

Thème : Évaluation stochastique des provisions pour sinistre à payer d'une assurance non vie sous la directive solvabilité II

Liste des figures

Figure 1 : Illustration simplifiée du bilan de la solvabilité II.....	27
Figure 2 : Trois piliers	34
Figure 3 : Schéma du déroulement des PSAP	51
Figure 4 : Facteurs de développement en fonction des années de développement.....	75
Figure 5 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance (AM)	77
Figure 6 : C-C plot pour $j = 1$	77
Figure 7 : C-C plot pour $j = 2$	78
Figure 8 : D-Triangle pour $j = 1,2,3$	79
Figure 9 : Les nuages des $C ; j+1$ en fonction des $C ; j$ pour $j = 1$ à gauche, et $j = 2$ à droite	81
Figure 10 : Les facteurs de développement individuels de Mack (hypothèse H2)	82
Figure 11 : La dispersion les résidus de Mack	82
Figure 12 : Liste de graphiques de distribution boot Mack.....	86
Figure 13 : Liste de graphiques de distribution boot chain-Ladder	86
La figure 14: La fonction de répartition de provisions prévisionnelles en noire et l'ajustement à une loi gamma en rouge.....	88
Figure 15 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance	89
Figure 16 : Q-Q plot sur les résidus des deux modèles de poisson et Gamma successives.....	90
Figure 17 : Les distributions des provisions bootstrap Poisson et Gamma successives	98
Figure 18 : Évolution des paiements cumulés de triangle automobile corporelle par année de survenance avec une ligne par période d'origine	100
Figure 19 : Évolution des paiements cumulés automobile corporel par année de survenanc.....	101
Figure 20 : Histogramme des provisions CLS.....	103
Figure 21 : Histogramme des provisions CLQ.....	106
Figure 22 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance	109
Figure 23 : la liste de graphiques de distribution boot Mack	110
Figure 24 : Q-Q plot sur les résidus de Pearson du modèle de poisson.....	111
Figure 25 : Q-Q plot sur résidus les de Pearson du modèle du Gamma	112
Figure 26 : Liste de graphiques de distribution bootchainladder	121
Figure 27: Provisions bootstrap Poisson sur-dispersé.....	123
Figure 28: Provisions bootstrap Gamma	123

Liste des tableaux

Tableau 1: Triangle des règlements	72
Tableau 2 : Triangle des règlements cumulés de l'automobile matériel	73
Tableau 3 : Facteurs de développement LAMBDA exprimés en cadence de règlement par rapport à la charge ultime, en cumulé GAMMA, puis en incréments PHI.....	74
Tableau 4 : Triangle des règlements complétés (projetés) de l'automobile matériel	76
Tableau 5 : D-Triangle.....	79
Tableau 6: Observation via des données statistiques du D-Triangle	80
Tableau 7: résultats d'estimation de Mack.....	85
Tableau 8 : résultats d'estimation de boot Chain-Ladder	87
Tableau 9 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k de Poisson	91
Tableau 10: Les règlements projetés de Poisson	93
Tableau 11 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k de Gamma.....	94
Tableau 12: Les règlements projetés de Gamma	96
Tableau 13 : La PSAP du modèle de Gamma.....	96
Tableau 14 : Les quantiles de distributions de Poisson.....	97
Tableau 15 : Les quantiles de distributions de Poisson.....	97
Tableau 16 : Les montants de PSAP de différents modèles appliqués sur la branche auto matériel.	100
Tableau 17 : Facteur de développement CR	101
Tableau 18 : Triangle des règlements projetés CLS.....	102
Tableau 19 : Provisions CLS	103
Tableau 20 : Facteur de développement CLQ.....	104
Tableau 21 : Triangle des règlements projetés CLQ.....	104
Tableau 22 : Provisions CLQ	105
Tableau 23 : résultats d'estimation de Mack	107
Tableau 24 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k	113
Tableau 25 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k	115
Tableau 26 : La PSAP du modèle Poisson	116
Tableau 27: La PSAP du modèle Gamma.....	117
Tableau 28: Les quantiles c ("gamma", "od.pois")	119
Tableau 29 : Les quantiles de distribution.....	120
Tableau 30 : Quantiles de distributions Poisson sur-dispersé.....	122
Tableau 31: Quantiles de distributions Gamma	122
Tableau 32 : Best Estimate	125
Tableau 33: Les résultats des estimations de triangle de charge automobile corporel par méthode de calcul.....	128

Table des matières

Introduction générale.....	7
Partie 1 : Revue de la littérature du provisionnement en assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II	11
Partie 1 : La revue de la littérature du provisionnement en assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II.....	12
Chapitre 1 : La revue de la littérature	13
Section 1 : La revue de la littérature des techniques de provisionnement.....	13
Section 2 : La revue de la littérature du provisionnement sous normes de solvabilité II	20
Chapitre II : Le provisionnement en assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II.....	25
Section 1 : Le risque provisionnement	26
1.1. Les principes généraux des provisions techniques	26
1.2. La définition des provisions techniques	27
1.2.1. Définition de la PPNA	28
1.2.2. La définition de la PREC.....	28
1.2.3. La définition de la PSAP.....	28
1.3. Les méthodes réglementaires des provisions techniques	29
1.3.1. La PPNA	29
1.3.2. La PREC	29
1.3.3. La PSAP	29
Section 2 : Les normes de solvabilité	30
2.1. Le cadre théorique	30
2.2. Le cadre réglementaire internationale.....	31
2.2.1. La solvabilité I	32
2.2.2. La solvabilité II	32
2.2.2.1. Les objectifs.....	32
2.2.2.2. Les acteurs.....	32
2.2.2.3. Les trois piliers.....	33
2.2.2.4. Les QIS	34
2.3. Le cadre réglementaire Tunisien	35
2.3.1. Le contrôle des compagnies d'assurance du nouveau projet du CGA.....	35
2.3.2. Les normes comptables 29 : les provisions techniques dans les entreprises d'assurances et / ou de réassurance (Provision pour sinistres à payer)	40

2.3.2.1 Les définitions propres à l'assurance non –vie : Provision pour sinistres à payer	40
2.3.2.2 Les principes d'évaluation des provisions techniques en assurance non –vie : Provision pour sinistres à payer	41
2.4. Les principes généraux du Best Estimate et de la marge de risque	42
2.4.1. La définition du best Estimate	42
2.4.1.1. La première partie de la définition	43
2.4.1.2 La deuxième partie de la définition	44
2.4.1.3 Le règlement du best estimate	44
2.4.1.3 La formule du Best Estimate	46
2.4.2. La marge de risque	46
2.4.3. La Cohérence du BE et MR	48
2.4.4. Les données statistiques utilisées pour calcul du BE et MR	48
Partie 2 : Le provisionnement (PSAP) via des modèles non stochastiques et stochastiques	50
Chapitre 1 : Les techniques de Provision pour Sinistres à Payer « PSAP »	50
Section 1 : La stratégie adoptée pour la PSAP	51
1.1. La définition de la PSAP	51
1.2. La composition de la PSAP	51
1.3. Le cadre théorique	53
1.4. L'évaluation des PSAP selon la directive de la solvabilité II	54
1.5. L'art du calcul des provisions (PSAP)	56
Section 2 : La méthodologie d'évaluation des PSAP	58
2.1. Les méthodes d'évaluation des PSAP	58
2.2. La méthodologie de travail	63
2.3. La base des données	67
2.4. Les logiciels de travail	67
Parti 3 : étude pratique	69
Section 1 : L'étude des PSAP des sinistres Automobile matériel	71
1.1. L'application de la méthode déterministe de Chain-Ladder	71
1.1.1 L'application et le calcul de la PSAP	71
1.1.2 La validation des hypothèses	77
2. L'application des méthodes stochastiques	80
2.1. L'application de la méthode de Mack	80
2.2. La méthode du bootstrap « Chain-Ladder »	86
Figure 12 : Liste de graphiques de distribution boot chain-Ladder	86
2.3. La méthode GLM (Modèle Linéaire Généralisé)	89
2.3.1. Le modèle de Poisson sur-dispersé	91

2.3.2. Le modèle Gamma.....	94
2.3.3. Le « Bootstrap » par GLM.....	97
Conclusion	99
Section 2 : L'étude des PSAP de l'automobile corporel	100
2.1. L'application de la méthode déterministe de Chain-Ladder	100
2.1.1 La méthode Chain- Ladder standard (CLS)	101
2.1.2 La méthode Chain Ladder basée sur le facteur de queue (CLQ)	104
2.2. L'application des méthodes stochastiques	107
2.2.1. Application de la méthode de Mack.....	107
2.2.2. La méthode du Modèle Linéaire Généralisé GLM.....	110
2.2.2.1. La validation des hypothèses GLM	111
2.2.2.1. L'adéquation des modèles GLM	113
2.2.2.1.1 Le modèle Poisson sur-dispersé	113
2.2.2.1.2 Le modèle Gamma.....	115
2.2.2.1.2. La PSAP par les modèles GLM	116
2.2.2.1.2.1. La PSAP du modèle Poisson.....	116
2.2.2.1.2.1. La PSAP du modèle Gamma	117
2.2.3.2 Le « Bootstrap » par GLM.....	121
Conclusion	123
Section 3 : Les résultats des estimations du risque de.....	124
Provisionnement des sinistres.....	124
1. Interprétations des résultats et commentaires	124
2. Les résultats des estimations de triangle de charge automobile corporel	127
Conclusion	134
Commentaires des résultats.....	135

Introduction générale

Dans le cadre d'un projet d'application des nouvelles normes de solvabilité II en Tunisie. Le comité général des assurances accorde beaucoup d'importance pour étudier les principes et les réglementations de ces exigences. Le CGA cherche l'amélioration de la réputation du secteur et la convergence vers les normes internationales pour la maîtrise des risques et le respect des mesures prudentielles, plus particulièrement la Solvabilité II. Le but est l'amélioration du système de suivi des plans de sauvetage des compagnies en difficultés. L'autorité prend en considération l'organisation du domaine d'intervention des actuaires et des techniques actuarielles en matière de supervision de l'activité des entreprises d'assurance. Elle est tenue d'identifier des préalables nécessaires et des modes opérationnels pour la mise en place des règles de solvabilité II. Cette approche donne la possibilité de renforcer le contrôle et la supervision du secteur d'assurance.

En suivant les recherches scientifiques et les directives de la solvabilité II. Les provisions techniques pour sinistres à payer (PSAP) dans l'assurance non vie présentent le montant le plus important dans le bilan. L'obligation d'une évaluation très précise est nécessaire. Cette évaluation des provisions nécessite différentes méthodes d'estimations. Il existe plusieurs méthodes déterministes qui permettent d'identifier un estimateur du niveau des provisions nécessaires mais ne fournissent aucune information sur la distribution sous-jacente des réserves. Parmi ces méthodes classiques, il est utile de mentionner celle de Chain Ladder qui estime une cadence moyenne de développement à partir des données historiques. Il y'a aussi les méthodes stochastiques qui proposent, au-delà de la simple estimation du montant des réserves, l'estimation de leur variabilité. En effet, une détermination d'une distribution prédictive complète peut être obtenue sous certaines conditions. Dans certains pays, la réglementation exige de connaître des informations sur la volatilité de l'estimation obtenue. En Europe, par exemple, les nouvelles normes comptables liées à IFRS phase II rendront nécessaire l'évaluation de cette volatilité. En Australie, la réglementation impose aux compagnies d'assurances non-vie de provisionner à un niveau de confort de 75 %. Les méthodes les plus couramment utilisées de cette évaluation sont :

- La méthode de Mack qui permet d'obtenir des résultats identiques à ceux de Chain Ladder, en matière de mesures des variabilités mais pas en matière de détermination de leur distribution ;

• La méthode Bootstrap est un processus de ré-échantillonnage qui permet de déduire une distribution sous-jacente des réserves à constituer.

Eu égard aux différentes approches déterministes et stochastiques, notre problématique consiste à chercher, quelle estimation au mieux des réserves à priori pour les sinistres enregistrés et les sinistres à venir (potentiels, futurs) pour les compagnies d'assurance en Tunisie en comparant les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques : BEST ESTIMATE ?

Dans ce contexte notre objectif se propose d'étudier, d'analyser et d'interpréter l'impact de l'application des nouvelles normes de solvabilité II sur l'évaluation des provisions techniques par rapport aux normes Tunisiennes

Alors la présente recherche portera sur une approche qui permet de :

Trouver les modèles pertinents pour évaluer le montant des provisions pour sinistres à payer (PSAP) en s'appuyant sur la littérature des chercheurs dans ce domaine et sur les normes de la solvabilité II.

Expliquer l'efficacité de l'application des modèles stochastiques par rapport aux modèles déterministes pour quantifier l'incertitude (le risque de provisionnement) liée à l'estimation.

Pour atteindre notre objectif nous proposons les questions suivantes :

- 1- Quelle est le risque de provisionnement, quelles sont ces composantes et ces caractéristiques ?
- 2- Comment les normes de solvabilité II traitent le risque de provisionnement ?
- 3- Quelle est la logique du Best Estimate (BE) et de la marge de risque (MR) ?
- 4- Quid des provisions pour sinistres à payer et quel est leur rôle dans le bilan de la compagnie d'assurance ?
- 5- Dans quelle mesure les méthodes d'estimation (stochastique ou non) sont précises pour l'estimation de cette provision ?

L'application des méthodes stochastiques pour le calcul des PSAP permet-elle de quantifier l'incertitude de l'estimation et d'assurer une pertinence en assurance non vie ?

Comment appliquer les méthodes stochastiques ?

Hypothèse 1 : Les méthodes déterministes connus peuvent-elles être remplacées par les méthodes stochastiques ?

L'application des méthodes stochastiques est-elle bénéfique ?

Hypothèse 2 : Quel est le degré de pertinence en cas d'application des méthodes stochastiques pour le calcul des provisions techniques en assurance non vie ?

6- Les compagnies d'assurances peuvent-elles suivre les nouvelles exigences qui impliquent la mise en place des provisionnements stochastiques : Applications de quelques méthodes présentées sur des données réelles provenant d'une compagnie d'assurance ?

Pour ce faire, la présente recherche adopte une méthodologie qui consiste à appliquer la méthode de triangles des sinistres. Les triangles contiennent l'évolution agrégée de la sinistralité par exercice et par âge de développement. L'analyse du comportement de la sinistralité à partir des triangles suppose le regroupement d'affaires ayant des caractéristiques communes.

La segmentation : La constitution des provisions nécessite l'évaluation de la totalité des engagements. Le portefeuille doit ainsi être segmenté en une partition garantissant l'homogénéité et l'exhaustivité.

Dans cette méthodologie il est question de :

Classer l'historique des règlements des sinistres par année de survenance du sinistre et nombre d'années entre le règlement et la survenance dans un tableau à double entrée (pour la branche automobile matérielle et corporelle).

Appliquer un algorithme de projection des règlements à venir basés sur les cadences de règlement passés.

Cette méthodologie exploite quelques programmation sous le logiciel R, surtout le Package Chain-Ladder, boot, MASS, cplm, actuar. La vérification des calculs se fonde sur les méthodes adoptées par Excel pour savoir la pertinence des méthodes stochastiques.

En s'appuyant sur la littérature des chercheurs dans ce domaine et sur les normes de la solvabilité II, il y a lieu de mesurer la pertinence et l'efficacité des modèles stochastiques par une simple comparaison par rapport à la méthode Chain-Ladder et par rapport à un calcul manuel sur Excel. Il sera procédé de mettre en évidence les résultats de PSAP et de voir s'il y a un rapprochement entre les modèles appliqués, et ce dans le but de confirmer ou infirmer l'efficacité et la pertinence de ces méthodes.

Aussi serait-il possible de porter un jugement, sur la précision de l'estimation (stochastique ou non) pour la prévision de la PSAP ?

Et ce que la quantification de l'incertitude (le risque de provisionnement) liée à l'estimation est envisageable ?

En effet, les techniques de ré-échantillonnage et le bootstrap peuvent permettre de déterminer les erreurs de prédiction par différentes combinaisons, ainsi que la marge de risque possible par la comparaison des quantiles au niveau de 75%,95%,99% et 99,5%.

La programmation de processus de distribution, peut faciliter le développement méthodologique. Il y a lieu de souligner que la mesure de la marge de prudence par rapport à la PSAP peut permettre d'orienter l'assureur vers la politique de prudence vis-à-vis de son portefeuille.

L'essai d'application de ces méthodes, vis-à-vis du secteur des assurances, par l'autorité de tutelle permettrait d'assurer de meilleures pratiques et conformité aux exigences prudentielles et une bonne orientation du secteur surtout dans quelques branches dominantes et en quête d'équilibre comme la branche automobile.

Le plan du travail de cette recherche est composé de deux parties dont chacune est composée de deux chapitres :

Partie 1 : Revue de la littérature du provisionnement en assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II

Chapitre 1 : La revue de la littérature.

Chapitre 2 : Le provisionnement dans l'assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II : ce chapitre comporte quelques notions théoriques de l'assurance non-vie, pour mieux cerner le domaine de l'assurance et pour bien comprendre son fonctionnement pour pouvoir assimiler la suite du travail (Réponse aux questions 1, 2 et 3).

Partie 2 : Le provisionnement (PSAP) via des modèles non stochastiques et stochastiques

Chapitre 1 : Le provisionnement (PSAP) sous la solvabilité II via des modèles non stochastiques et stochastiques (réponse aux questions 4 et 5).

Chapitre 2 : Evaluation du provisionnement (PSAP) via des modèles (non)stochastiques sur des données réelles (réponse à la question 6). Ce chapitre contient :

- L'étude stochastique des PSAP de l'automobile matériel.
- L'étude stochastique des PSAP de l'automobile corporel.
- Les résultats des estimations du risque de provisionnement des sinistres.

**Partie 1 : La revue de la littérature du
provisionnement en assurance non-vie entre
solvabilité I et solvabilité II**

Chapitre 1 : La revue de la littérature

Au cours des dernières décennies, les universitaires et les professionnels du secteur ont étudié de manière approfondie différents modèles d'estimation. L'intérêt pour les modèles stochastiques a dépassé celui des modèles déterministes, passant de simples estimations ponctuelles à une approximation des distributions de probabilité, permettant de calculer les caractéristiques de l'objet examiné avec une meilleure compréhension de la nature du phénomène. La demande de prévisions incorporées dans des formes distributives plutôt que dans des estimations ponctuelles a augmenté rapidement en même temps que la croissance de la puissance de calcul qui permet simultanément la mise en œuvre pragmatique d'algorithmes de type Monte Carlo. Cet intérêt croissant est apparu non seulement dans le domaine des assurances, mais aussi dans plusieurs autres disciplines, comme la météorologie ou la finance. Nous citons dans ce cas quelques études qui peuvent nous concourir pour le traitement de notre problématique.

Section 1 : La revue de la littérature des techniques de provisionnement

Le domaine d'assurance est riche en matière de travaux de provisionnement. Le choix de ces articles est arbitraire. Il est effectué d'une manière qui s'adapte à notre travail. Après une recherche avancée on a choisi les articles suivants :

Norberg, R. en 1993 dans son article « Prediction of Outstanding Liabilities in Non-Life Insurance » étudie le problème de la prévision de la responsabilité totale d'une compagnie d'assurance non-vie qui est abordé de manière tout à fait continue dans le temps. Il suppose que les sinistres sont générés par un processus de Poisson marqué non homogène, les marques représentant l'évolution des sinistres individuels. Un premier résultat de base est que le montant total des sinistres suit une distribution de Poisson généralisée. En fixant le moment de l'examen, les sinistres sont classés en sinistres réglés, sinistres déclarés mais non réglés, sinistres encourus mais non déclarés et sinistres couverts mais non encourus. Il est prouvé que ces quatre catégories de réclamations peuvent être considérées comme résultant de processus de Poisson marqués indépendants. En utilisant cette décomposition, les prédicteurs de résultats sont construits pour toutes les catégories de réclamations en cours. Le processus de réclamation

peut dépendre de caractéristiques de risques observables et non observables qui peuvent changer au cours du temps, éventuellement de manière aléatoire. Une attention particulière est accordée au cas où l'intensité des sinistres par unité de risque est un processus stochastique stationnaire. Une théorie de la prédiction linéaire continue est instrumentale.

