité représente la possibilité qu'un événement favorable survienne et contribue à l'atteinte d'objectifs. Quant à la norme ISO 31000, le risque est défini comme l'effet de l'incertitude sur la réalisation des objectifs.

Le risque dans le secteur bancaire, alors, est associé à une probabilité de perte monétaire due à une incertitude que l'on peut quantifier et qui représente un obstacle devant la réalisation des objectifs en provoquant une certaine variation indésirable sur le résultat de la banque.

D'après la norme ISO GUIDE 73 (2009), le risque est caractérisé par des événements et de « Un risque est souvent exprimé en termes de combinaison des conséquences d'un événement (incluant des changements de circonstances) et de sa vraisemblance ». En d'autres termes, un risque n'est qu'une relation entre une vraisemblance, c'est la probabilité de survenance d'un événement, et ses conséquences en cas de survenance.

2.1.2. La gestion des risques : Le Risk Management

La gestion du risque semble être un objectif primordial pour toute institution financière. Pour les gestionnaires de risque, il est essentiel de minimiser les risques afin d'éviter des pertes potentielles

2.1.2.1. Présentation du Risk management

L'incertitude est une source d'opportunités comme elle est une source de risque, elle est capable de créer ou de dégrader de la valeur. C'est dans ce sens où il intervient le processus de la gestion du risque. En fait, le risque management c'est un ensemble de processus et des outils servant à gérer les aléas positifs et négatifs qui découlent de tous les facteurs qui affectent l'activité de la banque.

D'après le COSO II (2004) « *Committee of Sponsoring Organizations* », le management des risques est défini comme étant « *un processus mis en œuvre par le conseil d'administration, la direction générale, le management et l'ensemble des collaborateurs de l'organisation. Il est pris en compte dans l'élaboration de la stratégie ainsi que dans toutes les activités de l'organisation. Il est conçu pour identifier les événements potentiels susceptibles d'affecter l'organisation et pour gérer les risques dans les limites de son appétence pour le risque. Il vise à fournir une assurance raisonnable quant à l'atteinte des objectifs de l'organisation* ».

Il s'agit, de ce fait, d'une technique rigoureuse sert à protéger la banque contre les incertitudes qui menacent l'atteinte des objectifs stratégiques en impliquant tous les membres de l'organisation et ce, à tous les niveaux.

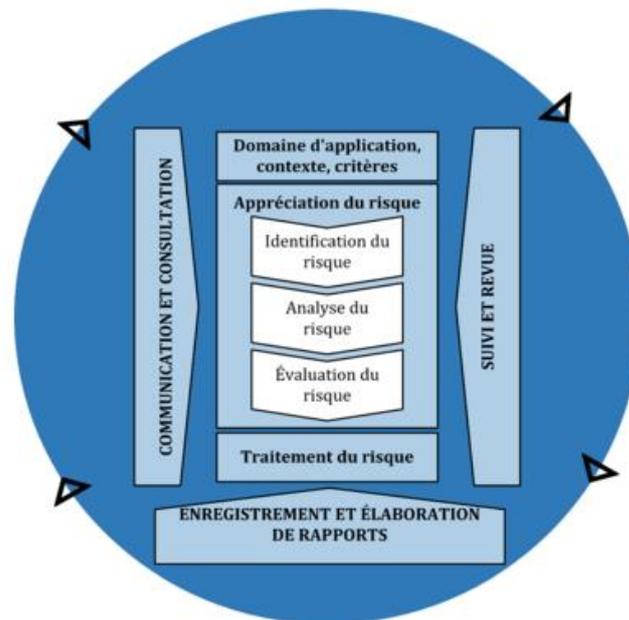
Le Risk Management est devenu l'une des fonctions principales de la gestion d'une entreprise et il fait partie des nouvelles réglementations comme Bâle II et Bâle III...

2.1.2.2. Processus de management du risque

Nombreux sont les risques qui menacent la stabilité et la pérennité des banques. L'objectif essentiel de tout manager de risque est d'identifier les risques afin d'adopter des actions appropriées dans le but de réduire leur effet.

L'objectif global du processus de management des risques réside dans la capacité de réduire la gravité des risques jusqu'à un seuil acceptable, qui est défini auparavant par les objectifs de l'établissement. La norme ISO 31000 (2018) décrit le processus de management des risques en six étapes comme le montre le schéma suivant :

Figure 1 : Le processus de management du risque



Source : ISO 31000 (2018)

➤ Phase 1 : Communication et consultation

Cette phase est primordiale pour comprendre les origines du risque et les causes pour laquelle les plans des actions sont établis. La communication cherche à comprendre du risque alors que la consultation est nécessaire pour l'échange de l'ensemble des informations afin de prendre les bonnes mesures pour le traiter.

➤ Phase 2 : Domaine d'application, contexte et critères

La deuxième phase a pour objectif de présenter le domaine d'application le contexte et les critères du risque étudié et ce pour but de bien cibler le risque par le processus du management du risque. Cette phase permet de garantir une bonne appréciation du risque et un traitement efficace.

➤ Phase 3 : Appréciation du risque

L'appréciation du risque c'est un processus en trois étapes :

- L'identification du risque
- Analyse du risque
- Évaluation du risque

En combinant l'ensemble des informations disponibles, cette phase vise à identifier, dans une première étape, les événements qui peuvent affecter négativement le résultat ou l'atteinte des objectifs. Ensuite, il s'agit d'analyser les sources du risque, leurs conséquences et leurs vraisemblances de réalisation pour aboutir enfin à une bonne évaluation et de bien choisir les méthodes d'évaluation. En fin, en utilisant les résultats de l'analyse, le gestionnaire du risque opte pour l'évaluation du risque à travers la comparaison des résultats de l'analyse aux critères établis.

➤ **Phase 4 : Traitement du risque**

Cette phase vise à choisir et à mettre en œuvre les options de traitement du risque les plus appropriées. Elle implique de comparer les avantages tirés de l'atteinte des objectifs aux coûts et aux inconvénients issus de leur mise en œuvre.

➤ **Phase 5 : Suivi et revue**

Le suivi et la revue consistent à contrôler l'efficacité de la conception et des résultats du processus. Cette phase est nécessaire pour toutes les étapes du processus du management des risques pour garantir une bonne appréciation du risque.

➤ **Phase 6 : Enregistrement et élaboration de rapports**

Il convient que les différentes étapes et résultats du management du risque soient documentés et enregistrés. L'élaboration de rapports fait partie de la gouvernance de l'établissement dans la mesure où elle améliore la communication entre les entités concernées et aide la direction et les organes de surveillance à faire face à leurs responsabilités.

2.2. Risques de marché et risque de taux de change

2.2.1. La notion du risque de marché

Le développement des activités bancaires et surtout le développement marchés financiers ont conduit les autorités de contrôle bancaire de prendre un certain nombre de mesures pour prendre en considération de l'ensemble des risques qui peuvent être de l'origine de ces marchés.

Le risque de marché est défini par la circulaire 2018-06 portant sur les normes d'adéquation des fonds propres de la BCT comme « *Les risques de marché sont définis comme étant les risques de pertes sur des positions du bilan et du hors bilan à la suite de variations des prix du marché.*

Ils recouvrent les risques relatifs aux instruments liés aux taux d'intérêt et titres de propriété du portefeuille de négociation tel que défini à l'article 20 et le risque de change encouru pour tous les postes du bilan et du hors bilan ²»

Ainsi, les risques de marché peuvent être définis comme étant les risques de perte liés à l'évolution des conditions de marché, plus précisément, des fluctuations des prix des actifs financiers qui composent le portefeuille de la banque. Par extension, c'est le risque des activités économiques liées au marché financier. Il est donc corrélé à l'évolution de l'ensemble de l'économie, des taux d'intérêt, de taux de change, de l'inflation et aussi des anticipations des investisseurs vis-à-vis des évolutions futures. Il peut avoir des origines diverses puisqu'il affecte tous les actifs financiers, il peut porter sur le cours des actions, les taux d'intérêts, les taux de change, les cours de matières premières...

2.2.2. Le risque de taux de change

Les banques réalisent quotidiennement des opérations libellées en monnaies étrangères, que ce soit des opérations de change manuel, des opérations sur le marché de change au comptant ou à terme... De ce fait, elles sont exposées au risque de change, ce type de risque désigne l'incertitude quant au taux de change de court ou de moyen terme d'une devise par rapport à une autre.

Jean-Albert Collomb (1998) définit le risque de change comme étant le risque de perte lié aux fluctuations des cours de monnaies. Les fluctuations journalières du taux de change affectent les valeurs des monnaies par rapport aux autres monnaies et par la suite elles peuvent entraîner des conséquences nuisibles sur les positions de change. Mis à part des effets néfastes sur les positions en devises prise au sein de la salle de marché de la banque dans le cadre de ses activités de trading, le risque de change affecte également la valeur des dettes et des créances libellées en monnaies étrangères qui sont elle aussi exposées à une fluctuation défavorable des cours.

² Article 18 de la circulaire BCT 2018-06 portant sur les normes d'adéquation des fonds propres.

Section 2 : La VaR comme mesure de risque de change

L'accroissement de la volatilité des marchés financiers, les crises financières et les krachs boursiers, ont obligé les institutions financières à adopter des techniques innovantes pour gérer les risques de marché et garantir leur sécurité et leur solvabilité.

Aujourd'hui, la VaR est l'outil de gestion des risques de marché le plus recommandé dans le cadre des accords de Bâle. Cette méthode, offre un indicateur global et simple sur le degré d'exposition aux risques, elle permet ainsi le suivi, le contrôle et la gestion des risques. Elle est proposée aux établissements bancaires, par les accords de Bâle, dans le cadre d'estimation des risques liés aux activités de marché afin de garantir un niveau de fonds propres adéquat.

Etant donné que la valeur réelle de la perte maximale n'est pas observable ex-post, des procédures de backtesting s'imposent pour confronter la VaR estimée avec les pertes et profits effectivement obtenus. Il s'agit de détecter les dépassements ($Pertes > VaR$), mettant de ce fait l'insuffisance de la technique de la VaR en lumière. Pour atténuer ces insuffisances, Artzner et al. (1997) propose une méthode avancée de la VaR qui tient compte de toute perte au-delà du niveau de la VaR, il s'agit de la valeur à risque conditionnelle (CVaR).

Dans cette section nous allons présenter, dans une première partie, la technique de la VaR et ses différentes méthodes de calcul ainsi que ses avantages et ses limites. Puis dans une deuxième partie, nous allons décrire la méthode alternative (CVaR) et les techniques du backtesting et du stress test.

1. Présentation de la valeur à risque (VaR)

1.1. La mise en œuvre de la Value-At-Risk

La valeur à risque est un indicateur étroitement utilisé pour mesurer le risque financier d'une société, d'un portefeuille d'investissement ou d'une position sur une période donnée.

La définition de la VaR classique instaurée par JP Morgan Chase (1996), n'a pas trop changé avec le temps, elle est définie comme une mesure de la perte potentielle que peut subir un portefeuille d'instruments financiers suite aux fluctuations des facteurs de marché, avec un niveau de confiance donné, un horizon de temps fixé et dans des conditions normales de marché. De ce fait, elle permet de répondre à la question suivante : *Combien l'établissement financier*

peut-il perdre avec une probabilité $(1-\alpha)$ pour un horizon de temps h fixé ?³

Ainsi, nous pouvons assimiler la VaR à la perte maximale attendue, à un seuil donné, dû au risque de marché provenant d'une variation normale de celui-ci, pour une période de n jours donnée.

Le portefeuille ne subira pas de perte de valeur supérieure à la VaR dans les n prochains jours. Le niveau de confiance $(1-\alpha)$ est donc égal à la probabilité que le montant de perte ne dépasse pas la VaR en valeur absolue. Ainsi, la VaR vérifie l'équation suivante :

$$P(\text{Perte} > \text{VaR}_\alpha) = \alpha$$

Statistiquement, la VaR n'est rien d'autre qu'un fractile de niveau α % de la distribution de pertes et profits associée à la détention d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs pour une période donnée.

$$\text{VaR}(\alpha) = F^{-1}(\alpha) = Q(\alpha)$$

Où $F^{-1}(\alpha)$ représente la fonction de répartition inverse des pertes et profits qui est assimilée à la fonction quantile $Q(\alpha)$.

Dans le monde bancaire, cette technique permet d'optimiser la gestion des risques financiers liés aux opérations effectuées par les salles de marché. En effet, la notion de la VaR découle de la nécessité de la réévaluation des positions au prix de marché (market to market) qui sont à l'origine de pertes ou de profits. Dans le cas où les prix de marché changent, de nouvelles réévaluations s'imposent aux nouveaux prix, donnant ainsi une idée sur la sensibilité des portefeuilles de la banque, en termes de pertes et profits, aux variations des prix.

Comme ces prix peuvent varier de manière imprévisible, il est nécessaire de réévaluer les positions en se fixant des scénarios de marché. A partir de cette réévaluation, on peut calculer le montant de pertes potentielles et donc la VaR.

La méthode VaR prend en considération la diversification du portefeuille. Dans le cas d'un portefeuille composé de plusieurs actifs financiers, l'importance de la valeur de la perte maximale estimée par la VAR sera en fonction du degré de corrélation entre ces actifs. Lorsque les actifs sont corrélés positivement, la perte potentielle sera beaucoup plus importante. Au contraire, s'ils sont corrélés négativement, l'effet de diversification sera maximal sur la VAR.

³ JP Morgan Chase Bank (1996) RiskMetricsTM, Technical Document, Vol 43, pages: 1-24

1.2. Les paramètres et les propriétés de la VaR

Il est à noter que la VaR d'un portefeuille dépend de plusieurs paramètres primordiaux :

- Le niveau de confiance.
- La distribution de pertes et de profits du portefeuille en fin de période.
- La période de temps sur laquelle on désire mesurer la Var.

Le choix de ces paramètres peut affecter l'efficacité de la méthode choisit pour le calcul de la VaR.

1.2.1. Le niveau de confiance

Le niveau de confiance est un paramètre de l'intervalle $[0,1]$, il se situe généralement entre 95% et 99%. Il correspond à la probabilité que la perte maximale soit inférieure à la valeur (ou le pourcentage) de la VaR. Cet intervalle est donc le pourcentage pour lequel la banque ne perdra pas plus que le montant de la VAR, comme il est décrit par l'équation suivante :

$$P (Perte \leq VaR_{\alpha}) = 1 - \alpha$$

En effet, le niveau de confiance reflète le niveau d'incertitude qu'on est prêt à accepter, lorsqu'il est de l'ordre de 95% ($1-\alpha = 0,95$) cela reflète que le portefeuille pourrait subir une perte supérieure à la VaR avec une probabilité de $\alpha = 5\%$.

Evidemment, plus le niveau de confiance est large, plus la mesure des pertes potentielles maximales ou VaR tend vers la valeur correcte. Notons dans ce même cadre que plus ce niveau est important, plus la VaR est élevée.

Vlaar et Goorbergh (1999) ont trouvé que le niveau de confiance et la VaR varient dans le même sens, plus le niveau de confiance est élevé plus la valeur de la VAR est élevée. En outre, ils ont montré que les prévisions sont beaucoup plus pertinentes à des intervalles de confiance élevés. Plus tard, en (2005), Dennis et al ont trouvé le même résultat. Ils ont réussi à monter que la VAR est plus importante en présence de niveaux de confiance plus élevés.

1.2.2. La distribution des résultats pertes et profits du portefeuille

La VaR est définie comme un quantile de la distribution des pertes et profits du portefeuille, cette dernière constitue, alors, le paramètre le plus important, mais aussi le plus difficile à déterminer. Dans ce sens, il faut générer un modèle empirique qui convient le plus à la trajectoire des variables observées.

Dans la pratique, plusieurs problèmes sont détectés souvent dans l'étude des séries temporelles financières. Notons le problème de la non-stationnarité des séries occasionnée par la fluctuation du marché, ce qui implique un changement dans les caractéristiques statistiques du processus étudié. La non-stationnarité constitue un obstacle devant les méthodes de modélisation basées sur les variations historiques des facteurs de risque. Ensuite, la volatilité qui nécessite des analyses et des modélisations économétriques des séries financières, à fin d'estimer la variabilité future.

1.2.3. L'horizon temporel

Le troisième élément fondamental nécessaire dans le calcul de la value at risk c'est l'horizon temporel sur laquelle les pertes potentielles sont estimées. Il n'existe aucune règle quant au choix de la période de détention dans le calcul de la VaR, Son choix dépend de certains facteurs comme de la fréquence de reconstitution du portefeuille, de la liquidité des actifs financiers qui le composent. L'objectif réside dans le fait de ne pas trop s'écarter de la réalité.

Selon Jorion (2001) la période de détention du portefeuille doit être équivalente à la plus longue période requise pour la liquidation normale du portefeuille. Quant aux Gupta et Liang (2005) «l'horizon temporel doit refléter la période de temps nécessaire pour entreprendre des actions correctives si des pertes énormes auront lieu. En plus, il doit correspondre au temps nécessaire pour ajouter des fonds additionnels afin de couvrir les pertes »⁴.

Etant donné que le but derrière le calcul de la VaR est la mesure du risque issue de la variation de la valeur de l'actif, l'horizon temporel idéal sera un horizon court. Ceci mène à mieux cerner le champ de vision et à éviter les fluctuations probables des variables de marché par rapport à leurs fourchettes normales.

1.3. Les méthodes de calcul les plus recommandées par la littérature

Le principe de la VaR provient du fait qu'il est important de réévaluer les positions au prix de marché qui sont à l'origine de pertes ou de profits, c'est à partir de cette réévaluation qu'on calcule le seuil de pertes potentielles « VaR ». Pour ce faire, on fait recours aux trois principales méthodes appartiennent dans deux grandes classes :

- Méthodes non paramétriques : Ces méthodes utilisent les données du passé pour

⁴ Gupta et Liang (2005), « Do hedge funds have enough capital, A value-at-Risk approach ». *Journal of Financial Economics* 77, pages: 219-253.

estimer les variations potentielles de la valeur du portefeuille, cela suppose que les caractéristiques statistiques des rendements ne changent pas dans le temps. Parmi ces méthodes on note les deux approches les plus utilisés : la simulation historique, simulation de Monte Carlo...

- Méthodes paramétriques : sont basées sur la mesure de dispersion des rendements.

1.3.1. La méthode de la VaR historique

La méthode de la simulation historique de la VaR est une méthode flexible qui n'exige pas beaucoup des hypothèses sur la distribution des rendements des actifs du portefeuille. En effet, elle constitue une approche très simple, fondée sur la distribution empirique des rendements historiques. Ainsi, la VaR est calculée par une simulation historique qui suppose que les observations passées se reproduisent sur l'horizon de calcul choisi, reposant alors sur l'hypothèse que les rendements sont indépendants et identiquement distribués (iid).

Il existe différentes manières de calcul de la VaR en utilisant la simulation historique. Parmi ces méthodes, notons celle qui consiste à utiliser l'historique des variations des prix des actifs, synthétisée en trois grandes étapes.

La première étape : elle consiste à collecter l'historique des variations des valeurs des actifs, qui servent ensuite au calcul de la variation de chaque prix en utilisant la formule suivante :

$$\Delta X_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$$

Où X_t représente la valeur de l'actif à la date t et ΔX_t est la variation du prix en pourcentage.

La deuxième étape : En deuxième lieu, on exploite l'historique des variations des prix des actifs pour générer les séries des variations de valeurs du portefeuille à chaque instant. Nous déterminons ainsi les T variations potentielles de la valeur du portefeuille, que nous assimilons à N pertes et profits potentiels.

La troisième étape : Ainsi, à travers l'historique nous construisons une distribution empirique des pertes et profits. A partir de cette distribution nous pouvons trouver le quantile à $\alpha\%$. Il suffit de classer les variations de la valeur de portefeuille par ordre croissant et de prendre la valeur de la VaR comme la $N*(1-\alpha)$ ^{ème} pire perte.

Cette méthode est très utilisée puisqu'elle est très facile à appliquer. Cependant, elle présente quelques insuffisances. En effet, cette approche compte sur des historiques souvent courts, et

pour une meilleure estimation de la VaR, on nécessite des historiques avec de grand nombre d'observations afin d'avoir suffisamment autour du quantile.

1.3.2. La méthode de la VaR Monte Carlo

La simulation Monte Carlo est une méthode utilisée quand il est difficile de déterminer la distribution d'un échantillon d'observations à partir d'un raisonnement mathématique logique. A travers cette méthode nous simulons un grand nombre de fois les rendements futurs sous un certain nombre des hypothèses, et nous déduisons ainsi la valeur du portefeuille pour aboutir, enfin, à une distribution des pertes et profits à partir de laquelle nous déduisons le quantile attendu, c'est-à-dire la VaR.

Typiquement, la simulation de Monte Carlo s'effectue en trois grandes étapes. La première étape consiste à simuler N scénarios de l'évolution des facteurs de risque (prix ou rendement de l'actif). La deuxième étape permet de générer les « N » variations respectives du portefeuille. Ainsi, on obtient un grand nombre de scénarios de prix futurs. Quant à la troisième étape, de la même manière que pour la simulation historique, il s'agit d'ordonner les pertes et profits à partir de la pire perte, pour déterminer la VaR qui se trouvant au seuil choisi.

Elle est une approche très intéressante et adaptée au calcul de la VaR sur des données non linéaires.

1.3.3. La méthode paramétrique

L'approche paramétrique est connue sous la dénomination « Approche variance-covariance », elle a été développée en Octobre 1994 par J. P. Morgan.

Comme son nom l'indique, cette méthode permet de calculer la VaR à partir de la matrice de variance-covariance des rendements des actifs. De ce fait, pour les besoins des calculs nous devons chercher les variances des séries de rendements des actifs du portefeuille, qui peuvent être estimées soit par les méthodes standard (écart-type ou variance), aussi parmi les méthodes de prévision de la VaR paramétrique, celle fondée sur les modèles de types ARCH et GARCH symétriques ou encore asymétriques, qui permettent de prévoir la variance conditionnelle de la distribution de la série des pertes et profits.

J. P. Morgan a simplifié le calcul de la VaR paramétrique (méthode variance-covariance) en posant des hypothèses simplificatrices des calculs :

- Hypothèse de normalité : Les rendements du facteur de risque (taux de change, cours de l'action, taux d'intérêt..) suivent une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$.
- Hypothèse de linéarité : La valeur du portefeuille dépend linéairement des rendements des actifs qui le composent.
- Hypothèse d'indépendance : les variations de la valeur du portefeuille sont indépendantes dans le temps.

Sous ces hypothèses, nous pouvons calculer directement la VaR à partir de la matrice variance-covariance des rendements. Cependant, cette méthode semble inadéquate dans le cadre d'une distribution non normale de rendements et pour des portefeuilles non linéaires.

Etape 1 : La première étape consiste à exprimer la valeur du portefeuille en fonction de son rendement

$$\frac{P_t - P_0}{P_0} = \frac{\Delta P_t}{P_0} = r_t \quad \Rightarrow \quad \Delta P_t = P_0 r_t$$

Etape 2 : puis, nous déterminons la distribution de la loi de la variation de la valeur du portefeuille ΔP_t .

En supposant que :

$$r_t \sim N(m, \sigma^2)$$

Alors la variable ΔP_t est distribuée selon la loi normale :

$$\Delta P_t \sim N(P_0 m, P_0^2 \sigma^2)$$

$$\Delta P_t \sim N(m_p, \sigma_p^2)$$

Etape 3 : Après avoir déterminé la loi de probabilité de la variation de la valeur du portefeuille, nous calculons la VaR à partir de sa formule :

$$P(\Delta P_t \leq VaR_\alpha) = 1 - \alpha$$

De ce fait :

$$P\left(\frac{\Delta P_t - P_0 m}{P_0 \sigma} \leq \frac{VaR_\alpha - P_0 m}{P_0 \sigma}\right) = 1 - \alpha$$

Il en résulte :

$$P\left(\frac{\Delta P_t - P_0 m}{P_0 \sigma} \leq Q_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

Avec, $Q_\alpha = \frac{VaR_\alpha - P_0 m}{P_0 \sigma} = \Phi^{-1}(\alpha)$, où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée et réduite et Q_α représente le quantile à $\alpha\%$.

Donc : $VaR_\alpha = Q_\alpha \sigma_p + m_p$

2. La Value-at-Risk conditionnelle « CVaR », le backtesting et les stress tests

2.1. La CVaR et la mesure des pertes extrêmes

2.1.1. Présentation et propriétés

Les événements extrêmes survenus sur les marchés financiers (les krachs boursiers, crises de changes...) ont mis en question les insuffisances de la méthode de la VaR dans le traitement des valeurs extrême. En effet, les problèmes des événements extrêmes interviennent lorsque le risque prend des valeurs au niveau de la queue de la distribution des pertes et profits. A partir de la fin des années 90, le problème des pertes extrêmes a déclenché les projets de recherche sur d'autres méthodologies qui sont adaptés pour prendre en considération de telle situation.

La CVaR ou encore Expected Shortfall « ES », est un outil de mesure de risque découle directement de la VaR. Elle est apparu pour couvrir la moyenne des pertes excédant de la valeur à risque. La VaR conditionnelle se définit tout simplement comme étant la mesure de risque qui tient compte des scénarios extrêmes potentiels qui se retrouvent au-delà du niveau de confiance de la VaR.

La VaR ne constitue pas une mesure de risque pertinente, du fait qu'elle ne parvient pas à respecter la propriété de la sous-additivité. Or, la CVaR respecte les propriétés mathématiques d'une bonne mesure de risque⁵ :

➤ La propriété d'invariance par translation : Pour toute variable aléatoire x et pour tout $m \in \mathbb{R}$.

$$CVaR(x+m) = CVaR(x) + m$$

Ceci explique qu'en cas d'ajout d'une quantité m à un portefeuille risqué, la mesure du risque du portefeuille diminue par m .

➤ La propriété de la sous-additivité : Pour toutes variables aléatoires x et y

$$CVaR(x+y) \leq CVaR(x) + CVaR(y)$$

Respecter la propriété de la sous-additivité d'une mesure de risque signifie que le risque subi par un portefeuille ne peut pas être supérieur à la somme des risques de ses composants.

⁵ Artzner, P., Delbaen J., Eber, J. M. et Heath, D. (1999), « Coherent measures of risk », *Mathematical Finance*, Vol. 9, No. 3 (July 1999), 203–228

- La propriété de la monotonie : Pour toutes variables aléatoires x et y

$$\text{Si } x \leq y \text{ alors } \text{VaR}(x) \geq \text{VaR}(y)$$

Cette propriété montre que si un portefeuille a une valeur plus grande dans tous les états de marché, sa mesure de risque ne doit pas être plus grande.

- La propriété de l'homogénéité positive : Pour toute variable aléatoire x et tout réel positif λ :

$$\text{VaR}(\lambda x) = \lambda \text{VaR}(x)$$

2.1.2. Méthode de calcul

La CVaR est définie comme étant l'espérance conditionnelle des pertes en dessus du niveau de la VaR, elle permet de compléter l'information fournie par la VaR.

Soit $\text{VaR}(\alpha, t+1)$ la valeur at risk pour un taux de couverture de $\alpha\%$ calculé à partir d'un ensemble d'information historique, noté Ω_t :

$$\text{VaR}(\alpha, t+1) = F^{-1}(\alpha | \Omega_t)$$

Où $F(\alpha | \Omega_t)$ est la fonction de répartition de la distribution conditionnelle des pertes et profits des rendements du portefeuille des actifs financiers.

Lorsqu'on observe ex-post une perte plus grande que la valeur estimée par la VaR, on fait recours à la CVaR pour combler cet insuffisance. Elle est définie de la manière suivante :

$$\text{CVaR}(\alpha, t+1) = -E[r_{t+1} | r_{t+1} < -\text{VaR}(\alpha, t+1)]$$

Connaissons la distribution de probabilité des rendements, alors la CVaR peut être exprimée en utilisant la fonction de répartition et la fonction de densité de r_{t+1} :

$$\text{CVaR}(\alpha, t+1) = -\frac{1}{p} \int_{-\infty}^{-\text{VaR}(\alpha, t+1)} r_{t+1} f(r_{t+1}) dr_{t+1}$$

2.2. Le backtesting

Après avoir estimé la VaR, il est important d'évaluer la précision de nos calculs et de vérifier la fiabilité des méthodes de mesures effectuées. Pour ce faire, les risk-managers utilisent une procédure statistique appelée le backtesting, c'est un processus qui sert à déterminer la performance des différentes méthodes de calcul en comparant la VaR aux pertes réellement observées sur le portefeuille à la fin de la période étudiée. En effet, dans la pratique il existe plusieurs méthodes d'évaluation de risque qui donnent généralement des estimations différentes de la VaR, et donc du risque, pour un même portefeuille. De ce fait, le backtesting aide les risk-

managers à déterminer la méthode la plus appropriée pour prévoir la VaR.