Verdonck, T, VanWouwe M et Dhaene, J. en 2009 mentionnent dans leur étude « A Robustification of the Chain-Ladder Method » que dans une activité d'assurance non-vie, un assureur doit souvent constituer une réserve pour pouvoir faire face à ses obligations futures découlant de sinistres survenus mais non encore déclarés. Pour prévoir ces provisions pour sinistres dans l'assurance, généralement la méthode classique de chain-ladder est acceptée grâce à son un algorithme simple. Les recherches récentes ont essentiellement porté sur le modèle sous-jacent pour que les réserves pour sinistres atteignent des limites appropriées pour les estimations des réserves pour sinistres futurs. Ces recherches se concentrent sur des scénarios avec des données aberrantes. Un examen plus approfondi montre que les prévisions des provisions pour sinistres futures sont très dépendantes des observations.

Le document se concentre sur deux approches pour justifier la méthode de chain-ladder :

- La première méthode détecte et ajuste les valeurs extrêmes.
- La seconde méthode est basée sur une technique robuste de modèle linéaire généralisé.

De cette manière, les assureurs pourront trouver une réserve similaire à celle qu'ils auraient trouvée si les données ne contenaient pas de valeurs aberrantes. Comme la méthode robuste signale les valeurs aberrantes, il est possible d'examiner ces observations en vue d'un examen plus approfondi. Pour obtenir les erreurs types correspondantes, la technique du bootstrapping est appliquée. La méthode robuste de chain-ladder est appliquée aux triangles de ruissellement avec et sans valeurs aberrantes, ce qui montre son excellente performance.

Dans leur article, il est illustré que les réserves pour sinistres à payer par la méthode de chain-ladder sont fortement affectées par des valeurs aberrantes. Souvent, les valeurs aberrantes conduisent à une surestimation de l'estimation de la réserve totale, ce qui oblige la compagnie d'assurance à mettre de côté plus que ce qui est réellement nécessaire. En fonction de la localisation de la ou des valeurs aberrantes, il peut également arriver que la compagnie d'assurance sous-estime l'estimation de la réserve totale (ce qui peut conduire à la faillite dans le pire des cas).

Pour résoudre ce problème, ils proposent une méthode robuste qui permet de calculer la réserve totale de manière à ce que les valeurs aberrantes soient détectées et ajustées dans le triangle de liquidation des réserves pour sinistres. La détection des valeurs aberrantes est importante dans la pratique, car un examen plus approfondi de ces observations atypiques peut révéler des informations importantes. Une autre approche pour obtenir des estimations de réserves moins influencées par les valeurs aberrantes consiste à mettre en œuvre une technique robuste de modèle linéaire généralisé.

En plus des estimations des réserves, il est intéressant d'obtenir l'écart-type, qui est une mesure de la dispersion. Lorsqu'il est difficile d'estimer un écart-type de manière analytique, il est courant d'adopter la technique du bootstrap. L'estimation de l'erreur standard de l'estimation robuste de la chaîne de réserve est calculée à l'aide d'une technique de bootstrapping légèrement modifiée (Stromberg 1997). Des exemples numériques montrent une excellente performance de la méthode robuste de chain-ladder. L'application de triangles d'écoulement réellement d'une branche d'assurance non-vie. En Belgique, il est montré clairement que la technique robuste proposée est utile pour mieux comprendre les provisions pour sinistres à étudier et les valeurs aberrantes (cachées) et aussi pour constituer une provision plus réaliste. La performance diagnostique de la méthode robuste augmente lorsqu'elle est utilisée en plus de l'approche classique.

La méthode robuste de chain-ladder peut être facilement mise en œuvre et ne nécessite aucune connaissance des méthodes stochastiques et des modèles linéaires généralisés. Et tous les programmes sont écrits dans le programme statistique R.

Bernardo K. Pagnoncelli and Steven Vanduffel en 2012 développent quelques idées dans l'article « A provisioning problem with stochastic payments ». Ils affirment que le problème de déterminer l'exigence minimale que l'on doit établir afin de répondre à une série de futurs paiements aléatoires. Ils ont montré dans un cadre très général que ce problème peut être refondu sous la forme d'un modèle à contraintes aléatoires et comment la technique de l'échantillonnage moyen peut être utilisée pour trouver des solutions. Ils utilisent également une théorie pour analyser les approximations analytiques dans un cadre gaussien restreint. Leur illustrations numériques démontrent que la moyenne approximative de l'échantillon est un moyen viable et efficace de résoudre le problème énoncé en général et surpasse les approximations analytiques. En passant, ils présentent un résultat lié au célèbre lemme de Stein (Stein, 1981) et qui présente un intérêt en soi. Ils proposent un problème de

provisionnement avec des paiements stochastiques en utilisant une programmation contrainte par hasard. Pour eux, le Sample Average Approximation (SAA) est un moyen viable et efficace de résoudre le problème.

Jinlong Huang, Xianyi Wu, Xian Zhou en 2015 proposent leur travail « Asymptotic behaviors of stochastic reserving ». Ils étudient les comportements asymptotiques des réserves pour pertes calculées par la méthode des données individuelles et ses versions de données agrégées par les algorithmes Chain-Ladder et Bornhuetter-Ferguson . Il est montré que tous les écarts des trois réserves par rapport à la réserve pour pertes individuelles (la projection du passif en cours sur les données individuelles) convergent faiblement vers une distribution normale à moyenne zéro. Les formes analytiques des variances asymptotiques sont dérivées et comparées par des exemples analytiques et numériques. Les résultats montrent que la méthode individuelle a la plus petite variance asymptotique, suivie par l'algorithme BF, et l'algorithme CL a la plus grande variance asymptotique. Leur document a étudié jusqu'à présent la faible convergence des réserves de pertes individuelles, de CL et de BF déduites du même modèle de données individuelles discuté dans Huang et al. (2015). Comme dans Huang et al. (2015), ils ont considéré le cas où un sinistre n'est payé qu'une seule fois lors du règlement, ce qui nous permet de montrer une image claire de l'avantage que l'on peut tirer de l'utilisation de données individuelles par rapport aux données agrégées correspondantes dans les techniques classiques du triangle des flux.

Si l'hypothèse d'un paiement unique est judicieuse dans de nombreuses pratiques d'assurance réelles, telles que l'assurance automobile, l'assurance de biens et l'assurance hypothécaire, et si les résultats peuvent trouver des applications directes, c'est principalement pour des raisons de simplicité théorique, afin de pouvoir obtenir des résultats mathématiquement exploitables. Cette simplification est généralement nécessaire pour la recherche théorique, du moins pour explorer des lois inconnues dans un premier temps, comme l'ont fait un certain nombre de chercheurs, voir par exemple Martínez-Miranda, Nielsen et Verrall (2012 ; 2013). L'un des futurs sujets de recherche stimulants serait d'étudier les modèles permettant des paiements multiples pour chaque demande, ce qui peut se produire, par exemple, dans le domaine de l'assurance maladie et de l'assurance de protection des revenus.

Cherif el Msiyah en 2016 fait une étude intitulé « modélisation stochastique de risque technique d'assurance non vie : application a une ligne d'activité et mesure annuelle de risque ». Dans son article, il annonce le démarche suivant« étudier l'approche annuelle de techniques de

mesure de risque en assurance non vie et les modèles stochastiques qui peuvent être utilisés pour l'évaluation du capital économique de ces risques. Nous traitons séparément les risques de provision et de souscription et nous proposons une application sur une ligne d'activité pour l'évaluation de ces risques »¹.

Il démontre qu'« au niveau global d'une société d'assurance non vie, l'évaluation du risque et du capital doit tenir compte de la diversification des portefeuilles en termes de nature d'activité des différentes branches et d'implantation géographique de l'assureur. On peut distinguer la diversification à l'intérieur de chaque branche ou ligne d'activité et celle qui peut être créée par l'exercice d'une activité qui couvre différentes branches. Sous Solvabilité II, le risque de souscription et le risque de réserve sont combinés au niveau des lignes d'activités en prenant en compte des effets de diversification inter-LOB. Les risques sont ensuite agrégés à travers les lignes d'activités pour prendre en compte la diversification qui peut résulter la corrélation imparfaite des LOB et la distribution géographique de l'activité de l'assureur »².

Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb en 2016, dans leur étude. « Assessing inflation risk in non-life insurance », montrent que le risque d'inflation est très important pour les activités à long terme des assureurs non-vie et peut avoir un impact majeur sur les provisions pour sinistres. Dans leur article, ils étudient de manière empirique l'inflation des sinistres, en mettant l'accent sur l'assurance responsabilité civile automobile, à partir d'un ensemble de données fournies par une grande compagnie d'assurance non-vie allemande. L'objectif est d'obtenir des informations empiriques sur les facteurs de risque de l'inflation des sinistres et son impact sur les provisions. À cette fin, ils utilisent une analyse de régression multiple par étapes pour identifier les facteurs pertinents sur la base d'indices économiques liés aux coûts de santé et aux prix à la consommation, entre autres. En outre, ils étudient l'impact de la prévision (implicite et explicite) des effets de l'inflation de l'année civile sur les provisions pour sinistres

¹Cherif el Msiyah (2016). Modélisation stochastique de risque technique d'assurance non vie : application a une ligne d'activité et mesure annuelle de risque. Assurances et gestion des risques, Vol. 83 (1-2).

²Cherif el Msiyah (2016). Modélisation stochastique de risque technique d'assurance non vie : application a une ligne d'activité et mesure annuelle de risque. Assurances et gestion des risques, Vol. 83 (1-2).

en utilisant des modèles d'inflation stochastiques. Leurs résultats montrent que les facteurs d'inflation des sinistres peuvent varier considérablement selon les secteurs d'activité et soulignent l'importance de traiter explicitement l'inflation (stochastique) des sinistres lors du calcul des réserves.

Monika Hudakova; Jozef Adamko en 2017 cherchent dans leur article « Technical reserves in insurance and Slovak insurance market » le mécanisme de contrôle basé sur la constitution des provisions techniques. Ils montrent que les provisions techniques en assurance sont utilisées comme méthodes mathématiques et statistiques de calcul des caractéristiques de base. L'estimation de tendance paramétrique utilise la méthode des moindres carrés connue par l'analyse de régression. Le point de départ de l'analyse est un ensemble de données publiées par la Banque nationale de Slovaquie pour la période 2004-2014. L'identification de la tendance de l'assurance technique dans le domaine de l'assurance vie et non-vie en République slovaque pour la période 2004-2014 a été réalisée en tenant compte de trois types de base de séries chronologiques (linéaire, quadratique et exponentielle) ainsi que des caractéristiques de base des assurances techniques ont été découvertes afin de créer un modèle de tendance linéaire jusqu'en 2017. Les prévisions de l'assurance technique en assurance vie et non-vie pour 2013-2017 ont été élaborées. Les résultats montrent que la rentabilité du secteur des assurances n'a pas fondamentalement changé ces derniers temps et est restée suffisante. La solvabilité des compagnies d'assurance a augmenté de manière significative en raison des bénéfices de la réévaluation des papiers commerciaux du portefeuille de vente. En assurance-vie, la croissance de la prime technique se poursuit, même si sa structure a changé. En assurance non-vie, les tendances négatives se poursuivent en assurance automobile. Ils concluent qu'en raison d'une compétitivité accrue, l'assurance affiche une tendance à la baisse et la rentabilité dans le secteur de l'assurance est plus faible, cependant, les primes d'assurance restent suffisantes.

Liivika Tee, Meelis Käärrik and Rauno Viin en 2017 présentent un travail sous le nom « On Comparison of Stochastic Reserving Methods with Bootstrapping ». Ils prennent en considération les méthodes bien connues d'estimation des réserves stochastiques sur la base de modèles linéaires généralisés, tels que le modèle de Poisson (sur-dispersé), le modèle gamma et le modèle log-normal. Ils appliquent la méthode bootstrap pour la variabilité probable de la réserve de sinistres. Dans le cadre de la méthode bootstrap, ils discutent le choix des résidus, à savoir les résidus de Pearson, les résidus de déviance et les résidus d'Anscombe. En outre, plusieurs ajustements résiduels possibles sont discutés et comparés dans une étude de cas. Ils

effectuent une mise en œuvre pratique et une comparaison de méthodes utilisant des données d'assurance-vie réelles pour estimer les réserves et leurs erreurs de prévision. Ils proposent d'envisager des règles de notation appropriées pour la validation des modèles, et les évaluations seront tirées d'une étude de cas approfondie.

Ils concluent qu'il existe de nombreuses possibilités d'appliquer la méthode bootstrap comme erreurs de prédiction obtenues en utilisant différentes combinaisons. C'est à l'actuaire qu'il appartient de décider quel résultat doit être pris en compte lors de la prise de décisions concernant la création du fonds de réserve. Le choix d'un modèle particulier reste la tâche principale, mais sur la base de recherche leur permet de tirer les conclusions suivantes :

- La grande fluctuation des valeurs dans les données justifie l'utilisation du Modèle de Poisson. Le modèle gamma et le modèle ODP ont tendance à donner des estimations ponctuelles similaires, alors que le modèle log-normal produit les plus petites réserves de sinistres estimées. Ici, l'expertise d'un actuaire aiderait à finaliser une décision dans le choix du modèle, en fonction de l'équilibre entre le risque et le conservatisme.
- Lorsque l'accent est mis sur les erreurs de prédiction, le modèle ODP doit être utilisé pour les erreurs de prédiction. Le modèle log-normal tend à donner des erreurs irrationnellement élevées.
- Le choix des résidus est important dans le bootstrapping. Le résidu de Pearson doit être préféré, mais dans certains cas, le résidu Anscombe pourrait être pris en compte.
- L'ajustement des résidus n'est pas moins important que le choix du résidu ; le plus précis Les prédictions sont obtenues avec des résidus corrigés à zéro ou sans aucune correction.
- Les idées de validation et d'évaluation du modèle proposé sont génériques et ne dépendent pas d'un ensemble de données particulier, constituant ainsi un outil utile dans l'estimation des réserves.

L'analyse entre les estimations et les paiements futurs réels doit être effectuée par le à long terme, afin de valider la fonctionnalité d'une méthode de réservation et d'identifier les des modifications nécessaires. Ils affirment que l'efficacité d'une méthode de réservation particulière et la modélisation ne peut être complètement testée qu'au moyen d'une étude de cas approfondie avec des données provenant de différentes lignes d'entreprises et de sociétés. Ensuite, les résultats estimés sont comparés avec l'évolution des demandes au fil du temps. Ils se rapprochent du meilleur choix des modèles de réservation. Leurs études pourraient avoir une

valeur plus élevée lorsque la validation du modèle est incluse dans l'analyse. Le modèle d'évaluation devrait devenir une procédure par défaut lors de la décision sur les modèles (de réservation). Dans leur document, ils n'ont envisagé qu'une seule règle de notation, mais d'autres approches statistiques pour l'évaluation du modèle pourraient être envisagées dans l'avenir

Section 2 : La revue de la littérature du provisionnement sous normes de solvabilité II

Les recherches avancées sur les techniques de provisionnement ouvrent la porte aux nouvelles directives de solvabilité II. Parmi ces études on a choisi les articles suivants :

Ohlsson, E., & Lauzenings, en 2009 élaborent article suivant : « The one-year on-life insurance risk ». Ils présentent une grande partie de la littérature sur le risque des réserves d'assurance non-vie qui a été consacrée au risque ultimo, c'est-à-dire le risque d'écoulement total des engagements. Cela contraste avec l'horizon temporel court des modèles de risque internes aux compagnies d'assurance et avec la perspective de risque d'un an adoptée dans le cadre du projet Solvabilité II de la Communauté européenne.

Leur document vise à clarifier le concept de risque sur un an et à décrire les approches de simulation, en particulier pour le risque de réserves sur un an. Ils abordent également le risque de prime sur un an et sa relation avec la réserve de primes.

Enfin, Ils lancent une discussion sur le rôle des marges de risque et de l'actualisation pour le risque lié à la réserve et à la prime, en mettant l'accent sur la méthode du coût du capital. Ils montrent que les marges de risque n'affectent pas le risque de la réserve et ils montrent comment la durée de la réserve peut être utilisée pour faciliter le calcul des marges de risque.

Marco Pirra, Salvatore Forte, and Matteo Ialenti 2011 développent une étude sous le titre « Implementing a Solvency II internal model : Bayesian stochastic reserving and parameter estimation ». Ils comparent des modèles stochastiques de provisionnement et examinent les avantages supplémentaires de l'approche bayésienne qui peut apporter à l'évaluation. Ils étudient les distributions antérieures qui ont une caractéristique nettement bayésienne, et analysent la forme ou la famille de distribution la plus appropriée pour les paramètres utilisés dans les modèles. Les distributions antérieures permettent aux actuaires d'incorporer des informations externes dans leurs modèles, de la même manière que le jugement actuariel est appliqué aux modèles traditionnels. Ils montrent que dans le cadre des nouveaux développements de Solvabilité II, les compagnies d'assurance doivent calculer une marge de

risque pour couvrir les éventuelles insuffisances de leur passif. Ils dérivent une formule analytique pour la marge de risque qui permet de comparer les différents modèles utilisés dans la pratique et le développement d'un modèle interne flexible qui peut être utilisé pour évaluer un profil de risque spécifique. Une étude de cas sur les ensembles de données examine l'influence de la dimension des résultats et donne une réponse possible à certaines questions soulevées par l'Association actuarielle internationale. En outre, un processus de backtesting compare les résultats historiques à ceux produits par le modèle actuel afin de valider à la fois le caractère raisonnable et la mise en œuvre des hypothèses. Les résultats obtenus par ces auteurs sont :

- La distribution préalable permet d'intégrer des informations qui ne figurent pas dans les données. Les actuaires connaissent déjà cette idée, car une partie importante de tout exercice de provisionnement est l'application d'un jugement actuariel.
- La méthodologie bayésienne combinée au modèle de Fisher Lange présente l'avantage de prendre en compte explicitement les politiques de règlement et de provisionnement de l'assureur.
- L'impact sur les résultats finaux de l'introduction d'une distribution préalable peut être expliqué de manière adéquate.
- L'évaluation du Best Estimate est beaucoup plus influencée par la méthodologie déterministe que par la structure probabiliste du modèle stochastique lui-même.
- La mesure de variabilité (sigma) et le risque capital de réserve sont significativement affectés par la structure probabiliste du modèle et par les dimensions de l'assureur.
- La formule standard QIS5 indique que le capital-risque est un pourcentage du Best estimate. Cette approche pourrait pénaliser les assureurs prudents et pourrait amener la direction à choisir la méthode d'évaluation de la réserve pour sinistres qui donne le résultat le plus faible.
- L'utilisation d'un sigma unique pour toutes les compagnies d'assurance pourrait conduire à une sur-estimation à la fois de risque capital et de la marge de risque. Une solution possible pourrait être un sigma spécifique à l'entité à combiner avec le sigma du marché. Les USP ne sont pas faciles à calculer car elles nécessitent des données d'entrée qui ne sont pas toujours disponibles (déduction faite des triangles de réassurance) et doivent être validées par l'autorité financière. Une solution plus simple pourrait être la prise en compte d'un facteur de taille adéquat.
- Le choix du modèle interne pour l'évaluation du risque lié aux réserves a une grande importance ; c'est la raison pour laquelle un ensemble de critères de validation devrait être défini et vérifié par une analyse de backtesting.

- Les résultats présentés et les conclusions exposées dépendent fortement des ensembles de données considérées et des compagnies d'assurance analysées, l'intention est d'appliquer les méthodologies à d'autres assureurs et de vérifier la possibilité d'étendre les conclusions à d'autres études de cas.

BELGADA Zainab, LAHLOU Amale et EL OUARDIRHI Saad en 2017, préparent un article sous le nom « modélisation stochastique des provisions techniques d'une assurance non-vie marocaine sous la directive solvabilité II ». Ils déclarent que « l'arrivée des normes du référentiel Solvabilité II est une occasion pour les assureurs de réétudier les procédures mises en place, particulièrement en matière de calcul des provisions pour sinistres à payer, afin de vérifier leur pertinence au regard du nouveau référentiel. L'objectif de ce travail est d'analyser et interpréter l'impact de cette nouvelle directive sur l'évaluation des provisions techniques par rapport aux normes marocaines en vigueur. Pour atteindre cet objectif, ils appliquent différentes méthodes de provisionnement déterministes d'une part et stochastiques d'autre part, qu'ils permettent de quantifier l'incertitude liée à l'estimation »³.

Ces auteurs annoncent que « les différents modèles stochastiques mis en place dans le cadre de leur étude ont été comparés afin d'obtenir le modèle le plus adéquat permettant de fournir un montant de provision pertinent. En effet, les risques de prédiction et les intervalles de confiance donnés par les quatre méthodes facilitent la prise de décision par rapport au choix de la PSAP à constituer de la sous-catégorie responsabilité civile (garantie pour sinistres corporels).

Pour leur cas, le modèle de MACK est celui qui fournit plus de précisions pour la provision totale estimée. D'une autre part, en termes de risque de prédiction, la méthode du Bootstrap semble être la plus utile, car elle fournit des estimations des provisions avec de faibles risques d'erreur comparée au modèle de MACK. De plus, la méthode du bootstrap présente l'avantage de fournir une distribution empirique du montant des provisions à l'ultime.

³BELGADA Zainab, LAHLOU Amale et EL OUARDIRHI Saad (2017) : Modélisation stochastique des provisions techniques d'une assurance non-vie marocaine sous la directive solvabilité ii. Revue marocaine de recherche en management et marketing, n°16, janvier-juin 2017 page 481.

Afin d'arriver à un choix optimal, ils se réfèrent au niveau du risque que l'entreprise désire prendre, en utilisant une des méthodes stochastiques qui octroie plus de flexibilité quant à l'interprétation des résultats et le calcul des intervalles de confiance des valeurs trouvées. Ainsi, pour éviter le risque de sous-provisionnement, l'entreprise peut choisir le niveau de confiance approprié à son appétence pour le risque. Ce qui leur permet de déduire, qu'il n'existe pas une meilleure méthode pour le calcul des provisions techniques.

Néanmoins, ce travail reste perfectible dans la mesure où le sujet traité est récent et en pleine évolution, surtout au Maroc. En effet, certaines normes ne sont pas encore publiées et d'autres ne sont pas encore stabilisées. A cet égard, et vu que l'étude d'impact réalisée ne concerne qu'une entreprise d'assurance non-vie, d'autres travaux sont nécessaires pour fixer le niveau des chocs appropriés à la détermination des capitaux de solvabilité qui seront proposés à l'ensemble du marché.

De plus, les méthodes stochastiques de provisionnement classiques utilisés dans ce travail, ne permettent pas de quantifier le risque qu'à l'ultime. Cet horizon n'est plus en phase avec l'horizon de risque de court terme imposé par « Solvabilité II ». C'est pourquoi, nous aurions pu nous intéresser aussi à la problématique de l'évaluation du risque de provisionnement à un an. Nous aurions eu recours dans ce cas à certaines méthodes bien plus compliquées à celles étudiées, permettant d'évaluer le risque de prédiction à un an et non à l'ultime comme la méthode proposée par Merz & Wuthrich »⁴.

Mohamed Khordj, AdlaneHaffar et Frédéric Teulonon 2017 travaillent sur le sujet de « Provisionnement et mesure de risque en assurance dommage dans le cadre de Solvabilité II ». Ils s'intéressent « à la problématique de la quantification de l'incertitude liée au risque de provisionnement en assurance dommage (non-vie) dans le cadre du nouveau référentiel « Solvency II ». Dans ce cadre, la volatilité des provisions techniques doit être incluse dans leur estimation en y rajoutant une marge de risque. Cette quantification ne peut être atteinte que par une modélisation du flux des décaissements futurs suite à un sinistre, permettant ainsi de cerner

⁴BELGADA Zainab, LAHLOU Amale et EL OUARDIRHI Saad (2017) : Modélisation stochastique des provisions techniques d'une assurance non-vie marocaine sous la directive solvabilité ii. Revue marocaine de recherche en management et marketing, n°16, janvier-juin 2017 page 481.

au mieux les effets aléatoires qui la caractérisent. A cet effet, nous allons présenter différents modèles stochastiques pouvant être utilisés pour estimer ces provisions, tout en mettant en exergue leurs facultés quant à la détection et l'approximation de ladite variabilité des provisions, ainsi que leur apport pour le calcul des indicateurs de risque imposés par le référentiel « Solvabilité II »⁵.

Haffar, A., & Teulon, F. en 2017 étudient « Le rôle des scénarios économiques dans la gestion actif/passif d'une compagnie d'assurance ». Ils discutent dans leur article « de l'intérêt de la méthode des scénarios dans la gestion des risques en assurance afin de permettre à tout assureur de se projeter à moyen et long terme, et de mieux évaluer ses risques notamment en prenant en compte la structure de dépendance entre les actifs. Dans un premier temps, nous discutons de l'intérêt de cette méthode des scénarios dans le cadre de la gestion actif/passif du bilan. En second lieu, nous présentons un modèle de génération de scénarios économiques aléatoires, en identifiant les variables à modéliser, en choisissant le modèle pour la dynamique de chaque variable, puis en sélectionnant une structure de dépendance entre les sources de risques pour la cohérence des projections, et enfin, en faisant une estimation et un calibrage des paramètres retenus. Enfin, nous montrons l'intérêt des chocs entre les variables économiques et financières objet de l'étude, comme outils complémentaires d'aide à la décision »⁶.

Ces deux auteurs montrent que « Les modèles stochastiques développés ci-dessus dans le cadre d'un générateur de scénarios économiques montrent que les sujets de réflexions ne manquent pas pour développer des modèles plus robustes et mieux à même de rendre compte de la complexité des risques économiques et financiers supportés par les assureurs. Si leur développement, intégration dans le cadre de la gestion actif/passif et exploitation demandent beaucoup de technicité, en revanche les résultats obtenus sont beaucoup plus simples à exploiter et communiquer.

⁵Mohamed Khordj, Adlane Haffar et Frédéric Teulon (2017) : Provisionnement et mesure de risque en assurance dommage dans le cadre de Solvabilité II. Dans *Gestion* 2000 2017/3 (Volume 34), pages 137 à 168.

⁶Haffar, A., & Teulon, F. (2017). Le rôle des scénarios économiques dans la gestion actif/passif d'une compagnie d'assurance. *Gestion* 2000, 34(1), 215.

Avec une analyse actif/passif fondée sur ce type de générateur de scénarios, l'actuaire dispose d'un outil d'allocation d'actifs plus efficient, ainsi que d'une aide à la décision technique et commerciale dans les domaines autrefois gérés uniquement à l'intuition. En matière d'allocation d'actifs, le gain de temps et d'efficacité est important, car il est possible de comparer très rapidement les politiques financières entre elles, à partir de deux indicateurs seulement, l'espérance de gain et le risque. Bien sûr, l'optimisation n'est pas encore au rendez-vous et un modèle stochastique ne décide pas automatiquement de la politique financière idéale. Mais il est probable qu'aucun outil ne parvienne jamais à remplacer entièrement les analystes actif/passif dans cette fonction. Finalement, le développement de ces modèles constitue un progrès important, à condition toutefois de se souvenir qu'une gestion des risques sophistiquée demande des moyens techniques et humains appropriés (Le Vallois et al. 2013) »⁷.

Chapitre II : Le provisionnement en assurance non-vie entre solvabilité I et solvabilité II

L'assurance est l'une des plus anciennes activités dans lesquelles les gens se sont engagés dès la création de la civilisation. D'origine humaine, les risques auxquels les personnes sont affectées comme leur santé, leur vie ou leurs biens. Dans ce contexte, l'assurance est définie comme une forme de gestion individuelle des risques. La définition de l'assurance justifie également la demande d'indemnisation. Par définition, l'assurance est la méthode de transfert du risque de l'assuré à l'assureur. Les primes payées par l'assuré sont les prix du risque définis par l'assureur. L'assureur assume le risque futur qui devrait être un événement incertain et indépendant de la volonté de l'assuré ou de l'assureur.

C'est pourquoi, la réglementation en matière de solvabilité des institutions financières doit subir des changements importants dans de nombreux pays et régions du monde. La mondialisation et l'intégration des services financiers, la complexité toujours croissante des assurances, les produits financiers, la nécessité d'uniformiser les règles du jeu, la protection des clients, les théories avancées et la pratique de la gestion moderne des risques sont parmi les raisons qui expliquent les changements de la réglementation en matière de solvabilité. Les assureurs de

⁷Haffar, A., &Teulon, F. (2017). Le rôle des scénarios économiques dans la gestion actif/passif d'une compagnie d'assurance. *Gestion* 2000, 34(1), 215.

l'Union européenne sont régis par la nouvelle norme de la solvabilité II [Commission européenne, 2009, Linder et Ronkainen, 2004], Eling et al. 2007]. La solvabilité II fournit un cadre complet de gestion des risques et des capitaux pour les assureurs. Dans le Bâle II, il y a trois piliers qui sont les exigences quantitatives de fonds propres ; le contrôle prudentiel et la divulgation publique.

En notant aussi que les réserves techniques des compagnies d'assurance représentent la somme d'argent qui garantira le rapprochement de toutes les obligations des assureurs. Déterminer le niveau des provisions techniques est une tâche très complexe qui confie aux actuaires des compagnies d'assurance. Les actuaires sont généralement chargés d'évaluer le niveau de risque dans les compagnies d'assurance.

Les études classiques montrent que les provisions techniques sont constituées à partir du paiement de la prime de l'assuré. Les primes payées par l'assuré sont calculées pour fournir une couverture d'assurance du risque. De chaque prime payée, l'assureur doit obligatoirement mettre de côté la partie des fonds des provisions techniques. La constitution d'un fonds de provisions techniques est obligatoire dans la plupart des économies nationales. Elle est définie par la législation. Dans les pays de l'Union européenne, les moyens des provisions techniques, leur composition et leur traitement sont définis par des directives de l'UE.

Section 1 : Le risque provisionnement

1.1. Les principes généraux des provisions techniques

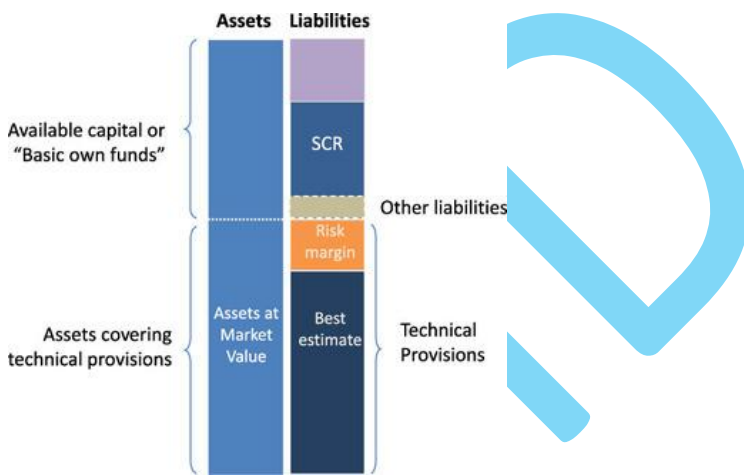
Les provisions techniques sont normalement l'élément le plus important du bilan d'un assureur. Cela n'est pas différent sous la solvabilité II qui confirme que le calcul des provisions techniques restera un élément essentiel dans la construction des bilans de solvabilité.

Selon la solvabilité II, le bilan est un outil qui permet à la direction d'évaluer sa solvabilité et aussi pour prendre des décisions importantes. Il est également un outil permettant aux régulateurs d'évaluer la solvabilité de l'assureur.

Une considération clé pour la direction dans la prise de décisions importantes sera l'excédent de la valeur des actifs sur les provisions techniques, les autres passifs (tels que les paiements d'impôts impayés) et le capital de solvabilité requis (SCR). Les provisions techniques sont une entrée directe dans le bilan. Ils constituent donc également un élément clé du calcul du SCR qui

modélise l'évolution potentielle du bilan de Solvabilité II sur un horizon d'un an. Ainsi, si les assureurs ou les réassureurs se trompent sur leurs provisions techniques, il y a un potentiel de perte doublement car le capital pourrait également se tromper. Cela permet l'amplification de l'impact potentiel sur l'excédent de fonds propres sur le SCR. La conséquence est que la direction et les régulateurs pourraient être considérablement mal informés et les ramifications pour l'assureur et le réassureur sont plus graves.

Figure 1 : Illustration simplifiée du bilan de la solvabilité II



Source : British Actuarial Journal, Volume 20 , Numéro 1 Mars 2015, pp. 7-129

1.2. La définition des provisions techniques

Le code des assurances tunisien définit les provisions techniques « Les entreprises d'assurances doivent inscrire au passif et représenter à l'actif de leur bilan les provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis à vis des assurés ou bénéficiaires de contrats. Un arrêté du ministre des finances fixera la liste, le mode de calcul de ces provisions ainsi que les conditions de leur représentation à l'actif du bilan »⁸.

Il y a plusieurs catégories des provisions techniques ; les principales sont les suivantes :

- Les provisions mathématiques en assurance vie.

⁸Article 59 (Modifié par l'article 3 de la loi n°2002-37 du 1 avril 2002)

- Les trois principales en assurance de dommages sont :
- La PPNA : La provision pour prime non acquise.
- La PREC : La provision pour risque en cours.
- La PSAP : La provision pour sinistres à payer.

1.2.1. Définition de la PPNA

L' article 13 d'arrêté du ministère de finance du 27 février 2001⁹ présente les PPNA comme suit : « Les provisions pour primes non acquises » sont des provisions destinées à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date d'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat ».

1.2.2. La définition de la PREC

L'arrêté de 2001 dans l'article 18¹⁰ définit la PREC comme la suivante : « Les provisions pour risques en cours représentent les montants à provisionner en supplément des primes non acquises pour couvrir les risques à assumer. Ces provisions sont destinées à faire face à toutes les demandes d'indemnisation et à tous les frais liés aux contrats d'assurance en cours excédant le montant des primes non acquises et des primes exigibles relatives audits contrats ».

1.2.3. La définition de la PSAP

Selon l'arrêté du ministère de finance du 27 février 2001 article 20¹¹ « Les provisions pour sinistres à payer correspondent au coût total estimé que représentera pour l'entreprise d'assurance le paiement de tous les sinistres survenus jusqu'à la fin de l'exercice, déclarés ou non, déduction faite des sommes déjà payées au titre de ces sinistres »¹².

La provision pour sinistre à payer visuellement appelé PSAP. Elle est définie dans le code de CIMA comme suit : « valeur estimative des dépenses en principal et en frais interne qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés »¹³.

⁹<http://www.pist.tn/jort/2001/2001F/Jo0202001.pdf>

¹⁰<http://www.pist.tn/jort/2001/2001F/Jo0202001.pdf>

¹¹<http://www.pist.tn/jort/2001/2001F/Jo0202001.pdf>

¹²<http://www.ftusanet.org/cadre-institutionnel/les-arretes/>

¹³ Extrait article 334-8 du code CIMA

1.3. Les méthodes réglementaires des provisions techniques

1.3.1. La PPNA

Cette arrêté explique le calcul de la PPNA dans l'article 17 : « Les provisions pour primes non acquises sont calculées sur la base de la méthode du prorata temporis et portent sur la prime commerciale c'est à dire la prime du risque majorées des différents chargements. Ces provisions doivent être calculées séparément pour chaque contrat d'assurance. Cependant, l'utilisation de méthodes statistiques peut être retenue lorsqu'il y a lieu de supposer que ces méthodes donneront approximativement des résultats similaires après approbation du ministre des finances»¹⁴

1.3.2. La PREC

L'arrêté de 2001 présente dans l'article Article 19 la méthode de calcul de la PREC : « Pour évaluer les provisions pour risques en cours l'entreprise calcule , pour chacune des catégories d'assurance, le montant total des charges de sinistres rattachées à l'exercice courant et à l'exercice précédent, et des frais d'administration autre que ceux immédiatement engagés et frais d'acquisition imputables à l'exercice courant et à l'exercice précédent. Elle rapporte ce total au montant de prime brutes émises au cours de ces exercices corrigé de la variation sur la même période des primes restant à émettre, des primes à annuler et de la provision pour primes non acquises, si ce rapport est supérieur à 100%, l'écart constaté par rapport à 100% est appliqué au montant des provisions pour primes non acquises »¹⁵

1.3.3. La PSAP

Cette arrêté du ministère de finance fixe la définition de la PSAP dans l'Article 20 par : « Les provisions pour sinistres à payer correspondent au coût total estimé que représentera pour l'entreprise d'assurance le paiement de tous les sinistres survenus jusqu'à la fin de l'exercice, déclarés ou non, déduction faite des sommes déjà payées au titre de ces sinistres ». Elle démontre les règles de calcul dans l'article 21, alors : « La provision pour sinistres à payer est, sans préjudice des règles spéciales aux catégories d'assurance automobile et d'assurance contre

¹⁴<http://www.ftusanet.org/cadre-institutionnel/les-arretes/>

¹⁵<http://www.ftusanet.org/cadre-institutionnel/les-arretes/>

les accidents du travail et les maladies professionnelles, calculée brute de réassurance, par catégorie de risque, exercice par exercice et dossier par dossier ». Le calcul des provisions tient compte des certaines considérations.

Section 2 : Les normes de solvabilité

La solvabilité II est actuellement l'un des régimes de réglementation des assurances les plus sophistiqués au monde. Il s'articule autour des principes de cohérence du marché et d'intégration d'une gestion des risques et d'une gouvernance solides au sein des compagnies d'assurance. Cette nouvelle réglementation en matière de solvabilité exige des compagnies d'assurance qu'elles passent à une évaluation de leurs engagements conforme au marché (approche du bilan complet) et qu'elles prouvent chaque année que leurs provisions sont adéquates. La solvabilité II exige la répartition des engagements prévus sur un an : cela implique la répartition complète des bénéfices/pertes des réserves sur une période d'un an pour une évaluation correcte du risque de réserve.

2.1. Le cadre théorique

La solvabilité II est développée depuis le début des années 2000. Le régime précédent, en vigueur depuis les années 1970 (qui était connu sous le nom de Solvabilité I), n'est pas sensible aux certains nombres de risques clés, notamment les risques de marché, de crédit et opérationnels qui ne sont pas explicitement pris en compte dans les exigences de fonds propres. En outre, la solvabilité I permet le maintien de méthodologies différentes dans les différents pays de l'UE. Par exemple, on note la valeur comptable ou la valeur de marché des actifs ou des passifs, selon le pays. Le manque de sensibilité au risque a introduit des problèmes allant d'une évaluation inexacte des risques nécessitant une intervention des autorités de surveillance dans le cas d'une allocation de capital sous-optimale par rapport aux risques supportés. Le cadre de Solvabilité II a proposé de remédier les lacunes de Solvabilité I.

Selon l'Association of British Insurers (2015), les assureurs et réassureurs britanniques avaient investi 3 milliards de livres sterling dans la directive Solvabilité II. La préparation et la transition vers la directive est un exercice coûteux, avec divers retards dans l'introduction des changements dans les règles initiales.

Le Royaume-Uni, Brexit a ajouté une nouvelle dimension au débat, ce qui a amené le Treasury Select (TSC) au Royaume-Uni pour examiner la réglementation européenne en matière d'assurance et pour consulter sur son adéquation avec le Royaume-Uni.

Les exigences de marge de solvabilité existantes ont été établies en 1973 par la première directive non-vie (73/239/CEE) et en 1979 par la première directive vie (79/267/CEE). La troisième génération de directives d'assurance vie (92/96/CEE) et non-vie (92/49/CEE) a établi le marché unique de l'assurance au milieu des années 1990. L'UE est ainsi devenue l'un des marchés d'assurance les plus compétitifs au monde. Les entreprises d'assurance, sur la base d'un agrément dans un État membre, ont le droit de vendre dans toute l'UE sans aucun contrôle des prix ni notification préalable des conditions (sauf pour l'assurance obligatoire). Ce système repose sur la reconnaissance mutuelle de la surveillance exercée par les différentes autorités nationales selon des règles harmonisées dans la mesure nécessaire au niveau de l'UE. L'obligation faite aux entreprises d'assurance de constituer une marge de solvabilité suffisante est l'une des règles prudentielles communes les plus importantes.