Selon Jorion (2007) « la backtesting est un ensemble de procédures statistiques dont le but est de vérifier que les pertes réelles observées ex-post sont en adéquation avec les pertes prévues. Cela implique de comparer systématiquement l'historiques des prévisions de la VaR aux rendements observés du portefeuille »⁶.

Kupiec (1995) propose deux tests qui visent à valider les modèles de VaR à partir la proportion des exceptions POF (Proportion Of Failures) ou le délai de première exception (Time Until First Failure). On dit que l'exception survient si la perte observée se trouve outre-seuil, dépassant par la suite la VaR estimée par le modèle.

2.2.1. Le test POF

Kupiec (1995) a introduit le test POF (Proportion Of Failures) ou encore le test de la proportion d'échecs.

Soit $VaR(\alpha, t+1)$ la valeur prévue de la VaR pour un taux de couverture de $\alpha\%$, et soit $I_t(\alpha)$ le processus de violation associé et N le nombre de violations associé :

$$N = \sum_{t=1}^T I_t(\alpha)$$

Avec : T est le nombre de prévisions successives de la VaR

De ce fait, nous avons le rapport $\frac{N}{T}$ présente la fréquence empirique des violations (failure rate) qui constitue un estimateur convergent du taux de couverture α , alors :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N}{T} \rightarrow \alpha$$

Basé sur la distribution binomiale de processus de violation, on suppose que les variables $I_t(\alpha)$ sont iid, alors le nombre total des violations N suit une loi Binomial :

$$N \sim \mathbf{B}(T, p)$$

Avec :

- $E(N) = \alpha * T$
- $V(N) = \alpha * (1-\alpha) * T$

Pour tester alors si la probabilité d'exception coïncide avec la probabilité p impliquée par le niveau de confiance de la VaR, le test POF est calculé à partir d'un rapport de vraisemblance.

Sous l'hypothèse nulle de la proportion des exceptions est exprimée comme suit :

$$H_0 : \alpha = \hat{\alpha} = \frac{N}{T}$$

Le POF est calculé à travers :

⁶ Jorion P. (2007), « [Bank Trading Risk and Systemic Risk](#) »

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-\hat{\alpha})^{T-N} \hat{\alpha}^N}{(1-\alpha)^{T-N} \alpha^N} \right)$$

La statistique du test POF suit la loi chi-deux avec degré de liberté égale à 1.

$$LR_{POF} \sim \chi^2(1)$$

Si cette valeur dépasse la valeur critique de la distribution de la loi $\chi^2(1)$ l'hypothèse nulle sera rejetée, ceci est expliqué par le fait que le modèle de VaR proposé est jugé inadéquat, il sous-estime ou surestime le niveau de risque du portefeuille. Dans le cas échéant, on accepte l'hypothèse nulle, donc la proportion des violations du VaR $\hat{\alpha} = \frac{N}{T}$ est exactement égale à α , ce qui indique que le modèle adopté pour calculer la VaR estime avec précision le montant des pertes potentielles du portefeuille.

2.2.2. Le test TUFF

Kupiec a également proposé un deuxième test appelé TUFF (Time Until First Failure), qui mesure le temps « v » jusqu'à la survenance de la première violation. Si cela se produit dans un délai très court, le test évalue le modèle de calcul de la VaR comme inadéquat.

Le test TUFF de Kupiec est basé sur l'hypothèse nulle suivante :

$$H_0 : \hat{\alpha} = \alpha = \frac{1}{v}$$

La statistique du test est définie alors :

$$LR_{TUFF} = -2 \ln \left(\frac{\hat{\alpha} (1-\hat{\alpha})^{v-1}}{\alpha (1-\alpha)^{v-1}} \right)$$

Comme le cas du test POF le test TUFF suit la loi de chi-deux avec degré de liberté 1 : $\chi^2(1)$

2.3 Le stress testing

La VaR constitue la méthode la plus courante pour la mesure du risque de marché, cependant les résultats de la VaR perdent leurs pertinences et robustesses lors de période de crise. En effet, la VaR ne fournit pas une information sur l'ampleur des pertes éventuelles résultant des fluctuations inhabituelles des facteurs de marché. C'est pour cette raison que les institutions financières et les autorités de régulations cherchent à simuler de telle situation en complément de l'estimation de la VaR.

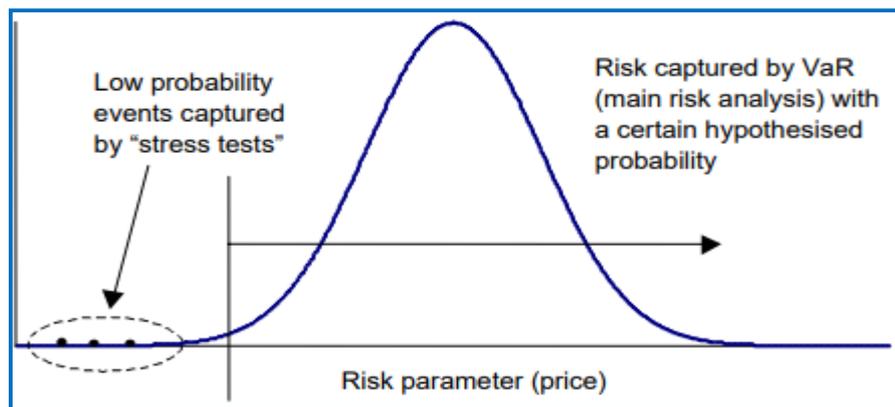
Le stress testing est une technique de gestion de risque, permettant la simulation des situations économiques et financières exceptionnelles mais plausibles afin de valoriser le portefeuille sous de telles situations. En d'autres termes, le stress testing bancaire permet d'estimer le niveau des

pertes potentielles en cas de chocs macroéconomiques inhabituels et de tester le degré de résistance de l'établissement bancaire.

Mathieu (2014) définit le stress testing comme «*un exercice consistant à simuler des conditions économiques et financières extrêmes ou défavorables mais plausibles afin d'en étudier les conséquences. Les stress tests sont en premier lieu des outils d'aide à l'analyse de la robustesse des stratégies mises en œuvre. Ils permettent de fournir des analyses périodiques de scénarios afin de tenir compte des risques résultant d'évolutions possibles des conditions de marché susceptibles d'avoir une incidence négative sur les portefeuilles gérés*»⁷

Les Stress tests simulent les performances du portefeuille pendant un état de marché inhabituel, de ce fait, ils fournissent des informations sur les pertes contenant sur la queue de la distribution de pertes et profits qui se situent au-delà du seuil de confiance $(1-\alpha)$ adopté pour calculer la VaR comme le montre la figure suivante :

Figure 2 : Représentation des événements exceptionnels capturés par le Stress-testing



Source : Committee on the Global Financial System, 2005

Les stress tests se divisent généralement en deux catégories les scénarios des stress tests et les tests de sensibilité.

- **Les scénarios des stress-tests :** qui sont généralement basés sur deux approches :
 - Approche axée sur le portefeuille : appelé « portfolio driven approach », cette approche consiste à identifier les facteurs de vulnérabilités du portefeuille et par la

⁷ Mathieu Gbémèho TRINNOU. (2014), « Implémentation du Stress test macroprudentiel du risque de crédit bancaire dans l'union économique et monétaire ouest africaine (UEMOA) », Université d'abomey-calavi, Bénin, p: 4.

suite les risk-managers établissent des scénarios dans ce sens.

- Approche par événement : « event driven approche », quant à cette approche, les scénarios sont établis sur la base des évènements plausibles, et d'identifier la manière selon laquelle ses évènements affectent le portefeuille. Les évènements sont généralement identifiés selon les actualités économiques et financières.
- **Tests de sensibilité** : c'est un test selon lequel on évalue la robustesse d'un modèle de mesure de la perte potentiel d'un portefeuille lorsqu'on modifie les paramètres dans un intervalle déterminé.

Section 3 : La modélisation de la volatilité par les modèles de type ARCH-GARCH

Au cours du temps, les marchés financiers ont connu des développements considérables suite à la croissance des activités financières et la diversification des produits, ceci est considéré une source d'instabilité financière. En outre, nous trouvons les crises financières qui se manifestent en tant que situations extrêmes, où les probabilités de défauts dans le secteur financier ont des répercussions très négatives, voire catastrophiques, non seulement sur le marché financier, mais aussi sur l'économie réelle.

De ce fait, les institutions financière ont de plus en plus besoin d'évaluer et d'estimer avec précision leur exposition aux risques financiers afin de minimiser les pertes potentielles. En effet, le risque financier est généralement caractérisé par une grande volatilité des marchés, ce qui motive les praticiens et les chercheurs de s'intéresser à la modélisation et la prévision de la volatilité. Etant donné que la volatilité est un élément clé dans l'estimation de la VaR paramétrique, le choix du modèle pertinent pour sa modélisation et pour son estimation constitue une étape de grande importance. Dans ce contexte, plusieurs méthodes sont proposées telles que la méthode des moyennes mobiles, la méthode des moyennes mobiles exponentiellement pondérées (EWMA), les modèles de la volatilité stochastique (SV), les modèles de l'hétéroscédasticité conditionnelle...

La plupart des modèles économétriques, supposent que les variables endogènes possèdent soit des variances constantes, soit des variances variables dans le temps sans tenir compte qu'elle peut dépendre de sa variabilité passée. De ce fait, la modélisation de type ARCH-GARCH de la volatilité du rendement du taux de change semble la plus adéquate pour prévoir de telles séries financières.

L'objectif de cette section c'est de définir le concept de la volatilité en premier lieu ainsi que de présenter les modèles ARCH et GARCH.

1. Le concept de la volatilité

Les séries financières sont caractérisées par une forte variation et une fluctuation remarquable. Cette fluctuation est appelée en économétrie «la volatilité», ce qui peut impliquer souvent une

hétéroscédasticité de la variance de l'erreur, d'une kurtosis élevée et des queues de distribution épaisse, d'une asymétrie, d'une persistance des chocs sur la volatilité...

En effet, la volatilité d'un actif indique l'amplitude dans laquelle le prix ou le rendement de ce titre peut varier, à la hausse ou à la baisse, par rapport à sa valeur moyenne sur une période de temps précise. La volatilité est d'autant plus forte que les cours observés sur le marché sont instables, ainsi, la volatilité constitue une mesure très importante du risque. Plus la volatilité d'un actif est importante plus le risque associé est fort.

Le concept de volatilité est alors un concept fondamental à étudier pour comprendre le trajet de l'évolution des rendements des actifs sur les marchés financiers. En effet, dans le domaine de l'économétrie financière, l'estimation des variations des rendements des actifs financiers à haute fréquence permet d'offrir des indications sur l'évaluation des risques. Plus précisément, la volatilité du rendement est considérée généralement comme un instrument de mesure du risque ce qui peut avoir un impact important sur la prévision du risque sur les marchés.

Afin de prendre compte de ce phénomène Engle (1982) et Bollerselv (1986) ont initié les modèles ARCH (Autorégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques) et GARCH (Autorégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques Généralisées), qui constituent une extension du modèle ARMA introduit par Box et Jenkins (1971). L'apparition des modèles ARCH et GARCH et ses extensions, et leurs applications dans le domaine financier ont connu un grand succès sur les données de haute fréquence (observations quotidiennes, hebdomadaires...), permet l'analyse et la prévision de la volatilité conditionnelle dans les marchés financiers.

2. La modélisation ARCH et GARCH

2.1. Présentation générale

Durant l'étude des séries financières à haute fréquence, les praticiens sont confrontés souvent à deux types de problèmes :

- La non-stationnarité des séries
- Le caractère leptokurtique de la distribution des données

Considérons un modèle : $Y = X\alpha + \varepsilon$ à erreurs auto-corrélées de type AR(1) avec :

Y : vecteur de dimension $(N \times 1)$ des observations de la variable à expliquer

X : matrice de dimension $(N \times k + 1)$ des données des variables explicatives

α : vecteur de dimension $(k+1)$ des paramètres du modèle

ε : vecteur de dimension $(N \times 1)$ des erreurs de spécifications

Le terme d'erreur possède l'écriture suivante :

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \mu_t = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \mu_{t-n} \quad ; \text{ avec } \mu_t \sim \text{iid} (0, \sigma_\mu^2)$$

Par ailleurs, selon les caractéristiques d'un AR(1) nous obtenons :

$$E(\varepsilon_t) = 0 \qquad V(\varepsilon_t) = \frac{\sigma_\mu^2}{1 - \rho^2}$$

L'espérance et la variance conditionnelle sont :

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = \rho \varepsilon_{t-1} \qquad V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = \sigma_\mu^2$$

Posons maintenant : $\varepsilon_t = \mu_t z_{t-1}$, où z_{t-1} est une variable aléatoire à variation stochastique indépendante de μ_t .

L'espérance et la variance de ε_t seront :

$$E(\varepsilon_t) = 0 \qquad V(\varepsilon_t) = \sigma_\mu^2 z_{t-1}^2$$

Le modèle par construction hétéroscédastique donne :

$$V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = \sigma_\mu^2 z_{t-1}^2$$

Les propriétés stochastiques de la variance marginale et la variance conditionnelle sont identiques, ce qui limite l'utilisation des modèles AR(p) dans le cadre de prévision des séries financières, d'où la naissance des modèles ARCH.

2.2. La modélisation ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedastic)

➤ Principe du modèle ARCH (1)

Le processus ARCH(p) est initié par Engle en 1982 lors d'une étude sur la variance de l'inflation de la Grande Bretagne. Rappelons que ce type de modèle consiste à spécifier la variance des erreurs de façon autorégressive conditionnellement à son information passée.

On considère, non plus un processus ARCH pour modéliser directement la série financière, mais le résidu d'un modèle linéaire. Prenons le cas le plus simple, un processus $Y_t \sim \text{AR}(1)$ avec un terme d'erreur qui admet une représentation ARCH(1):

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Tel que $|\beta_1| < 1$; condition de stationnarité du processus.

ε_t est donné par :

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$$

Avec :

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

Par hypothèse z_t est un bruit blanc faible homoscédastique, $z_t \sim (0, \sigma_z)$. Ainsi :

$$E(\varepsilon_t) = 0 ; \text{ puisque par hypothèse nous avons } E(z_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0 ; \text{ puisque } E(z_t z_s) = 0 ; \forall s \geq 1$$

La variance non conditionnelle est donnée par :

$$V(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E[z_t^2(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)] = E(z_t^2)E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$$

L'espérance et la variance conditionnelles sont données par la quantité h_t :

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = 0$$

$$V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 = h_t$$

Afin de garantir la positivité de la variance conditionnelle on suppose que : avec $\alpha_i > 0$

La variance conditionnelle du processus AR(1) avec erreur ARCH (1), s'écrit :

$$V(Y_t | Y_{t-1}) = \beta_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

L'équation de la variance conditionnelle montre qu'elle dépend des informations observées à l'instant t-1. La variabilité de la variable Y_t dépend alors de la variabilité enregistré en (t-1).

Ainsi la volatilité constitue un phénomène important à modéliser pour décrire et prévoir les prix et les rendements observés sur les marchés financiers.

➤ ***Kurtosis d'un processus ARCH***

Le kurtosis est le rapport du moment centré d'ordre 4 $E(\varepsilon_t^4)$ et le carré du moment centré d'ordre 2, $[E(\varepsilon_t^2)]^2$. Pour un processus ARCH(1) :

$$\mathbf{Kurtosis} = \frac{E(\varepsilon_t^4)}{E^2(\varepsilon_t^2)} = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} > 3$$

Il convient de conclure que le kurtosis du processus ARCH(1) est supérieur à 3 (sous l'hypothèse que α_1^2 soit inférieur à 1/3). De ce fait, la distribution du processus ARCH n'est pas normale, et il suit une distribution leptokurtique.

➤ ***Test de l'effet ARCH***

Avant d'adopter le processus ARCH pour modéliser et prédire la volatilité, il convient de tester la significativité de ces effets. En effet, le principe du modèle ARCH suppose que les variances

conditionnelles dépendantes dans le temps, et que la variance dépend nécessairement de l'ensemble des informations observées précédemment. De ce fait, le modèle ARCH (p) proposé par Engle (1982) suppose que le carré des perturbations suit un processus AR (p), et ce pour fournir une réponse aux insuffisances de la méthode de Box et Jenkins en ce qui concerne la volatilité des séries financières. Le test est présenté de la manière suivante :

Soit le modèle de régression : $Y = X\alpha + \varepsilon$

Avec la spécification ARCH(p) pour l'erreur ε_t tel que : $\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$

Ou : $z_t \sim N(0,1)$ et $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L) \varepsilon_t^2$

Avec : $\alpha(L)$ est un polynôme de l'opérateur de retard L : $\alpha(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_p L^p$

Pour tester l'effet ARCH, nous appliquons le test du multiplicateur de Lagrange « LM » en prenant les hypothèses suivantes :

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$; (Absence d'hétéroscédasticité)

H_a : Il existe au moins α_i différent de 0 $\forall i=1,2,\dots,p$; (Existence de l'hétéroscédasticité)

En calculant de la statistique du Multiplicateur de Lagrange :

$$LM = N R^2$$

Avec N le nombre d'observations et R^2 est le coefficient de détermination.

Si la statistique LM est plus supérieure à la valeur critique qui figure dans la table du khi-deux $\chi^2(p)$ à un seuil donné (généralement 5%), l'hypothèse nulle sera rejetée et nous considérons que le processus est justifiable d'un modèle ARCH. Dans le cas contraire, nous accepterons l'hypothèse nulle où la variance de l'erreur est constante : $V(\varepsilon_t) = \alpha_0$.

2.3. La modélisation GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic)

➤ Principe du modèle GARCH (p,q)

On cherche à modéliser la volatilité conditionnelle du processus ε_t , pour ce faire, il faut tenir compte de la dynamique observée de ε_t^2 en imposant une valeur élevée du paramètre « p » dans le processus ARCH (p) ce qui va poser des problèmes d'estimation. Bollerslev (1986) définit ainsi le processus GARCH (p,q) qui permet d'introduire une partie moyenne mobile dans le processus ARCH (p). Le modèle GARCH constitue une extension du modèle ARCH, c'est un modèle ARCH généralisé, dans lequel on introduit des informations retardées sur la variance conditionnelle des erreurs. Sa spécification est la suivante :

Considérons le modèle de régression : $Y = X\alpha + \varepsilon$

On suppose toujours que le processus ε_t peut s'écrire sous la forme : $\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$

Ainsi, l'erreur ε_t du processus Y_t est définie par un processus de type GARCH (p,q) possède comme espérance conditionnelle :

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = 0$$

La variance conditionnelle s'écrit :

$$V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

Nous pouvons exprimer le processus ε_t^2 dans une innovation comme suit:

$$\mu_t = \varepsilon_t^2 - h_t$$

En introduisant cette forme dans la formule de la variance conditionnelle, nous obtenons :

$$(\varepsilon_t^2 - \mu_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j (\varepsilon_{t-1}^2 - \mu_{t-1})$$

D'où on tire :

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (\alpha_i + \beta_j) \varepsilon_{t-m}^2 + \mu_t - \sum_{j=1}^q \beta_j \mu_{t-j}$$

Avec : $m = i$ si $p > q$ et $m = j$ si $q > p$

De ce fait, le processus ε_t^2 d'un GARCH (p,q) peut être présenté à partir d'un ARMA(max(p,q),q) de la manière suivante :

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 + \mu_t - \sum_{j=1}^q \beta_j \mu_{t-j}$$

Avec $\alpha_i = 0$ lorsque $i > p$ et $\beta_i = 0$ lorsque $i > q$. Où la condition de stationnarité sera la suivante :

$$\alpha(L) + \beta(L) = \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i + \sum_{j=1}^q \beta_j L^j < 1.$$

Remarques:

- Si $q = 0$, le processus GARCH (p,0) est un ARCH (p)
- Un processus de type GARCH (p,q) est équivalent à un processus de type ARCH(∞).

➤ **Kurtosis d'un processus GARCH**

Considérons le cas le plus simple, soit le processus GARCH (1,1) tel que :

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

Qui peut être représenté à travers la forme suivante :

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + \mu_t - \beta_1 \mu_{t-1}$$

Où μ_t est le processus d'innovation pour ε_t^2 présenté précédemment par : $\mu_t = \varepsilon_t^2 - h_t$.

Sous la condition de stationnarité $(\alpha_1 + \beta_1) = 1$, la variance non conditionnelle de ce processus ε_t est constante dans le temps :

$$V(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Etant donné que la kurtosis est exprimé par :

$$\mathbf{Kurtosis} = \frac{E(\varepsilon_t^4)}{E^2(\varepsilon_t^2)}$$

Supposons que $z_t \sim N(0,1)$, par définition nous avons dans le cas d'une variable gaussienne centrée et réduite : $E(X^4) = 3 [V(X)]^2 = 3 [E(X^2)]^2$

Alors, nous pouvons exprimer le moment conditionnel d'ordre 4 en fonction du moment conditionnel d'ordre 2 de la manière suivante :

$$E(\varepsilon_t^4 | \varepsilon_{t-1}) = 3 [E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1})]^2$$

Or le moment d'ordre « n » peut être exprimé comme suit :

$$E(\varepsilon_t^n) = E[E(\varepsilon_t^n | \varepsilon_{t-1})]$$

A travers cette propriété sur l'espérance conditionnelle, nous pouvons exprimer le moment d'ordre 4 comme suit :

$$E(\varepsilon_t^4) = E[E(\varepsilon_t^4 | \varepsilon_{t-1})] = 3 E[E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1})]^2$$

De ce fait :

$$3 E[E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1})]^2 \geq 3 [E E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1})]^2 = 3 [E(\varepsilon_t^2)]^2$$

Ainsi, on en déduit que la loi marginale de ε_t a des queues plus épaisses qu'une loi normale puisque :

$$\mathbf{Kurtosis} = \frac{E(\varepsilon_t^4)}{E^2(\varepsilon_t^2)} \geq 3$$

➤ *Test de spécification GARCH*

Pour tester le modèle de type GARCH, dans le cas d'une hétéroscédasticité conditionnelle supposée, il s'agit de tester la spécification de type ARCH contre la spécification de type GARCH.

Le test porte sur l'hypothèse nulle d'une erreur ARCH (p) contre l'hypothèse alternative d'une erreur GARCH (p,q). De ce fait, nous allons tester l'hypothèse nulle qui suppose que les β_j soient nuls contre l'alternative qui suppose qu'au moins il existe un β_j qui est différent de 0. Les hypothèses du test sont présentées comme suit :

$H_0: \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_q = 0$; (modélisation ARCH des erreurs)

$H_a: \text{Il existe au moins } \beta_j \text{ non nul, } \forall j=1,2,\dots, q$; (modélisation GARCH des erreurs)

Pour tester ces hypothèses, il s'agit d'appliquer le test du multiplicateur de Lagrange :

$$LM = N R^2 \sim \chi(q)$$

Avec N est le nombre d'observation et R^2 est le coefficient de détermination.

Si la statistique LM supérieur la valeur de à un seuil $\chi(q)$ lu dans la table à un seuil de confiance fixé, alors on rejette l'hypothèse nulle, et les erreurs suivent un processus GARCH (p,q).

3.3. La modélisation asymétrique EGARCH (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic)

➤ Principe du modèle EGARCH (p,q)

Le modèle GARCH focalise généralement sur la spécification endogène de la variance conditionnelle du processus, ainsi la modélisation GARCH peut se décomposer dans son ensemble en deux type de modèles : les modèles linéaires (symétriques) et les modèles non linéaires (asymétriques). Comme il est présenté ci-haut, le modèle linéaire représente une spécification quadratique de la variance conditionnelle associée aux perturbations du processus, ce qui constitue une limite considérable puisqu'il ne prend pas en considération de l'asymétrie. Cependant, cette insuffisance peut être corrigée par l'introduction de la modélisation GARCH asymétrique qui est caractérisée par des spécifications asymétriques des perturbations.

Le modèle EGARCH est une extension du GARCH classique initié par Nelson (1981), c'est l'un des modèles GARCH non linéaires qui permet de prendre en considération de l'asymétrie de la volatilité dans la réponse de la variance conditionnelle à un choc. Ainsi, la réponse ne dépend pas uniquement du signe positif ou négatif de l'innovation mais aussi il prend en considération son amplitude, en d'autre termes, la réponse dépend de la gravité du choc. Il possède aussi un autre avantage par rapport le modèle GARCH linéaire, le modèle EGARCH n'impose aucune restriction en ce qui concerne les signe des coefficients pour garantir la positivité de la variance conditionnelle en raison de son expression logarithmique.

Soit le processus Y_t qui satisfait la représentation EGARCH (p,q) :

$$Y_t = \eta + \varepsilon_t \text{ et } \varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(h_{t-i}) + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i})$$

$$\text{Avec : } g(z_{t-i}) = \Phi z_{t-i} + \gamma (|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|)$$

Où les paramètres α_i , β_i , γ et Φ sont des réels, et z_t désigne un terme d'erreur bruit blanc homoscedastique, $z_t \sim \text{BB}(0, \sigma_z^2)$.

Comme il est présenté ci-dessus, h_t représente la variance conditionnelle de Y_t qui peut être présentée comme ceci :

$$V(Y_t | Y_{t-1}) = V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = h_t$$

Y_{t-i} désigne l'ensemble des informations passées observées de Y_t : $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_0)$. L'espérance de la valeur absolue du z_{t-i} , $E|z_{t-i}|$ dépend de l'hypothèse sur la loi du terme d'erreur,

soit pour la loi Normale : $E|z_{t-i}| = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$.

Revenons maintenant aux paramètres γ et Φ , ils mettent en valeur les avantages du modèle EGARCH. En effet, le coefficient Φ permet de capter les effets asymétriques qui dépendent du signe de l'innovation z_t . Lorsque Φ est positif (ou négatif), alors un choc positif sur la variance conditionnelle à une date t se traduit par une augmentation (respectivement diminution) de la variance conditionnelle ou encore la volatilité de Y_t à la date $t+1$. Le paramètre γ permet de modéliser l'asymétrie qui est liée à l'amplitude de l'innovation qui est mesurée par l'expression $(|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|)$. Quand γ est nul, alors une innovation positive a le même effet (en valeur absolue) qu'une innovation négative sur la variance conditionnelle. Par contre, lorsque celui-ci est positif, l'impact de l'innovation sur la volatilité sera plus important que l'amplitude de l'innovation est plus importante.

Conclusion

La gestion de risque de taux de change ou encore le risque FOREX a connu, ces dernières années, un développement très remarquable, ceci peut être expliqué par libéralisation des opérations de commerce extérieur et l'accroissement de transactions avec l'international. De ce fait, une bonne appréciation du risque s'impose afin de réduire au maximum les risques de pertes et assurer de ce fait la stabilité et la pérennité de la banque.

Pour tenir compte des fluctuations des taux de change, la banque est appelée à suivre les tendances pratiques et adopte les meilleures techniques recommandées par les chercheurs, les praticiens, les grandes banques et les institutions internationales. La technique de la Value-At-risk demeure aujourd'hui un outil indispensable en matière de gestion de risque de change, caractérisée par une multitude de méthodes de calcul où chacune possède ses propres hypothèses, ses avantages et son contexte d'application. Ainsi, la méthode de la VaR se caractérise aussi par son extension CVaR qui permet de prendre en considération les valeurs extrême.

Ce chapitre nous a permis, en premier lieu, de présenter brièvement la revue de la littérature empirique sur les différentes méthodes étudiée ainsi que les méthodes les plus recommandée par la littérature, nous avons présenté aussi de les notions de base lié au risque et au risque management. Nous avons défini ensuite la VaR comme mesure fiable pour la quantification du risque de marché et enfin nous avons mis l'accent sur la notion de la volatilité et les différents modèles qui peuvent prendre en considération de la volatilité conditionnelle dans le calcul de la perte maximale potentielle.