Alors que la phase la solvabilité I visait à réviser et à actualiser le régime de solvabilité actuel de l'UE, le projet Solvabilité II a une portée beaucoup plus large. La solvabilité I a établi des exigences de capital minimum plus réalistes, mais il ne reflète toujours pas le véritable risque auquel sont confrontées les compagnies d'assurance. La solvabilité II permettra d'harmoniser les techniques d'évaluation de l'actif et du passif dans toute l'UE. Il faut même mentionner les différentes approches de l'évaluation des actifs par le coût historique ou amorti et par la valeur de marché. Cette nouvelle directive SOLVABILITE II est entrée en application le premier janvier 2016.

2.2. Le cadre réglementaire internationale

Le principal risque financier auquel sont confrontées les compagnies d'assurance et de réassurance c'est l'insolvabilité. La dite solvabilité désigne la capacité de chaque compagnie d'assurance à faire face à tous les engagements contractés envers ses assurés. La notion de la nouvelle directive Solvabilité II cherche la protection des assurés contre le risque de non remboursement et de faillite des assureurs et de réassureurs.

2.2.1. La solvabilité I

La norme solvabilité I commence en 1973 pour l'assurance non vie, elle est mise à jour en 2002.

La création de Solvabilité I (SI) s'appuie sur trois grands principes :

- Le calcul prudentiel des engagements.
- Le portefeuille d'actifs doit être sûr, liquide et dispersé.
- La marge de solvabilité doit être supérieure à la marge réglementaire.

La norme SI admet des faiblesses au niveau de l'étude des risques, et aussi en termes de cohérence avec les normes International Financial Reporting Standards (IFRS).

Les critiques envers la solvabilité I sont :

- La SI se base seulement sur le passé pour estimer le futur.
- Absence de distinction des risques.
- La négligence de certains risques.
- Le contrôle interne n'est pas surveillé
- Insatisfaction des exigences internationales.

Ces limites obligent la Commission Européenne à lancer en 2001 la directive Solvabilité 2.

2.2.2. La solvabilité II

2.2.2.1. Les objectifs

La directive solvabilité II s'adressant aux compagnies d'assurance et de réassurance de l'Union Européens pour mieux fixer des normes prudentielles en termes de fonds propres par rapport aux risques qu'elles supportent.

2.2.2.2. Les acteurs

Les acteurs de la norme Solvabilité 2 sont :

- La Commission Européenne (CE) : Son rôle est purement législatif basé sur la rédaction et le pilotage de la directive en collaboration avec les états membres.

- L'European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA) : anciennement le CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pensions) ; c'est le comité regroupant les autorités de contrôle des états membres. Il a mené des études pour mesurer les conséquences des nouvelles réglementations sur le secteur d'assurance, dernièrement ; elle instaure une nouvelle étude quantitative appelée le QIS 5.
- L'Autorité de Contrôle Prudentiel (ACP) : Elle vérifie l'application des nouvelles réglementations par les organismes d'assurance en France. Elle sanctionne ce qui ne respecte pas les règles.
- Les professionnels de l'assurance : Ils participent à l'élaboration de la directive en faisant des retours sur les « Consultation Papers », et en s'agissant sur les points d'amélioration ainsi que les difficultés d'application de la réforme. Ils ont également un rôle aux études quantitatives QIS.
- Le processus Lamfalussy : Ce processus est utilisé dans la réforme de solvabilité II ; il opère dans une conception des réglementations financier.

2.2.2.3. Les trois piliers

L'organisation de la réforme solvabilité II se fait en 3 piliers. Elle représente les deux besoins quantitatifs et qualitatifs ainsi que l'harmonisation, l'amélioration et la communication entre les différents acteurs. Les trois piliers se présentent comme suit :

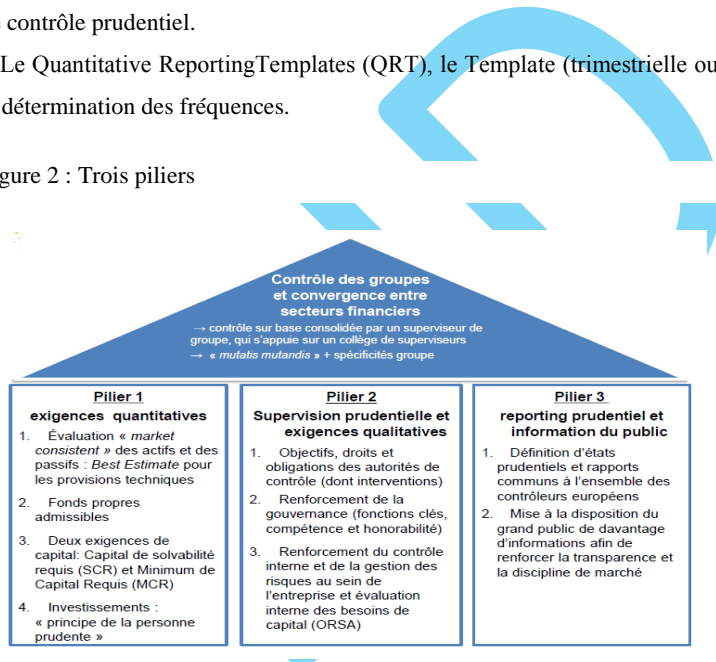
- Le pilier 1 : Il concerne les exigences quantitatives en capital et vérifier que la compagnie d'assurance peut faire face à ses engagements sur un horizon d'un an. Il s'effectue en valeur économique et non pas en valeur historique comme le bilan comptable.
- Le pilier 2 : Il fixe des normes qualitatives de contrôle des risques interne et assure une meilleure sécurité pour les assurés. Il met des réglementations et contrôle des compagnies d'assurances pour mieux gérer des risques.

Les assureurs doivent vérifier leur solvabilité selon par rapport à leur vision des risques. Le processus ERM (Entreprise Risk Management) aide les compagnies d'assurances pour maîtriser les risques. Les étapes de la démarche ERM sont comme suit :

- ✓ La gouvernance et l'organisation pour gérer les risques et mettre en place une stratégie de l'entreprise.
- ✓ L'importance d'une marge de tolérance aux risques.

- ✓ Assurer un système de contrôle des risques est opérationnel et efficace pour une meilleure évaluation interne du risque (OwnRisk and SolvencyAssessment)
- ✓ Le reporting ; le « feedback » ; le réseau d'information et l'organisation pour garantir la bonne gestion des risques et l'efficacité en cas de crise ou bien l'émergence de nouveaux risques.
- Le pilier 3 : Il améliore la communication et harmonise l'information aux régulateurs et au public, il y a trois supports de communication :
 - Le Solvency and Financial Conditions Report (SFCR), c'est un rapport annuel qui présente la situation financière des entreprises.
 - Le Regular Supervisory Reporting (RSR), c'est rapport annuel facilite le contrôle à l'autorité de contrôle prudentiel.
 - Le Quantitative Reporting Templates (QRT), le Template (trimestrielle ou annuelle) permet la détermination des fréquences.

Figure 2 : Trois piliers



Source : ACPR. ; Banque de France page 12

2.2.2.4. Les QIS

Le CEIOPS a réalisé cinq études quantitatives d'impact depuis 2005 qui ont pour objectifs d'analyser les conséquences, ses répercussions quantitatives et évaluer la faisabilité de ses calculs de la réforme Solvabilité 2. Ces QIS sont réalisés successivement :

- Le QIS 1 en 2005 évalue et calibre les provisions techniques en suivant le Best Estimate et la marge de risque.

- Le QIS 2 en 2006 introduit la notion du Minimum Capital Requirement (MCR) et le capital de solvabilité requis (SCR).
- Le QIS 3 en 2007 teste le calibrage de la formule standard et du MCR en se basant sur des informations supplémentaires et la faisabilité des calculs demandés.
- Le QIS 4 en 2008 cherche les simplifications et les approximations du calcul des provisions techniques et du SCR, nouveau calcul d'un « MCR combiné »)
- Le QIS 5 en 2010 est une étude de calibrage de la formule standard pour le calcul du capital requis.

2.3. Le cadre réglementaire Tunisien

Le Comité Général des Assurances (le CGA) fait partie du ministère des finances de la Tunisie. C'est une autorité de régulation du secteur des assurances. Elle a la personnalité morale et l'autonomie financière. Cet organisme assure la protection des droits des assurés et des bénéficiaires des contrats. Il contrôle les compagnies d'assurance et de réassurance et leur solidité de l'assise financière ainsi que leur capacité à honorer leurs engagements.

2.3.1. Le contrôle des compagnies d'assurance du nouveau projet du CGA

Ces dernières années le CGA cherche à développer le programme de réforme en profondeur. Ce changement porte sur un projet de modification de la loi du code des assurances qui est déjà élaboré et qui attend l'acceptation de l'assemblée des représentants du peuple et du parlement.

Les deux types majeurs de contrôle des compagnies d'assurance sont le contrôle dit « à Priori » et le contrôle dit « à Postérieur ». Le premier désigne l'examen des agréments pour chaque activité d'assurance. Il contient le capital minimum pour l'exercice d'activité, le programme d'activité et la qualité des dirigeants. Dans ce cas, on peut prendre l'article 56.1 du nouveau projet du code d'assurance¹⁶ « Les sociétés d'assurance et de réassurance doivent fournir les fonds nécessaires pour couvrir le Capital Minimum Requis (CMR) et le Capital de Solvabilité Requis (CSR). Le CGA explique dans ce même projet dans l'article 56.1 (nouveau)¹⁷ : « Le Comité fixe par voie de règlements les règles quantitatives et qualitatives pour garantir une

¹⁶http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

¹⁷http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

gestion saine et prudente des sociétés d'assurance et de réassurance, conformément aux normes internationales consacrées.

Ces règles incluent :

- l'adéquation des fonds propres, leurs composants et comment ils sont utilisés,
- la méthode de calcul du Capital Minimum Requis (CMR) et du Capital de Solvabilité Requis (CSR) sur la base des risques encourus par les sociétés d'assurance et de réassurance, y compris le risque de souscription, le risque de marché, le risque de crédit et le risque opérationnel,
- la répartition et la concentration de ces risques,
- l'évaluation des actifs et des passifs,
- le classement et les méthodes de détermination des provisions techniques.

Le Comité détermine les moyens et les domaines d'application des règles prudentielle sur une base individuelle et collective ».

L'autorité contrôle les tarifs des différentes catégories d'assurances ; dans ce cas les compagnies d'assurance communiquent les conditions générales des contrats d'assurances à l'autorité de contrôle (le CGA) pour une période d'un mois préalablement à leur diffusion au public.

Le deuxième désigne le contrôle dit « à Posteriori ». Il assure l'application, la réglementation, le fonctionnement et l'emploi des fonds liés à des opérations dans le secteur d'assurance. On peut citer dans ce cas l'article 56.2 (nouveau)¹⁸ « Si la nature et la taille des risques sont d'une telle ampleur ou si le système de gouvernance ne respecte pas les règles stipulées au Titre VIII du présent Code, le Comité est en mesure d'imposer aux sociétés d'assurance ou de réassurance le respect de règles prudentielles plus strictes que celles spécifiées au niveau des Règlements ».

Il y a d'autres points importants comme :

¹⁸http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

- ❖ L'amélioration des règles de gouvernance en contrôlant les changements de la structure des assureurs, des réassureurs et des actionnaires

La révision des exigences de fonds propres et de SCM dans Article 51.3 (nouveau)¹⁹ : « Le capital social des sociétés anonymes ne peut être inférieur aux montants suivants à libérer intégralement et compte non tenu des apports en nature :

- la société multi-branches : Cinquante millions de dinars,
- la société qui exerce une branche d'assurances autre que l'assurance vie et la réassurance :
Quinze millions de dinars,
- la société spécialisée en réassurance : Cent millions de dinars.

Le Fonds commun ne peut être inférieur aux montants suivants qui doivent être libérés intégralement et sans déduction d'actions en nature :

- la société multi-branches : Quinze millions de dinars,
 - la société qui exerce une branche d'assurances autre que l'assurance-vie ou la réassurance :
Dix millions de dinars,
 - la société spécialisée en réassurance : cinquante millions de dinars ».
- ❖ Développer les exigences de publication des informations et renforcer la transparence par un arsenal juridique qui conserve la protection des données des assurés.
 - ❖ Le développement des moyens de contrôle des entreprises d'assurances et des agents.
 - ❖ Le contrôle de la solvabilité financière des compagnies et la séparation de l'activité vie et non vie.
 - ❖ La gestion actif/passif et d'une fonction actuarielle par la mise en place d'une commission d'audit.

¹⁹ http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

❖ Une comptabilité conformément à la législation et une constitution des provisions techniques suffisantes comme dans l'article Article 58 (nouveau)²⁰ « Les sociétés d'assurance et de réassurance doivent :

- tenir une comptabilité conformément à la législation comptable des sociétés ;
- clôturer leur exercice comptable le 31 décembre de chaque année et soumettre leurs comptes à l'approbation de l'assemblée générale ordinaire au plus tard cinq mois après la clôture de l'exercice.

Ces sociétés doivent enregistrer des provisions techniques suffisantes pour s'acquitter de l'intégralité de leurs engagements vis-à-vis des assurés et des bénéficiaires de contrats dans les limites de leurs bilans et placer ces provisions dans les actifs des mêmes bilans.

La liste des provisions techniques et le mode de calcul et des conditions de placement sont régis par un Règlement pris par le Comité ».

Selon l'article Article 50-3 (nouveau)²¹ « Les sociétés d'assurance doivent représenter leurs provisions techniques dans des actifs dont la valeur ne peut être inférieure au montant de ces provisions.

La gestion des actifs admis en représentation des provisions techniques se fait selon le principe du cantonnement qui consiste en une séparation totale des actifs admis en représentation des provisions techniques en assurance vie et des actifs admis en représentation des provisions techniques en assurance non- vie.

Cette séparation concerne les opérations Le processus de séparation implique d'acquisition, de cession des actifs ainsi que l'enregistrement des produits et charges relatifs à ces actifs ».

²⁰http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلّق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

²¹http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلّق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

Ainsi le CGA fixe dans l'article Article 51.1 (nouveau) 22 les conditions d'accord d'un agrément « L'agrément est accordé sur la base :

1. du programme d'activité du requérant qui doit préciser le business plan et le modèle économique de l'entreprise en fonction de la nature des opérations à réaliser et des prestations à fournir,
2. de la capacité à réaliser un programme d'activité en ligne avec le bon fonctionnement du secteur des assurances, susceptible de fournir une protection adéquate des assurés et de garantir la une gestion saine et prudente conformément aux dispositions légales et réglementaires,
3. de l'identité des actionnaires directs et indirects, en particulier l'actionnaire de référence et les actionnaires les plus importants mentionnés à l'article 51-2 de ce Code et les membres de l'assemblée constituante pour les sociétés à forme mutuelle et par rapport à leur réputation, leurs surfaces financières et leur prédisposition à soutenir la société financièrement et éventuellement la qualité de leurs cautions.
4. de l'adéquation des moyens financiers, y compris le montant du capital ou du fonds commun et des ressources autonomes que l'entreprise doit mobiliser pour financer le programme d'activités,
5. de l'adéquation des moyens humains et techniques, y compris le système d'information, à mettre en œuvre par l'entreprise pour réaliser le programme d'activités,
6. de la réputation, l'honorabilité, la compétence et l'expérience des gestionnaires et des membres du conseil d'administration ou du conseil de surveillance et la façon dont ils remplissent les conditions prévues par le titre IX de ce Code,
7. du système de gouvernance, la structure organisationnelle et administrative, les politiques et les procédures proposées pour la gestion des risques, le contrôle interne et la conformité,

²² http://www.cga.gov.tn/fileadmin/contenus/pdf/projet_code_des_assurances.pdf قانون يتعلق بتنقيح وإتمام مجلة التأمين

8. de l'absence d'obstacles à la conduite de la fonction de supervision par le Comité soit en raison de la présence de liens en capital ou une influence directe ou indirecte entre la société à créer et d'autres personnes physiques ou morales ou à cause de l'existence de dispositions législatives ou réglementaires dans le pays d'une ou de plusieurs de ces personnes,

9. des conséquences de l'agrément octroyé à l'entreprise sur le secteur et de la valeur ajoutée de sa création,

10. de l'approbation des autorités compétentes du pays d'origine pour les assureurs, les réassureurs, les banques ou les institutions financières dont le siège social est à l'étranger, et qui sont des actionnaires de référence de succursales de sociétés créées au sens du premier alinéa de l'article 51-2 ».

2.3.2. Les normes comptables 29 : les provisions techniques dans les entreprises d'assurances et / ou de réassurance (Provision pour sinistres à payer)

La norme comptable 29²³ (NC29) fixe les modes de calcul et d'évaluation les provisions techniques dans les entreprises d'assurances et / ou de réassurance. On s'intéresse par la suite à l'étude des provisions pour sinistre à payer.

2.3.2.1 Les définitions propres à l'assurance non -vie : Provision pour sinistres à payer

Selon la NC 29²⁴ « La provision pour sinistres à payer correspond à une évaluation du montant qui sera versé postérieurement à la clôture de l'exercice au titre d'événements qui se sont réalisés antérieurement à la clôture de l'exercice. Les provisions comportent trois types de sinistres restant à payer :

- Les sinistres dont l'évaluation est définitive, connue et pour lesquels il ne demeure que le mouvement de trésorerie à générer,
- Les sinistres pour lesquels l'évaluation n'est pas définitive et ayant fait ou non l'objet de règlements partiels,

²³<http://www.procomptable.com/normes/NC29.pdf>

²⁴<http://www.procomptable.com/normes/NC29.pdf> page 2

• Les sinistres survenus antérieurement à la clôture mais dont la survenance n'a pas été portée, à cette date, à la connaissance de l'entreprise. Il s'agit des sinistres tardifs ».

2.3.2.2 Les principes d'évaluation des provisions techniques en assurance non -vie : Provision pour sinistres à payer

Selon la NC 29²⁵ « La provision pour sinistres à payer correspond au coût total estimé que représentera pour l'entreprise d'assurance le paiement de tous les sinistres survenus jusqu'à la fin de l'exercice, déclarés ou non, déduction faite des sommes déjà payées au titre de ces sinistres. La provision qui doit être calculée par catégorie de risque brute de réassurance tient en compte les considérations suivantes :

- Une provision est en principe constituée séparément pour chaque sinistre à concurrence du montant prévisible des charges futures. Des méthodes statistiques autorisées peuvent être utilisées dans la mesure où la provision constituée est suffisante compte tenu de la nature des risques,
- Cette provision doit tenir compte également des sinistres survenus mais non déclarés à la date de clôture du bilan. Pour le calcul de cette provision, il est tenu compte de l'expérience du passé en ce qui concerne le nombre et le montant des sinistres déclarés après la clôture du bilan,
- Dans le calcul de la provision il est tenu compte des frais de gestion des sinistres (chargements de gestion), quelle que soit leur origine. Ces frais doivent être évalués sur la base des frais réels de gestion des sinistres à condition de justifier de la méthode adoptée dans les notes aux états financiers. A défaut, les entreprises d'assurance et/ou de réassurance doivent utiliser des taux qui ne peuvent être inférieurs à ceux prévus par la réglementation en vigueur.

Ces frais de gestion sont enregistrés en comptabilité séparément dans un sous - compte du compte principal créé à cet effet.

Toute déduction ou tout escompte implicite issu d'un calcul d'actualisation des provisions pour sinistres à payer est interdit.

Les états financiers doivent faire apparaître les provisions pour sinistres à payer pour son montant brut, les provisions de recours à encaisser qui viennent en déduction des provisions

²⁵<http://www.procomptable.com/normes/NC29.pdf> page 6

pour sinistres à payer et le montant net des provisions pour sinistres à payer. Les prévisions de recours à encaisser doivent être évaluées de manière prudente ».

2.4. Les principes généraux du Best Estimate et de la marge de risque

Dans le cadre de la directive Solvabilité II, la juste valeur des provisions techniques est définie comme suit : La valeur des provisions techniques est égale à la somme du best Estimate et d'une marge de risque. Le best Estimate est égal à la moyenne pondérée par les probabilités des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temps de l'argent (valeur actuelle prévue des flux de trésorerie futurs) et en utilisant la structure des taux d'intérêt sans risque pertinente. La marge de risque qui garantit que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance devraient exiger pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. En ce qui concerne les provisions techniques, la loi exige également que les assureurs disposent de processus et de procédures afin de garantir que les meilleures estimations et les hypothèses sous-jacentes au calcul des meilleures estimations sont régulièrement comparées à l'expérience. Si la comparaison fait apparaître des écarts systématiques entre l'expérience et le Best Estimate, l'assureur doit procéder aux ajustements appropriés par des méthodes actuarielles et/ou des hypothèses retenues. Les auteurs ont analysé la juste évaluation des provisions techniques dans un document précédent.

2.4.1. La définition du best Estimate

Le best estimate est la partie essentielle des provisions techniques. Sa définition est donnée par le texte de la directive : « Le best estimate est égal à la moyenne pondérée par les probabilités des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), en utilisant la structure des taux d'intérêt sans risque pertinente » (article 76).

En ce qui concerne la granularité pour ce calcul, "les entreprises d'assurance et de réassurance segmentent leurs obligations d'assurance et de réassurance en groupes de risques homogènes, et au minimum par branche d'activité, lors du calcul de leurs provisions techniques" (article 79). Les branches d'activité sont définies dans le texte du niveau 1. Les compagnies d'assurance disposent toutefois d'une certaine souplesse dans leur calcul, car les groupes de risques homogènes ne sont pas explicitement définis et devront probablement être examinés cas par cas pour chaque compagnie d'assurance.

2.4.1.1. La première partie de la définition

Premièrement, la définition du best Estimate implique que chaque compagnie d'assurance ou de réassurance devrait être en mesure de prévoir tous les flux de trésorerie nécessaires pour régler les obligations d'assurance sur la durée de vie de celles-ci. Il convient donc d'utiliser un horizon de projection suffisamment long pour saisir tous les flux de trésorerie importants découlant du contrat ou des groupes de contrats à évaluer. Toutefois, si l'horizon de projection ne s'étend pas à la durée de la dernière police ou du dernier paiement de sinistre, l'utilisation d'un horizon de projection plus court est possible, dans la mesure où l'entreprise s'assure qu'elle n'affecte pas d'une manière significative les résultats.

Ces flux de trésorerie attendus doivent être basés sur des hypothèses jugées réalistes, c'est-à-dire chaque élément échantillonné d'une distribution jugée raisonnable et réaliste au regard de toutes les informations disponibles. Les hypothèses doivent être fondées sur l'expérience d'un participant pour les distributions de probabilité de chaque facteur de risque, mais en tenant compte si sa propre expérience est limitée ou pas suffisamment crédible en se basant sur des données du marché ou du secteur d'activité.

Deux éléments clés seront donc nécessaires pour évaluer correctement les provisions techniques dans le cadre de Solvabilité II :

- ❖ Des méthodes adéquates et aussi des données adéquates. L'exemple des entreprises d'assurance vie avec participation aux bénéficiaires illustre clairement ce point. Bien que simple à énoncer, le principe de "projection de tous les flux de trésorerie" peut en effet s'avérer difficile à mettre en œuvre pour ce type de contrats.
- ❖ Le nouveau cadre d'évaluation peut exiger l'utilisation de méthodes stochastiques et/ou de modèles internes complets pour calculer les provisions techniques. Le cas échéant, la mise en œuvre de ces techniques risque d'être difficile tant pour les assureurs - qui devront mettre en œuvre des méthodes statistiques appropriées - que pour les superviseurs, qui devront les vérifier. Pour ces mêmes contrats, la question des données se pose lorsqu'il s'agit des défaillances des modèles par exemple : Quelle société peut prétendre disposer des données sur les défaillances qui seraient adéquates pour la plupart des conditions du marché ? Ces questions seront traitées plus précisément dans la prochaine section, qui examinera les flux de trésorerie à inclure dans le Best Estimate.

2.4.1.2 La deuxième partie de la définition

La deuxième partie de la définition du Best Estimate implique que tous les flux de trésorerie projetés devront être actualisés en utilisant une courbe sans risque. L'actualisation des passifs constituera un changement culturel pour de nombreuses entités, en particulier dans les affaires non-vie. Une question technique importante s'impose sur l'utilité de la courbe sans risque adéquate. Cette question devra être réglée par les mesures d'exécution du texte de la directive. Idéalement, la courbe des taux sans risque devra garantir des conditions de concurrence équitables entre les entités de toutes les monnaies et devra être objective, de manière à ne pas soulever de problèmes techniques lors de sa mise en œuvre.

En ce qui concerne les provisions techniques, le bilan de solvabilité II est régi par un principe clé. Le texte de la directive de niveau 1 exige que le Best Estimate soit calculée brut de réassurance, sans déduction des montants recouvrables des contrats de réassurance et des véhicules de titrisation. L'ensemble des engagements d'assurance envers les assurés devra donc être déclaré au passif du bilan de la solvabilité II. Les montants recouvrables attendus seront indiqués séparément à l'actif. Une autre nouveauté apparaît dans le bilan de solvabilité II, c'est les montants recouvrables qui devront être ajustés pour tenir compte des pertes attendues en raison de la défaillance de la contrepartie. Concrètement, cet ajustement doit "être fondé sur une évaluation de la probabilité de défaillance de la contrepartie et de la perte moyenne qui en résulte (perte en cas de défaillance)" selon l'article 80 de la directive.

D'un point de vue technique, dans le cadre de l'évaluation des provisions techniques ; le calcul des créances dans le cadre du principe énoncé ci-dessus semble être un domaine assez difficile pour les entreprises. Les flux de trésorerie de la réassurance non proportionnelle peuvent en effet être assez difficiles à isoler dans certains cas. Cette question méritera une attention particulier tant pour les compagnies d'assurance et pour les autorités de surveillance.

2.4.1.3 Le règlement du best estimate

Le Best Estimate devra tout d'abord inclure tous les paiements effectués aux assurés et aux bénéficiaires par les assureurs et les réassureurs pour faire face à ces engagements. Ces paiements soient garantis contractuellement ou non. En particulier, dans le secteur de l'assurance vie, ces paiements attendus doivent inclure tous les avantages discrétionnaires futurs que l'assureur prévoit de verser aux assurés. Cela constitue probablement l'un des principaux

changements concernant le contenu des provisions techniques de la Solvabilité I à la Solvabilité II. L'évaluation des futurs avantages discrétionnaires s'avère également être l'une des parties les plus difficiles pour calcul du best estimate, car elle est directement liée au rendement attendu des investissements dans les années suivantes. En outre, les options financières sont le plus souvent intégrées aux prestations des assurés, par le biais de minima contractuels ou légaux.

À cet égard, dans l'article 78 de la directive, il est explicitement exigé que "lors du calcul des provisions techniques, les entreprises d'assurance et de réassurance tiennent compte de la valeur des garanties financières et de toute option contractuelle incluse dans les polices d'assurance et de réassurance".

Dans le secteur de l'assurance vie, ces options devront être évaluées en tenant compte du choix discrétionnaire de rachat des assurés, qui sont eux-mêmes souvent liés aux conditions du marché...

En outre en considération de ces questions d'évaluation, le calcul des prestations discrétionnaires est également un domaine dans lequel la cohérence entre les compagnies d'assurance risque d'être assez difficile. Ce qui est expliqué par les différentes juridictions entre les pays du monde et même au sein d'un même pays.

Ce domaine mériterait donc une attention et des conseils spécifiques de la part des autorités de surveillance afin de garantir la fiabilité des dispositions techniques en matière d'assurance vie et l'égalité des conditions de concurrence entre les assureurs. Les hypothèses formulées par les entreprises sur le rendement des investissements et le comportement des assurés seront deux questions essentielles à cet égard.

Lors de l'estimation de tous ces futurs flux de trésorerie, le Best Estimate devra finalement tenir compte de l'inflation. Les entreprises devront essentiellement tenir compte de trois niveaux d'inflation : D'abord les prévisions d'inflation économique, ensuite l'inflation de leurs propres dépenses et enfin l'inflation déclarée. Cette dernière composante, qui peut découler des mouvements de jurisprudence surtout pour les indemnités d'invalidité ce qui mérite une attention particulière car le Best Estimate peut être très sensible aux hypothèses correspondantes.

Enfin, la question de savoir quels flux d'encaissement - c'est-à-dire les primes futures liées aux contrats existants. Ce domaine mérite une attention toute particulière de la part des autorités de

surveillance, car l'inclusion des futures primes dans le bilan dans les passifs correspondants peut diminuer dans la plupart des cas les montants des provisions techniques et, inversement, d'augmenter les fonds propres disponibles. Cette augmentation des fonds propres serait essentiellement égale à la valeur des marges attendues sur ces futures primes. Des critères précis devront donc être fixés dans les mesures d'exécution pour définir quelles primes futures doivent être incluses dans le bilan de solvabilité.

2.4.1.3 La formule du Best Estimate

Le Best Estimate est la valeur actualisée au taux sans risque des flux futurs, leur estimation se fait sur la base de la courbe des taux fournie par l'EIOPA en tenant compte de tous les mouvements des entrées et des sorties des flux de trésorerie obligatoire pour régler les engagements de tous les contrats en portefeuille. Le calcul doit être fait en valeur brute de réassurance et en valeur nette de réassurance. En assurance non-vie, Le BE se forme par le BE des frais de gestion et le BE des engagements qui se divise en une provision pour primes nécessaire pour couvrir les sinistres à venir sur des contrats déjà existants, et une provision pour sinistres afin de régler les sinistres déjà survenus. Le Best Estimate se compose par le BE de « sinistres » et le BE de « primes ».

La formule du BE se présente comme suit :

$$BE = \sum_t \frac{CF_t}{(1+r_t)^t}$$

Avec :

CF_t : Les flux futurs de trésorerie d'une année.

r_t : Taux d'intérêt sans risque.

2.4.2. La marge de risque

Comme mentionné précédemment, l'idée principale est le calcul d'une marge de risque supérieure au BE. Il est très important de tenir compte de l'incertitude de l'évaluation de ce BE. Les provisions techniques seront en fin de compte la somme de ces deux composantes : Le BE et la marge de risque.

Conformément à l'approche de la valeur de transfert fixée pour l'évaluation de tous les engagements, selon l'article 76 du texte de la directive «la marge de risque doit être telle que la valeur des provisions techniques soit équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance seraient censées exiger pour reprendre et honorer les obligations d'assurance et de réassurance ». selon le même article « La marge de risque est donc définie comme suit : "la marge de risque est calculée en déterminant le coût de la fourniture d'un montant de fonds propres éligibles égal au Capital de Solvabilité Requis nécessaire pour faire face aux obligations d'assurance et de réassurance pendant toute leur durée de vie ».

Concrètement, pour calculer la marge de risque pour un secteur d'activité donné, une entreprise devra suivre les étapes suivantes :

- 1- Calculer le capital de solvabilité requis (SCR) pour cette branche d'activité à la date d'évaluation, mais aussi, dans une perspective de liquidation, pour toutes les années suivantes ;
- 2- Multiplier chacun des montants obtenus à l'étape 1 par un facteur de coût du capital, qui est une estimation du coût de la levée de nouveaux capitaux. Ce facteur est actuellement fixé à 6 % au-dessus du taux sans risque. Si ce chiffre absolu ne peut être fixé pour toujours, il est toutefois demandé qu'il soit le même pour toutes les compagnies d'assurance et de réassurance
- 3- Actualiser tous les montants obtenus à l'étape 2 en utilisant la structure du taux sans risque ;
- 4- Additionner les montants obtenus à l'étape 3.

La mise en œuvre de cette mesure est en réalité un peu plus complexe, car les besoins en capitaux prévus dans la première étape ne sont pas exactement égaux au SCR qui serait demandé pour la branche d'activité en utilisant la formule SCR standard. Certains facteurs de risque peuvent en effet être reconsidérés pour éviter un double comptage entre le BE et la MR.

En particulier, le risque de marché est exclu de la marge de risque du coût du capital dans la dernière étude d'impact quantitative (QIS4), car il est considéré que le coût des options et les garanties financières sont évalués deux fois, dans le BE puis dans la MR.

Indépendamment de ces questions techniques, une innovation notable qui relie directement le niveau des provisions techniques d'un portefeuille d'assurance donné au niveau de capital (SCR) requis pour l'activité correspondante.

Pour le superviseur, cette logique signifie qu'il ne sera pas possible d'évaluer la suffisance des provisions techniques indépendamment du calcul du capital de la solvabilité requis. Cela souligne la nécessité d'une formule standard SCR fiable dans tous les niveaux.

Comme les portefeuilles d'assurance peuvent être transférés séparément, une marge de risque doit être calculée pour chaque branche d'activité. Aucun effet de diversification entre les lignes d'activité n'est reconnu dans cette perspective.

2.4.3. La Cohérence du BE et MR

Comme indiqué précédemment, la méthode par défaut pour calculer les provisions techniques consiste à évaluer séparément le BE et une MR. Dans certains cas spécifiques, cette évaluation séparée peut ne pas être nécessaire. Ce serait le cas lorsque les flux de trésorerie futurs de l'assurance peuvent être reproduits en utilisant des instruments financiers pour lesquels une valeur de marché fiable est observable. La valeur des provisions techniques associées à ces flux de trésorerie serait alors la valeur de ces instruments financiers. Le principe de cette méthode d'évaluation est la cohérence du marché ce qui implique que la valeur des flux de trésorerie de l'assurance prend en considération l'incertitude du montant et du calendrier des paiements pour que ne devrait pas être différente de la valeur de marché de ce portefeuille.

Ces flux de trésorerie d'assurance, également appelés flux de trésorerie couverts, sont toutefois forcément assez rares, car la plupart des contrats contiennent un risque d'assurance qui porte certains incertitude.

Tous les autres flux de trésorerie - la grande majorité d'entre eux - seront considérés comme non reproductibles dans la mesure où ils contiennent des risques financiers ou non financiers non couverts. Les risques financiers non couverts comprennent, par exemple, les options et garanties financières intégrées. Par exemple ; dans les contrats d'assurance-vie qui ne sont pas négociés sur un marché financier, les risques dont la durée dépasse les durées négociées sur le marché financier. Pour tous ces portefeuilles d'assurance non repliables, le calcul de marge de risque devra être effectué.

2.4.4. Les données statistiques utilisées pour calcul du BE et MR

Même si la plupart des compagnies d'assurance utilisent actuellement des méthodes statistiques pour évaluer leurs provisions techniques dans la plupart des secteurs d'activité dans le cadre de

de la solvabilité I, le point de départ légal pour évaluer les provisions techniques reste souvent l'évaluation par approche au cas par cas.

La solvabilité II semble inverser les priorités dans ce domaine, en indiquant que l'approche statistique est la méthode par défaut pour évaluer les provisions techniques. Cette évaluation devra utiliser et être cohérente avec toutes les informations fournies par les marchés financiers et les données généralement disponibles sur les risques techniques d'assurance et de réassurance. Ces exigences visent à assurer la cohérence des provisions techniques avec le marché.

Selon l'article 81 de la directive «lorsque, dans des circonstances spécifiques, les entreprises d'assurance et de réassurance ne disposent pas de données suffisantes et de qualité appropriée pour appliquer une méthode actuarielle fiable à un ensemble ou à un sous-ensemble de leurs obligations d'assurance et de réassurance, des approximations appropriées, y compris des approches au cas par cas, peuvent être utilisées dans le calcul de la meilleure estimation».

Dans ce contexte ; le texte de la directive autorise explicitement les autorités de contrôle à veiller à ce que les compagnies d'assurance et de réassurance disposent de processus et de procédures internes pour garantir la qualité et l'adéquation des données utilisées dans le calcul de leurs provisions techniques.

Partie 2 : Le provisionnement (PSAP) via des modèles non stochastiques et stochastiques



Chapitre 1 : Les techniques de Provision pour Sinistres à Payer « PSAP »

Ces dernières années l'augmentation de la puissance de calcul a entraîné le développement de techniques plus avancées de provisionnement des sinistres, permettant à la branche stochastique de dépasser les méthodes déterministes, ce qui se traduit par des prévisions de meilleure qualité. Ainsi, non seulement des estimations ponctuelles, mais aussi des distributions prédictives peuvent être générées afin de prévoir les montants des futurs sinistres. L'expansion significative de la variété des modèles nécessite la validation de ces méthodes et la création de techniques

d'appui pour une prise de décision appropriée. On va comparer et valide plusieurs méthodes stochastiques ou non stochastiques existantes et développées sur des données réelles en appliquant des mesures de comparaison.

Section 1 : La stratégie adoptée pour la PSAP

Les professionnels en assurance, les chercheurs et les actuaires utilisent plusieurs méthodes pour le calcul et la prévision du PSAP. On s'intéresse dans cette étude aux quelques méthodes les plus importantes.

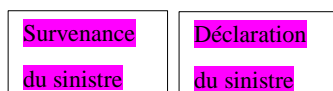
1.1. La définition de la PSAP

La provision pour sinistre à payer visuellement appelé PSAP. Elle est définie dans le code de CIMA²⁶ comme suit : « valeur estimative des dépenses en principal et en frais interne qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés »²⁷.

1.2. La composition de la PSAP

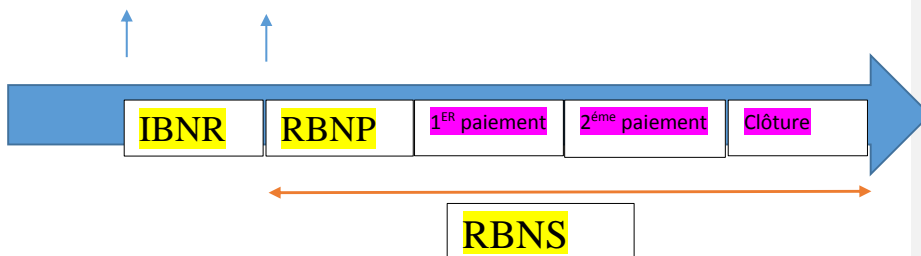
Pour mieux visualiser la PSAP, On va prendre le déroulement d'un sinistre qui commence par son fait générateur de survenance de sinistre, puis la déclaration du sinistre, ensuite le paiement du sinistre. Le paiement peut se faire en une fois ou deux fois, trois fois ... c'est du cas par cas. Enfin que le sinistre est intégralement réglé et que toutes les informations étaient renseigner, alors nous avons procédé à la clôture du sinistre. Entre la date de survenance et la date de déclaration du sinistre l'assureur n'a pas connaissance de ces sinistres et donc, il va falloir les estimer, on les a appelé les IBNR (Incured But Not Reported) : Ce sont des sinistres produits mais que ne sont pas connues par l'assureur puisqu'ils ne sont pas été déclarés. Les provisions IBNR se divisent classiquement en deux catégories :

Figure 3 : Schéma du déroulement des PSAP



²⁶ Conférence interafricaine des marchés d'assurance

²⁷ Extrait article 334-8 du code CIMA



Source : Elaborer par nous même

- Les IBNER (Incurred But Not Enough Reserved) : Ces provisions couvrent l'insuffisance potentielle de provisionnement des sinistres survenus et déclarés à la date de clôture des états financiers ;
- Les IBNYR (Incurred But Not Yet Reported) : Ces provisions sont une estimation du coût des sinistres survenus mais non encore déclarés à la date de clôture. Les IBNYR peuvent être calculés en utilisant une méthode de fréquence/sévérité.

Les IBNR étant la somme des IBNER et des IBNYR. Entre la date de déclaration du sinistre et le premier paiement il y a les RBNP (Reported But Not Paid) : Ce sont les sinistres connus par l'assureur mais qui ne font l'objet d'aucun règlement. Les RBNP sont compris dans les RBNS (Reported But Not Settled) qui sont les sinistres connus et qu'ont fait l'objet ou non d'un ou plusieurs paiements mais qui ne sont pas encore clos. L'addition des IBNR et les RBNS et la soustraction des sinistres réglés donnent la provision pour sinistre à payer (PSAP).

$(IBNR+RBNS)-\text{montants réglés des sinistres} = \text{PSAP}$

L'une des raisons les plus importantes pour séparer l'IBNR en ses composantes est de tester l'adéquation des cas en suspens dans le temps. Cela peut être un outil de gestion important et un outil utile pour l'actuaire lorsqu'il s'agit de déterminer les méthodes les plus appropriées pour estimer les revendications.