Chapitre 2 : Modélisation du risque de change : Implémentation des méthodes de calcul de la Value-At-Risk

Introduction

La banque est considérée comme un intermédiaire de risque du fait que son métier principal consiste à gérer l'exposition aux risques pour son propre compte ainsi que pour le compte de ses clients, de ce fait, la banque fait pleinement d'efforts pour prédire le futur. Parmi les techniques les plus connues dans le cadre de la gestion de risque de taux de change dans le secteur bancaire est la Value-At-Risk qui permet d'estimer le risque de perte d'une position ou d'un portefeuille de devise. La VaR c'est un indicateur composite qui mesure la perte potentielle maximale qu'un portefeuille pourra subir sur un horizon de temps donné et avec un niveau de confiance donnée.

Dans un cadre de complémentarité notre exploration théorique est complétée par une étude empirique, de ce fait les objectifs de ce chapitre sont multiples, d'abord nous allons nous intéresser à la quantification du risque de change sur la position de change de l'euro, la position de change du dollar puis sur le portefeuille de devise composé des deux devises en proportion égale. Pour ce faire, nous allons calculer la valeur de la VaR en adoptant deux méthodes de calcul à savoir la méthode non paramétrique, méthode historique, et la méthode paramétrique en se basant sur la modélisation de la volatilité conditionnelle des séries de rendements de taux de change. Ensuite, nous allons évaluer les risques extrêmes étant donné que la VaR ne prend pas en considération les pertes qui se trouvent au-delà du niveau de la VaR. Et finalement, nous allons tester la pertinence de nos modèles à partir l'élaboration d'un backtesting.

Pour répondre à ses objectifs, trois sections sont envisagées. Nous commençons tout d'abord par une première section décrivant la méthodologie qui va être suivie ainsi qu'une analyse statique exploratoire pour étudier le comportement des séries brutes et des séries de rendements. Puis une deuxième section sera dédiée pour présenter les résultats de calculs de la VaR des différentes méthodes historique et paramétriques, et la dernière section sert à calculer la valeur des risques extrêmes à partir de la CVaR. Par la suite nous allons comparer et évaluer la performance de chaque méthode à partir de l'application du backtesting.

Section 1 : Présentation et analyse exploratoire des données

Avant de procéder à estimation de la valeur de la perte maximale attendue exprimée par la Value-At-Risk, il est important de décrire les différentes étapes de la méthodologie adoptée ainsi que les variables utilisées. Cette section s'intéresse aussi à la description statistique des différentes variables quelle que soit variable brute ou variable décrivant le rendement logarithmique.

1. Méthodologie de recherche

Les étapes d'élaboration de ce travail constituent un processus rationnel qui nous permet à obtenir des résultats précis pour aboutir enfin à des interprétations pertinentes.

En premier lieu, nous allons commencer par une présentation de l'échantillon et les variables employées puis nous allons calculer leurs rentabilités financières exprimées par les rendements logarithmiques.

Ensuite, il est primordial d'étudier les caractéristiques stochastiques relatives aux séries chronologiques des rendements de taux de change. Ainsi, nous allons étudier la normalité, pour ce faire nous allons recourir à une étude graphique à travers l'analyse de l'histogramme et de la fonction du quantile empirique, puis nous allons calculer le coefficient d'asymétrie Skewness et le coefficient d'aplatissement Kurtosis. Pour en fin effectuer le test de normalité de Jarque-Bera qui exploite ces deux coefficients afin de les comparer aux coefficients relatifs à la loi Normale. Le test de normalité de JB teste les hypothèses suivantes :

H_0 : Les données suivent une loi normale

H_a : Les données ne suivent pas une loi normale

Encore, avant de procéder au calcul de la Value-At-Risk, nous devons étudier la stationnarité qui représente un phénomène très important à étudier dans le cadre des séries temporelles en nous basant sur l'examen de la représentation graphique, sur les fonctions d'autocorrélations et des différents tests de racine unitaire. Deux tests de stationnarité sont usuellement utilisés à savoir le test ADF 'Augmented Dickey-Fuller' et le test PP 'Phillips-Perron', ces deux tests ont comme hypothèse nulle la non stationnarité :

H_0 : Séries non stationnaires

H_a : Séries stationnaires

En effet, pour accepter ou rejeter l'hypothèse nulle relative à n'importe quel teste statistique,

nous avons deux alternatives à savoir, la statistique du teste et la p-valeur. La p-valeur est une probabilité utilisée pour juger la significativité statistique d'un résultat présenté par l'hypothèse nulle qui permet de la rejeter ou de l'accepter. En d'autre terme, c'est la probabilité de faire une erreur en rejetant l'hypothèse nulle lorsqu'elle est vraie. Le niveau de confiance de 95% est souvent utilisé, donc nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle tant que la p-valeur est inférieur à 5%. Le deuxième critère de choix c'est la statistique du teste, qui est une variable aléatoire dont on connaît sa loi de probabilité, appelée encore statistique observée. Pour décider de rejeter ou non de l'hypothèse nulle, nous comparons la statistique observée à la statistique tabulée associée à la même loi de probabilité ayant les mêmes paramètres.

Après avoir analysé les résultats obtenus par les statistiques descriptives et les tests de stationnarité et de normalité des rendements de taux de change, nous passons à mesurer le montant des pertes maximales potentielles obtenues à travers l'approche de la Value-At-Risk en utilisant deux méthodes de calcul La VaR paramétrique et la VaR historique.

Dans une première étape, nous déterminons les critères quantitatifs qui régissent le calcul de la VaR :

- Un niveau de confiance $(1-\alpha)$ de 95 % et 99% : Le niveau de confiance choisi par le gestionnaire de risque reflète son degré d'aversion aux risques, plus il est averse plus qu'il désire la détention plus de fonds propres pour se couvrir contre le risque de perte.
- Un horizon de détention de 1 jour et de 10 jours.

La VaR à 1 jour à 99% niveau de confiance est noté VaR (99% ; 1j), et la VaR à n jours peut être calculée de la manière suivante :

$$\text{VaR (99\% ; n jours)} = \text{VaR (99\% ; 1j)} * \sqrt{n}$$

La première méthode que va être appliquée c'est la VaR historique, elle est choisie comme méthode non paramétrique, c'est la méthode la plus fréquemment utilisée parce qu'elle représente la méthode la plus simple à calculer. Elle se base essentiellement sur la distribution historique des rendements des devises, quel que soit la date t, la distribution et le quantile restent identiques.

La deuxième méthode consiste à estimer la VaR à partir des modèles paramétrique de type GARCH. Nous allons exploiter le test LM d'hétéroscédasticité ou encore test ARCH de Engle afin de détecter l'effet dans la distribution des séries financières, en cas d'existence nous allons supposer l'existence d'effet GARCH et nous allons effectuer le Test LM pour chercher l'existence de tel effet. Ensuite, après avoir choisir le modèle GARCH approprié nous construisons une hypothèse sur la distribution conditionnelle des séries de rendements de taux

de change et par la suite nous estimons les paramètres du modèle GARCH sur la période d'observation et nous déduisons la prévision de la variance conditionnelle que nous allons l'exploitée ultérieurement dans le calcul de la VaR paramétrique :

$$\text{VaR}_{T+1|\Gamma} (1-\alpha) = \sqrt{\hat{h}_{T+1}} F^{-1}(\alpha) + \hat{\mu}$$

Avec $F(\alpha)$ est la fonction de répartition de la loi choisie.

En outre, nous allons fait recours à la méthode CVaR pour mesurer le risque extrême, cette méthode permet de prendre en considération des pertes qui sont au-delà de la VaR. En fin, dans une dernière étape nous allons évaluer la performance de chaque méthode par le backtesting qui sert à comparer les résultats obtenus par la VaR aux résultats observés réellement sur le marché.

2. Présentation de l'échantillon et statistiques descriptives

2.1. Présentation et description de l'échantillon

Le risque de change pour la banque est le risque de perte lié essentiellement aux variations défavorables des cours de change, c'est pourquoi le choix des variables est motivé par le volume de transactions des devises au sein de la salle de marché de la BNA Bank. En effet, les opérations commerciales effectuées avec l'étranger, qui sont libellées en dollar américain USD et en euro EUR, représentent une grande proportion dans l'activité de la banque. Dans ce même contexte, nous constatons que les transactions sur le marché de change interbancaire sont dominées par ces deux monnaies.

De ce fait, nous partons d'une base de données quotidiennes, notamment, l'historique de cours de change interbancaire pour les parités EUD/TND et USD/TND, collectées à partir du site de la Banque Centrale de Tunisie pour une période qui s'étale entre le 02 Janvier 2015 et le 30 Septembre 2020. Nos données ont 1437 observations journalières (jours ouvrables pour le système bancaire tunisien).

2.2. Statistiques descriptives et représentation graphique

Les statistiques descriptives relatives aux cours de change des différentes devises objet de notre étude sont décrites dans le tableau suivant :

Tableau 1 : Les statistiques descriptives associées à la variable cours de change

| Devise | N. Obs | Minimum | Maximum | Médiane | Moyenne | Ecart-type |
|--------|--------|---------|---------|----------|----------|------------|
| USD | 1440 | 1,87106 | 3,07312 | 2,462715 | 2,475265 | 0,366921 |
| EUR | 1440 | 2,07686 | 3,47105 | 2,925150 | 2,795673 | 0,440405 |

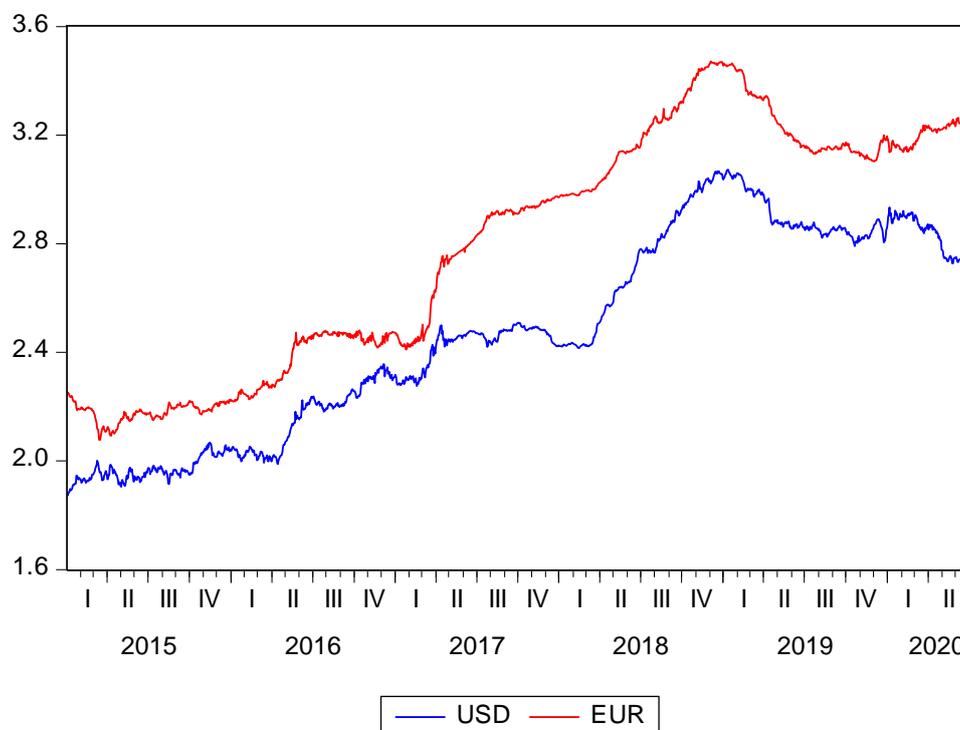
Sources : nos calculs sur Eviews8.1

D'après ce tableau nous remarquons que les moyennes des taux de change pour les deux monnaies diffèrent de leurs médianes, donc nous sommes en présence des distributions non symétriques de cours de change.

Ainsi, le cours de l'USD contre le TND fluctue entre un minimum de 1,87106 enregistré le 1^{er} jour de nos observations, soit le 02 janvier 2015 et un maximum de 3,07312 enregistré le 19 Mars 2019 avec un écart-type de 0,366921. De même pour le cours EUR/TND, il enregistre un minimum de 2,07686 en 17 mars 2015 et un maximum de 3,47105 le 31 janvier 2019 avec un écart-type qui vaut 0,440405.

Passons maintenant à étudier l'évolution de nos parités durant la période d'étude. Le graphique suivant retrace l'évolution quotidienne des taux de change du dollar et de l'euro :

Figure 3 : L'évolution quotidienne du cours de l'USD et de l'EUR face au TND



Il est clair de constater que le caractère de nos variables « le cours de change de l'euro et du dollar américain contre le dinar » ne peut en aucun cas être stationnaire et que les variables sont affectées par des tendances, le graphique nous renseigne également sur le sens des tendances

de nos parités durant la période d'étude. En effet, il est clair que les taux de change (EUR/TND et USD/TND) possèdent une grande variabilité, mais la tendance globale pour les deux parités semble une tendance haussière entre janvier 2015 et octobre 2020. Le taux du dollar face au dinar tunisien enregistré le 02 janvier 2015 est de 1,87106 et celui enregistré le 05 octobre est de 2,76501 soit une augmentation de 47,78%. Pour l'euro, le taux de départ observé est de 2,25412 et le taux à la fin de la période est de 3,24796, soit une variation de 44 %.

3. Calculs de rendements et analyse de la corrélation

Avant de procéder aux calculs de la VaR, un certain nombre de tests relatifs aux séries chronologiques s'imposent. D'abord, il est nécessaire d'étudier le comportement des séries et d'analyser les corrélations qui ont pour objectif de décrire l'intensité de liaison qui pourrait exister entre les rendements des devises qui composent notre portefeuille. Puis, nous allons étudier la normalité et la stationnarité des rendements.

3.1 Calculs de rendements

Généralement, la gestion des portefeuilles d'actifs compte sur le taux de rentabilité de l'actif ou rendement. Cette notion mesure, pour une période donnée, l'appréciation ou la dépréciation de la valeur de l'actif financier ou d'un portefeuille d'actifs. Notons qu'en pratique la VaR est déterminée à partir des rendements associés au facteur de risque, qui est le taux de change dans le cas de notre étude.

C'est pour cette raison que nous nous référons à la rentabilité de chaque monnaie et la rentabilité du portefeuille pour mesurer les pertes et profits associés à chaque période. En effet, le rendement semble plus intéressant à étudier parce qu'il présente le mieux les pertes et les gains relatifs réalisés comme il est généralement considéré stationnaire.

Dans la pratique, il existe plusieurs méthodes pour calculer la rentabilité, nous avons choisi de travailler avec les rendements logarithmiques qui sont calculés à partir de cette formule :

$$R_{i,t} = \text{Ln} \left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right)$$

Où $R_{i,t}$ représente le rendement du cours de la devise i à la date t , $P_{i,t}$ est le cours de la devise i observé à la date t et $P_{i,t-1}$ est celui observé en $t-1$.

Puis à partir des rendements individuels nous procédons aux calculs des rendements du portefeuille de devise, composé de l'USD et de l'EUR : Portefeuille $\left\{ \begin{array}{l} 60\% \text{ des USD} \\ 40\% \text{ des EUR} \end{array} \right.$

Le rendement d'un portefeuille est équivalent à la somme des rendements des devises qui le

compose pondérés par leur poids tel qu'il est défini par Harry Markowitz (1950) :

$$R_{PF} = \sum_{i=1}^n \omega_i R_i$$

Avec ω_i représente le poids du devise dans le portefeuille et R_i est son rendement.

3.2. Corrélations

Pour minimiser le risque d'un portefeuille multi-actif, il faut chercher autant que possible des actifs qui ont un coefficient de corrélation négative le plus proche de -1. En effet, le coefficient de corrélation est souvent utilisé pour évaluer le degré de liaison entre deux actifs sur une période donnée.

Le résultat obtenu sur le coefficient de corrélation entre le rendement de l'euro et le rendement du dollar américain montre qu'ils évoluent dans le sens opposé. En effet, le coefficient de corrélation est négatif (-0.206677), il indique que les rendements évoluent dans le sens opposés mais il ne semble pas qu'ils sont fortement corrélés, ce qui permet de réduire le risque.

Tableau 2 : Matrice de corrélation entre les rendements de l'USD et les rendements de l'EUR

| | R_{usd} | R_{eur} |
|-----------|-----------|-----------|
| R_{usd} | 1,000000 | -0,206677 |
| R_{eur} | -0,206677 | 1,000000 |

4. Analyses descriptives des rendements

4.1. Etude de la normalité

Vérifier la normalité des données constitue une étape très importante avant de procéder à l'estimation. Il s'agit de s'assurer que les variables sont distribuées selon la loi normale ou pas.

4.1.1 Etude graphique à partir de l'histogramme

Nous représentons les distributions empiriques des rendements logarithmiques à l'aide des histogrammes et nous observons si elles semblent s'ajuster à une distribution normale ou pas. Pour ce faire, nous avons présenté sur la même figure la courbe correspondante à la densité de la loi normale.

Les figures 4, 5 et 6 ci-dessous montrent que les distributions des rendements sont asymétriques et présentent des queues plus épaisses que les distributions normales. Les rendements logarithmiques du taux de change journalier USD/TND et du taux EUR/TND suivent une distribution leptokurtique.

De même, selon l'histogramme des rendements du portefeuille, il semble que ceux-ci ne suivent pas une loi normale.

Figure 4 : Histogrammes des rendements de l'EUR et de l'USD

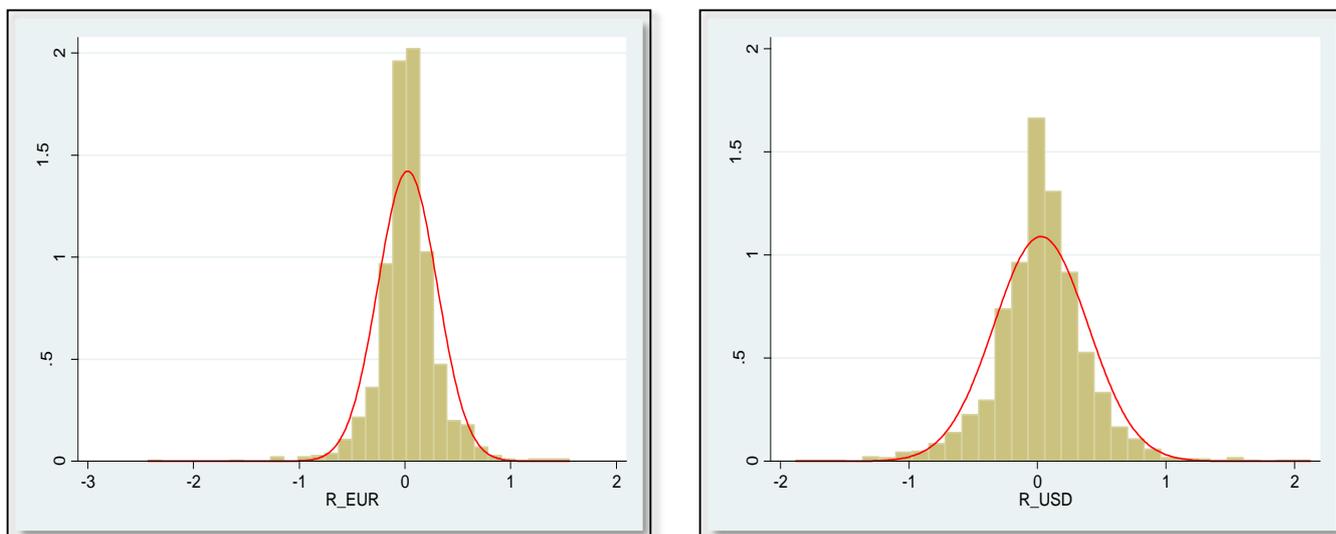
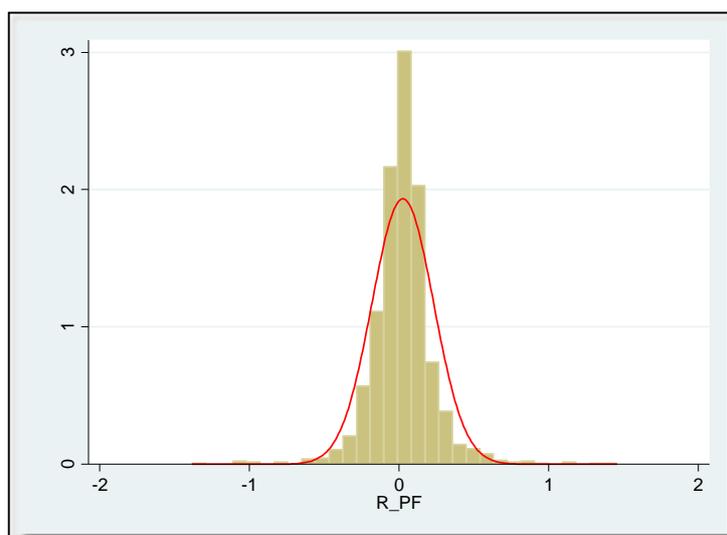


Figure 5 : Histogramme des rendements du portefeuille



Ainsi, nous pouvons considérer que les rendements journaliers ont tendance à s'écarter de la loi normale, ils suivent de ce fait une distribution leptokurtique. Par conséquent, nous allons étudier le troisième et le quatrième moment de cette distribution, soit respectivement le coefficient d'asymétrie Skewness et coefficient d'aplatissement Kurtosis.

Comme c'est toujours le cas en statistiques, les analyses graphiques ne suffisent pas pour juger la distribution des séries de données, il nous faut alors des tests plus formels pour juger le caractère des distributions. Pour ce faire, nous allons étudier les coefficients d'aplatissement et

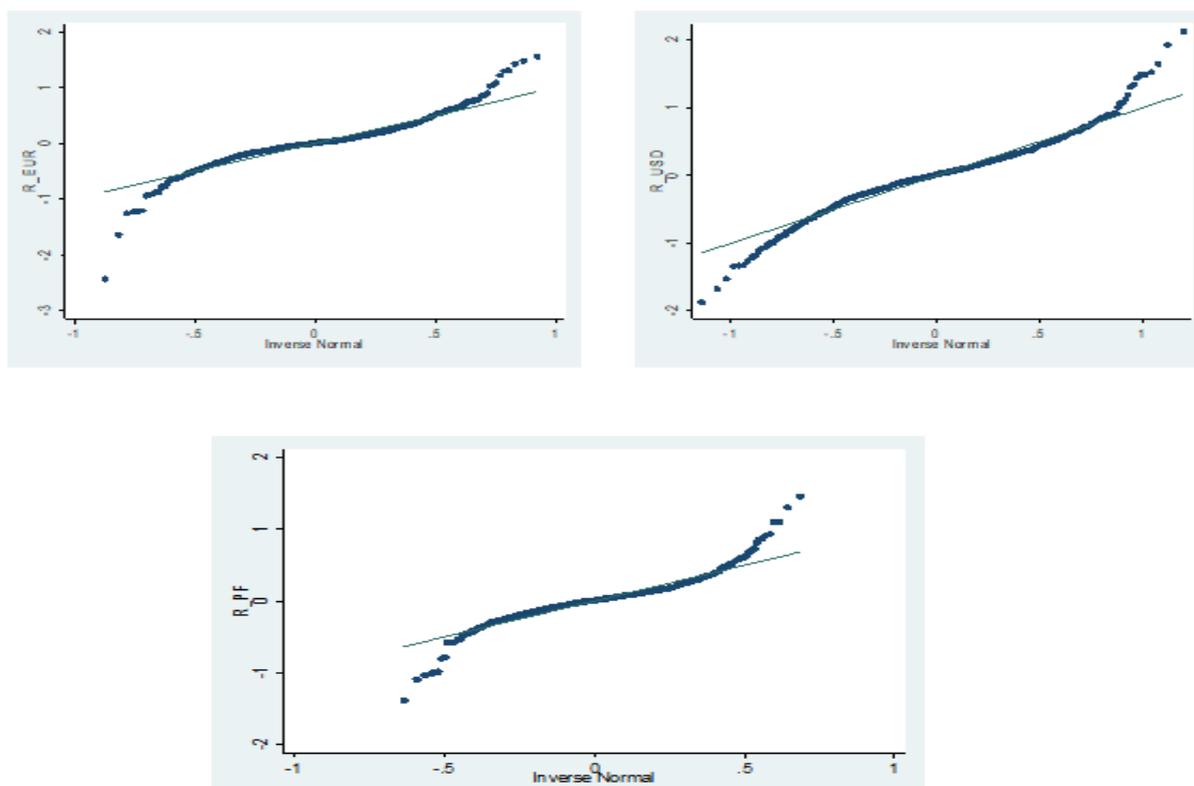
d'asymétrie et puis nous allons effectuer le test de normalité Jarque-Bera.

4.1.2. Etude graphique à partir du quantile empirique

Une autre façon de vérifier, visuellement, l'adéquation de nos distributions étudiées avec la distribution de la loi normale, c'est l'analyse des quantiles. Appelée le Q-Q plot ou quantile-quantile plot, c'est une technique graphique permettant de comparer les distributions de deux séries des données. Il s'agit de tracer les quantiles empiriques et les quantiles théoriques de la loi normale (ou d'une autre loi donnée).

En effet, la fonction quantile empirique d'une série d'observation est la fonction quantile de sa distribution empirique.

Figure 6 : Quantiles empiriques des rendements logarithmiques journaliers



Les graphiques présentées ci-dessus permettent de déceler l'inadéquation des séries étudiées à la distribution gaussienne vu que leurs distributions ne s'ajustent pas à la distribution normale. Ainsi nous remarquons que les queues des distributions sont épaisses dû au fait que les fortes baisses ou les hausses sont plus fréquentes et de plus grande ampleur ce qui traduit un risque plus élevé.

4.1.3. Etude du coefficient d'asymétrie : Skewness

Pour mieux étudier les déviations de la distribution empirique des rendements logarithmiques journaliers nous procédons au calcul du coefficient d'asymétrie Skewness.

Ce coefficient est défini comme le troisième moment centré, il permet de mesurer l'asymétrie de la distribution.

$$S = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{E(X-E(X))^3}{\sigma^3}$$

En effet, un coefficient Skewness positif implique une asymétrie positive où la queue de la distribution est allongée vers la droite. Alors qu'un coefficient négatif est un signe d'une distribution négative où sa queue de distribution est allongée vers la gauche. Le Skewness d'une distribution symétrique est nul, tel qu'il est le cas pour la distribution normale. Le tableau suivant nous renseigne sur le coefficient de Skewness pour les trois séries étudiées :

Tableau 3 : Résultats sur le coefficient de Skewness

| Variables | Skewness |
|------------------------|----------|
| R_{eur} | -0,2819 |
| R_{usd} | -0,0257 |
| R_{pf} | 0,1646 |

Les coefficients de Skewness pour les rendements de l'USD et de l'EUR s'avèrent négatifs, ce qui implique que les distributions associées sont plus dispersées vers la droite avec des queues de distributions étalées vers la gauche. Nous disons alors, que les distributions (des rendements de l'USD et de l'EUR) sont positivement asymétriques.

Le Skewness associé aux rendements du portefeuille est positif, la distribution est positivement asymétrique qui indique qu'elle est plus dispersée vers la gauche avec une queue de distribution étalée vers la droite.

Ces résultats justifient la présence d'une asymétrie dans les distributions des variables étudiées, ceci peut être un indicateur d'une non linéarité étant donné que les modèles linéaires gaussiens sont forcément symétriques.

4.1.4 Etude du coefficient d'aplatissement : Kurtosis

La Kurtosis est traduit par le coefficient d'aplatissement, il correspond à une mesure de l'aplatissement de la distribution. Il est également un indicateur de l'épaisseur des queues de distribution par rapport à la loi normale.

Pour la distribution gaussienne dite mésokurtique, le coefficient $K = 3$. Un coefficient plus élevé indique que la distribution est plutôt pointue en sa moyenne dite leptokurtique, et la queue de

distribution est dite lourde étant donné qu'elle est plus lourde par rapport à la loi normale. Dans le cas contraire, lorsque le coefficient est inférieur à 3, la distribution est dite platikurtique et la queue est légère.

$$K = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{E(X-E(X))^4}{\sigma^4}$$

Les résultats d'investigation sur le coefficient du Kurtosis pour nos séries sont synthétisés par le tableau ci-dessous :

Tableau 4 : Résultats sur le coefficient de Kurtosis

| Variables | Kurtosis |
|------------------------|----------|
| R_{eur} | 11,4526 |
| R_{usd} | 6,7249 |
| R_{pf} | 11,2603 |

Nous remarquons que pendant la période d'étude le coefficient d'aplatissement Kurtosis pour les différentes série semble supérieur largement à 3. Ainsi, les coefficients associés aux séries étudiées sont élevés par rapport à celui de la loi normale, cette situation montre que la distribution associé à chaque variable est plutôt plus pointue à sa moyenne avec des queues de distribution plus épaisses « distribution leptokurtique ».

4.1.5 Test de Jarque-Bera JB

Le test de Jarque-Bera est un test statistique qui cherche à vérifier si les variables étudiées suivent une loi normale ou pas. Le principe de ce test consiste à valider ou à rejeter l'hypothèse de normalité :

H_0 : Les données suivent une loi normale

H_a : Les données ne suivent pas une loi normale

Il est calculé sur la base du coefficient d'asymétrie et celui d'aplatissement comme le montre la formule suivante :

$$JB = \frac{N-k}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) = \frac{N-k}{6} S^2 + \frac{N-k}{24} (K-3)^2$$

Où : N est le nombre d'observations

k le nombre des variables exogènes (k=0 dans notre cas)

S et K désignent respectivement le coefficient de Skewness et de Kurtosis.

La statistique JB converge en loi vers la loi de chi-deux à deux degré de liberté. Plus

précisément, le test JB teste si le kurtosis et le Skewness de la distribution étudiée sont les mêmes que ceux d'une loi normale de même espérance et de même variance. Ainsi on peut définir l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative comme suit :

$$H_0 : S = 0 \text{ et } K = 3$$

$$H_a : S \neq 0 \text{ et/ou } K \neq 3$$

Le tableau suivant présente les résultats du test Jarque-Bera relatifs aux rendements logarithmiques de l'euro, le dollar américain et du portefeuille :

Tableau 5 : Résultats du test de normalité JB

| Variables | Jarque-Bera | Prob |
|------------------------|--------------------|-------------|
| R_{eur} | 4305,8530 | 0,0000 |
| R_{usd} | 832,6547 | 0,0000 |
| R_{pf} | 4100,4430 | 0,0000 |

Comme tout test statistique, le principe consiste à rejeter l'hypothèse nulle de normalité au seuil de 5% lorsque la valeur du test obtenue est supérieure à la valeur tabulé de chi-deux à 2 degrés de liberté pour un seuil de confiance de 0.05 ou bien lorsque la p-value (prob) est inférieur au seuil de confiance fixé.

En d'autre terme, l' H_0 sera rejetée lorsque $JB > \chi^2(2; 0,05) = 5.99$ ou bien lorsque $Prob < 0.05$. Les résultats présentés dans le tableau 9 montrent que les statistiques JB sont nettement supérieur à la statistique de $\chi^2(2; 0,05)$, avec des p-valeurs associées nulles, ce que signifie que nous devons rejeter les hypothèses de normalité pour les trois séries des rendements.

Commentaire sur la normalité :

A partir des coefficients d'asymétrie et d'aplatissement et du test JB, nous pouvons conclure que les rendements journaliers, pour le portefeuille ainsi que pour les devises qui le compose, ne possèdent pas une distribution normale. Les rendements ont tendance à s'écarter de la loi normale et à suivre une distribution leptokurtique asymétrique.

4.2. Analyse de la stationnarité des rendements

L'étude de la stationnarité constitue une étape incontournable dans la pratique lorsqu'on travaille avec les séries chronologiques, séries de rendements dans notre étude.

Une série économique X_t est considérée stationnaire (au sens faible ou encore au second degré) lorsque la distribution de ses observations chronologiques reste inchangée au cours du temps, en d'autre terme, lorsque les caractéristiques statistiques sont constantes. Une série stationnaire vérifie nécessairement les trois propriétés suivantes :

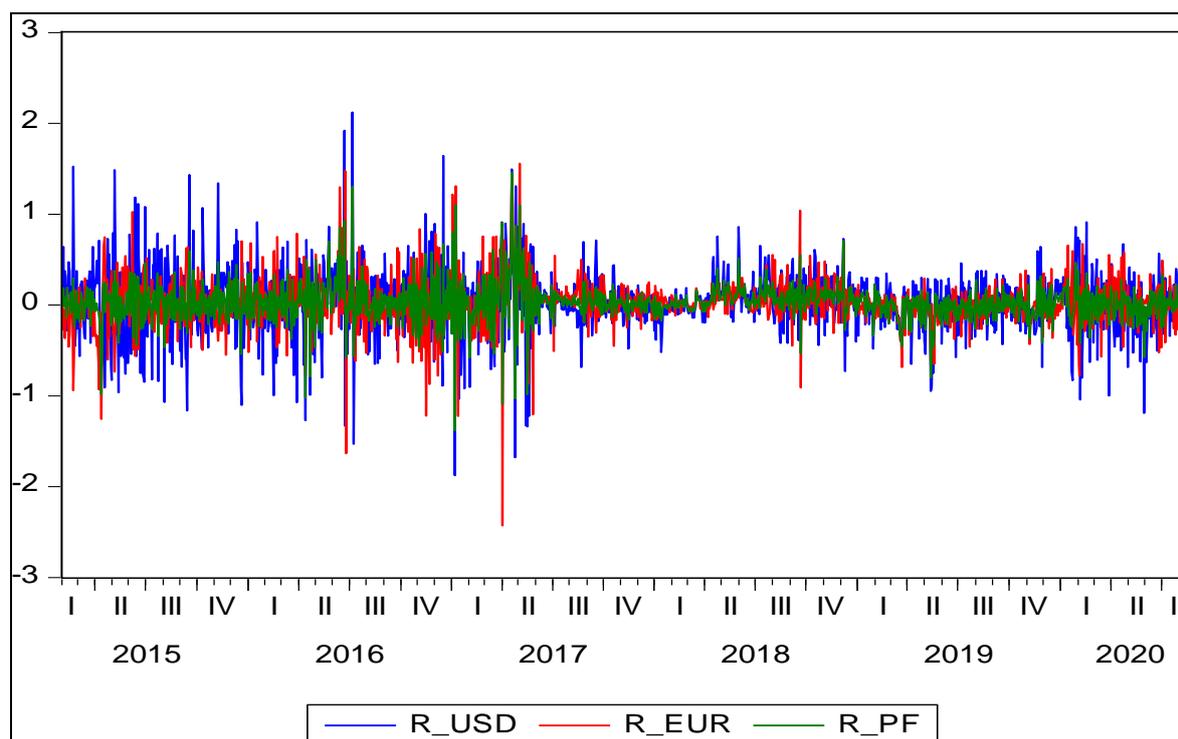
- Une moyenne constante qui ne dépend pas de t :
 $E(X_t) = E(X_s) = m ; \forall t = 1, 2, \dots, N \text{ et } \forall s = 1, 2, \dots, N$
- Une variance constante qui ne dépend pas de t :
 $V(X_t) = V(X_s) = \sigma^2 \neq \infty ; \forall t = 1, 2, \dots, N \text{ et } \forall s = 1, 2, \dots, N$
- L'autocorrélation ne dépend que de l'ampleur de décalage ($t-s$) :
 $\text{Cov}(X_t, X_{t-s}) = \rho_{t,t-s} = f(s) ; \forall t = 1, 2, \dots, N \text{ et } \forall s = 1, 2, \dots, N$

Généralement tous les travaux empiriques commencent par une vérification de la stationnarité associée aux séries étudiées à l'aide de différentes méthodes, quel que soit graphique ou bien à travers les tests de racine unitaire.

4.2.2. Analyse de la stationnarité à partir de la représentation graphique

La représentation graphique est une démarche descriptive sert à visualiser les variations des processus. A partir les figures ci-dessous nous pouvons remarquer que les processus associés aux rendements logarithmiques semblent être stationnaires autour d'une constante. Ces variables fluctuent autour d'une moyenne qui semble stable (moyenne égale à 0) mais avec une variance moins stable, ceci est expliqué par les amplitudes qui prennent des valeurs tant positives que négatives autour de la moyenne. Nous pouvons admettre la validation de la stationnarité stochastique pour l'ensemble des trois séries de rendements, mais aussi la figure montre que les séries sont fortement volatiles.

Figure 7 : Evolution des rendements logarithmiques pour les différentes séries étudiées



4.2.2. Analyse de la stationnarité à partir du corrélogramme

En travaillant avec les séries temporelles, il est important de s'intéresser à la fonction d'autocorrélation des séries qui permet d'évaluer le degré de dépendance de la série. Dans notre travail, nous nous intéressons aux fonctions d'autocorrélation des rendements du taux de change USD/TND, EUR/TND et du rendement du portefeuille. Les corrélogrammes associés sont présentés ci-dessous, elles sont obtenues à partir du logiciel « EVIEWS8.1 » qui retrace le corrélogramme et les deux bornes limites pour l'erreur standards à un seuil de confiance de 5%, cet intervalle nous renseigne sur la significativité du coefficient de la corrélation. Lorsqu'il se trouve en dehors des bornes, il est jugé significatif au seuil de 5%.

Pour étudier la stationnarité des séries de rendement, nous devons chercher les coefficients d'autocorrélation qui sont significativement différents de 0. En effet, si nous arrivons à trouver qu'aucun terme n'est significativement différent de 0, nous pouvons conclure que le processus étudié est stationnaire. Sur ces tracés, nous remarquons que autocorrélations des rendements logarithmiques sont extrêmement faibles qu'on ne peut pas distinguer avec celles d'un bruit blanc¹.

Figure 8 : Corrélogramme des rendements de l'USD à gauche et de l'EUR à droite

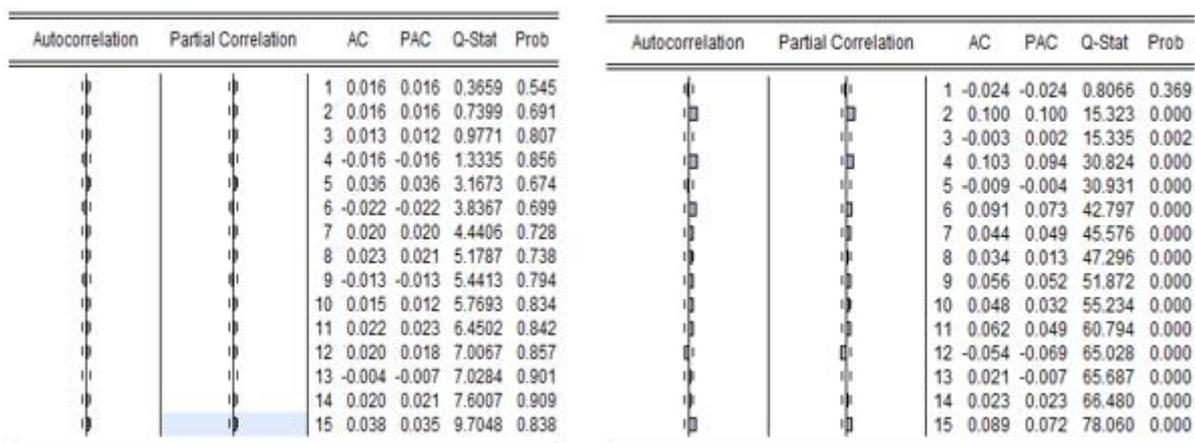
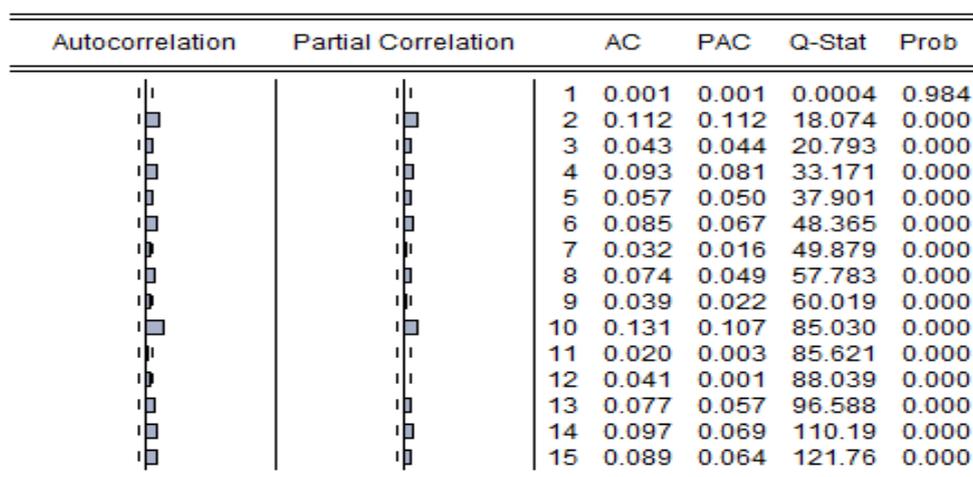


Figure 9 : Corrélogramme des rendements du PF



4.2.3. Les tests de racine unitaire : Tests ADF et PP

Pour investiguer sur l'existence d'une racine unitaire, il existe une multitude des tests qui sont proposés par la littérature empirique, toutefois, nous allons appliquer les tests les plus recommandés dans le cas des séries temporelles à savoir le test Dickey-Fuller augmenté « ADF » et le test Phillips-Perroni « PP », qui possède la même hypothèse nulle d'existence de racine unitaire contre l'hypothèse alternative de stationnarité :

H_0 : Présence de racines unitaires (Séries non stationnaires)

H_a : Absence de racines unitaires (séries stationnaires)

Les résultats des tests de racine unitaire obtenus à l'aide du logiciel EVIEWS8.1 sont regroupés dans le tableau suivant :

Tableau 6 : Tests de racine unitaire

| Tests | | R _{USD} | R _{EUR} | R _{PF} | Les valeurs critiques | | |
|-------|------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------|-----------|
| | | | | | 1% | 5% | 10% |
| ADF | Sans trend et Sans intercept | -37,11988 (0,0000) | -24,24834 (0,0000) | -15,36373 (0,0000) | -2,56657 | -1,941044 | -1,616551 |
| | Avec intercept | -37,30728 (0,0000) | -24,53101 (0,0000) | -23,93537 (0,0000) | -3,434689 | -2,863344 | -2,567779 |
| PP | Sans trend et Sans intercept | -37,18361 (0,0000) | -40,45750 (0,0000) | -40,93103 (0,0000) | -3,43469 | -2,863342 | -2,567778 |
| | Avec intercept | -37,32473 (0,0000) | -40,16839 (0,0000) | -40,93103 (0,0000) | -3,434686 | -2,863342 | -2,567778 |

Les paramètres entre parenthèses représentent les p-valeurs
Source : nos calculs sur EVIEWS 8.1

- Pour la variable rendement de l'USD « R_{USD} » : sous les quatre tests cette variable possède des p-valeurs nulles qui sont, évidemment, inférieurs à la valeur critique 1%. De même nous pouvons constater d'après les résultats du tableau précédent, que les statistiques t de Student associées aux tests ADF et au test PP pour la variable R_{USD} sont largement supérieures, en valeur absolue, aux t de Student théoriques lues sur la table de Student. Ce qui nous permet de conclure que cette variable est stationnaire.
- Pour la variable rendement de l'EUR « R_{EUR} » : il est clair de constater que cette variable est stationnaire, du fait que les p-valeurs associées au test ADF et au test PP sont nulles. En outre les t de Student en valeur absolue associées sont supérieures aux t-Student lues sur la table. De ce fait, nous rejetons l'hypothèse nulle de non stationnarité et la série du rendement de l'euro est stationnaire sur toute la période d'étude choisie dans notre travail.
- Pour la dernière variable, rendement du portefeuille constitué des deux monnaies « R_{PF} » : quant à cette variable, nous avons trouvé les mêmes résultats d'où nous acceptons l'hypothèse alternative et notre variable est bien stationnaire en niveau.

D'après les résultats des deux tests de stationnarité à savoir le test ADF et le test PP, il en découle que toutes les variables sont stationnaires du fait que tous les p-valeurs sont nulles.

Section 2 : Résultats d'estimation de la Value-At-Risk

Dans le monde bancaire, la VaR sert à optimiser la gestion des risques financiers issus des opérations effectuées au sein de la salle de marché. Elle permet également de fournir une image claire en termes de risques potentiels que la banque peut courir. A cet effet, nous allons essayer de quantifier le risque de change en utilisant la méthode historique qui est basée sur les pertes historiques et la méthode paramétrique qui est calculé à partir de la variance conditionnelle obtenue à travers la modélisation de la volatilité avec étant donné que les séries de rendements du taux de change sont considérées comme étant des variables à haute fréquence. Nous allons aussi exposer les graphiques décrivant le comportement des séries de rendements par rapport aux valeurs de la VaR à chaque date pour deux niveaux de confiance 99% et 95%.

1. Méthodologie de prévision de la VaR

Dans le but de validation d'un modèle de calcul de la VaR, il est recommandé de diviser l'échantillon initial en deux sous échantillons, un échantillon d'estimation (in sample) qui représente un échantillon d'observations historiques et un échantillon de prévision qui sert à confronter les résultats de la VaR obtenus aux valeurs de rendements observées réellement.

Nos observations s'étalent sur la période entre le 02/01/2015 et le 30/09/2020, notre second échantillon dit échantillon de prévision (out of sample) comprennent 186 observations entre le 02/01/2020 et le 30/09/2020, soit les trois premiers trimestres de l'année 2020, de ce fait, nous allons obtenir 186 estimation de la VaR pour chaque série. La première valeur de la VaR est calculée en se basant sur les observations historiques soit l'échantillon d'estimation et à chaque pas du temps, l'échantillon s'enrichit d'avantage de la nouvelle donnée et abandonne la plus ancienne, cette technique appelée estimation par fenêtre glissante.

2. La Value-At-Risk historique

La VaR historique est une méthode basée entièrement sur la variation historique des rendements de taux de change. Elle possède l'avantage d'être très facile à calculer par rapport aux autres méthodes et n'impose pas d'hypothèses concernant la distribution de la variable. Nous construisons une distribution empiriques à partir des n pertes (ou profits) historiques à partir de laquelle nous allons extraire le quantile à $\alpha\%$ qui représente la VaR historique pour un niveau de confiance de $(1-\alpha)\%$.

La valeur de la VaR associée à un niveau de confiance de 99% pour 1437 observations historiques correspond à la 14,37^{ème} plus faible rendement, une valeur qui se trouve entre le

15ème et le 14ème plus fortes pertes, c'est-à-dire la $VaR_{historique}(\alpha\% ; 1j)$ est obtenue par une interpolation linéaire entre la 14ème et la 15ème pire perte. De même pour un niveau de confiance de 95% la $VaR_{historique}$ correspond à la 71,85ème plus fortes pertes.

Dans le tableau suivant, nous représentons la $VaR_{historique}$ à différents horizons temporel (1 jour et 10 jours) pour l'EUR, l'USD ainsi que le portefeuille composé de ces deux devises :

Tableau 7 : Résultats de calcul de la $VaR_{historique}$ (en %)

| | <i>VaR 1 jour</i> | | <i>VaR 10 jours⁸</i> | |
|---------------------|-------------------|-------------|---------------------------------|------------|
| | 95% | 99% | 95% | 99% |
| USD | -0,56494313 | -1,02302421 | -1,786507 | -3,235087 |
| EUR | -0,39888927 | -0,65792653 | -1,261399 | -2,080546 |
| Portefeuille | -0,26608791 | -0,46733599 | -0,841444 | -1,477846 |

D'après les résultats présentés ci-dessus, nous pouvons observer que les pertes maximales attendues sur les positions de change varient d'une devise à l'autre, et que la VaR correspond au portefeuille composé de ces deux devises ne peut en aucun cas être une valeur pondérée par le poids de chaque devise, ceci est dû à l'effet de diversification. En outre, le tableau confirme que la valeur de la VaR dépend positivement de la valeur du niveau de confiance.

En effet, pour le dollar américain, la valeur de la VaR pour un jour à un niveau de confiance 99% est égale à 1,023 %, ceci peut être interprété de la manière suivante : Pour un montant d'investissement de valeur 1 000 DT, le cambiste a 99% de chance que sa perte ne dépasse pas les 10,23 DT.

Quant à notre deuxième devise, l'euro, pour un même niveau de confiance 99% nous pouvons remarquer que la perte maximale estimée par la VaR historique pour un jour ne puisse pas être plus de 6,579 DT pour un investissement de 1 000 DT.

Nous comparons ainsi la perte maximale estimée en utilisant la VaR historique associée à un investissement libellé en USD est plus importante que celle associée à un investissement libellé en EUR quel que soit le niveau de confiance choisi (99% ou 95%) et quel que soit l'horizon temporel. Donc nous pouvons expliquer ces résultats du fait que le dollar américain USD est la devise la plus volatile et qu'elle possède la variance la plus élevée.

Passant maintenant au portefeuille de devise qui est composé de la manière suivante :

$$\text{Portefeuille de devises} \begin{cases} 50\% \text{ en EUR} \\ 50\% \text{ en USD} \end{cases}$$

Le tableau fait ressortir possède une $VaR_{historique}$ de l'ordre de -0,4673 associé au portefeuille,

⁸ $VaR(\alpha, n_j) = VaR(\alpha, 1j) * \sqrt{n}$

c'est-à-dire, sur un investissement simultané de 500 DT en EUR et 500 DT en USD la perte maximale que nous pourrions subir ne dépasse pas les 4,674 DT à 99%. La VaR du portefeuille est toujours inférieure à la VaR de l'EUR et de l'USD quel que soit les paramètres de mesure, ceci peut être expliqué par la notion de la diversification qui permet de se protéger contre le risque couru lorsque nous détenons un seul actif. En d'autres termes plus le portefeuille est diversifié, plus la volatilité est moins importante et plus le risque est minimal.

Après avoir calculé la VaR historique pour chaque jour de la période entre le 02/01/2020 et le 30/09/2020, nous allons comparer les rendements observés réellement sur le marché de change avec les valeurs de la VaR afin de juger la qualité d'estimation de la perte maximale obtenue par la valeur à risque historique. Les graphiques suivants décrivent l'évolution des rendements, la VaR historique (99% ; 1j) et la VaR historique (95% ; 1j)

Figure 10 : La VaR historique par rapport aux rendements de l'USD

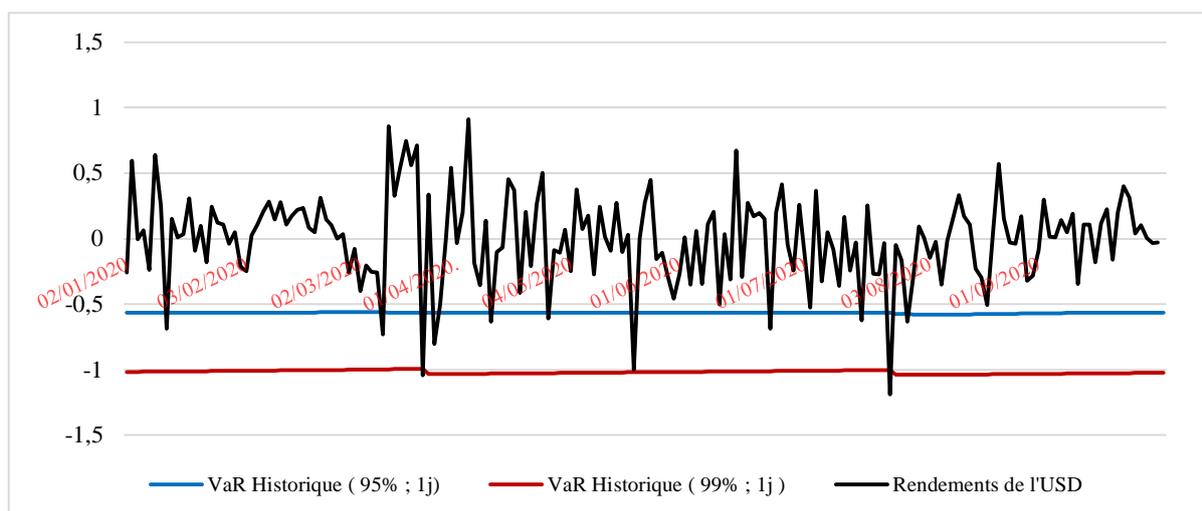


Figure 11 : La VaR historique par rapport aux rendements de l'EUR

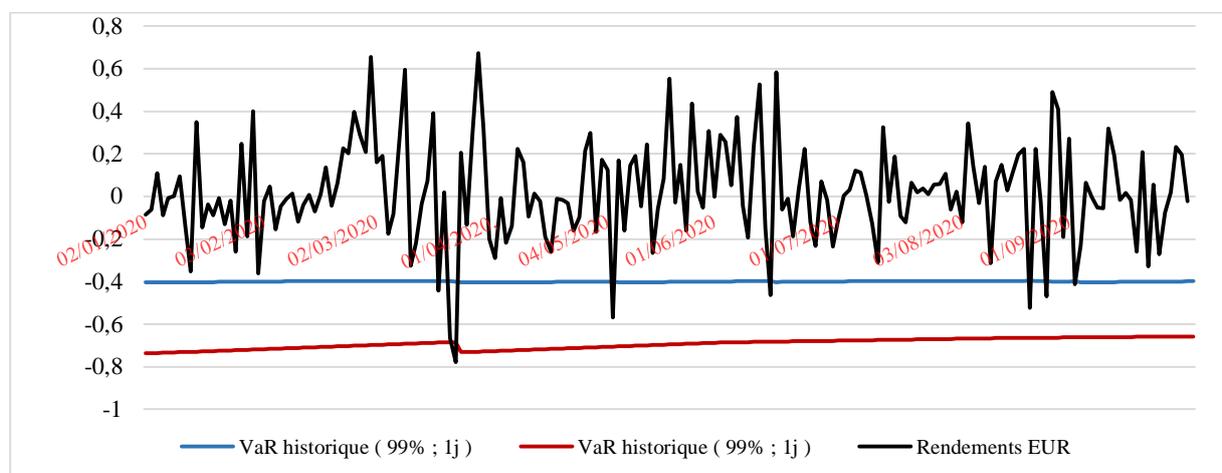
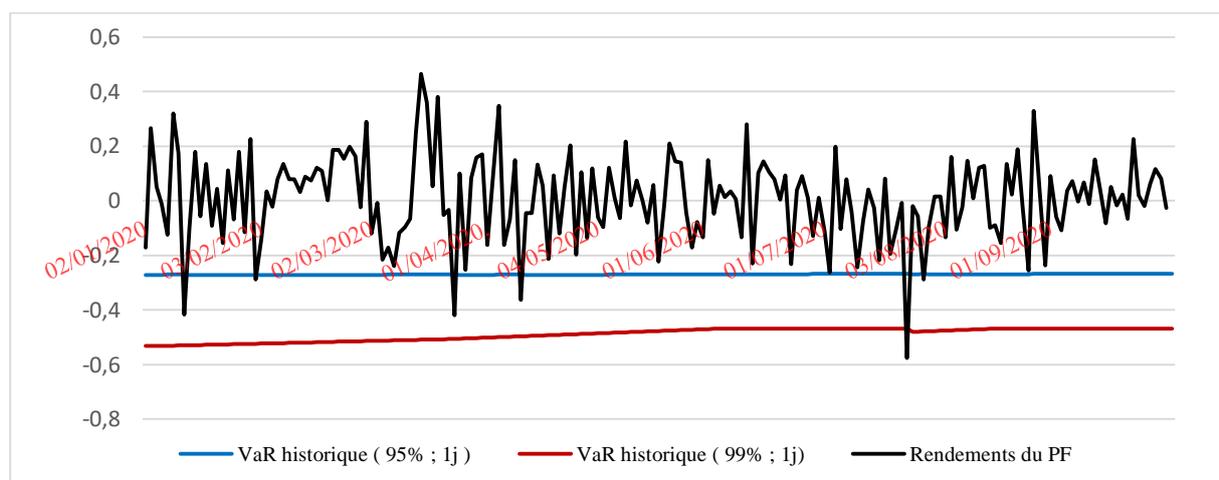


Figure 12 : La VaR historique par rapport aux rendements du portefeuille



A partir l'observation de ces graphiques il claire que les valeurs des pertes potentielles maximales journalières exprimées par la VaR historique pour les deux niveaux de confiance 99% et 95% constituent deux séries pratiquement constantes durant les trois premiers trimestres de l'année 2020. Malgré la volatilité des rendements sur le marché de change la VaR historique reste stable ce qui montre son indépendance aux fluctuations constatées sur le marché. En plus, nous remarquons que pour certaines journées les pertes réelles dépassent les valeurs de la VaR historique estimé, de ce fait le modèle VaR historique sous-estime le risque de perte surtout pour un niveau de confiance de 95% où nous observons plusieurs dépassements.

3. La Value-At-Risk paramétrique à partir d'un modèle EGARCH

Pour obtenir une prévision de la perte potentielle par la méthode VaR paramétrique à partir d'une modélisation GARCH. Il est important de modéliser la volatilité associée aux rendements des taux de change des devises étudiées, puisqu'elle est considérée comme le concept le plus important dans le calcul de la VaR paramétrique.