Dans la suite de présent travail ; on va discuter de l'importance des différents types de données fournies dans le but d'estimer les PSAP. On doit comprendre si les données de l'assureur incluent ou excluent : IBNR, estimations des PSAP ; les frais d'ajustement, les montants

recouvrables au titre du sauvetage et/ou de la subrogation, les recouvrements au titre de la réassurance, et les franchises des assurés.

Les techniques d'estimation basées sur les sinistres agrégés par année de déclaration ne mesurent que l'évolution des sinistres connus et non l'IBNR pur ; et l'IBNR pur est souvent la partie la plus difficile à déterminer de l'estimation du total des sinistres non payés. D'autres méthodes d'estimation des sinistres non payés sont nécessaires pour calculer l'IBNR pur à partir des données de l'année de référence.

1.3. Le cadre théorique

En se basant sur les études déjà mentionnées dans le chapitre préliminaire de la revue de littérature et une référence bibliographique plus riche, on peut dégager que dans l'assurance non-vie, les provisions pour sinistres constituent la position la plus importante au passif du bilan. Par conséquent, l'estimation de provisions pour sinistres à payer pour un portefeuille composé de plusieurs branches d'activité est pertinente pour chaque compagnie d'assurance non-vie. La nouvelle réglementation en matière de solvabilité exige aux compagnies d'assurance qu'elles passent à une évaluation de leurs engagements conforme au marché (approche du bilan complet). La solvabilité II exige une vue de la répartition des engagements prévus sur un an ce qui implique de considérer la répartition complète des bénéfices/pertes sur les réserves sur une période d'un an pour une évaluation correcte du risque de réserve.

Le parcours des engagements d'assurance prend généralement plusieurs années. C'est pourquoi les compagnies d'assurance générale doivent constituer provisions (des réserves) appropriées relatifs aux pertes en cours. Ces réserves doivent être constamment ajustées en fonction des dernières informations disponibles. En vertu de la nouvelle réglementation sur la solvabilité II, les compagnies d'assurance doivent se protéger contre les éventuelles insuffisances de ces ajustements de réserves avec le capital à risque. Ce discours implique la description de l'approche du coût du capital dans un contexte de mesure de risque sur plusieurs périodes. Dans une approche du coût du capital, la compagnie d'assurance doit prouver qu'elle détient des réserves suffisant d'une part pour payer les engagements d'assurance (réserves pour sinistres) et d'autre part pour payer les coûts du capital porteur de risque (marge de coût du capital ou marge de risque). Par conséquent, au premier moment, l'assureur doit détenir des réserves pour sinistres ajustées au risque, qui comprennent des réserves de Best Estimate pour les passifs liés

aux pertes en cours et une marge supplémentaire pour la couverture du flux de trésorerie généré par les charges de coût du capital.

Ces provisions pour sinistres ajustées aux risques sont souvent conformes au prix du marché pour les engagements. Étant donné que l'approche du coût du capital sur plusieurs périodes est plutôt complexe, les modèles de solvabilité les plus modernes prennent en compte une mesure sur une période ainsi qu'une approximation pour toutes les périodes ultérieures. Seuls des modèles internes de haute qualité reflétant de manière optimale la situation de risque à laquelle l'entreprise est confrontée permettent aux assureurs d'évaluer le niveau de capital-risque requis.

Il est donc important de mesurer et d'évaluer le risque de réserve dans le cadre des risques d'assurance. En revanche, la solvabilité II exige la quantification du risque de réserve sur un an. Ainsi, les résultats d'investissement, qui doivent être ajoutés aux résultats d'assurance, sont également basés sur une période d'un an, ce qui signifie que plusieurs modèles internes montrent une vision d'un an pour les résultats d'assurance et une vision d'un an pour les résultats d'investissement. Il y a donc actuellement une discussion dans la littérature académique et dans la pratique des assurances sur la manière de quantifier ce risque de réserve sur un an.

1.4. L'évaluation des PSAP selon la directive de la solvabilité II

En suivant la NOTICE « Solvabilité II » Provisions techniques (y compris mesures « branches longues ») 2015 (Version en date du 17/12/2015) ACPR banque de France²⁸, les méthodes de calcul des PSAP sont comme suit :

- « Méthodes de calcul des provisions pour sinistres déclarés à payer (Orientation 69)
- Les entreprises n'incluent pas la provision pour sinistres survenus mais non déclarés (IBNR), ni les frais de gestion des sinistres non alloués (ULAE) dans le calcul de la provision pour sinistres déclarés à payer, qui représente la composante de la provision pour sinistres pour laquelle les événements ayant donné lieu au sinistre ont été notifiés à l'assureur.
- Deux méthodes sont possibles pour estimer la provision pour sinistres déclarés à payer :
 - a) considérer le nombre de sinistres déclarés et leur coût moyen ;

²⁸<https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/media/2017/09/25/20151218-notice-solvabilite2-provisions-techniques.pdf>

b) l'estimer dossier par dossier.

- Méthodes de calcul des provisions pour sinistres survenus mais non déclarés (Orientation 70)
 - Si des techniques actuarielles (par exemple, techniques de chainladder) sont utilisées pour estimer la provision pour sinistres survenus mais non déclarés (IBNR), les entreprises vérifient la validité des hypothèses sous-tendant la technique ou ajustent les cadences de règlement pour qu'ils reflètent correctement les développements future probables.
- Méthodes de valorisation des frais de règlement des sinistres – frais de gestion des sinistres non alloués (ULAE) (Orientation 71)
 - Lorsque les entreprises appliquent une méthode simplifiée pour la provision pour frais de règlement des sinistres basée sur une estimation sous forme de pourcentage de la provision pour sinistres, comme celle décrite à l'annexe technique II. Celle -ci ne doit être prise en compte que si les frais peuvent raisonnablement être considérés comme proportionnés aux provisions dans leur ensemble, si cette proportion est stable au cours du temps et si les frais sont distribués de manière uniforme pendant toute la durée du portefeuille de sinistres dans son ensemble.
 - Simplification pour frais de règlement des sinistres

Simplification pour la provision pour frais de règlement des sinistres sur la base d'une estimation sous forme de pourcentage de la provision pour sinistres :

Cette simplification repose sur la formule suivante, appliquée à chaque ligne d'activité :

$$\text{Provision pour ULAE} = R \times [\text{IBNR} + a \times \text{PCO_reported}]$$

Où : R = moyenne simple ou pondérée de R_i sur une période suffisante de temps

Avec R_i = frais de règlement des sinistres versés / (sinistres bruts + subrogations)

IBNR = provision pour IBNR

PCO_reported = provision pour sinistres déclarés à payer sans déduction de la provision de réassurance pour sinistres déclarés à payer

a = pourcentage des provisions pour sinistres »

- Le générateur de scénario économique (GSE)

La directive de la solvabilité II exige que « Les entreprises sont en mesure de partager les documents suivants avec les autorités de contrôle, dès qu'elles en font la demande :

- a) les modèles mathématiques sur lesquels repose le GSE et la raison ayant motivé ces choix ;
- b) l'évaluation de la qualité des données de marché ;
- c) le processus de calibrage et le contrôle des erreurs ;
- d) les paramètres résultant du processus de calibrage (en particulier ceux correspondant à la volatilité, par exemple des taux, et à la corrélation entre les facteurs de risque de marché).

Lorsque les entreprises utilisent un GSE pour la modélisation stochastique des provisions techniques, elles sont en mesure de démontrer aux autorités de contrôle compétentes les propriétés essentielles inhérentes au GSE comme la précision et la robustesse des calculs opérés ainsi que la capacité à délivrer des prix d'actifs cohérents avec les prix d'actifs observés sur les marchés financiers (prix de marché).

Afin de démontrer la précision du GSE, les entreprises ont recours a minima à une analyse de convergence permettant de déterminer l'erreur introduite par des techniques de simulation de type Monte-Carlo.

Afin de démontrer la robustesse du GSE, les entreprises testent la sensibilité de la valorisation de leurs passifs typiques à la variation de certains paramètres et certaines hypothèses du processus de calibrage »²⁹.

1.5. L'art du calcul des provisions (PSAP)

L'objectif est toujours d'assurer la solvabilité des compagnies d'assurances et par la suite la pérennité du secteur de l'assurance pour éviter toute dérive. Les régulateurs cherchent à utiliser des outils scientifiques et rigoureux pour le provisionnement en se basant sur le travail de Denuit et Charpentier (2005) : «le provisionnement n'est pas un problème de modélisation complexe et sophistiqué, mais plutôt un exercice de choix de modèle ».

²⁹<https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/media/2017/09/25/20151218-notice-solvabilite2-provisions-techniques.pdf>

Quel modèle nous devons utiliser compte tenu des données existantes ? En ce sens, le provisionnement n'est plus une science, mais davantage un art, où le savoir-faire et l'expérience de l'actuaire l'emportent³⁰.

L'évaluation des provisions nécessite différentes méthodes pour l'estimer. Il existe plusieurs méthodes déterministes qui permettent de déterminer un estimateur du niveau de provision nécessaire mais ne fournissent aucune information sur la distribution sous-jacente des réserves.

- Chain Ladder qui estime une cadence moyenne de développement à partir des données historiques ;
- Bornhuetter-Ferguson analyse le comportement des sinistres en utilisant non seulement les données historiques mais aussi un ratio sinistre sur prime exogène (provenant de la tarification ou de la souscription par exemple) ;

Il y'a aussi les méthodes stochastiques qui proposent, au-delà de la simple estimation du montant de réserve, une estimation de leur variabilité. Sous certaines conditions, une distribution prédictive complète peut être déterminée. Dans certains pays, la réglementation exige de connaître des informations sur la volatilité de l'estimation obtenue.

- La méthode de Mack permet d'obtenir des résultats identiques à ceux de Chain Ladder, de mesurer leurs variabilités mais pas d'en déterminer une distribution ;
- La méthode Bootstrap est un processus de ré échantillonnage qui permet de déduire une distribution sous-jacente des réserves à constituer.

³⁰Arthur Charpentier : Mesurer le risque lors du calcul des provisions pour sinistres à payer
Article. December 2010

Section 2 : La méthodologie d'évaluation des PSAP

2.1. Les méthodes d'évaluation des PSAP³¹

Les méthodes qu'on va utiliser par la suite dans notre travail sont des méthodes déterministes et d'autres stochastiques et on peut trouver des méthodes intégrées ou développées pour devenir stochastiques.

❖ La méthode Chain Ladder (CL)

La méthode Chain Ladder de ou la méthode de développement est une technique de réserve de perte actuarielle de premier plan. Elle est utilisée à la fois dans les domaines de l'assurance des biens et des assurances dommages. Son intention est d'estimer les réclamations des IBNR et projeter les montants des pertes finales. La principale hypothèse sous-jacente de la méthode Chain Ladder est que les modèles de développement des pertes historiques sont indicatifs des modèles de développement des pertes futures³².

Cette méthode compte parmi les plus usuelles et sert de référence pour les méthodes déterministes. La facilité de son implémentation et la pertinence de ses résultats l'a rendu la plus utilisée dans le domaine de calcul de provisionnement.

Elle est basée sur les hypothèses³³ :

- Les années de survenance sont indépendantes entre elles.
- Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des paiements futurs.

La méthode Chain Ladder s'appuie sur l'hypothèse forte de l'indépendance des années de survenance. Ainsi, pour vérifier cette condition, nous nous intéressons aux données relatives au D-triangle.

³¹ Voir annexe : Stratégie de pilotage de la marge de sécurité en assurance non-vie ; page 25
https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?news_link=mem%2F98b62d2b96cc8f26df6a303a2c57c407.pdf&fg=1

³² <https://theactuarialclub.com/2019/05/17/chain-ladder-method-the-most-common-reserving-method/>

³³ http://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/393089_990a1016e80e44e990efc38b1b880191.html

La méthode de Chain Ladder calcule les IBNR en utilisant des triangles de ruissellement des pertes payées et des pertes encourues, représentant la somme des pertes payées et des réserves de cas. Les compagnies d'assurance sont tenues de mettre de côté une partie des primes qu'elles reçoivent de leurs activités de souscription pour payer les réclamations qui pourraient être déposées à l'avenir. Le montant des sinistres prévus ainsi que le montant des sinistres réellement payés déterminent le montant des bénéfices que l'assureur publiera dans ses documents financiers.

Les triangles de réserve sont des matrices bidimensionnelles qui sont générées par l'accumulation de données de réclamation sur une période de temps. Les données de réclamation sont exécutées à travers un processus stochastique pour créer les matrices de ruissellement après avoir accordé de nombreux degrés de liberté.

À la base, la méthode de Chain Ladder fonctionne en supposant que les tendances des activités de réclamation dans le passé continueront d'être observées à l'avenir. Pour que cette hypothèse se vérifie, les données des expériences de pertes passées doivent être exactes. Plusieurs facteurs peuvent avoir une incidence sur la précision, notamment les modifications apportées aux offres de produits, les modifications réglementaires et juridiques, les périodes de forte gravité réclamations et changements dans le processus de règlement des réclamations. Si les hypothèses intégrées dans le modèle diffèrent des sinistres observés, les assureurs pourraient devoir apporter des ajustements au modèle.

❖ La méthode Bornhuetter-Ferguson (FF)³⁴

Bornhuetter-Ferguson a développé cette méthode en 1972. C'est une méthode bayésienne dans laquelle des distributions de probabilité préalables sont spécifiées pour les ultimes de chaque année d'origine. L'utilisation d'antécédents très vagues donne les mêmes résultats que la méthode de la chaîne de Poisson sur-dispersée : l'utilisation d'antécédents exacts produit les mêmes résultats que la méthode Bornhuetter-Ferguson. La méthode permet donc d'obtenir un spectre complet des résultats entre ces deux extrêmes. Le point approprié sur ce spectre est déterminé par les distributions préalables, qui doivent être fixées par l'utilisateur sur la base

³⁴Verrall R. J (2001): A Bayesian generalized linear model for the Bornhuetter-Ferguson method of claims reserving. Actuarial Research Paper No. 139, Department of Actuarial Science and Statistics, City University.

d'un jugement et/ou d'informations provenant d'autres sources (par exemple des données de l'industrie).

Parmi les hypothèses clés de cette méthode :

Les mêmes que pour le modèle de Poisson sur-dispersé :

- Le modèle d'écoulement sous-jacent est le même pour toutes les années d'origine (comme dans la méthode de base de l'échelle en chaîne).
- Les montants des demandes d'indemnisation différentielles sont stochastiquement indépendants.
- L'écart entre les montants des demandes supplémentaires est proportionnel à la moyenne.
- Les revendications progressives sont positives pour toutes les périodes de développement (bien que les revendications négatives puissent être retiré ou ajusté si ce n'est pas trop).

Et en plus :

- Les hypothèses de moyenne et de variance des distributions antérieures (par jugement, ou à partir de données de l'industrie, ou les deux).

Les données requises :

Le triangle de ruissellement habituel des montants agrégés (payés ou encourus). Toutefois, comme les incréments non positifs doivent être supprimés ou ajustés, la méthode peut être ventilée s'il y a trop d'incrément négatifs, de sorte qu'il est souvent inapproprié de l'utiliser avec des données.

En outre, des informations (ou une expérience préalable avec d'autres ensembles de données) sont nécessaires pour éclairer le jugement sur la sélection des moyennes et des écarts antérieurs.

❖ La méthode de Mack

Cette méthode calcule l'erreur standard impliquée dans l'application de la méthode de la chaîne de contrôle pour l'estimation des réserves pour chaque année d'origine et pour toutes les années combinées, en tenant compte de l'incertitude des paramètres et du processus. L'étude de 1999³⁵ permet de tenir compte des facteurs de queue dans la méthode. La méthode peut être appliquée à la fois comme un calcul déterministe, ou stochastique en utilisant un approche de bootstrap. Il est suggéré que les distributions standard (LogNormal ; Gamma) peuvent être utilisé pour calculer des fourchettes basées sur les résultats de la méthode.

Hypothèses clés :

- Le schéma de ruissellement sous-jacent est le même pour toutes les années d'origine (comme dans la méthode de base de Chain Ladder).
- Les facteurs de développement futurs sont indépendants des facteurs de développement passés (c'est-à-dire que la taille du facteur suivant est indépendante de la taille du dernier facteur).
- La variation du montant cumulé des demandes suivantes est proportionnelle au montant cumulé des demandes.

Données requises : Triangles des sinistres cumulés (payés ou encourus).

❖ Techniques de bootstrap

Cette méthode utilise des techniques de bootstrapping³⁶ pour modéliser les événements de sinistres individuels, sur la base d'une enquête sur les données de sinistres individuels. Les méthodes GLM sont utilisées pour adapter les facteurs de développement des sinistres aux données de chaque sinistre, sur la base de toutes les informations disponibles, par exemple la notation de crédit ou la mesure de l'exposition contenues dans la police ou demande des données pour en tirer la meilleure estimation. Des techniques similaires sont appliquées pour obtenir des estimateurs pour les fourchettes de réserves.

Hypothèses clés :

³⁵ ASTIN Bulletin vol. 23 (1993) (and update in 1999 - ASTIN vol.29)selon

³⁶ "Stochastic reserving when past claim numbers are known", Wright T. S, Proceedings of Casualty Actuarial Society 1992

- L'évolution des demandes individuelles est fonction des caractéristiques relatives à la politique et la réclamation.

- Les réclamations IBNR ont pour origine une réponse similaire aux réclamations prévues des facteurs de développement.

- Un mélange connu de "bonnes" et de "mauvaises" politiques est contenu dans chaque année d'origine pour tenir compte de l'évolution des affaires, c'est-à-dire du cycle de réservation.

Les données requises : Données relatives à la politique et à l'évolution des sinistres pour chaque sinistre.

❖ Les autres modèles de Bootstrap

Le Bootstrapping est une méthode relativement récente consistant à fabriquer de l'information et à fournir des réponses là où les autres méthodes ne sont pas applicables (manque d'information, calculs impossibles...) son principe général est le rééchantillonnage par remplacement. Dans la suite, nous choisissons d'appliquer les méthodes du Bootstrap dans le cadre des hypothèses des modèles suivantes en suivant le travail³⁷ de Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wuthrich and Wayne Zhang 2020³⁸.

- Le Bootstrapping de Chain Ladder
- Le Bootstrapping de Mack Chain Ladder
- Le Bootstrapping de Mack avec Bornhuetter-Ferguson
- Il y a d'autres modèles qu'on peut l'appliquer avec l'évolution de notre travail

³⁷<https://cran.r-project.org/web/packages/ChainLadder/vignettes/ChainLadder.pdf>

³⁸ Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.11 Package Vignette Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wuthrich and Wayne Zhang " February 10, 2020

2.2. La méthodologie de travail

En suivant la revue de la littérature et selon Jacqueline Friedland, «Estimation des créances impayées à l'aide de techniques de base»³⁹, il y a sept étapes pour appliquer la technique de Chain Ladder qui est presque le cœur de toutes les études et modèles :

- Compiler les données des revendications dans un triangle de développement
- Calculer les facteurs d'âge à âge
- Calculer les moyennes des facteurs âge à âge
- Sélectionner les facteurs de développement des revendications
- Sélectionner le facteur de queue
- Calculer les facteurs de développement cumulatifs des réclamations
- Projet final claims

Les facteurs âge-à-âge, également appelés facteurs de développement des pertes (FDL) ou ratios de liaison, représentent le rapport des montants des pertes d'une date d'évaluation à l'autre, et ils sont destinés à saisir les profils de croissance des pertes au fil du temps. Ces facteurs sont utilisés pour projeter où les pertes de montant ultimes seront réglées.

- a- Etape 1 : Compiler les données des revendications dans un triangle de développement

Cette étape contient les triangles de données et l'expérience de développement des sinistres déclarés et payés pour chaque année.

- b- Etape 2 : Calculer les facteurs d'âge à âge

Les facteurs d'âge à âge sont déterminés en calculant le ratio des pertes aux dates d'évaluation ultérieures. Cette étape consiste à calculer les facteurs d'âge. Ces facteurs sont également connus sous le nom de facteurs de déclaration ou de rapports de liaison. Ils mesurent l'évolution des sinistres enregistrés d'une date d'évaluation.