3.1. Estimation du modèle EGARCH (1,1)

L'apparition de la modélisation ARCH et GARCH est très répandue dans différents concepts financier, plus particulièrement elle est recommandée dans la modélisation des prix des actifs qui possèdent de forte volatilité, ce type de modèles est considéré comme l'outil la plus adaptée pour caractériser ce type de phénomène. Le caractère essentiel des modèles ARCH/GARCH est que les variations de la volatilité au cours du temps sont corrélées. En outre, ils fournissent une bonne représentation de la leptokurtosis et de l'hétéroscédasticité conditionnelle, de ce fait ils contribuent à l'amélioration de la qualité de l'estimation ainsi que la précision en ce qui

concerne la prévision. Avant de procéder à l'estimation des modèles GARCH, EGARCH et GJR-GARCH, il est nécessaire, de tester la présence de l'effet ARCH ou encore connu sous la dénomination du test d'hétéroscédasticité.

3.1.1. Test d'effet ARCH : d'hétéroscédasticité

Pour tester la présence de l'effet ARCH, il est indispensable d'étudier le caractère de la volatilité associée à la série chronologique « rendements journaliers du taux de change » en testant la présence de l'hétéroscédasticité. En effet, la présence de l'effet ARCH peut être expliquée par la présence de l'autocorrélation dans la variance des résidus.

En analysant les graphiques qui décrivent l'évolution de chaque série de rendements (voir figure 7), il est très claire de remarquer la présence d'une forte volatilité pour les trois séries, en outre, le test de normalité Jarque-Bera a met en valeur le caractère non normale associé aux séries étudiées. Par la suite nous avons conclu la non linéarité des séries et nous allons procéder à tester la présence d'un effet de type ARCH à l'aide du test LM « Multiplicateur de Lagrange » développé dans la 3ème section du premier chapitre. Le test consiste à construire une régression autorégressive des résidus carrés sur q retards :

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Où ε_t désigne le résidu à l'instant t obtenu lorsqu'on estime les paramètres du processus AR(p) avec $\alpha_i > 0$; $i = 1, 2, \dots, q$. Il s'applique en respectant les étapes suivantes :

- i. Estimer le modèle ARMA (p,q)
- ii. Calcul des résidus aux carrés
- iii. Estimation du modèle ARMA (p,q) des résidus aux carrés
- iv. Calcul de la statistique LM = n R² qui suit un χ^2 (p ; 0,05) ; avec n est le nombre d'observation et R² et le coefficient de détermination.

Les hypothèses posées du test sont les suivantes :

H0 : Présence d'homoscédasticité : $\alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$

H1 : Présence d'hétéroscédasticité : il existe au moins un coefficient α_i significativement différent de 0.

Avant de procéder au test, nous estimons un modèle ARMA(1,1)⁹ à partir duquel nous investiguant la présence d'effets ARCH pour s'assurer de la nécessité d'une modélisation la

⁹ Voir ANNEXE 11 pour l'USD ; ANNEXE 16 pour l'EUR et ANNEXE 22 pour le portefeuille.

variance conditionnelle.

Tableau 8 : Test de présence d'effet ARCH

| | N*R ² | Probabilité khi-deux |
|---------------------|------------------|----------------------|
| USD | 38,04 | 0,0000 |
| EUR | 76,98 | 0,0000 |
| Portefeuille | 104,09 | 0,0000 |

Le tableau précédent synthétise les résultats du test de présence d'hétéroscédasticité effectué à partir d'un ARMA (1,1). Etant donné que la statistique LM suit un khi-deux de 1 degré de liberté, il est clair que pour l'ensemble des trois séries la statistique NR² est largement supérieur à la valeur de Khi-deux lue sur la table à un degré de liberté pour un seuil de 5% et un seuil de 1% qui est égale successivement, 3,841 et 6,635. De même, la probabilité critique étant inférieure au seuil de 5% pour un ARCH(1) ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse nulle de l'homoscédasticité, d'où nous pouvons confirmer que nos séries suivent un processus ARCH d'ordre 1.

3.1.2. Estimation du modèle ARCH (1)

Pour estimer le modèle ARCH (1), nous allons utiliser le logiciel EVIEWS8.1, les sorties de l'estimation se trouvent dans l'annexe¹⁰. L'application du modèle ARCH (1) sur l'ensemble de nos séries montre que les coefficients associés à l'équation de la variance sont significatifs et positifs assurant par la suite les contraintes exigées sur la positivité de la variance.

Les résultats d'estimation nous permettent de fournir les écritures suivantes :

- Pour le dollar : $\sigma_t^2 = 0.106173 + 0.224128 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2$
- Pour l'euro : $\sigma_t^2 = 0.039664 + 0.607002 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2$
- Pour le portefeuille : $\sigma_t^2 = 0.024283 + 0.475695 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2$

De ce fait nous retenons la modélisation ARCH (1) comme modèle qui semble adéquat en ce qui concerne la modélisation la variance conditionnelle des rendements du taux de change.

3.1.3. Estimation du modèle GARCH (1,1)

Les résultats d'estimation des modèles GARCH (1,1) qui sont présentés dans les annexes¹¹ nous permettent d'établir les équations suivantes :

¹⁰ ANNEXE 13 pour l'USD, ANNEXE 18 pour l'EUR et ANNEXE 24 pour le PF.

¹¹ ANNEXE 14 pour l'USD ; ANNEXE 19 pour l'EUR et ANNEXE 24 pour le PF

- Pour le dollar : $\sigma_t^2 = 0.001040 + 0.93656 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2 + 0.904007 \sigma_{t-1}^2$
- Pour l'euro : $\sigma_t^2 = 0.000801 + 0.140843 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2 + 0.862244 \sigma_{t-1}^2$
- Pour le portefeuille : $\sigma_t^2 = 0.000642 + 0.185815 \sigma_{\varepsilon,t-1}^2 + 0.823124 \sigma_{t-1}^2$

A partir du test de significativité qui suppose la nullité du coefficient sous l'hypothèse nulle, nous pouvons affirmer que l'ensemble des coefficients de paramètres des équations qui décrivent la variance sont significativement différent de zéro étant donné que les p-valeurs sont inférieurs à la probabilité critique 5%. Les coefficients vérifient également les contraintes posées pour assurer la positivité de la variance. Par la suite nous retenons aussi le modèle GARCH (1,1).

3.1.4. Estimation du modèle EGARCH (1,1)

Pour illustrer la propriété de l'asymétrie nous allons faire recours à un modèle GARCH exponentiel EGARCH puisqu'il est un modèle non linéaire qui permet de prendre en considération du caractère asymétrique dans la réponse de la volatilité de la série suite aux chocs. Les modèles estimés ci-haut ARCH et GARCH sont des modèles linéaires qui réagissent de la même manière quel que soit le signe du choc, en d'autres termes, l'impact sur la volatilité de la série suite aux mauvaises informations sera la même que l'impact suite aux bonnes informations. Quel que soit $\varepsilon_{t-1} < 0$ ou $\varepsilon_{t-1} > 0$, l'impact sur la volatilité sera $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$, alors que sur le marché financier l'impact ne peut pas être symétrique.

Nous allons estimer un EGARCH (1,1) pour l'euro et le portefeuille et un EGARCH (2,2) pour la série des rendements du dollar. Encore, comme nous l'avons signalé, ce modèle ne fait aucune restriction concernant les signes des paramètres. L'équation de la variance conditionnelle pour le modèle EGARCH initiée par Nelson (1991) est la suivante :

$$\ln(\sigma_t^2) = \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-1}} \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-1}}$$

Après l'estimation du modèle EGARCH pour chaque devise nous obtenons les équations suivantes :

- Pour le dollar :

$$\begin{aligned} \ln(\sigma_t^2) = & -0.412962 - 0.017260 \ln(\sigma_{t-1}^2) + 0.976440 \ln(\sigma_{t-2}^2) + 0.231041 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| \\ & + 0.190821 \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| - 0.014913 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \end{aligned}$$

- Pour l'euro :

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.362303 + 0.957228 \ln(\sigma_{t-1}^2) + 0.326701 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.038680 \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-1}}$$

- Pour le portefeuille :

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.307340 + 0.971233 \ln(\sigma_{t-1}^2) + 0.281397 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.045650 \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-1}}$$

Nous avons décidé d'adopter la modélisation EGARCH puisque l'effet de levier « coefficient d'asymétrie » est statistiquement significatif selon les résultats d'estimation¹². Encore, nous pouvons constater que tous les paramètres sont significativement différents de zéro, et par la suite nous confirmons la présence d'un phénomène d'asymétrie.

3.1.5 Estimation du modèle GJR-GARCH (1,1)

Initié par Glosten, Jagannathan et Runkle (1993), le modèle GJR-GARCH offre la possibilité de prendre en considération de l'asymétrie de la volatilité dans la réponse de la variance conditionnelle à une innovation. Par rapport au modèle EGARCH, le modèle GJR-GARCH suppose que l'évolution de la variance conditionnelle dépend d'une logique similaire à celle de modèle à changement de régimes « les modèles à effet de seuil », où elle dépend du signe de l'innovation passée. La variance conditionnelle est donnée par l'écriture suivante :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} + \sum_{i=1}^q (\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \rho_i D_{\varepsilon_{t-i} < 0} \varepsilon_{t-i}^2)$$

Où $D_{\varepsilon_{t-i} < 0}$ représente la fonction indicatrice :

$$D_{\varepsilon_{t-i} < 0} \begin{cases} = 1 \text{ lorsque } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Dans le cadre du modèle GJR-GARCH, un ensemble des contraintes doit être imposé pour garantir la positivité de la variance conditionnelle σ_t^2 noté h_t , $\alpha_0 > 0$; $\alpha_i > 0$ et $\beta_i > 0$.

Pour les coefficients ρ_i aucune restriction sur les signes n'est imposée, ils permettent de capturer l'effet asymétrique qui dépend des signes des innovations passées ε_{t-i} . Lorsque ρ_i est positif (respectivement négatif), un choc positif effectué sur les innovations à une date $t-i$ va engendrer une augmentation (une diminution) de la variance conditionnelle et par la suite l'augmentation (la diminution) de la volatilité de la série financière sur le marché.

Après avoir estimé le modèle GJR-GARCH pour chaque devise nous avons remarqué que le coefficient associé à l'effet d'asymétrie n'est pas significatif pour la série « R_USD », de ce

¹² ANNEXE 15 pour l'USD ; ANNEXE 20 pour l'EUR et ANNEXE 26 pour le PF

fait nous allons présenter les résultats d'estimation d'un GJR-GARCH (1,1) pour l'euro et pour le portefeuille :

- Pour l'euro :

$$\sigma_t^2 = 0.001882 + 0.787331 \sigma_{t-1}^2 + 0.238216 \varepsilon_{t-1}^2 - 0.055209 D_{\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2$$

- Pour le portefeuille :

$$\sigma_t^2 = 0.000742 + 0.818348 \sigma_{t-1}^2 + 0.221889 \varepsilon_{t-1}^2 - 0.071180 D_{\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2$$

Les résultats d'estimations présentés dans l'ANNEXE 21 et 27 montrent que coefficients des paramètres estimés sont tous significatifs au seuil 5% puisque les p-valeurs sont tous inférieurs à 0,05. De même les contraintes de positivité des coefficients sont remplies, donc nous retenons le modèle GJR-GARCH (1,1) pour l'euro et le portefeuille. Les deux coefficients d'asymétrie semblent négatifs, ce qui signifie qu'un choc positif sur les innovations se traduit par une réduction de la volatilité de la série.

3.1.5. Recherche du modèle optimal

Après avoir estimé pour chaque série dans la partie précédente les modèles retenus qui sont : ARCH (1), GARCH (1,1) et EGARCH (2,2) pour l'USD et ARCH (1), GARCH (1,1) et EGARCH (1,1) et GJR-GARCH (1,1) pour l'EUR et le PF.

Nous allons comparer la performance de chaque modèle en utilisant comme critères de choix le critère d'information d'Akaike (AIC), critère d'information de Schwarz (SIC), le Log-Likelihood et la statistique de Durbin Watson (DW). Nous reportons les valeurs de chaque critère pour les processus estimés dans le tableau suivant à partir de lequel nous allons retenir le modèle qui a la valeur minimale selon les critères AIC et SIC et la valeur maximale du LL et de la statistique DW. Nous allons marquer par un astérisque le modèle retenu selon chaque critère.

Tableau 9 : Critères de comparaison des modèles retenus

| Série | | ARCH (1) | GARCH (1,1) | EGARCH (1,1) | EGARCH (2,2) | GJR-GARCH (1,1) |
|-------|-----|-----------|-------------|--------------|--------------|-----------------|
| R_USD | AIC | 0,789808 | 0,58289 | | 0,568144* | |
| | SIC | 0,808156 | 0,601238 | | 0,601171* | |
| | LL | -562,08 | -413,515 | | -398,9275* | |
| | DW | 2,040231 | 2,026 | | 2,179201* | |
| R_EUR | AIC | 0,073166 | -0,104375 | -0,121296* | | -0,08122 |
| | SIC | 0,087845 | -0,086027 | -0,095609* | | -0,055533 |
| | LL | -48,53339 | 79,94136 | 94,09057* | | 65,31608 |
| | DW | 2,196396* | 2,150901 | 2,174758 | | 2,049361 |
| R_PF | AIC | -0,505556 | -0,707837 | -0,751213* | | -0,710849 |
| | SIC | -0,487208 | -0,699617 | -0,725526* | | -0,685162 |
| | LL | 367,9894 | 514,227 | 546,3711* | | 517,3899 |
| | DW | 1,811035 | 1,879936 | 2,154945* | | 1,88325 |

La comparaison des différents modèles à partir des critères de choix précédents, nous amène à choisir la modélisation EGARCH (1,1) pour modéliser la variance conditionnelle des rendements logarithmiques de l'euro et du portefeuille, et la modélisation EGARCH (2,2) pour la série des rendements du dollar.

3.2. Value-At-Risk paramétrique

Une fois nous identifions le modèle adéquat, EGARCH (1,1) pour l'euro et le portefeuille et EGARCH (2,2) pour l'euro, les variances seront alors faciles à déterminer pour estimer les pertes potentielles à travers les VaR paramétriques journalières sur la période étudiée.

La VaR paramétrique à un niveau de confiance de $(1-\alpha)$ et horizon temporel t est donnée par :

$$VaR_{paramétrique}((1-\alpha); t+1) = \hat{\mu} + Q(1-\alpha) * \hat{\sigma}_t$$

Avec Q est le $(1-\alpha)^{ème}$ quantile de la loi normale centrée et réduite $N(0,1)$, $\hat{\mu}$ est l'espérance (qui vaut 0 dans notre cas) et $\hat{\sigma}_t$ est l'écart-type estimé par le modèle EGARCH.

Les résultats de calcul de la VaR paramétrique associés à chaque devise pour différents horizons de temps sont présentés par le tableau suivant :

Tableau 10 : Résultats de calcul de la VaR paramétrique (en %)

| | <i>VaR 1 jour</i> | | <i>VaR 10 jours</i> | |
|---------------------|-------------------|-----------|---------------------|-----------|
| | 95% | 99% | 95% | 99% |
| USD | -0,364194 | -0,515087 | -1,151683 | -1,628847 |
| EUR | -0,384328 | -0,543562 | -1,215351 | -1,718894 |
| Portefeuille | -0,195426 | -0,276395 | -0,617992 | -0,874038 |

Pour les interprétations nous allons adopter le même raisonnement que la VaR_{historique}. Contrairement aux résultats fournis par la VaR_{historique}, il semble que l'euro est devenu la monnaie la plus risquée étant donné que ses pertes maximales estimées sur les différentes périodes (1 jour et 10 jours) et différents seuils de confiance (95% et 99%) sont plus importantes.

Pour le dollar, nous enregistrons une perte maximale de 0,515087 % à un niveau de confiance de 99%. En d'autres termes, sur une position de 1000 DT le cambiste peut subir une perte qui ne dépasse pas les 5,51087 DT pour une journée et les 16,29 DT pour un horizon de 10 jours. Plus l'horizon temporelle augmente, plus la perte potentielle estimée sera plus importante, à 10 jours la VaR paramétrique du portefeuille est de 0,874038 % par contre la VaR paramétrique à 1 jour est de l'ordre de 0,195426 %.

La VaR paramétrique associée à l'euro enregistrée pour un seuil de confiance de 95% est de l'ordre de 0,384328 % et celle estimée à un seuil de 99% est de 0,543562 %. Le montant de la perte estimée dépend positivement du niveau de confiance.

Par la suite nous allons présenter sur le même graphique l'évolution journalière de la VaR_{paramétrique} estimée à partir des modèles EGARCH par rapport à l'évolution de la série des rendements pour chaque variable. La représentation graphique couvre les trois trimestres de l'année 2020, entre le 02 janvier 2020 et le 30 septembre 2020.

Figure 13 : La VaR paramétrique par rapport aux rendements de l'USD

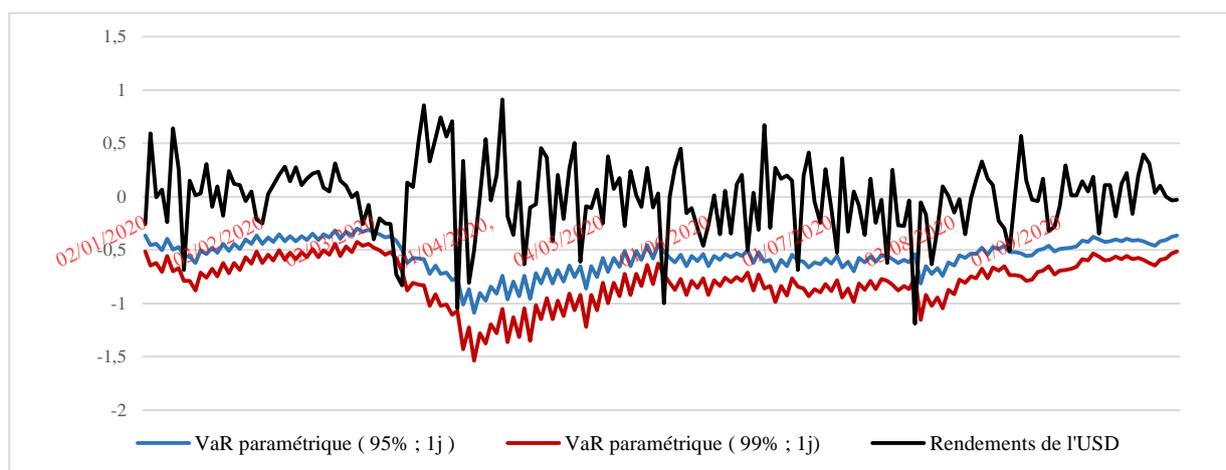


Figure 14 : La VaR paramétrique par rapport aux rendements de l'EUR

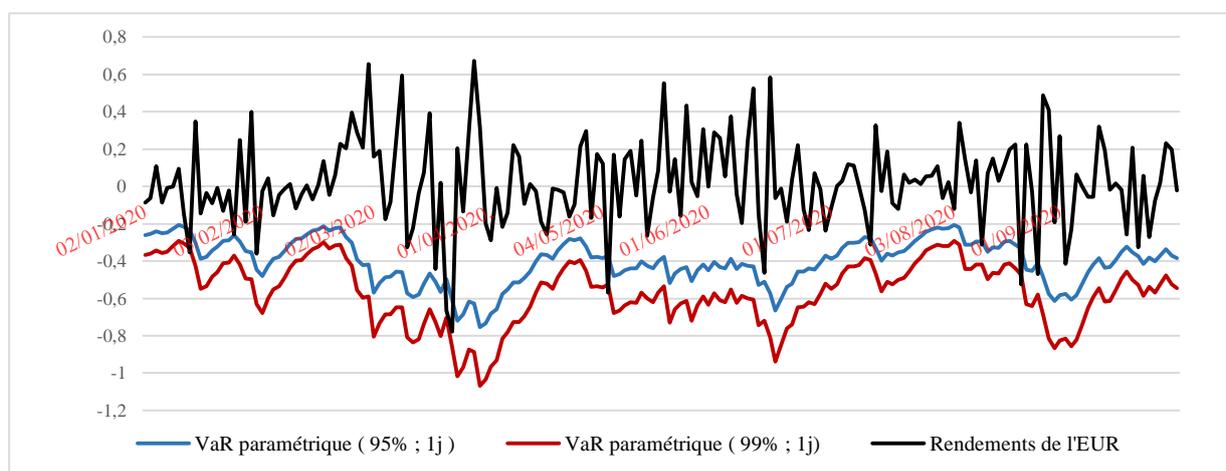
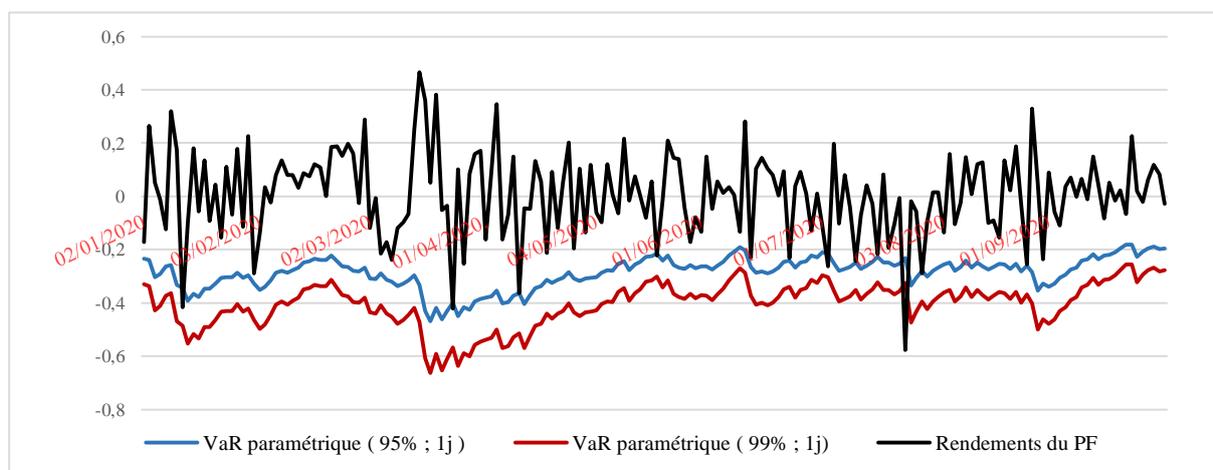


Figure 15 : La VaR paramétrique par rapport aux rendements du PF



Dans les graphiques présentés ci-dessus, nous remarquons que la réaction du processus estimé par les VaR paramétriques suit la variation réelle des séries de rendements. La courbe de la VaR

calculée selon la méthode paramétrique suit les tendances des rendements pour le dollar américain, l'euro et le portefeuille.

La représentation graphique met en avant les propriétés de la VaR. Il est clair que le montant de la perte maximale estimé par la VaR paramétrique est plus importante que le niveau de confiance augmente. La courbe associée à la VaR paramétrique à 1 jour pour un niveau de confiance de 99% se trouve toujours en dessous de celle estimée à un niveau de 95%.

Ainsi, les périodes où la volatilité est élevée sont marquées par une augmentation du montant de la perte estimé par la VaR paramétrique, de même une diminution de la volatilité est suivie par une diminution de la VaR.

4. Interprétations

Il est à noter que les résultats dégagés par l'application de différentes méthodes de mesure de la VaR montrent que plus l'horizon temporel augmente plus la perte potentielle estimée augmente aussi. En effet, l'horizon correspond au temps pendant lequel la devise ou le portefeuille va subir des fluctuations de rendements donnant naissance aux pertes et aux profits. Donc, plus la période de détention augmente plus la fluctuation augmente et par la suite le risque augmente.

De même, La VaR est plus importante que le niveau de confiance augmente. Puisque celui-ci représente le pourcentage de chances pour que la perte subie ne dépasse pas la valeur de la VaR estimée. Le niveau de confiance reflète alors le degré d'aversion aux risques. Plus le degré d'aversion aux risques est important, plus qu'on souhaite détenir plus de fonds pour se couvrir contre les événements non souhaitables.

Ainsi, en analysant les tableaux 7 et 10 nous pouvons remarquer que la VaR du portefeuille est toujours inférieur à la moyenne des deux VaR pondérées par le poids de chaque devise dans le portefeuille. Malgré que la littérature sur la VaR met en évidence l'insuffisance de la VaR dans le respect de la propriété de la sous-additivité, dans le cadre de notre étude nous n'avons pas détecté empiriquement de tel problème. En effet, la diversification du portefeuille permet de réduire la volatilité des rendements (voir figure 7). Ceci peut être expliqué par la corrélation négative existante entre nos deux parités, où les rendements varient dans le sens contraire et ainsi les pertes sur une monnaie vont être récupérées par les gains sur l'autre. Ainsi, la VaR met en évidence l'effet de la diversification du portefeuille, et les pertes potentielles estimées sur le

portefeuille permettent de réduire le risque et ceci est dû aux gains de diversification.

En comparant les résultats fournis par la VaR historique et ceux fournis par la VaR paramétrique nous constatons que les valeurs de la VaR estimées par la méthode paramétrique semblent plus réalistes puisqu'elles suivent les tendances de marché. Egalement, elle réussit à suivre la chronique des rendements de différentes devises ainsi que ceux associés au portefeuille. Cependant la VaR historique semble être presque stable sur toute la période de l'étude.

Malgré que les graphiques mettent en évidence l'insuffisance de la VaR paramétrique dans l'estimation de la perte maximale attendue associée à certaine date (les périodes où la perte observée sur le marché est plus importante que la perte estimée), cette méthode permet de fournir une mesure de risque plus adéquate par rapport à la méthode historique. Elle offre la possibilité de constituer une réserve en fonds propres réglementaires en adéquation avec les tendances de marché, du fait que la méthode paramétrique n'oblige pas la banque à se provisionner d'un montant de fonds propres quasi stables. Permettant alors à la banque de bien couvrir ses pertes inattendues en minimisant les provisions constituées.

Il est important de noter que la période sur laquelle nous constituons notre échantillon d'estimation est une période marquée par la crise sanitaire mondiale du COVID-19 qui entraîne avec elle une très grave crise économique à l'échelle mondiale.

Le freinage de l'activité économique, l'arrêt du tourisme, la détérioration des investissements étrangers ainsi que la diminution des opérations de commerce extérieur dans le contexte de la pandémie ont certainement des effets néfastes sur le marché de change international. En effet, cette phase est marquée par une conjoncture économique internationale complexe et par une forte volatilité.

Notre période d'étude coïncide avec la première vague de la pandémie, entre janvier 2020 et septembre 2020. Durant cette période, les investisseurs sur le marché de change optent pour l'achat du dollar américain au détriment des autres devises, notamment l'euro. Le dollar américain possède l'avantage d'être une monnaie refuge pendant les périodes de crises et les périodes caractérisées par de fortes tensions sur le marché. Ainsi, nous pourrions conclure que l'USD doit être moins risqué que l'EUR, ce qui est prouvé à travers la méthode paramétrique.

Certes la performance de la méthode paramétrique semble plus satisfaisante, toutefois l'approche historique peut s'avérer être plus performante si nous nous trouvons dans des

conditions de marché plus stables.

Sur les graphiques qui décrivent l'évolution des valeurs de la VaR journalière par rapports aux rendements, nous remarquons que pour certaines journées la perte enregistrée sur le marché est supérieur à la VaR estimée. La limite de l'approche VaR c'est qu'elle ne permet pas d'apprécier l'amplitude de la perte lorsque les $\alpha\%$ de scénarii extrême se réalisent. Ce sont les évènements de la queue de la distribution qui ont des effets généralement violents sur la position de change. Pour être plus précis, nous allons calculer la VaR conditionnelle (CVaR) appelée encore l'expected shortfall (ES), qui permet de tenir en compte de ces effets extrêmes.

Section 3 : Mesure du risque extrême, le backtesting et les stress tests

Généralement, lorsque les rendements de l'actif montrent une certaine stabilité sur la période d'étude, la technique de la VaR dans l'estimation du risque potentiel peut être pertinente. Mais, lorsque nous nous trouvons dans des conditions de marché instables cette technique sera une mesure non cohérente du risque.

Statistiquement, la VaR cherche à mesurer la probabilité de survenance d'un événement extrême, soit α %, sans toutefois fournir une estimation sur le montant que pourrions perdre dans une telle situation. Ceci équivaut à dire que la Value-At-Risk ne prend pas en compte la forme associée à la queue de distribution.

De ce fait, prévoir l'imprévisible constitue l'objectif pour lequel la modélisation des risques extrêmes est apparue. La crise de Subprimes de 2007 a tiré l'attention des praticiens dans le domaine de la gestion des risques pour abandonner la mesure de la VaR par une mesure de l'Expected Shortfall (ES). Cette méthode permet de combler les insuffisances de la VaR, en tenant compte non seulement des risques sur un certain quantile de la distribution des pertes et profits mais aussi sur l'espérance des pertes au-delà de la VaR.

L'Expected Shortfall ou la VaR Conditionnelle (CVaR) est l'espérance mathématique des pertes excédant la VaR. Dans cette section nous allons calculer les CVaR dans l'objectif de la modélisation de risque de survenance de situations extrêmes. Ensuite nous allons essayer de fournir une comparaison concernant les performances de différentes méthodes d'estimation de la VaR et la CVaR à travers la réalisation d'un backtesting.

1. Application de la Conditional Value-At-Risk (CVaR)

Les étapes de calcul de l'ES sont identiques à celles utilisées pour calculer la VaR. Comme sa description l'indique, cette outil de mesure découle directement de la VaR en plus elle permet de respecter les critères mathématiques qui caractérisent la bonne mesure de risque.

En effet, nous allons estimer l'espérance des pertes qui se trouvent au-delà de la VaR estimée, elle peut être assimilée par l'écriture suivante :

$$ES = E (\text{pertes} \mid \text{pertes} > VaR)$$

1.1. La CVaR historique

Nous allons présenter les résultats de la CVaR historique dans le tableau suivant :

Tableau 11 : Résultats de calcul de la CVaR historique (en %)

| | VaR 1 jour | | VaR 10 jours | |
|---------------------|------------|----------|--------------|----------|
| | 95% | 99% | 95% | 99% |
| USD | -0,85346 | -1,28319 | -2,69889 | -4,05782 |
| EUR | -0,63872 | -1,04416 | -2,01980 | -3,30193 |
| Portefeuille | -0,44516 | -0,75227 | -1,40770 | -2,37887 |

Nous pouvons tirer les mêmes constations que la VaR historique. Les résultats d'application de la méthode de la CVaR historique font ressortir que le dollar américain est la monnaie la plus risquée. Sur une position de 1 000 DT nous sommes sûre à 99% que le montant de nos pertes ne dépasse pas les 10,442 DT sur l'euro alors que pour le dollar américain la perte maximale sur une position de même valeur sur le dollar peut atteindre 12,832 DT à un horizon d'un jour. Pour le portefeuille de valeur total égale à 1 000 DT, dont il est composé de 500 DT d'USD et 5 00 DT d'EUR, la CVaR historique estime que la perte maximale potentielle ne va pas dépasser les 7,523 DT pour les mêmes paramètres.

En ce qui suit, nous allons tracer sur le même graphique la courbe d'évolution des rendements de chaque série et ses CVaR calculées quotidiennement entre le 02 Janvier 2020 et le 30 Septembre 2020 avec un niveau d'incertitude de 99%.

Figure 16 : La CVaR historique par rapport aux rendements de l'USD

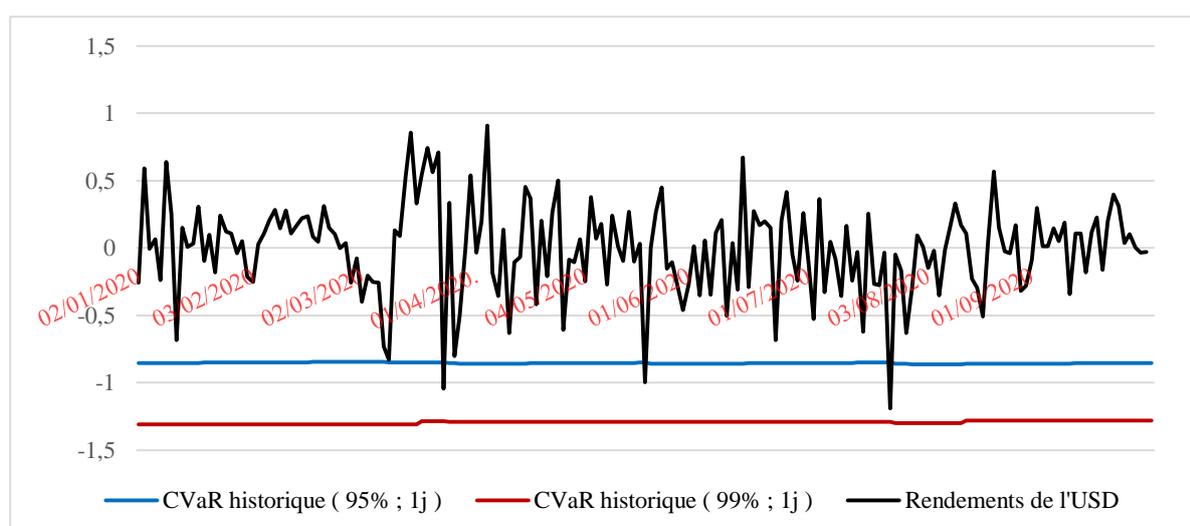


Figure 17 : La CVaR historique par rapport aux rendements de l'EUR

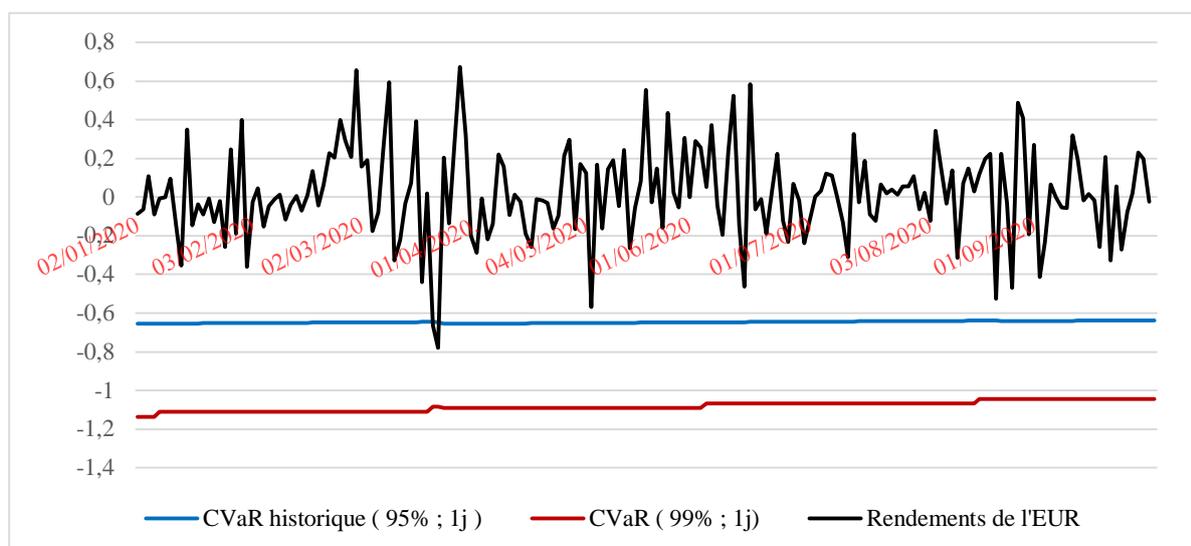
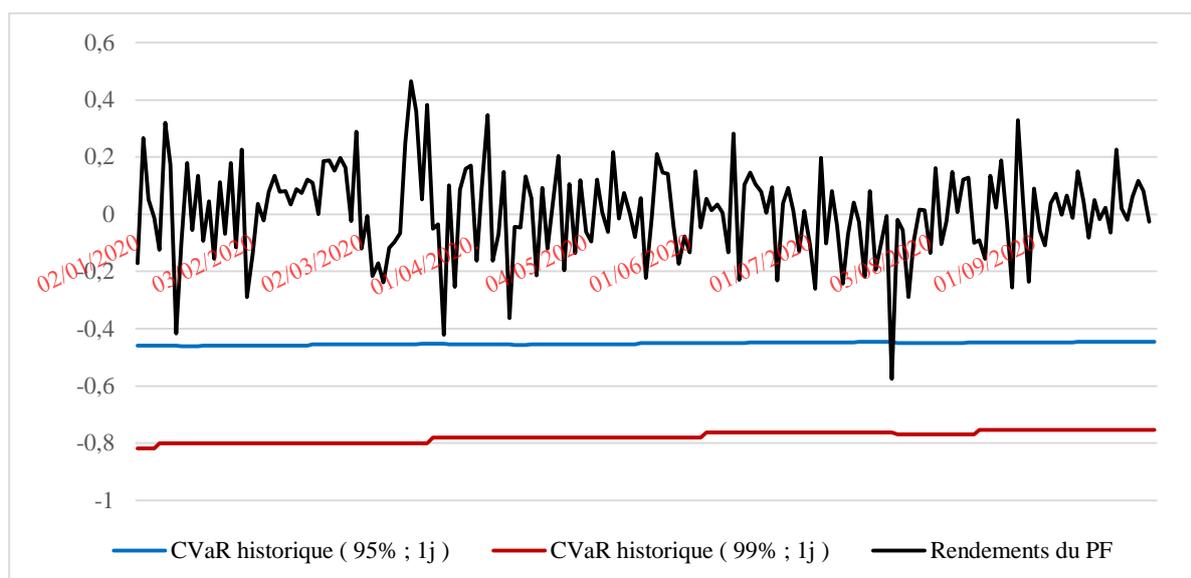


Figure 18 : La CVaR historique par rapport aux rendements du PF



Il apparaît clairement que les montants des pertes maximales estimées quotidiennement par la méthode CVaR historique fournissent des montants nettement supérieurs aux celles estimées avec la VaR historique. De même ces représentations graphiques montrent que le nombre de violations de la CVaR est considérablement inférieur à celui observées sur les graphiques dérivant l'évolution de la VaR historique quotidienne.

1.2. La CVaR paramétrique

Nous allons appliquer la $CVaR_{\text{paramétrique}}$ pour estimer l'espérance des pertes extrêmes détectées. Les résultats de calculs pour les deux parités ainsi que pour le portefeuille sont synthétisés dans le tableau présenté ci-dessous :

Tableau 12 : Résultats de calcul de la $CVaR_{\text{paramétrique}}$ (en %)

| | VaR 1 jour | | VaR 10 jours | |
|---------------------|------------|----------|--------------|----------|
| | 95% | 99% | 95% | 99% |
| USD | -0,65824 | -0,78858 | -2,08154 | -2,49369 |
| EUR | -0,61684 | -0,82950 | -1,95063 | -2,62312 |
| Portefeuille | -0,34679 | -0,46395 | -1,09663 | -1,46714 |

Les résultats d'application de la CVaR ont montré que le dollar est la monnaie la plus risquée à un niveau de confiance de 95 %, la perte maximale à un jour est estimée à 0,658 % pour l'USD et 0,617 % pour l'euro. Cependant, pour un niveau de confiance de 99 % elle ne le sera pas. La perte sur la position en euro devient plus importante avec un taux maximal de 0,829 % alors que celui estimé pour l'USD est de l'ordre de 0,789 %.

D'autre part, en comparant les résultats obtenus par la CVaR aux résultats obtenus par la VaR, il est clair de constater que la technique de CVaR permet de fournir des montants plus importants en terme de perte maximales potentielles. En observant les figures suivantes, nous pouvons nous assurer que la CVaR estimée sur la période permet de minimiser les pertes.

Figure 19 : La $CVaR_{\text{paramétrique}}$ par rapport aux rendements de l'USD

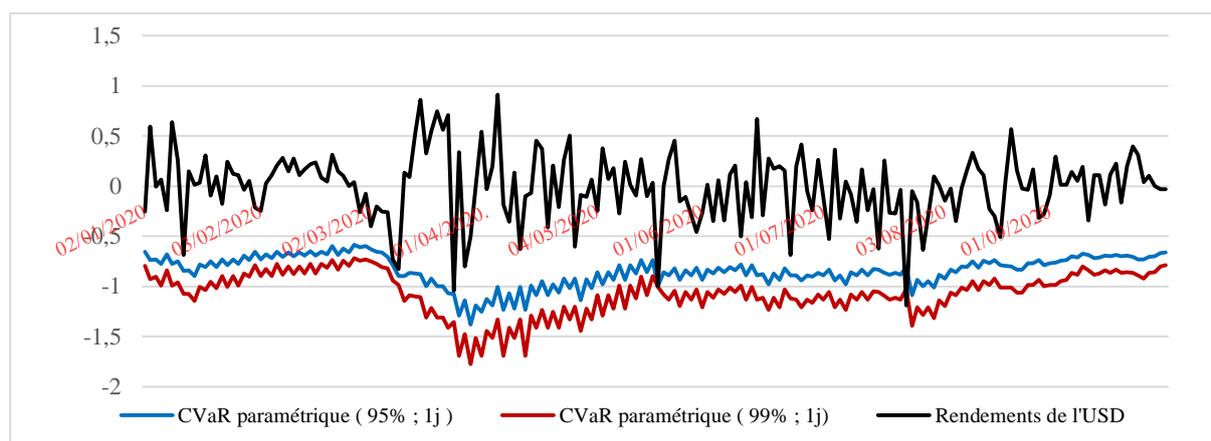


Figure 20 : La CVaR paramétrique par rapport aux rendements de l'EUR

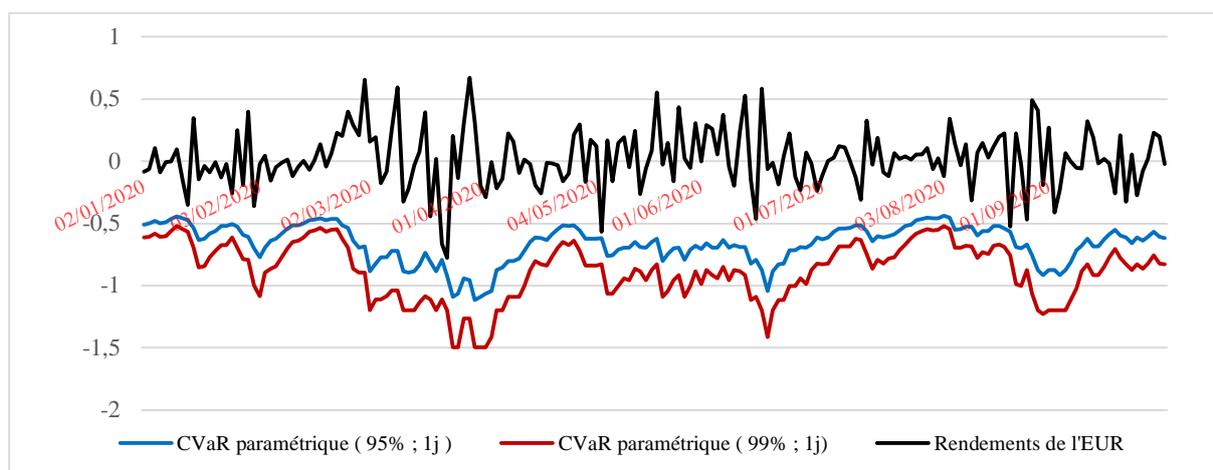
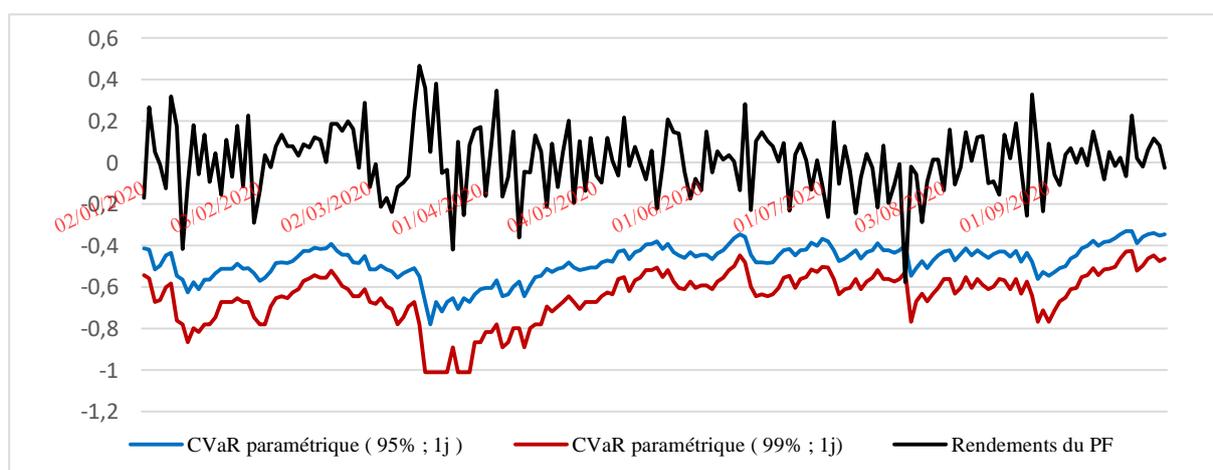


Figure 21 : La CVaR paramétrique par rapport aux rendements du PF



Les graphiques montrent que l'évolution de la CVaR paramétrique pour les différentes séries tend à suivre les tendances des rendements journaliers observés sur le marché de change. Certes, la VaR conditionnelle estimée selon la méthode paramétrique évolue d'une manière semblable à la simple VaR paramétrique, mais l'écart enregistré par rapport à la série des rendements restent plus important. Ceci est l'objectif primordial de cet outil, il est expliqué par sa définition et par sa formule. De ce fait, la CVaR permet à la banque d'augmenter ses provisions en termes de fonds propres réglementaires afin de limiter les risques de perte provenant de la survenance des événements peu probables.

Jusqu'à présent, nous remarquons que la VaR et la CVaR avec une simulation historique fournissent des résultats différents à ceux obtenus par la VaR et la CVaR paramétriques estimées à partir d'une modélisation de la variance conditionnelle à l'aide des modèles GARCH exponentiels (EGARCH). Pour déterminer laquelle des méthodes est la plus appropriée pour

prévoir ces deux mesures de risque nous allons fait recours à la technique du backtesting.

2. Le backtesting

Pour juger la qualité d'estimation des techniques de mesure appliquée précédemment, nous allons comparer dans un premier temps le nombre de dépassements total pour chaque modèle avec le nombre de dépassement théorique attendu noté N_d :

$$N_d = T \times \alpha \%$$

Puis, nous passons à appliquer le test POF de Kupiec (1995) présenté dans le premier chapitre. Ce test consiste à comparer les valeurs des pertes maximales estimées par les modèles de mesure aux rendements observés ex-post sur le marché. Nous allons choisir un horizon temporel de 1 jour puisqu'il est le plus recommandé par la plupart des praticiens.

2.1. Backtesting à partir du nombre de dépassement théorique

Cette technique de backtesting consiste à comparer le nombre de dépassements observés au nombre théorique attendu N_d à un seuil de confiance donné, soit 5% et 1%. Dans le cas où nous trouvons que le nombre de violations survenues est inférieur à N_d , nous disons que la méthode de calcul surestime la perte potentielle et le modèle sera par ailleurs retenu. Dans le cas échéant, la méthode de mesure appliquée sous-estime le risque et le modèle sera rejeté.

Graphiquement, un dépassement c'est tout point appartenant à la série des rendements qui tombe au-dessous de la courbe décrivant la VaR ou la CVaR, c'est-à-dire lorsque la perte observé ex-post est plus importante que la pertes maximales estimés par le modèle.

Tableau 13 : Confrontation de nombre de dépassements

| | (1 - α)% | 95% | | 99% | |
|--------------------------|------------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
| | Série | N_d observé | N_d théorique | N_d observé | N_d théorique |
| VaR historique | USD | 12 | 9,3 | 2 | 1,86 |
| | EUR | 8 | | 1 | |
| | PF | 6 | | 1 | |
| CVaR historique | USD | 3 | | 0 | |
| | EUR | 2 | | 0 | |
| | PF | 1 | | 0 | |
| VaR paramétrique | USD | 10 | | 4 | |
| | EUR | 8 | | 3 | |
| | PF | 6 | | 1 | |
| CVaR paramétrique | USD | 1 | 1 | | |
| | EUR | 0 | 0 | | |
| | PF | 1 | 1 | | |

La comparaison en termes de nombre de dépassement appelle de nombreuses remarques. Le nombre de dépassements (ou exceptions) diminue sensiblement à chaque fois que nous augmentons le seuil de confiance. D'après les résultats fournis par le tableau 12, il est à noter que la plupart de modèles sont pertinents.

Pour le dollar américain le nombre de dépassements de la VaR historique et de la VaR paramétrique pour les deux niveaux de confiance est supérieur au nombre théorique de dépassement. Ainsi, la VaR sous-estime le risque encouru sur le dollar américain. De ce fait, en se référant à la VaR, les cambistes sont appelé à prendre des positions courtes sur le dollar afin de minimiser les risques.

Par ailleurs, nous constatons que la CVaR calculée par les deux méthodes fournit toujours de meilleures estimations. De ce fait, la CVaR surestime le risque pour les deux méthodes (historique et paramétrique) et à chaque niveau de confiance.

2.2. Le backtesting à partir du test POF de Kupiec

Le test de Kupiec (1995) ou test de ratios de vraisemblance, c'est un test qui nous permet de juger la pertinence d'un modèle VaR ou CVaR à en testant l'hypothèse nulle suivante :

$$H_0: \pi_{observé} = \pi_{théorique} = \frac{x}{T}$$

Avec, x est le nombre de dépassement observé, T est le nombre d'observation qui est de l'ordre de 186. $\pi_{observé} = \frac{x}{T}$ représente le taux d'échec observé et $\pi_{théorique} = \frac{T \alpha\%}{T} = \alpha\%$ c'est le taux d'échec théorique qui est le niveau de risque accepté. C'est un test statistique qui possédé comme hypothèse nulle, la pertinence du modèle à un niveau de confiance donné. La statistique du test est donnée par le ratio de vraisemblance suivant :

$$LR_{Kupiec} = -2 \ln \left[\frac{(1-\pi_{théo})^{T-x} \pi_{théo}^x}{(1-\pi_{obs})^{T-x} \pi_{obs}^x} \right] \sim \chi^2(1)$$

Cette statistique suit asymptotiquement la loi de Khi-deux à un degré de liberté. Lorsque la valeur de LR_{Kupiec} dépasse la valeur critique lue sur la table Khi deux, qui est de l'ordre de 3,84 pour un niveau de 5%, l'hypothèse nulle sera rejetée et modèle sera réputé comme non pertinent.

En exploitant le nombre de dépassement calculé à 99 % pour un jour, nous allons effectuer le test Kupiec. Les résultats du test sont synthétisés dans le tableau suivant :

Tableau 14 : Résultats du test POF de Kupiec

| | (1 - α) % | | 99% |
|--------------------------|-------------------|------------------------|----------------------|
| | Série | N _d observé | LR _{kupiec} |
| VaR historique | USD | 2 | 25,03284244 |
| | EUR | 1 | 11,268888849 |
| | PF | 1 | 5,867980469 |
| CVaR historique | USD | 0 | 0,595287089* |
| | EUR | 0 | 0,010389239* |
| | PF | 0 | 0,482857295* |
| VaR paramétrique | USD | 4 | 17,72542743 |
| | EUR | 3 | 11,268888849 |
| | PF | 1 | 5,867980469 |
| CVaR paramétrique | USD | 1 | 0,482857295* |
| | EUR | 0 | 0* |
| | PF | 1 | 0,482857295* |

Les modèles marqués par un astérisque sont les modèles qui sont jugés comme pertinent dans la mesure où les valeurs fournies par le ratio de vraisemblance sont inférieures à la valeur critique. Ainsi, le test de Kupiec appliqué aux différentes mesures accepte à un niveau de confiance de 95% la validité des méthodes CVaR historique et CVaR paramétrique, cependant ce même test rejette la validité des méthodes VaR.

Alors, les estimations obtenues en appliquant la méthode CVaR semblent plus pertinentes dans la mesure où la CVaR montre moins de nombre d'exceptions par rapport à la VaR. De ce fait, la CVaR nous permet de surestimer le risque de change.

Conclusion

Ce chapitre englobe l'ensemble des travaux empiriques qui consiste à modéliser le risque de change. Nous avons cherché à mesurer les pertes potentielles courues sur les deux monnaies les plus échangées par la BNA Bank sur les marchés de change à savoir l'euro et le dollar américain. Nous avons aussi essayé de mesurer le risque associé à un portefeuille composé de ces devises.

Les étapes suivies durant ce chapitre sont comme suit. Dans un premier lieu, nous avons mené une étude descriptive pour mieux caractériser les distributions associées à chaque série en étudiant la stationnarité et la normalité. Puis, pour quantifier le risque nous avons appliqué la VaR et son extension, la CVaR, à travers deux méthodes : la première est une méthode historique qui est statique, elle ne suppose aucune distribution de probabilité et la deuxième c'est une méthode paramétrique qui se base sur la modélisation de la volatilité conditionnelle avec un modèle EGARCH sous la distribution Normale des erreurs. Et en fin pour juger la qualité de performance de chaque technique, nous avons menue des tests de backtesting : un backtesting en comparant les nombres de dépassements observés aux nombres de dépassements attendus et un test statistique de validation des modèles de Kupiec.

Nous avons remarqué que pour tous les modèles, les mesures de risque tendent à augmenter avec le niveau de confiance. De ce fait, plus que nous augmentons le niveau de confiance plus les estimations de la perte potentielle augmente et plus le nombre de dépassements diminue.

Nos résultats ont montré que la méthode historique fournit des estimations plus importantes en termes de risque par rapport à la méthode paramétrique. De même, elle donne des estimations presque constantes sur toute la période d'étude. C'est pour ces raisons-là, lorsque nous avons effectué le backtesting. Nous avons remarqué que la méthode paramétrique fournit un nombre de dépassement relativement plus important par rapport à la méthode historique à un taux de 99%. Ceci peut être expliqué par la forte volatilité observée sur le marché de change durant cette période, période qui est caractérisée par une crise sanitaire et économique mondiale.

Globalement, la CVaR historique et la CVaR paramétrique semblent plus performantes et plus précis dans le processus de quantification de risque.

Conclusion générale

La gestion du risque est un processus qui permet d'identifier, évaluer et maîtriser les risques courus. Quantifier un risque financier au sein d'une banque constitue une préoccupation majeure, ainsi une meilleure estimation de ce risque permet de limiter ou de neutraliser ses conséquences. De ce fait, les chercheurs ne cessent à développer de méthodes statistiques sophistiquées pour quantifier les risques pris par les banques sur les marchés et estimer la probabilité de sa survenance.

Au début de ce travail, nous nous sommes fixés comme objectif la mise en place d'une approche de mesure de risque de change sur les deux parités EUR/TND, USD/TND et sur le portefeuille qui combine les deux devises. Cette approche devrait proposer une mesure cohérente de risque qui permet à la banque de provisionner convenablement les risques encourus par les monnaies et par le portefeuille.

Nous avons commencé par une présentation générale sur la notion du risque et le risk management. Nous avons également décrit la Value-At-Risk et ses méthodes de calcul historique et paramétrique tout en présentant ses avantages et ses limites. Elle constitue une approximation de la perte potentielle maximale que peut subir la banque sur un horizon de temps et à un niveau de confiance donnés. Cette méthode permet de mieux comprendre les dynamiques de marché de change et d'identifier d'éventuelles sources de vulnérabilité. Puis, pour fournir nous avons présenté sa méthode alternative. La VaR et son extension la CVaR constituent des outils de référence en terme du risque de marché, dans la mesure où elles plafonnent le risque de perte et permet au gestionnaire d'agir en conséquences.

Pour mieux appréhender ces différentes approches de mesure du risque de change nous avons procédé à une validation empirique. Tout d'abord, nous avons estimé pour deux niveaux de confiance 95% et 99% la VaR historique à 1 jour et celle à 10 jour. Où, nous avons remarqué que l'appréciation du risque de change à l'aide d'une approche fondée sur la distribution historique des pertes et profits semble stable dans le temps. Ainsi, une telle méthode statique ne nous permet pas de prendre en considération de la dynamique du marché de change qui est caractérisé par une forte volatilité, exceptionnellement pendant les périodes de forte turbulence ou pendant les périodes de crise... D'où la limite majeure de cette méthode, elle ne possède aucune précision étant donnée qu'elle suppose que les évolutions futures du marché seront identiques aux évolutions historiques.