- c- Etape 3 : Calculer les moyennes des facteurs âge à âge

³⁹ESTIMATING UNPAID CLAIMS USING BASIC TECHNIQUES Jacqueline Friedland, FCAS, FCIA, MAAA, FCA KPMG LLP With significant contributions by Rachel Dutil, FCAS, FCIA and Edward Lam, FCAS KPMG LLP July 30 2010 ; page 85

Après avoir complété le triangle des facteurs d'âge, notre prochaine étape consiste à calculer les moyennes des facteurs d'âge. Les actuaires utilisent une grande variété de moyennes pour les facteurs d'âge à l'âge. Parmi les moyennes les plus courantes on a :

- Moyenne simple (ou arithmétique)
 - Moyenne médiane (moyenne excluant les valeurs élevées et faibles)
 - Moyenne pondérée en volume
 - Moyenne géométrique (la nième racine du produit de n facteurs historiques d'âge à âge)
- d- Etape 4 : Sélectionner les facteurs de développement des revendications

Le facteur d'âge à l'âge sélectionné (également appelé facteur de développement de la demande sélectionné ou facteur de développement de la perte sélectionné) représente la croissance prévue dans l'intervalle de développement suivant. Lors de la sélection des facteurs de développement des sinistres, les actuaires examinent les données historiques de développement des sinistres, les facteurs d'âge à âge et les différentes moyennes des facteurs d'âge à âge. Il est également courant d'examiner la sélection des facteurs d'évolution des sinistres de l'année précédente.

Lorsque la crédibilité de la propre expérience historique de l'assureur est limitée, il peut être nécessaire de compléter cette expérience par certains points de référence. L'un de ces critères peut être l'expérience acquise dans des branches similaires avec des pratiques de traitement des sinistres similaires au sein de l'assureur. Une autre source de points de repère est constituée par les modèles de développement des sinistres du secteur de l'assurance lorsqu'ils sont observables et considérés comme comparables. Tout point de référence doit être utilisé avec prudence, car il peut y avoir des différences importantes entre la branche d'activité analysée et le point de référence en ce qui concerne les pratiques de traitement des sinistres, les couvertures d'assurance, la souscription, la répartition géographique, le codage des sinistres, les franchises et/ou les limites des assurés, les précédents juridiques, etc. De telles différences pourraient rendre les modèles de développement non comparables et accroître la variabilité des estimations des sinistres non payés. (Pour une discussion plus approfondie sur l'utilisation de l'expérience de référence du secteur.

Lors de la sélection des facteurs de développement des sinistres, les actuaires examinent l'expérience de développement des sinistres pour les caractéristiques suivantes :

- Progression régulière des facteurs individuels d'âge à âge et des facteurs moyens sur les périodes de développement. Idéalement, le modèle devrait démontrer un développement progressif en diminution constante d'une évaluation à l'autre (c'est-à-dire à mesure que l'on s'éloigne de la période de l'accident), en particulier dans les évaluations ultérieures.

- Stabilité des facteurs d'âge à âge pour la même période de développement. Idéalement, il devrait y avoir une gamme relativement petite de facteurs (faible variance) à l'intérieur de chaque intervalle de développement (c'est-à-dire en bas des colonnes). Nous recherchons la stabilité des facteurs d'âge à âge et dans les différentes moyennes pour la même période de développement.

- Crédibilité de l'expérience. Les actuaires déterminent généralement la crédibilité en fonction du volume et de l'homogénéité de l'expérience pour une année d'accident et un âge donnés. Si l'expérience de l'assureur en matière de développement des sinistres est peu crédible en raison du volume limité des sinistres, de changements organisationnels ou d'autres facteurs, il peut être nécessaire d'utiliser des facteurs de développement de référence provenant du secteur de l'assurance.

- Les changements de modèles. Les actuaires examinent les facteurs d'âge pour identifier des modèles systématiques qui peuvent suggérer des changements dans les opérations internes ou l'environnement externe.

- Applicabilité de l'expérience historique. Les actuaires déterminent l'adéquation des facteurs historiques d'âge à âge pour la projection de l'évolution future des sinistres en se basant sur des informations qualitatives concernant l'évolution du portefeuille d'affaires et des opérations des assureurs dans le temps. Les actuaires prennent également en compte l'effet des changements dans les facteurs externes qui ne se sont pas encore manifestés dans l'expérience des sinistres déclarés.

e- Etape 5 : Sélectionnez le facteur de queue

Si les données sont disponibles, l'actuaire doit analyser le développement jusqu'au point où il cesse (c'est-à-dire jusqu'à ce que les facteurs de développement sélectionnés soient égaux à 1.000). Le nombre de périodes de développement requises varie généralement selon la ligne, la juridiction et le type de données.

Les actuaires utilisent plusieurs approches pour évaluer le facteur de queue. Une approche consiste à s'appuyer sur les facteurs de développement de référence de l'industrie.

Une autre approche courante consiste à ajuster une courbe aux facteurs de développement sélectionnés ou observés pour extrapoler les facteurs de queue ; la décroissance exponentielle est une hypothèse courante pour un tel ajustement de courbe.

Une troisième approche, utilisée pour le développement payant, où le développement comparable déclaré est déjà considérée comme étant à terme, est d'utiliser les ratios déclarés/payés au plus tard observés période de développement rémunérée. Il est recommandé à l'actuaire de chercher des informations supplémentaires sur ce sujet par le biais de la littérature actuarielle disponible.

f- Etape 6 : Calculer les facteurs de développement cumulatifs des réclamations (CDF⁴⁰)

Le calcul des facteurs cumulatifs de développement des demandes par multiplications successives commence par le facteur de queue et le facteur d'âge le plus ancien. Le facteur de développement cumulé des sinistres projette la croissance totale sur les évaluations restantes. Les facteurs cumulatifs de développement des demandes sont également connus sous le nom de facteurs d'âge à l'âge ultime et de facteurs de développement des demandes jusqu'à l'ultime.

g- Etape 7 : Projet final claims

Les créances finales sont égales au produit de la dernière évaluation des créances (les montants indiqués sur la dernière diagonale des triangles de créances) et les facteurs de développement des revendications cumulatives appropriées.

En ajoutant que les modèles qu'on va adopter par la suite que ce soit déterministes ou stochastiques va suivre ces étapes avec quelques modifications.

⁴⁰Calculate Cumulative Claim Development Factors

2.3. La base des données

Dans le cadre de l'établissement et de la vérification des estimations des sinistres non payés pour un assureur, les actuaires s'appuient sur de nombreux types de données différentes selon Jacqueline Friedland⁴¹. Voici quelques-uns des types de données les plus courants :

- Les sinistres payés supplémentaires.
- Cumul des sinistres payés.
- Créances payées sur des sinistres clôturés.
- Créances payées sur des sinistres en cours.
- Cas en suspend.
- Réclamations déclarées (c'est-à-dire la somme des réclamations payées cumulées plus les cas en suspens).
- Demandes d'indemnisation supplémentaires déclarées.
- Nombre de réclamations signalées.
- La demande d'indemnisation est considérée comme close avec paiement.
- La demande d'indemnisation est considérée comme close sans paiement.
- Les sinistres ouverts comptent.
- La réouverture de la procédure de réclamation.

Nous pouvons utiliser tous les types de données ci-dessus avec les demandes d'indemnisation uniquement (c'est-à-dire les pertes uniquement), les dépenses liées aux demandes d'indemnisation ou les demandes d'indemnisation et les dépenses liées aux demandes d'indemnisation combinées.

2.4. Les logiciels de travail

Les logiciels qu'on peut utiliser dans notre travail selon René Dahms⁴² :

- Les logiciels Free software:

⁴¹ESTIMATING UNPAID CLAIMS USING BASIC TECHNIQUES Jacqueline Friedland, FCAS, FCIA, MAAA, FCA KPMG LLP With significant contributions by Rachel Dutil, FCAS, FCIA and Edward Lam, FCAS KPMG LLP July 30 2010 ; page 31

⁴²Stochastic Reserving René Dahms ETH Zurich, Spring 2019 Last update: 18 February 2019 page 22

* R (www.cran.r-project.org), in particular the packages actuar and ChainLadder.

* LSRM Tools (<http://sourceforge.net/projects/lsrcmtools/>)

* ...

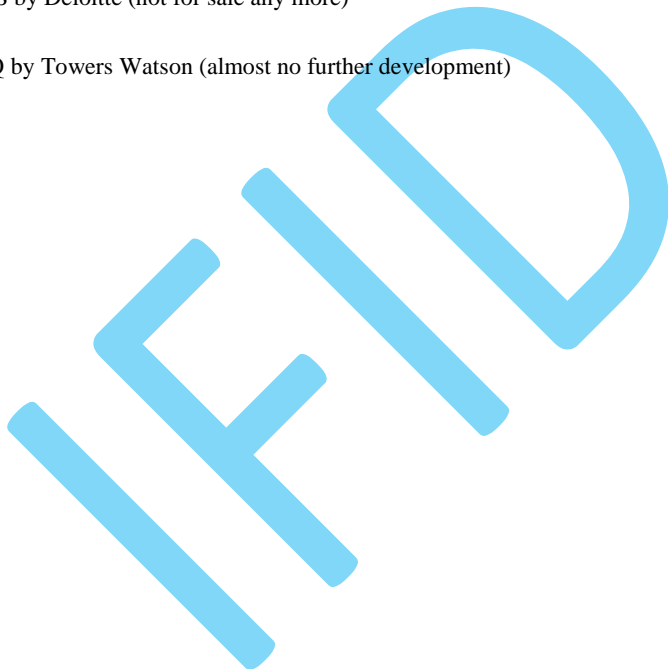
• Les logiciels Commercial software :

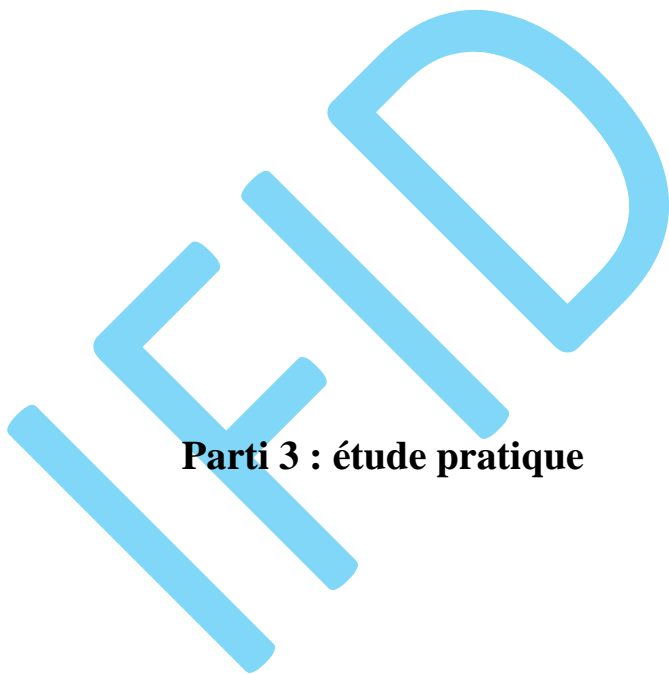
* IBNRS by Addactis

* CROS by Deloitte (not for sale any more)

* ResQ by Towers Watson (almost no further development)

* ...





Parti 3 : étude pratique

Introduction

Notre travail, porte sur l'utilisation des données prévenant des inventaires qui sont libelle branche, libelle sous branche, numéro de sinistre, date de survenance de sinistre, date de déclaration, année de survenance, date d'ouverture, année d'ouverture, règlement année n, règlement cumulé et sap n. Nous construisons par la suite les triangles suivants :

- Le triangle des règlements automobile matériel et corporel brut de réassurance et de recours.

- Le triangle des charges automobile matériel et corporel brut de réassurance et de recours.

Nous appliquons un algorithme de projection des règlements en se basant sur l'historique des règlements passés. Nous exploitons quelques programmations sous le logiciel R, surtout lePackage Chain-Ladder, boot,MASS, cplm, actuar. Nous vérifions nos calculs par les méthodes adoptés sur Excel.

Ce travail permet de réaliser, nos objectifs fixés qui sont l'utilité et la pertinence de l'application des techniques stochastiques pour évaluer la provision pour sinistre à payer pour une assurance non-vie (Automobile) sous la directive de la solvabilité II.

Section 1 : L'étude des PSAP des sinistres Automobile matériel

Le passage par les méthodes déterministes est toujours présent pour l'application des méthodes stochastiques d'après la revue de la littérature des méthodes de provisionnement. Pour atteindre notre objectif stochastique, nous allons étudier la méthode déterministe de Chain-Ladder classique qui est considérée comme méthode de référence et de comparaison que ce soit pour les méthodes déterministes ou les méthodes stochastiques. Nous passons par la suite à l'étude stochastiques concernant la branche automobile matériel.

1.1. L'application de la méthode déterministe de Chain-Ladder

Cette méthode standard se base sur de coefficients de développement ou coefficients de passage entre les années de développement en supposant que l'observation des cadences des règlements dans le passé va être maintenue dans le futur. A partir de ce raisonnement par récurrence l'estimation de la partie inférieure du triangle de développement et en particulier les charges à l'ultime est applicable.

1.1.1 L'application et le calcul de la PSAP

L'application s'exerce à toute sorte de triangles de règlement, de charge, de nombre de sinistres...cette étude se focalise sur l'application uniquement aux triangles des règlements et des charges cumulés. Pour cela, il faut vérifier les deux hypothèses suivantes :

- L'indépendance des années de survenance.
- L'existence d'une relation de récurrence entre le passé et le futur (Les années de développement sont les variables explicatives du comportement des sinistres futurs).

A partir de ces deux hypothèses, nous effectuons une projection en partant d'un triangle de données exprimées en cumulé, ces données soient homogènes. Pour un nombre des années de survenance et un nombre des années de développement, nous considérons le triangle suivant

Tableau 1: Triangle des règlements

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
1	3462630	4984604	1286899	302276	124856	77166	54545	70501	35512	45278
2	5173764	7528512	1725119	533396	391165	163679	103254	73390	35288	NA
3	5888322	9812028	2254493	752486	465645	197088	82100	57834	NA	NA
4	7235827	10980115	2400541	742838	495687	247220	128704	NA	NA	NA
5	8102725	9859711	2852373	912812	215718	146026	NA	NA	NA	NA
6	8428257	8720577	2596558	439981	295370	NA	NA	NA	NA	NA
7	8927725	9536048	2749604	895518	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	9905457	10815553	3958665	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	11101265	14778728	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
10	12377095	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Source : Output R avec nos modifications personnelles

Le triangle des règlements cumulés désigne les règlements historiques payés par année de développement et pour chaque année de survenance. Le package Chain-Ladder sous R exige :

- Remplacer les 0 (ou le vide) de notre tableau de données par NA.
- Appliquer la fonction "round"

Tableau 2 : Triangle des règlements cumulés de l'automobile matériel

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
1	3462630	8447234	9734133	10036409	10161265	10238431	10292976	10363477	10398989	10444267
2	5173764	12702276	14427395	14960791	15351956	15515635	15618889	15692279	15727567	NA
3	5888322	15700350	17954843	18707329	19172974	19370062	19452162	19509996	NA	NA
4	7235827	18215942	20616483	21359321	21855008	22102228	22230932	NA	NA	NA
5	8102725	17962436	20814809	21727621	21943339	22089365	NA	NA	NA	NA
6	8428257	17148834	19745392	20185373	20480743	NA	NA	NA	NA	NA
7	8927725	18463773	21213377	22108895	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	9905457	20721010	24679675	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	11101265	25879993	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
10	12377095	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Source : Output R avec nos modifications personnelles

Nous déterminons les facteurs de développement LAMBDA exprimés en cadence de règlement par rapport à la charge ultime, en cumulé GAMMA, puis en incréments PHI à partir du triangle des règlements cumulés. Ce dernier coefficient permet de visualiser la cadence de règlement en pourcentage de la charge ultime

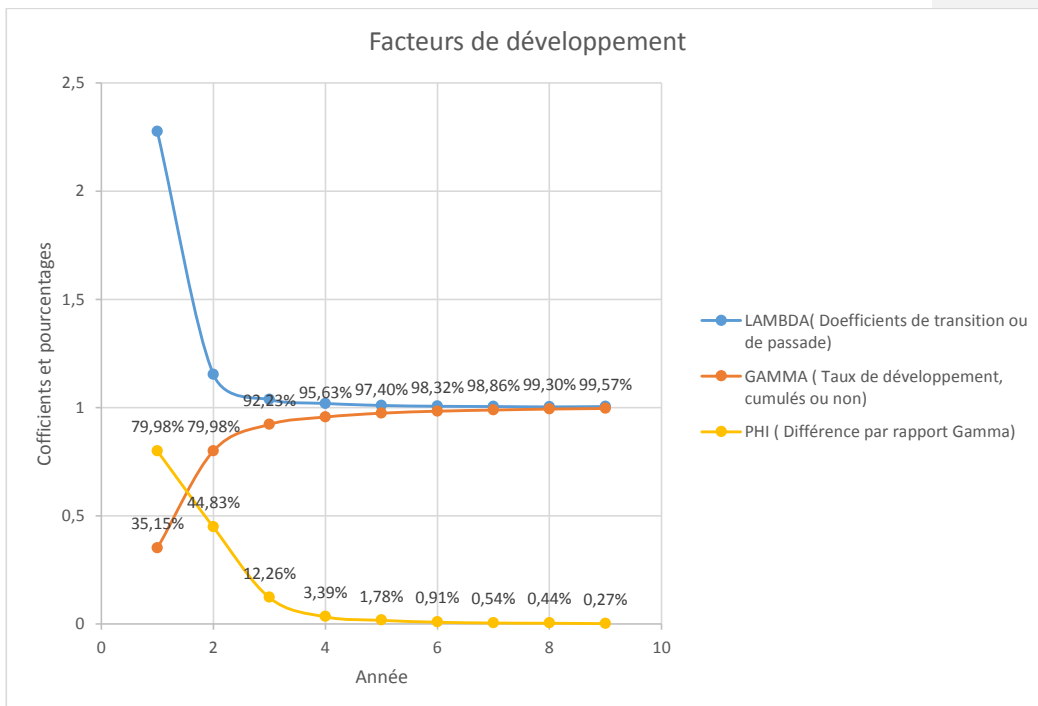
Tableau 3 : Facteurs de développement LAMBDA exprimés en cadence de règlement par rapport à la charge ultime, en cumulé GAMMA, puis en incréments PHI.

ANNEE DE DEVELOPPEMENT	1	2	3	4	5	6	7	8	9
LAMBDA (Coefficients de transition ou de passage)	2.275 407	1.153 247	1.03 678	1.018 588	1.009 393	1.0054 831	1.004 447	1.002 717	1.004 354
GAMMA (Taux de développement, cumulés ou non)	35.15 %	79.98 %	92.2 3%	95.63 %	97.40 %	98.32 %	98.86 %	99.30 %	99.57 %
PHI (Différence par rapport Gamma)	79.98 %	44.83 %	12.2 6%	3.39 %	1.78 %	0.91%	0.54 %	0.44 %	0.27 %

Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

A partir de ce graphique, nous remarquons une forte décroissance des facteurs de développement au cours du temps expliqué par les coefficients de transition ou de passage LAMBDA qui tend de 2.275407 vers 1.004354. Pour tout sinistre déclaré, les assurés seront en général dédommagés dès les premières années comme l'indique le triangle des règlements. Ce qui nous permet d'observer une décroissance des prestations pour une année de survenance d'accident i donnée. Ainsi, la croissance des provisions cumulées, matérialisée par les facteurs de développement, est toujours continue mais elle est moins importante que les premières années. Elle est expliquée par le coefficient de pourcentage de PHI (la différence par rapport GAMMA) ce qui permet de visualiser la cadence de règlement en pourcentage de la charge ultime qui tend de 79.98% vers 0.27%. Le graphique ci-dessous illustre bien cette décroissance des facteurs de LAMBDA, GAMMA et PHI qui présentent un certain seuil de stabilité.

Figure 4 : Facteurs de développement en fonction des années de développement.



Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Ces tendances des coefficients tracés par les courbes expliquent bien la façon des règlements faites par la compagnie d'assurance. Presque 80% des dossiers sont réglés dès les deux premières années.