Pour répondre à cette insuffisance, nous avons adopté une technique dynamique qui nous permet la variabilité du marché. C'est la méthode VaR paramétrique, technique qui considère la variabilité des rendements. Tel qu'il est recommandé par la littérature empirique, pour estimer la VaR paramétrique nous avons choisi de modéliser la volatilité à partir d'une modélisation de type GARCH. Nous avons de ce fait comparé la performance d'un ARCH (1), GARCH(1,1) EGARCH(1,1) et GJR-GARCH (1,1) sous l'hypothèse d'une distribution gaussienne du terme d'erreur, pour aboutir enfin à la performance du modèle EGARCH. Par ailleurs, en calculant la VaR EGARCH nous avons remarqué que les VaR journalières estimées durant la période d'étude ne sont plus constantes mais elles suivent la tendance du marché permettant de ce fait une certaine précision dans la quantification du risque. Ainsi, nos résultats ont montré que la VaR historique fournit des estimations plus importantes en termes de risque par rapport à la méthode paramétrique. Dans ce même sens, elle fournit des estimations presque constantes sur toute la période d'étude, or, lorsque la banque constitue une provision importante en fonds propres réglementaires pour se couvrir contre le risque de marché, elle risque de diminuer la rentabilité des fonds propres et de réduire ainsi les éventuelles opportunités de gain. De ce fait, les gestionnaires de risque ne s'intéressent pas seulement aux modèles qui surestiment le risque, mais aussi ils privilégient ceux qui sont plus conservateurs en termes de fonds propres. Et pour cause, la méthode paramétrique semble plus cohérente dans la mesure où la tendance des estimations des pertes potentielles suit la chronique des rendements observés sur le marché.

Cependant, nous avons détecté graphiquement certains dépassements qui nous ont fait penser aux limites méthodologiques de la VaR. Elle ne s'intéresse pas à l'estimation de valeurs extrêmes, dont leurs probabilités de réalisation se trouvent à delà du seuil de confiance. C'est l'une des raisons pour lesquelles il nous semble important, en complément de la VaR, de mesurer le risque de change courus sur le portefeuille de la banque à travers la CVaR qui est assimilée à une estimation des pertes qui se trouvent au-delà de la VaR.

Les résultats de calcul de la CVaR pour les différents paramètres ont montré que cette approche permet de fournir des estimations plus importante de risque en plus elle suit la tendance générale de la VaR sur laquelle elle est calculée. L'écart observé entre ces deux mesures constitue une marge de sécurité pour la banque. Par ailleurs, nous avons testé la performance de chaque méthode par le biais d'un backtesting qui permet de confronter les estimations obtenus ex-ante aux rendements observés ex-post sur le marché. Le backtesting fait ressort que la méthode CVaR présente un nombre de dépassement très faible par rapport à la VaR. Le backtesting a

démontré que la CVaR historique à 99% est la méthode la plus pertinente, dans la mesure où elle ne montre aucun dépassement. Mais, à 95%, la CVaR historique possède 3 dépassements sur l'USD, 2 pour l'EUR est un seul dépassement sur le portefeuille. Dans ce même contexte, la CVaR paramétrique semble être plus robuste et plus pertinent, puisque le nombre de dépassements détecté c'est de l'ordre de 1 pour le dollar et le portefeuille, enregistrés le 22 Juillet 2020 et 0 dépassement pour l'euro quel que soit le niveau de confiance choisi. En conclusion, nous signalons la pertinence de la méthode de la CVaR historique et paramétrique puisqu'elle offre une couverture satisfaisante pour la banque.

Malgré ses insuffisances, la VaR demeure jusqu'à présent un outil puissant de mesure de risque de marché, qui est très recommandé pour les banques tunisiennes dans le cadre des approches internes de mesure de risque. Cependant, elle perd en précision et en pertinence lors de période des crises puisqu'elle ne permet pas de bien estimer les pertes potentielles. Il est très recommandé alors qu'en complément de la VaR et la CVaR de mener des scénarios de stress testing qui nous permettent d'évaluer les pertes possibles lors de la réalisation des événements extrêmes exceptionnels ou inattendus. Le stress-testing consiste alors à évaluer le degré de résistance de la banque aux chocs futurs.

L'évolution technique et technologique du domaine financier, implique l'existence des outils plus robuste. Nous pouvons donc recommander l'utilisation de modèles plus récents et plus puissants dans la modélisation de la volatilité, à fin d'estimer avec plus de précision la variance des rendements, ce qui nous permet d'avoir des mesures de risque plus adéquates en appliquant la méthode paramétrique.

Table des matières

| | |
|--|----|
| Introduction générale | 1 |
| Chapitre 1 : La quantification du risque de change en présence d'une volatilité hétéroscédastique..... | 4 |
| Introduction | 4 |
| Section 1 : Les risques de marché dans l'activité bancaire | 6 |
| 1. Revue de la littérature empirique | 6 |
| 2. Risques de marché et concepts de base | 10 |
| 2.1. Concepts de base sur la notion du risque | 10 |
| 2.1.1. Définition du risque | 10 |
| 2.1.2. La gestion des risques : Le Risk Management..... | 11 |
| 2.1.2.2. Processus de management du risque | 11 |
| 2.2. Risques de marché et risque de taux de change..... | 13 |
| 2.2.1. La notion du risque de marché | 13 |
| 2.2.2. Le risque de taux de change | 14 |
| Section 2 : La VaR comme mesure de risque de change | 15 |
| 1. Présentation de la valeur à risque (VaR) | 15 |
| 1.1. La mise en œuvre de la Value-At-Risk | 15 |
| 1.2. Les paramètres et les propriétés de la VaR | 17 |
| 1.2.1. Le niveau de confiance | 17 |
| 1.2.2. La distribution des résultats pertes et profits du portefeuille | 17 |
| 1.2.3. L'horizon temporel | 18 |
| 1.3. Les méthodes de calcul les plus recommandées par la littérature | 18 |
| 1.3.1. La méthode de la VaR historique | 19 |
| 1.3.2. La méthode de la VaR Monte Carlo | 20 |
| 1.3.3. La méthode paramétrique..... | 20 |
| 2. La Value-at-Risk conditionnelle « CVaR », le backtesting et les stress tests..... | 22 |
| 2.1. La CVaR et la mesure des pertes extrêmes | 22 |
| 2.1.1. Présentation et propriétés | 22 |
| 2.1.2. Méthode de calcul | 23 |
| 2.2. Le backtesting | 23 |
| 2.2.1. Le test POF..... | 24 |
| 2.2.2. Le test TUFF | 25 |
| 2.3 Le stress testing..... | 25 |
| Section 3 : La modélisation de la volatilité par les modèles de type | 28 |
| ARCH-GARCH..... | 28 |

| | |
|---|----|
| 1. Le concept de la volatilité | 28 |
| 2. La modélisation ARCH et GARCH | 29 |
| 2.1. Présentation générale..... | 29 |
| 2.2. La modélisation ARCH (AutoRegressive Conditionnal Heteroskedastic) | 30 |
| 2.3. La modélisation GARCH (Generelized Autoregressive Conditionnal Heteroskedastic) | 32 |
| 3.3. La modélisation asymétrique EGARCH (Exponential Generelized Autoregressive Conditionnal Heteroskedastic) | 35 |
| Conclusion..... | 37 |
| Chapitre 2 : Modélisation du risque de change : Implémentation des méthodes de calcul de la Value-At-Risk | 38 |
| Introduction | 38 |
| Section 1 : Présentation et analyse exploratoire des données | 39 |
| 1. Méthodologie de recherche | 39 |
| 2. Présentation de l'échantillon et statistiques descriptives | 41 |
| 2.1. Présentation et description de l'échantillon..... | 41 |
| 2.2. Statistiques descriptives et représentation graphique..... | 41 |
| 3. Calculs de rendements et analyse de la corrélation | 43 |
| 3.1 Calculs de rendements..... | 43 |
| 3.2. Corrélations | 44 |
| 4. Analyses descriptives des rendements..... | 44 |
| 4.1. Etude de la normalité..... | 44 |
| 4.1.1 Etude graphique à partir de l'histogramme | 44 |
| 4.1.2. Etude graphique à partir du quantile empirique | 46 |
| 4.1.3. Etude du coefficient d'asymétrie : Skewness..... | 47 |
| 4.1.4 Etude du coefficient d'aplatissement : Kurtosis | 47 |
| 4.1.5 Test de Jarque-Bera JB | 48 |
| 4.2. Analyse de la stationnarité des rendements..... | 49 |
| 4.2.2. Analyse de la stationnarité à partir de la représentation graphique | 50 |
| 4.2.2. Analyse de la stationnarité à partir du corrélogramme | 51 |
| 4.2.3. Les tests de racine unitaire : Tests ADF et PP | 52 |
| Section 2 : Résultats d'estimation de la Value-At-Risk..... | 54 |
| 1. Méthodologie de prévision de la VaR | 54 |
| 2. La Value-At-Risk historique | 54 |
| 3. La Value-At-Risk paramétrique à partir d'un modèle EGARCH | 57 |
| 3.1. Estimation du modèle EGARCH (1,1)..... | 57 |
| 3.1.1. Test d'effet ARCH : d'hétéroscédasticité | 58 |
| 3.1.2. Estimation du modèle ARCH (1) | 59 |

| | |
|--|----|
| 3.1.3. Estimation du modèle GARCH (1,1)..... | 59 |
| 3.1.4. Estimation du modèle EGARCH (1,1) | 60 |
| 3.1.5 Estimation du modèle GJR-GARCH (1,1) | 61 |
| 3.1.5. Recherche du modèle optimal | 62 |
| 3.2. Value-At-Risk paramétrique..... | 63 |
| 4. Interprétations..... | 66 |
| Section 3 : Mesure du risque extrême, le backtesting et les stress tests | 69 |
| 1. Application de la Conditional Value-At-Risk (CVaR)..... | 69 |
| 1.1. La CVaR historique..... | 70 |
| 1.2. La CVaR paramétrique..... | 72 |
| 2. Le backtesting | 74 |
| 2.1. Backtesting à partir du nombre de dépassement théorique | 74 |
| 2.2. Le backtesting à partir du test POF de Kupiec | 75 |
| Conclusion..... | 77 |
| Conclusion générale | 78 |

Bibliographie

Articles scientifiques & ouvrages

Ajili Wissem (2008), « A Value-at-Risk Approach to Assess Exchange Risk Associated to a Public Debt Portfolio: The Case of a Small Developing Economy », *World Scientific Studies in International Economics*, 3: 11-60.

Angelidis, T. et Degiannakis, S. (2005), « Modeling risk for long and short trading positions », *Journal of Risk Finance*, Vol. 6 No. 3, pp. 226-38.

Artzner, P., Delbaen J., Eber, J. M. et Heath, D. (1999), « Coherent measures of risk », *Mathematical Finance*, Vol. 9, No. 3 (July 1999), 203–228.

Basak, S. et Shapiro, A. (2001), « Value-at-Risk-Based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices », *Review of Financial Studies*, 14(2), 371–405.

Beine, M. et Laurent, S. (2000), « La persistance des chocs de volatilité sur le marché des changes s'est-elle modifiée depuis le début des années 1980 ? ». In: *Revue économique, volume 51, n°3, 2000. pp. 703-711.*

Berkowitz, J. and O'Brien, J. (2001), « How accurate are value-at-risk models at commercial banks? », *US Federal Reserve Board's Finance and Economic, working paper, US Federal Reserve Bank, Washington, DC.*

Bollerslev, T. (1986), « Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity », *Journal of Econometrics*, 31, 307–327. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1

Box, G.E.P. et G.M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis-Forecasting and Control*, Holden-Day: San Francisco.

Bucevska, V. (2012), « An Empirical evaluation of GARCH models in value-at-risk estimation: Evidence from the Macedonian stock exchange », *Business Systems Research*, 4, 49–64. doi:10.2478/bsrj-2013-0005.

Cyprian, O. O. (2017), « A Comparative Performance of Conventional Methods for Estimating Market Risk Using Value at Risk », *International Journal of Econometrics and Financial Management*, vol. 5, no. 2 (2017): 22-32.

Dickey, DA. et W.A. Fuller (1979), « Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root», *Journal of American Statistical Association*, 74(366), 427-431.

Dritsaki, C. (2017), « An Empirical Evaluation in GARCH Volatility Modeling: Evidence from the Stockholm Stock Exchange », *Journal of Mathematical Finance*, 7(2), 366-390.

Engle et Robert (2001), « GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics», *Journal of Economic Perspectives* 15 (2001), 157–168.

Epaphra, M. (2017), « Modeling Exchange Rate Volatility: Application of the GARCH and EGARCH Models», *Journal of Mathematical Finance*, 7(1), 121-143.

Hendrics, D. (1996), « Evaluation of Value-at-Risk models using Historical Data », *Economic policy review*, vol.2, no.1, pp.40-66.

Hull, J. et White, A. (1998), « Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk », *Journal of Risk*, 1(1), 5-19.

Engle et Manganelli (2001), «Value at Risk models in finance», *European Central Bank*, Working Paper n°75, pages: 2-30.

Galdi, F. C. et Pereira, L. M. (2007), « Value at Risk (VaR) Using Volatility Forecasting Models: EWMA, GARCH and Stochastic Volatility » *Brazilian Business Review*, 4(1), 74-94

Gupta et Liang (2005), « Do hedge funds have enough capital, A value-at-Risk approach». *Journal of Financial Economics* 77, pages: 219-253

JP Morgan Chase Bank (1996), RiskMetrics™, Technical Document, Vol 43, pages: 1-24

Jorion P. (1985), « International Portfolio Diversification with Estimation Risk». *Journal of Business*, vol. 58, no. 3.

Jorion P. (2001), Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, second edition, McGraw- Hill, New York.

Jorion P. (2007), « Bank Trading Risk and Systemic Risk», *NBER Chapters*, *The Risks of Financial Institutions*, pages 29-58.

Liu, X. et Cao, H. (2011), « Improvement of the VaR Method for Foreign Exchange Risk Measurement Based on Macro Information Released », *Systems Engineering Procedia*.

Longin, F. (1998), « Value at Risk : Une nouvelle approche fondée sur les valeurs extrêmes », *Annales d'Économie et de Statistique*, (52), 23.

Mathieu G., T. (2014), « Implémentation du Stress test macroprudentiel du risque de crédit bancaire dans l'union économique et monétaire ouest africaine (UEMOA) », *Université d'abomey-calavi*.

Miletic, M., & Miletic, S. (2013), « Measuring value at risk on emerging markets: Empirical evidence from Serbian stock exchange », *Facta Universitatis, Series: Economics and Organization*, 10, 25–37.

Miletic, M. & Miletic, S. (2015), « Performance of value at risk models in the midst of the global financial crisis in selected CEE emerging capital markets ». *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 28,132–166.

Wipplinger, E. et Philippe, J. (2007), « Value at Risk – The New Benchmark for Managing Financial Risk », *Financial Markets and Portfolio Management*, 21(3), 397–398.

Normes internationales & textes réglementaires

Committee on the Global Financial System (2005), Stress Testing at Major Financial Institutions: Survey Results and Practice, Basel.

Loi n° 94-25 du 7 février 1994

Circulaire BCT aux banques et aux établissements financiers N°2018-06

Circulaire BCT aux intermédiaires agréés N° 2016-01 du 08 février 2016

Circulaire BCT aux établissements de crédit N°2006-19 du 28 novembre 2006

Norme COSO II (2004), Entreprise Risk management, cadre de référence international de gestion des risques en entreprise

Norme ISO 31000 (2018) : Management du risque ; principes et lignes directrices

Norme ISO GUIDE 73 (2009) : Risk Management - vocabulary

Site web

Site web de la banque centrale de Tunisie : <https://www.bct.gov.tn>

Site web Wikipedia : <https://www.wikipedia.org>

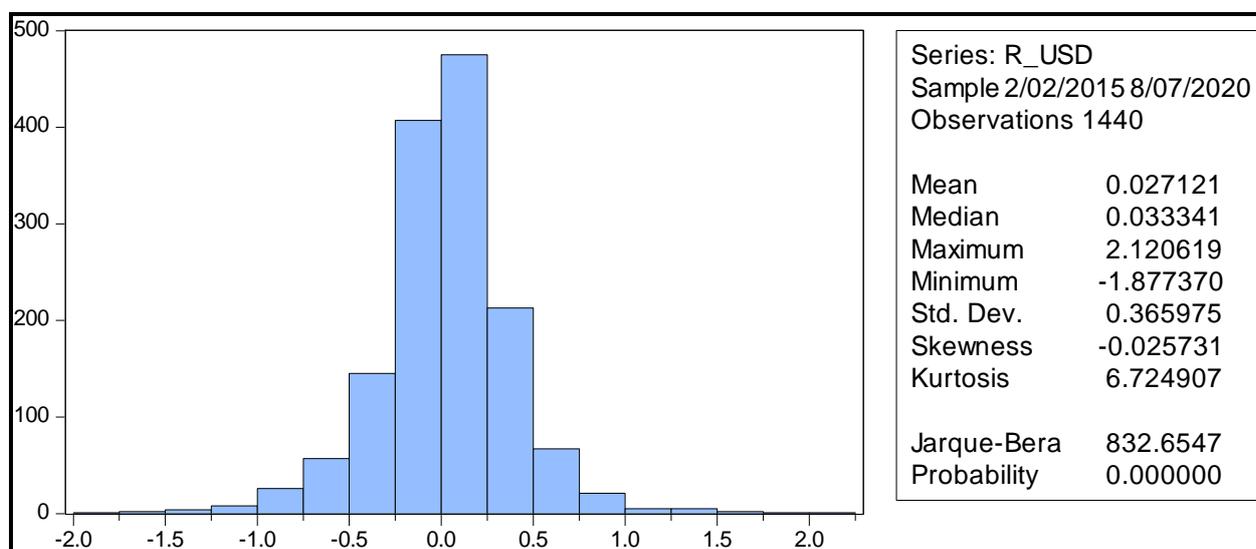
Annexes

ANNEXE 1 : Corrélation entre les deux rendements des deux monnaies EUR et USD

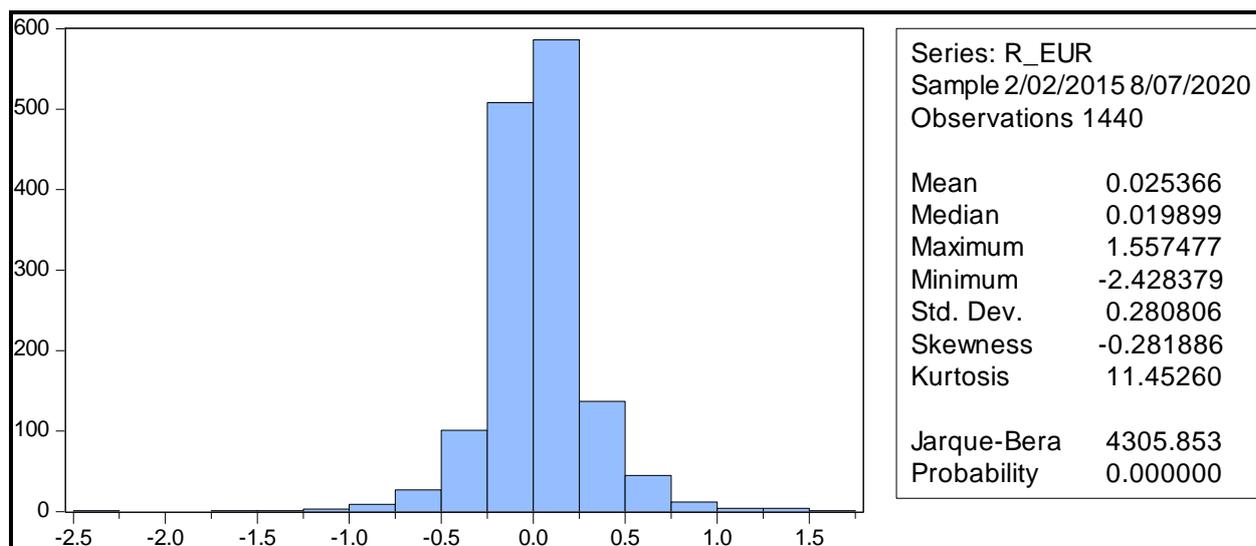
```
. correlate R_USD R_EUR  
(obs=1440)
```

| | R_USD | R_EUR |
|-------|---------|--------|
| R_USD | 1.0000 | |
| R_EUR | -0.2067 | 1.0000 |

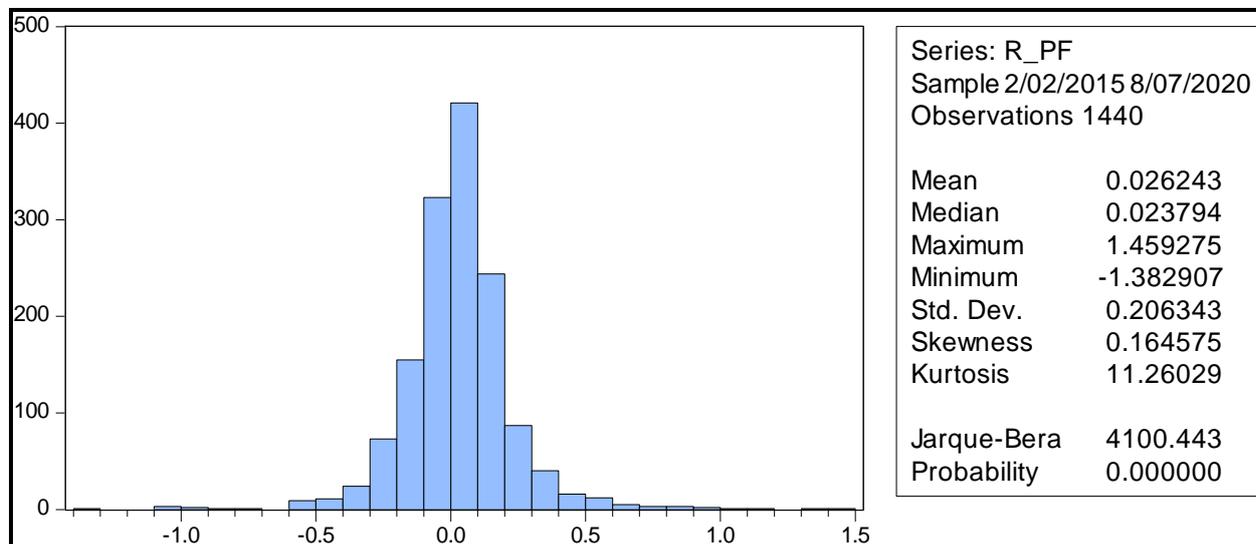
ANNEXE 2 : Histogramme et test de normalité des rendements du dollar américain



ANNEXE 3 : Histogramme et test de normalité des rendements de l'euro



ANNEXE 4 : Histogramme et test de normalité des rendements du portefeuille



ANNEXE 5 : Tests de stationnarité pour la variable RUSD (sans trend et sans intercept)

| Null Hypothesis: R_USD has a unit root | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Exogenous: None | | | | |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | | |
| | | | -37.11988 | 0.0000 |
| Test critical values: | | | | |
| 1% level | | | -2.566570 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(R_USD) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 10/12/20 Time: 20:31 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 | | | | |
| Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_USD(-1) | -0.978678 | 0.026365 | -37.11988 | 0.0000 |
| R-squared | 0.489326 | Mean dependent var | -6.98E-05 | |
| Adjusted R-squared | 0.489326 | S.D. dependent var | 0.513596 | |
| S.E. of regression | 0.367023 | Akaike info criterion | 0.833911 | |
| Sum squared resid | 193.7072 | Schwarz criterion | 0.837575 | |
| Log likelihood | -598.9990 | Hannan-Quinn criter. | 0.835279 | |
| Durbin-Watson stat | 1.998709 | | | |

| Null Hypothesis: R_USD has a unit root | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Exogenous: None | | | | |
| Bandwidth: 8 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel | | | | |
| | | | Adj. t-Stat | Prob.* |
| Phillips-Perron test statistic | | | | |
| | | | -37.18361 | 0.0000 |
| Test critical values: | | | | |
| 1% level | | | -2.566570 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Residual variance (no correction) | | | | |
| | | | | 0.134612 |
| HAC corrected variance (Bartlett kernel) | | | | |
| | | | | 0.146046 |
| Phillips-Perron Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(R_USD) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 10/12/20 Time: 20:34 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 | | | | |
| Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_USD(-1) | -0.978678 | 0.026365 | -37.11988 | 0.0000 |
| R-squared | 0.489326 | Mean dependent var | -6.98E-05 | |
| Adjusted R-squared | 0.489326 | S.D. dependent var | 0.513596 | |
| S.E. of regression | 0.367023 | Akaike info criterion | 0.833911 | |
| Sum squared resid | 193.7072 | Schwarz criterion | 0.837575 | |
| Log likelihood | -598.9990 | Hannan-Quinn criter. | 0.835279 | |
| Durbin-Watson stat | 1.998709 | | | |

ANNEXE 6 : Tests de stationnarité pour la variable REUR (sans trend et sans intercept)

| Null Hypothesis: R_EUR has a unit root Exogenous: None Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | | |
| Test critical values: | | | -24.24834 | 0.0000 |
| 1% level | | | -2.566571 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(R_EUR) Method: Least Squares Date: 10/13/20 Time: 12:36 Sample (adjusted): 2/04/2015 8/07/2020 Included observations: 1438 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_EUR(-1) | -0.906290 | 0.037375 | -24.24834 | 0.0000 |
| D(R_EUR(-1)) | -0.107412 | 0.026228 | -4.095336 | 0.0000 |
| R-squared | 0.513517 | Mean dependent var | | 0.000202 |
| Adjusted R-squared | 0.513178 | S.D. dependent var | | 0.402002 |
| S.E. of regression | 0.280487 | Akaike info criterion | | 0.296812 |
| Sum squared resid | 112.9745 | Schwarz criterion | | 0.304143 |
| Log likelihood | -211.4080 | Hannan-Quinn criter. | | 0.299549 |
| Durbin-Watson stat | 2.002068 | | | |

| Null Hypothesis: R_EUR has a unit root Exogenous: None Bandwidth: 19 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| | | | Adj. t-Stat | Prob.* |
| Phillips-Perron test statistic | | | | |
| Test critical values: | | | -40.45750 | 0.0000 |
| 1% level | | | -2.566570 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Residual variance (no correction) 0.079477 HAC corrected variance (Bartlett kernel) 0.154476 | | | | |
| Phillips-Perron Test Equation Dependent Variable: D(R_EUR) Method: Least Squares Date: 10/13/20 Time: 12:41 Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_EUR(-1) | -1.015350 | 0.026368 | -38.50754 | 0.0000 |
| R-squared | 0.507674 | Mean dependent var | | 1.31E-05 |
| Adjusted R-squared | 0.507674 | S.D. dependent var | | 0.401925 |
| S.E. of regression | 0.282015 | Akaike info criterion | | 0.306979 |
| Sum squared resid | 114.3674 | Schwarz criterion | | 0.310643 |
| Log likelihood | -219.8717 | Hannan-Quinn criter. | | 0.308347 |
| Durbin-Watson stat | 1.996057 | | | |

ANNEXE 7 : Tests de stationnarité pour la variable RPF (sans trend et sans intercept)

| Null Hypothesis: R_PF has a unit root Exogenous: None Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | | | |
|--|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | | |
| Test critical values: | | | -15.36373 | 0.0000 |
| 1% level | | | -2.566573 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(R_PF) Method: Least Squares Date: 10/12/20 Time: 20:55 Sample (adjusted): 2/06/2015 8/07/2020 Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_PF(-1) | -0.737335 | 0.047992 | -15.36373 | 0.0000 |
| D(R_PF(-1)) | -0.260314 | 0.043257 | -6.017790 | 0.0000 |
| D(R_PF(-2)) | -0.146782 | 0.037048 | -3.961918 | 0.0001 |
| D(R_PF(-3)) | -0.091769 | 0.026315 | -3.487341 | 0.0005 |
| R-squared | 0.505516 | Mean dependent var | | -3.04E-05 |
| Adjusted R-squared | 0.504480 | S.D. dependent var | | 0.292045 |
| S.E. of regression | 0.205580 | Akaike info criterion | | -0.323184 |
| Sum squared resid | 60.52064 | Schwarz criterion | | -0.308506 |
| Log likelihood | 236.0463 | Hannan-Quinn criter. | | -0.317704 |
| Durbin-Watson stat | 2.010585 | | | |

| Null Hypothesis: R_PF has a unit root Exogenous: None Bandwidth: 21 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel | | | | |
|--|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| | | | Adj. t-Stat | Prob.* |
| Phillips-Perron test statistic | | | | |
| Test critical values: | | | -41.79804 | 0.0000 |
| 1% level | | | -2.566570 | |
| 5% level | | | -1.941044 | |
| 10% level | | | -1.616551 | |
| *Mackinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Residual variance (no correction) 0.043255 HAC corrected variance (Bartlett kernel) 0.110671 | | | | |
| Phillips-Perron Test Equation Dependent Variable: D(R_PF) Method: Least Squares Date: 10/14/20 Time: 17:30 Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_PF(-1) | -0.983509 | 0.026367 | -37.30019 | 0.0000 |
| R-squared | 0.491748 | Mean dependent var | | -2.84E-05 |
| Adjusted R-squared | 0.491748 | S.D. dependent var | | 0.291829 |
| S.E. of regression | 0.208050 | Akaike info criterion | | -0.301378 |
| Sum squared resid | 62.24381 | Schwarz criterion | | -0.297714 |
| Log likelihood | 217.8412 | Hannan-Quinn criter. | | -0.300010 |
| Durbin-Watson stat | 2.003565 | | | |

ANNEXE 8 : Tests de stationnarité pour la variable Rusd avec constante

| Null Hypothesis: R_USD has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -37.30728 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.434686 | |
| | 5% level | | -2.863342 | |
| | 10% level | | -2.567778 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(R_USD) Method: Least Squares Date: 10/14/20 Time: 18:11 Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_USD(-1) | -0.984074 | 0.026378 | -37.30728 | 0.0000 |
| C | 0.026706 | 0.009680 | 2.758985 | 0.0059 |
| R-squared | 0.492017 | Mean dependent var | -6.98E-05 | |
| Adjusted R-squared | 0.491663 | S.D. dependent var | 0.513596 | |
| S.E. of regression | 0.366182 | Akaike info criterion | 0.830018 | |
| Sum squared resid | 192.6865 | Schwarz criterion | 0.837345 | |
| Log likelihood | -595.1978 | Hannan-Quinn criter. | 0.832753 | |
| F-statistic | 1391.833 | Durbin-Watson stat | 1.998278 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

| Null Hypothesis: R_USD has a unit root Exogenous: Constant Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| | | | Adj. t-Stat | Prob.* |
| Phillips-Perron test statistic | | | -37.32473 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.434686 | |
| | 5% level | | -2.863342 | |
| | 10% level | | -2.567778 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Residual variance (no correction) | | | 0.133903 | |
| HAC corrected variance (Bartlett kernel) | | | 0.138850 | |
| Phillips-Perron Test Equation Dependent Variable: D(R_USD) Method: Least Squares Date: 10/14/20 Time: 18:13 Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_USD(-1) | -0.984074 | 0.026378 | -37.30728 | 0.0000 |
| C | 0.026706 | 0.009680 | 2.758985 | 0.0059 |
| R-squared | 0.492017 | Mean dependent var | -6.98E-05 | |
| Adjusted R-squared | 0.491663 | S.D. dependent var | 0.513596 | |
| S.E. of regression | 0.366182 | Akaike info criterion | 0.830018 | |
| Sum squared resid | 192.6865 | Schwarz criterion | 0.837345 | |
| Log likelihood | -595.1978 | Hannan-Quinn criter. | 0.832753 | |
| F-statistic | 1391.833 | Durbin-Watson stat | 1.998278 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ANNEXE 9 : Tests de stationnarité pour la variable REUR avec constante

| Null Hypothesis: R_EUR has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -24.53101 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.434689 | |
| | 5% level | | -2.863344 | |
| | 10% level | | -2.567779 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(R_EUR) Method: Least Squares Date: 10/12/20 Time: 21:06 Sample (adjusted): 2/04/2015 8/07/2020 Included observations: 1438 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_EUR(-1) | -0.921590 | 0.037568 | -24.53101 | 0.0000 |
| D(R_EUR(-1)) | -0.099760 | 0.026256 | -3.799454 | 0.0002 |
| C | 0.023598 | 0.007435 | 3.173920 | 0.0015 |
| R-squared | 0.516908 | Mean dependent var | 0.000202 | |
| Adjusted R-squared | 0.516235 | S.D. dependent var | 0.402002 | |
| S.E. of regression | 0.279605 | Akaike info criterion | 0.291208 | |
| Sum squared resid | 112.1869 | Schwarz criterion | 0.302204 | |
| Log likelihood | -206.3783 | Hannan-Quinn criter. | 0.295313 | |
| F-statistic | 767.7243 | Durbin-Watson stat | 2.000693 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

| Null Hypothesis: R_EUR has a unit root Exogenous: Constant Bandwidth: 18 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| | | | Adj. t-Stat | Prob.* |
| Phillips-Perron test statistic | | | -40.16839 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.434686 | |
| | 5% level | | -2.863342 | |
| | 10% level | | -2.567778 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Residual variance (no correction) | | | 0.078807 | |
| HAC corrected variance (Bartlett kernel) | | | 0.139998 | |
| Phillips-Perron Test Equation Dependent Variable: D(R_EUR) Method: Least Squares Date: 10/12/20 Time: 21:47 Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020 Included observations: 1439 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| R_EUR(-1) | -1.023643 | 0.026372 | -38.81497 | 0.0000 |
| C | 0.025983 | 0.007436 | 3.494404 | 0.0005 |
| R-squared | 0.511823 | Mean dependent var | 1.31E-05 | |
| Adjusted R-squared | 0.511483 | S.D. dependent var | 0.401925 | |
| S.E. of regression | 0.280922 | Akaike info criterion | 0.299908 | |
| Sum squared resid | 113.4038 | Schwarz criterion | 0.307235 | |
| Log likelihood | -213.7836 | Hannan-Quinn criter. | 0.302643 | |
| F-statistic | 1506.602 | Durbin-Watson stat | 1.994638 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ANNEXE 10 : Tests de stationnarité pour la variable RPF avec constante

Null Hypothesis: R_PF has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

| | t-Statistic | Prob.* |
|--|-------------|--------|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -23.93537 | 0.0000 |
| Test critical values: | | |
| 1% level | -3.434689 | |
| 5% level | -2.863344 | |
| 10% level | -2.567779 | |

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(R_PF)
Method: Least Squares
Date: 10/12/20 Time: 21:08
Sample (adjusted): 2/04/2015 8/07/2020
Included observations: 1438 after adjustments

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|-------------|-------------|------------|-------------|--------|
| R_PF(-1) | -0.887566 | 0.037082 | -23.93537 | 0.0000 |
| D(R_PF(-1)) | -0.111884 | 0.026228 | -4.265858 | 0.0000 |
| C | 0.023194 | 0.005501 | 4.216596 | 0.0000 |

R-squared 0.506044 Mean dependent var -0.000158
Adjusted R-squared 0.505356 S.D. dependent var 0.291890
S.E. of regression 0.205289 Akaike info criterion -0.326714
Sum squared resid 60.47593 Schwarz criterion -0.315717
Log likelihood 237.9071 Hannan-Quinn criter. -0.322608
F-statistic 735.0590 Durbin-Watson stat 2.009554
Prob(F-statistic) 0.000000

Null Hypothesis: R_PF has a unit root
Exogenous: Constant
Bandwidth: 19 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

| | Adj. t-Stat | Prob.* |
|--------------------------------|-------------|--------|
| Phillips-Perron test statistic | -40.93103 | 0.0000 |
| Test critical values: | | |
| 1% level | -3.434686 | |
| 5% level | -2.863342 | |
| 10% level | -2.567778 | |

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction) 0.042577
HAC corrected variance (Bartlett kernel) 0.094189

Phillips-Perron Test Equation
Dependent Variable: D(R_PF)
Method: Least Squares
Date: 10/12/20 Time: 22:43
Sample (adjusted): 2/03/2015 8/07/2020
Included observations: 1439 after adjustments

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| R_PF(-1) | -0.999458 | 0.026381 | -37.88606 | 0.0000 |
| C | 0.026247 | 0.005487 | 4.783305 | 0.0000 |

R-squared 0.499713 Mean dependent var -2.84E-05
Adjusted R-squared 0.499365 S.D. dependent var 0.291829
S.E. of regression 0.206485 Akaike info criterion -0.315784
Sum squared resid 61.26830 Schwarz criterion -0.308458
Log likelihood 229.2069 Hannan-Quinn criter. -0.313049
F-statistic 1435.353 Durbin-Watson stat 1.999496
Prob(F-statistic) 0.000000

ANNEXE 11 : Estimation ARMA(1,1) pour l'USD

Dependent Variable: R_USD
Method: Least Squares

Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020
Included observations: 1436 after adjustments
Convergence achieved after 18 iterations
MA Backcast: 2/02/2015

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C | 0.024256 | 0.013147 | 1.844962 | 0.0652 |
| AR(1) | 0.959693 | 0.037335 | 25.70498 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.946304 | 0.043363 | -21.82300 | 0.0000 |

R-squared 0.004462 Mean dependent var 0.027462
Adjusted R-squared 0.003072 S.D. dependent var 0.366336
S.E. of regression 0.365773 Akaike info criterion 0.828478
Sum squared resid 191.7207 Schwarz criterion 0.839487
Log likelihood -591.8475 Hannan-Quinn criter. 0.832589
F-statistic 3.211040 Durbin-Watson stat 2.001408
Prob(F-statistic) 0.040605

| | |
|-------------------|-----|
| Inverted AR Roots | .96 |
| Inverted MA Roots | .95 |

ANNEXE 12 : Test d'hétéroscédasticité pour l'USD

| Heteroskedasticity Test: ARCH | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| F-statistic | 39.02487 | Prob. F(1,1433) | 0.0000 | |
| Obs*R-squared | 38.04331 | Prob. Chi-Square(1) | 0.0000 | |
| Test Equation: | | | | |
| Dependent Variable: RESID^2 | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 11/13/20 Time: 22:28 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/04/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1435 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 0.111706 | 0.009070 | 12.31597 | 0.0000 |
| RESID^2(-1) | 0.162829 | 0.026065 | 6.246989 | 0.0000 |
| R-squared | 0.026511 | Mean dependent var | 0.133460 | |
| Adjusted R-squared | 0.025832 | S.D. dependent var | 0.321432 | |
| S.E. of regression | 0.317253 | Akaike info criterion | 0.543160 | |
| Sum squared resid | 144.2310 | Schwarz criterion | 0.550504 | |
| Log likelihood | -387.7177 | Hannan-Quinn criter. | 0.545902 | |
| F-statistic | 39.02487 | Durbin-Watson stat | 2.038856 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ANNEXE 13 : Estimation ARCH (1) pour l'USD

| Dependent Variable: R_USD | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 27 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.021436 | 0.009078 | 2.361327 | 0.0182 |
| AR(1) | -0.635365 | 0.252354 | -2.517757 | 0.0118 |
| MA(1) | 0.672075 | 0.238461 | 2.818385 | 0.0048 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 0.106173 | 0.002612 | 40.64045 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.224128 | 0.032565 | 6.882561 | 0.0000 |
| R-squared | 0.000054 | Mean dependent var | 0.027462 | |
| Adjusted R-squared | -0.001342 | S.D. dependent var | 0.366336 | |
| S.E. of regression | 0.366582 | Akaike info criterion | 0.789808 | |
| Sum squared resid | 192.5696 | Schwarz criterion | 0.808156 | |
| Log likelihood | -562.0820 | Hannan-Quinn criter. | 0.796658 | |
| Durbin-Watson stat | 2.040231 | | | |
| Inverted AR Roots | -.64 | | | |
| Inverted MA Roots | -.67 | | | |

ANNEXE 14 : Estimation GARCH (1,1) pour l'USD

| Dependent Variable: R_USD Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 Included observations: 1436 after adjustments Convergence achieved after 12 iterations MA Backcast: 2/02/2015 Presample variance: backcast (parameter = 0.7) GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| AR(1) | 0.978836 | 0.010607 | 92.28439 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.948626 | 0.016298 | -58.20477 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 0.001040 | 0.000244 | 4.255207 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.093656 | 0.010127 | 9.248545 | 0.0000 |
| GARCH(-1) | 0.904007 | 0.008183 | 110.4705 | 0.0000 |
| R-squared | -0.000115 | Mean dependent var | | 0.027462 |
| Adjusted R-squared | -0.000812 | S.D. dependent var | | 0.366336 |
| S.E. of regression | 0.366485 | Akaike info criterion | | 0.582890 |
| Sum squared resid | 192.6021 | Schwarz criterion | | 0.601238 |
| Log likelihood | -413.5150 | Hannan-Quinn criter. | | 0.589740 |
| Durbin-Watson stat | 2.026088 | | | |
| Inverted AR Roots | .98 | | | |
| Inverted MA Roots | .95 | | | |

ANNEXE 15 : Estimation EGARCH (2,2) pour l'USD

| Dependent Variable: R_USD Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
|--|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 Included observations: 1436 after adjustments Convergence achieved after 24 iterations MA Backcast: 2/02/2015 Presample variance: backcast (parameter = 0.7) LOG(GARCH) = C(4) + C(5)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(6) *ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(7)*RESID(-1) /@SQRT(GARCH(-1)) + C(8)*LOG(GARCH(-1)) + C(9)*LOG(GARCH(-2)) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.009836 | 0.008419 | 1.168296 | 0.2427 |
| AR(1) | 0.464718 | 0.130500 | 3.561053 | 0.0004 |
| MA(1) | -0.353649 | 0.140748 | -2.512637 | 0.0120 |
| Variance Equation | | | | |
| C(4) | -0.412962 | 0.040712 | -10.14345 | 0.0000 |
| C(5) | 0.231041 | 0.021297 | 10.84871 | 0.0000 |
| C(6) | 0.190821 | 0.021077 | 9.053661 | 0.0000 |
| C(7) | -0.014913 | 0.003832 | -3.891147 | 0.0001 |
| C(8) | -0.017260 | 0.004193 | -4.116148 | 0.0000 |
| C(9) | 0.976440 | 0.004679 | 208.6757 | 0.0000 |
| R-squared | -0.010385 | Mean dependent var | | 0.027462 |
| Adjusted R-squared | -0.011795 | S.D. dependent var | | 0.366336 |
| S.E. of regression | 0.368490 | Akaike info criterion | | 0.568144 |
| Sum squared resid | 194.5799 | Schwarz criterion | | 0.601171 |
| Log likelihood | -398.9275 | Hannan-Quinn criter. | | 0.580475 |
| Durbin-Watson stat | 2.179201 | | | |
| Inverted AR Roots | .46 | | | |
| Inverted MA Roots | .35 | | | |

ANNEXE 16 : Estimation ARMA(1,1) pour l'EUR

| Dependent Variable: R_EUR Method: Least Squares | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 Included observations: 1436 after adjustments Convergence achieved after 16 iterations MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 0.025470 | 0.007159 | 3.557769 | 0.0004 |
| AR(1) | -0.794723 | 0.116055 | -6.847828 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.738369 | 0.129002 | 5.723682 | 0.0000 |
| R-squared | 0.009025 | Mean dependent var | | 0.025464 |
| Adjusted R-squared | 0.007641 | S.D. dependent var | | 0.281188 |
| S.E. of regression | 0.280112 | Akaike info criterion | | 0.294832 |
| Sum squared resid | 112.4370 | Schwarz criterion | | 0.305841 |
| Log likelihood | -208.6893 | Hannan-Quinn criter. | | 0.298942 |
| F-statistic | 6.524988 | Durbin-Watson stat | | 1.914544 |
| Prob(F-statistic) | 0.001510 | | | |
| Inverted AR Roots | -.79 | | | |
| Inverted MA Roots | -.74 | | | |

ANNEXE 17 : Test d'hétéroscédasticité EUR

| Heteroskedasticity Test: ARCH | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| F-statistic | 81.23085 | Prob. F(1,1433) | 0.0000 | |
| Obs*R-squared | 76.98051 | Prob. Chi-Square(1) | 0.0000 | |
| Test Equation: | | | | |
| Dependent Variable: RESID^2 | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 11/13/20 Time: 22:31 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/04/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1435 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 0.060173 | 0.006715 | 8.961401 | 0.0000 |
| RESID^2(-1) | 0.231620 | 0.025699 | 9.012816 | 0.0000 |
| R-squared | 0.053645 | Mean dependent var | | 0.078321 |
| Adjusted R-squared | 0.052985 | S.D. dependent var | | 0.249352 |
| S.E. of regression | 0.242656 | Akaike info criterion | | 0.007051 |
| Sum squared resid | 84.37799 | Schwarz criterion | | 0.014394 |
| Log likelihood | -3.059050 | Hannan-Quinn criter. | | 0.009793 |
| F-statistic | 81.23085 | Durbin-Watson stat | | 2.024723 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ANNEXE 18 : Estimation ARCH (1) Pour l'EUR

| Dependent Variable: R_EUR | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 15 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| AR(1) | 0.977092 | 0.006218 | 157.1399 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.918188 | 0.010631 | -86.37161 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | | | | |
| RESID(-1)^2 | 0.039664 | 0.001178 | 33.68125 | 0.0000 |
| | 0.607002 | 0.044154 | 13.74736 | 0.0000 |
| R-squared | 0.011377 | Mean dependent var | | 0.025464 |
| Adjusted R-squared | 0.010688 | S.D. dependent var | | 0.281188 |
| S.E. of regression | 0.279682 | Akaike info criterion | | 0.073166 |
| Sum squared resid | 112.1701 | Schwarz criterion | | 0.087845 |
| Log likelihood | -48.53339 | Hannan-Quinn criter. | | 0.078647 |
| Durbin-Watson stat | 2.196396 | | | |
| Inverted AR Roots | .98 | | | |
| Inverted MA Roots | .92 | | | |

ANNEXE 19 : Estimation GARCH (1,1) pour l'EUR

| Dependent Variable: R_EUR | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 30 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| AR(1) | 0.982939 | 0.007853 | 125.1711 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.950657 | 0.014272 | -66.61014 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | | | | |
| RESID(-1)^2 | 0.000801 | 0.000159 | 5.025278 | 0.0000 |
| GARCH(-1) | 0.140843 | 0.008982 | 15.68067 | 0.0000 |
| | 0.862244 | 0.007168 | 120.2980 | 0.0000 |
| R-squared | 0.017143 | Mean dependent var | | 0.025464 |
| Adjusted R-squared | 0.016458 | S.D. dependent var | | 0.281188 |
| S.E. of regression | 0.278865 | Akaike info criterion | | -0.104375 |
| Sum squared resid | 111.5159 | Schwarz criterion | | -0.086027 |
| Log likelihood | 79.94136 | Hannan-Quinn criter. | | -0.097525 |
| Durbin-Watson stat | 2.150901 | | | |
| Inverted AR Roots | .98 | | | |
| Inverted MA Roots | .95 | | | |

ANNEXE 20 : Estimation EGARCH(1,1) pour l'EUR

| Dependent Variable: R_EUR | | | | |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 38 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| LOG(GARCH) = C(4) + C(5)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(6)*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(7)*LOG(GARCH(-1)) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.020396 | 0.008812 | 2.314502 | 0.0206 |
| AR(1) | 0.949716 | 0.013423 | 70.75520 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.906887 | 0.022257 | -40.74631 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C(4) | -0.362303 | 0.029942 | -12.10028 | 0.0000 |
| C(5) | 0.326701 | 0.022453 | 14.55036 | 0.0000 |
| C(6) | 0.038680 | 0.015500 | 2.495447 | 0.0126 |
| C(7) | 0.957228 | 0.006126 | 156.2609 | 0.0000 |
| R-squared | 0.017473 | Mean dependent var | 0.025464 | |
| Adjusted R-squared | 0.016102 | S.D. dependent var | 0.281188 | |
| S.E. of regression | 0.278915 | Akaike info criterion | -0.121296 | |
| Sum squared resid | 111.4785 | Schwarz criterion | -0.095609 | |
| Log likelihood | 94.09057 | Hannan-Quinn criter. | -0.111706 | |
| Durbin-Watson stat | 2.174758 | | | |
| Inverted AR Roots | .95 | | | |
| Inverted MA Roots | .91 | | | |

ANNEXE 21 : Estimation GJR-GARCH (1,1) pour l'EUR

| Dependent Variable: R_EUR | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 42 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + C(7)*GARCH(-1) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.020198 | 0.004915 | 4.109435 | 0.0000 |
| AR(1) | -0.996666 | 0.001497 | -665.9957 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.997907 | 0.001024 | 974.5330 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 0.001882 | 0.000308 | 6.108182 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.238216 | 0.023381 | 10.18847 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) | -0.055209 | 0.026006 | -2.122912 | 0.0338 |
| GARCH(-1) | 0.787331 | 0.015968 | 49.30610 | 0.0000 |
| R-squared | -0.000908 | Mean dependent var | 0.025464 | |
| Adjusted R-squared | -0.002305 | S.D. dependent var | 0.281188 | |
| S.E. of regression | 0.281512 | Akaike info criterion | -0.081220 | |
| Sum squared resid | 113.5640 | Schwarz criterion | -0.055533 | |
| Log likelihood | 65.31608 | Hannan-Quinn criter. | -0.071630 | |
| Durbin-Watson stat | 2.049361 | | | |
| Inverted AR Roots | -1.00 | | | |
| Inverted MA Roots | -1.00 | | | |

ANNEXE 22 : Estimation ARMA (1,1) pour le PF

| Dependent Variable: R_PF | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 11/10/20 Time: 15:15 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 10 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 0.026949 | 0.014568 | 1.849888 | 0.0645 |
| AR(1) | 0.976027 | 0.012238 | 79.75672 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.935570 | 0.019831 | -47.17731 | 0.0000 |
| R-squared | 0.033514 | Mean dependent var | | 0.026463 |
| Adjusted R-squared | 0.032165 | S.D. dependent var | | 0.206541 |
| S.E. of regression | 0.203193 | Akaike info criterion | | -0.347238 |
| Sum squared resid | 59.16461 | Schwarz criterion | | -0.336229 |
| Log likelihood | 252.3168 | Hannan-Quinn criter. | | -0.343128 |
| F-statistic | 24.84509 | Durbin-Watson stat | | 2.153692 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |
| Inverted AR Roots | .98 | | | |
| Inverted MA Roots | .94 | | | |

ANNEXE 23 : Test d'hétéroscédasticité PF

| Heteroskedasticity Test: ARCH | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| F-statistic | 112.0754 | Prob. F(1,1433) | 0.0000 | |
| Obs*R-squared | 104.0909 | Prob. Chi-Square(1) | 0.0000 | |
| Test Equation: | | | | |
| Dependent Variable: RESID^2 | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 11/13/20 Time: 22:37 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/04/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1435 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 0.030103 | 0.003602 | 8.357460 | 0.0000 |
| RESID^2(-1) | 0.269334 | 0.025441 | 10.58657 | 0.0000 |
| R-squared | 0.072537 | Mean dependent var | | 0.041207 |
| Adjusted R-squared | 0.071890 | S.D. dependent var | | 0.135496 |
| S.E. of regression | 0.130535 | Akaike info criterion | | -1.232961 |
| Sum squared resid | 24.41736 | Schwarz criterion | | -1.225618 |
| Log likelihood | 886.6498 | Hannan-Quinn criter. | | -1.230220 |
| F-statistic | 112.0754 | Durbin-Watson stat | | 2.007738 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ANNEXE 24 : Estimation ARCH (1) pour le PF

| Dependent Variable: R_PF | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 40 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.018797 | 0.004093 | 4.592693 | 0.0000 |
| AR(1) | -0.857742 | 0.034733 | -24.69500 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.768145 | 0.048517 | 15.83249 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 0.024283 | 0.000549 | 44.21309 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.475695 | 0.039893 | 11.92434 | 0.0000 |
| R-squared | -0.003553 | Mean dependent var | 0.026463 | |
| Adjusted R-squared | -0.004954 | S.D. dependent var | 0.206541 | |
| S.E. of regression | 0.207052 | Akaike info criterion | -0.505556 | |
| Sum squared resid | 61.43368 | Schwarz criterion | -0.487208 | |
| Log likelihood | 367.9894 | Hannan-Quinn criter. | -0.498706 | |
| Durbin-Watson stat | 1.811035 | | | |
| Inverted AR Roots | -.86 | | | |
| Inverted MA Roots | -.77 | | | |

ANNEXE 25 : Estimation GARCH (1,1) pour le PF

| Dependent Variable: R_PF | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution | | | | |
| Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020 | | | | |
| Included observations: 1436 after adjustments | | | | |
| Convergence achieved after 18 iterations | | | | |
| MA Backcast: 2/02/2015 | | | | |
| Presample variance: backcast (parameter = 0.7) | | | | |
| GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1) | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
| C | 0.015883 | 0.003145 | 5.050257 | 0.0000 |
| AR(1) | -0.762585 | 0.155590 | -4.901252 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.711961 | 0.169584 | 4.198277 | 0.0000 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 0.000642 | 0.000130 | 4.947546 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.185815 | 0.016383 | 11.34190 | 0.0000 |
| GARCH(-1) | 0.823124 | 0.011935 | 68.96542 | 0.0000 |
| R-squared | 0.001241 | Mean dependent var | 0.026463 | |
| Adjusted R-squared | -0.000153 | S.D. dependent var | 0.206541 | |
| S.E. of regression | 0.206557 | Akaike info criterion | -0.707837 | |
| Sum squared resid | 61.14024 | Schwarz criterion | -0.685819 | |
| Log likelihood | 514.2270 | Hannan-Quinn criter. | -0.699617 | |
| Durbin-Watson stat | 1.879936 | | | |
| Inverted AR Roots | -.76 | | | |
| Inverted MA Roots | -.71 | | | |

ANNEXE 26 : Estimation EGARCH (1,1) pour le PF

Dependent Variable: R_PF
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020
Included observations: 1436 after adjustments
Convergence achieved after 29 iterations
MA Backcast: 2/02/2015
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
LOG(GARCH) = C(4) + C(5)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(6)
*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(7)*LOG(GARCH(-1))

| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C | 0.030663 | 0.012319 | 2.489013 | 0.0128 |
| AR(1) | 0.980134 | 0.006974 | 140.5443 | 0.0000 |
| MA(1) | -0.938902 | 0.014940 | -62.84488 | 0.0000 |

Variance Equation

| | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|------|-------------|------------|-------------|--------|
| C(4) | -0.307340 | 0.024306 | -12.64449 | 0.0000 |
| C(5) | 0.281397 | 0.018790 | 14.97623 | 0.0000 |
| C(6) | 0.045650 | 0.012022 | 3.797258 | 0.0001 |
| C(7) | 0.971233 | 0.004144 | 234.3829 | 0.0000 |

| | | | |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| R-squared | 0.033335 | Mean dependent var | 0.026463 |
| Adjusted R-squared | 0.031986 | S.D. dependent var | 0.206541 |
| S.E. of regression | 0.203211 | Akaike info criterion | -0.751213 |
| Sum squared resid | 59.17551 | Schwarz criterion | -0.725526 |
| Log likelihood | 546.3711 | Hannan-Quinn criter. | -0.741623 |
| Durbin-Watson stat | 2.154945 | | |

| | |
|-------------------|-----|
| Inverted AR Roots | .98 |
| Inverted MA Roots | .94 |

ANNEXE 27 : Estimation GJR-GARCH (1,1) pour le pf

Dependent Variable: R_PF
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Sample (adjusted): 2/03/2015 8/04/2020
Included observations: 1436 after adjustments
Convergence achieved after 19 iterations
MA Backcast: 2/02/2015
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) +
C(7)*GARCH(-1)

| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C | 0.017932 | 0.003830 | 4.682066 | 0.0000 |
| AR(1) | -0.764275 | 0.154793 | -4.937387 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.714383 | 0.168490 | 4.239913 | 0.0000 |

Variance Equation

| | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|---------------------------|-------------|------------|-------------|--------|
| C | 0.000742 | 0.000147 | 5.049473 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.221889 | 0.021597 | 10.27400 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) | -0.071180 | 0.020048 | -3.550557 | 0.0004 |
| GARCH(-1) | 0.818348 | 0.011939 | 68.54539 | 0.0000 |

| | | | |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| R-squared | 0.002266 | Mean dependent var | 0.026463 |
| Adjusted R-squared | 0.000873 | S.D. dependent var | 0.206541 |
| S.E. of regression | 0.206451 | Akaike info criterion | -0.710849 |
| Sum squared resid | 61.07748 | Schwarz criterion | -0.685162 |
| Log likelihood | 517.3899 | Hannan-Quinn criter. | -0.701259 |
| Durbin-Watson stat | 1.883250 | | |

| | |
|-------------------|------|
| Inverted AR Roots | -.76 |
| Inverted MA Roots | -.71 |