Le package ChainLadder sous R permet d'appliquer la fonction Chain Ladder sur ce triangle de données cumulées, nous obtenons la partie inférieure qui correspond aux coûts ultimes des sinistres survenus la même année par rapport aux années de développement à venir.

Tableau 4 : Triangle des règlements complétés (projetés) de l'automobile matériel

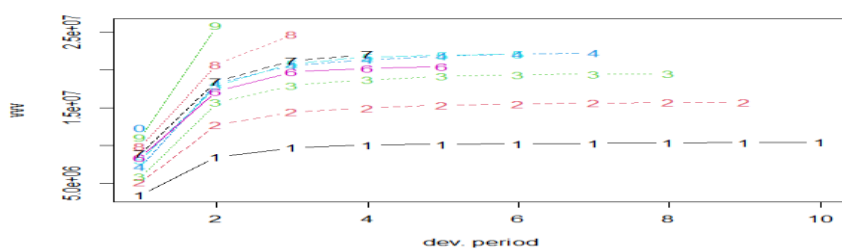
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	Ult
1	3462630	8447234	9734133	10036409	10161265	10238431	10292976	10363477	10398989	10444267	10458624
2	5173764	12702276	14427395	14960791	15351956	15515635	15618889	15692279	15727567	15796046	15817759
3	5888322	15700350	17954843	18707329	19172974	19370062	19452162	19509996	19563010	19648188	19675197
4	7235827	18215942	20616483	21359321	21855008	22102228	22230932	22329789	22390464	22487954	22518866
5	8102725	17962436	20814809	21727621	21943339	22089365	22210481	22309247	22369867	22467267	22498150
6	8428257	17148834	19745392	20185373	20480743	20673129	20786480	20878913	20935646	21026802	21055705
7	8927725	18463773	21213377	22108895	22519846	22731386	22856022	22957659	23020040	23120271	23152053
8	9905457	20721010	24679675	25587386	26062993	26307816	26452062	26569689	26641886	26757886	26794668
9	11101265	25879993	29846011	30943738	31518908	31814980	31989422	32131673	32218983	32359267	32403748
10	12377095	28162927	32478798	33673357	34299264	34621454	34811284	34966083	35061094	35213753	35262158

Source : Output R avec nos modifications personnelles

L'objectif de l'assureur étant de déterminer le montant des prestations qu'il est engagé pour verser dans années à venir. Nous dégageons ainsi les charges à l'ultime et par la suite nous présentons le montant de la réserve calculée par cette méthode qui est le BEST ESTIMATE : 33 793 174 dinars. Ce chiffre est établi soit d'un simple calcul en faisant la somme de la différence des montants des charges ultime en jaune et les montants des dernières règlements effectués par la compagnie (la diagonale en rouge), soit par une programmation simple sur R (R ou autre).

Le calcul des prévisions des règlements projetés, nous permet par la suite d'obtenir les figures suivantes :

Figure 5 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance (AM)



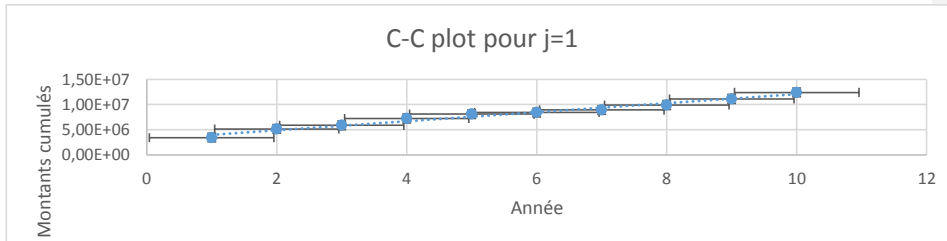
Source : Output R par la fonction plot ()

Nous remarquons d'après le graphique en dessus que les courbes colorés différemment possèdent la même allure. Il est clair que pour les deux premières années les montants de règlement sont assez grands. Ces règlements commencent à diminuer dès la deuxième année.

1.1.2 La validation des hypothèses

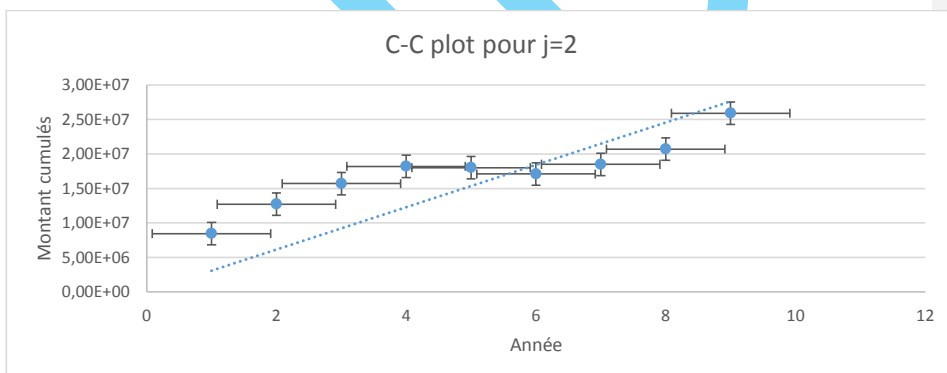
Nous déterminions la provision totale, il faut vérifier maintenant les hypothèses de Chain-Ladder, notamment, l'hypothèse de la constance des cadences de règlements. Nous nous contenterons ici de vérifier la première hypothèse pour les deux premières années de développement $j=1,2$

Figure 6 : C-C plot pour $j=1$



Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Figure 7 : C-C plot pour j = 2



Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Nous montrons que les deux représentations sont "sensiblement" alignées suivant une droite passant par l'origine, cela supposera intuitivement l'existence d'un facteur de développement constant par année de développement.

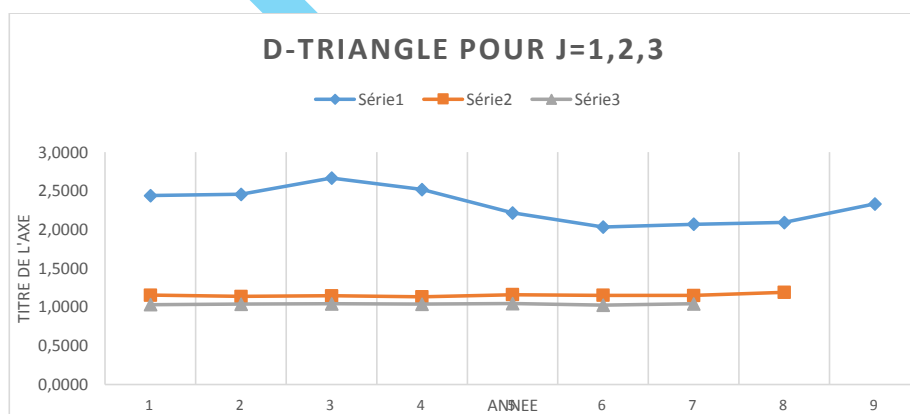
La validation essentielle repose sur l'étude du triangle de développement, dit D-triangle, composé des facteurs individuels suivants :

Tableau 5 : D-Triangle

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
1	2.4395	1.1523	1.0311	1.0124	1.0076	1.0053	1.0068	1.0034	1.0044
2	2.4551	1.1358	1.0370	1.0261	1.0107	1.0067	1.0047	1.0022	NA
3	2.6664	1.1436	1.0419	1.0249	1.0103	1.0042	1.0030	NA	NA
4	2.5175	1.1318	1.0360	1.0232	1.0113	1.0058	NA	NA	NA
5	2.2168	1.1588	1.0439	1.0099	1.0067	NA	NA	NA	NA
6	2.0347	1.1514	1.0223	1.0146	NA	NA	NA	NA	NA
7	2.0681	1.1489	1.0422	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	2.0919	1.1910	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	2.3313	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Figure 8 : D-Triangle pour j = 1,2,3



Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Pour vérifier l'hypothèse forte de l'indépendance des années de survenance i , nous nous intéressons aux données relatives au D-triangle. Dans notre cas, nous nous intéressons à l'étude de la moyenne et de l'écart-type des colonnes du D-triangle. Ainsi, pour $j=1, \dots, 8$, nous observons une variation maximale de 8.09% par rapport à la valeur moyenne (en valeur absolue) comme indique le tableau ci-dessous. Nous supposons alors la deuxième hypothèse est vérifiée pour notre étude et alors il n'existe pas une relation de récurrence entre le passé et le futur (Les années de développement sont les variables explicatives du comportement des sinistres futurs).

Tableau 6: Observation via des données statistiques du D-Triangle

	1	2	3	4	5	6	7	8
Moyenne	2.3135	1.1517	1.0363	1.0185	1.0093	1.0055	1.0048	1.0028
Ecart type	0.1871936	0.0117617	0.0056073	0.0062071	0.0017407	0.000728	0.0013393	0.0005889
(Ecart type/ Moyenne) *100	8.09%	1.02%	0.54%	0.61%	0.17%	0.07%	0.13%	0.06%

Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

2. L'application des méthodes stochastiques

2.1. L'application de la méthode de Mack

Nous analysons dans cette partie la validité des trois hypothèses du modèle de Mack.

Les deux premières hypothèses sont validées pour Chain-Ladder. Mais, nous faisons l'effort de les vérifier une autre fois.

H1 : L'espérance conditionnelle de $C_{i,j+1}$ sachant le passé ($C_{i,1}, \dots, C_{i,j}$) est lié à la dernière observation à un facteur multiplicatif.

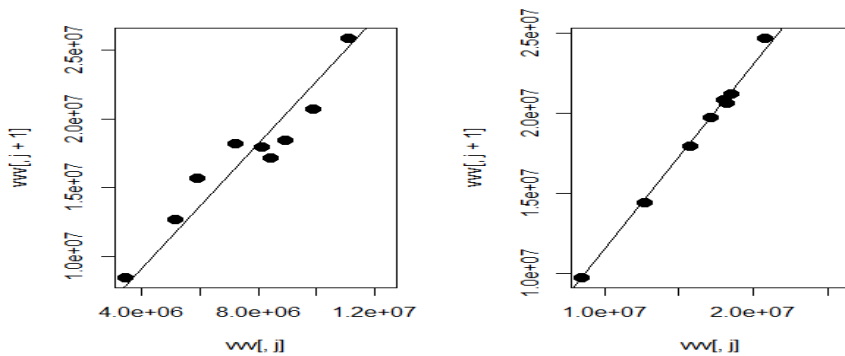
H2 : Les paiements cumulés $C_{i,j}$ des années de survenance i sont indépendants.

H3 : La troisième hypothèse, relative à la variance conditionnelle des $C_{i,j}$ est présentée par la fonction suivante : $Var[(C_{i,j+1}|C_{i,j})] = \sigma_j^2 C_{i,j}$ avec $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ et $j \in \{1, \dots, n-1\}$,

Nous pouvons vérifier cette hypothèse sur nos données en présentant les graphiques des résidus $r_{i,j} = (C_{i,j+1} - \hat{f}_j * C_{i,j}) / \sqrt{C_{i,j}}$ en fonction des $C_{i,j}$. Ces résidus doivent avoir une allure aléatoire qui ne marque pas de tendance.

Pour (H1) : la vérification de la relation linéaire entre les paiements cumulés d'une année de développement nécessite de montrer que les couples $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$ pour $i=1, \dots, n-j$ sont relativement alignés sur une même droite passant par l'origine pour une année de développement j fixée ce qui est vérifiée par le graphique suivante.

Figure 9 : Les nuages des $C_{i,j+1}$ en fonction des $C_{i,j}$ pour $j = 1$ à gauche, et $j = 2$ à droite

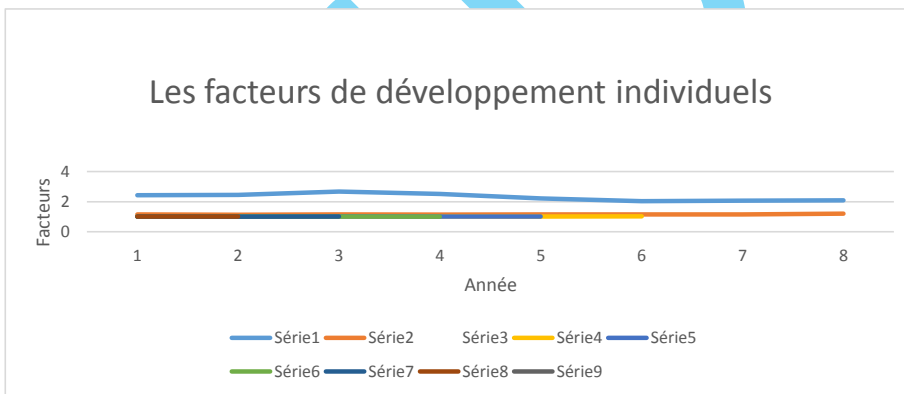


Source : Output R par fonction plot ()

Nous constatons que la droite de régression est très proche de l'origine C_i, j et la dispersion des points est très proche de cette droite mais pour $C_i, j+1$ la condition est presque réaliser ce qui montre que la distribution des poids sont inversement proportionnels au montant des règlements nous pouvons accepter notre hypothèse H1 mais avec prudence.

Pour (H2), nous traçons le graphe des facteurs de développement individuels en fonction des années de survenance pour chaque année de développement (une couleur différente pour les années de développement). Ces facteurs ne sont pas constants pour les deux premières années de développement. Nous montrons ici que cette hypothèse semble vérifier pour les autres années de développement.

Figure 10 : Les facteurs de développement individuels de Mack (hypothèse H2)

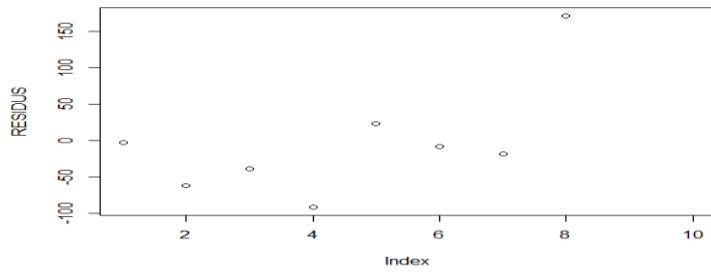
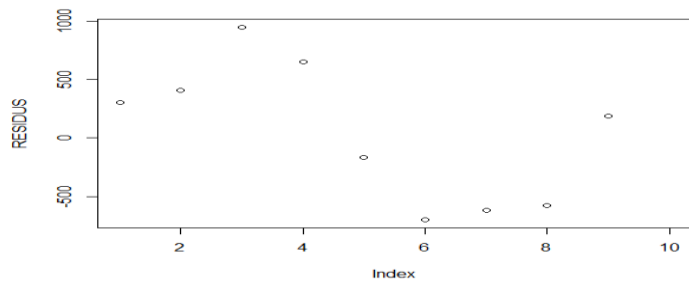


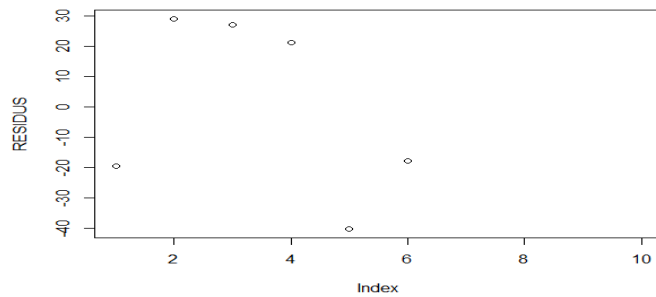
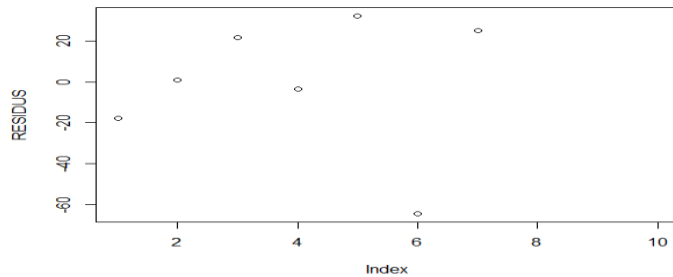
Source : Output R et Excel avec nos modifications personnelles

Pour ce graphique il est clair qu'il présente la même allure que le D-triangle de Chain-Ladder. Ce qui confirme l'hypothèse 2.

Pour (H3) les résidus ne doivent pas être auto corrélés, c'est-à-dire aucune structure non aléatoire ce qui est traduit, graphiquement, par l'absence d'une tendance claire du nuage de points. Selon Mack, il est difficile de préjuger la tendance claire eu égard au faible nombre de données (surtout en fin de période).

Figure 11 : La dispersion les résidus de Mack





Source : Output R par fonction plot ()

D'après ces premiers graphiques, nous remarquons une structure aléatoire des couples $(r_{i,j}, c_{i,j})$ et ceci notamment pour $j= 1...4$ donc pas tendance linéaire pour ces données. Ce qui nous laisse accepter l'hypothèse (H3). Donc, le modèle doit être réellement adapté à notre portefeuille. Il apparaît toutefois intéressant d'appliquer le modèle de Mack à notre portefeuille étant donné que les hypothèses H1, H2 et H3 sont vérifiées.

On retrouve l'estimation du montant total de provisions PSAP qui vaut 33, 793,173.68, ainsi que $msep(R)$ (mean squared error prediction) et ce n'est pas mean squared error (mse) puisque, nous traitons ici des provisions aléatoires correspondant au Mack S.E. Aussi nous faisons la prédiction pour trouver une projection des futures années ce qui permet de calibrer le modèle en appliquant des simulations sur les données de passé. La prédiction pour les années future

donne ici Mack S.E. 3,036,254.10. Les informations par année de survenance i sont indiquées dans la première partie du tableau.

Tableau 7: résultats d'estimation de Mack

MackChainLadder(Triangle = vvv, est.sigma = "Mack")						
	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	(PSAP)	Mack.S.E	CV(IBNR)
1	10,444,267	1.000	10,444,267	0	0	NaN
2	15,727,567	0.996	15,796,046	68,479	7,598	0.1110
3	19,509,996	0.993	19,648,188	138,192	19,504	0.1411
4	22,230,932	0.989	22,487,954	257,022	46,795	0.1821
5	22,089,365	0.983	22,467,267	377,902	52,236	0.1382
6	20,480,743	0.974	21,026,802	546,059	67,599	0.1238
7	22,108,895	0.956	23,120,271	1,011,376	172,565	0.1706
8	24,679,675	0.922	26,757,886	2,078,211	266,813	0.1284
9	25,879,993	0.800	32,359,267	6,479,274	566,112	0.0874
10	12,377,095	0.351	35,213,753	22,836,658	2,916,363	0.1277
Totals						
Latest:	195,528,528.00					
Dev:	0.85					
Ultimate:	229,321,701.68					
IBNR:	33,793,173.68					
Mack.S.E	3,036,254.10					
CV(IBNR):	0.09					

Source : Output de notre travail sur R

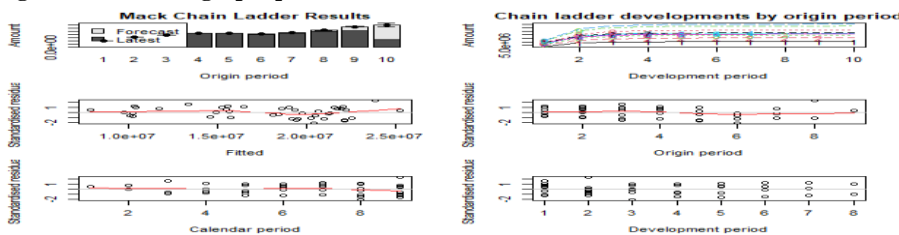
IBNR =PSAP pour l'output R

Ce graphique présente une comparaison entre la charge finale estimée et la somme déjà payée, à gauche, et les cadences de paiements prédites par la méthode Chain Ladder. Evolution des résidus standardisés en fonction des $b_{Ci;j}$ et des i . Evolution des résidus standardisés en fonction de j et $i + j$.

Comme le montre le premier graphique, pour les dernières années, la prévision est supérieure aux règlements effectués (ce qui semble logique) pour la dernière année l'erreur de prédiction atteint près de 9 % 12.77 % de la provision PSAP de la dernière année . Si nous voulons représenter l'estimation des coefficients de passage pour chaque année de développement, n . La plus importante valeur de Standard error est constaté à la 4 eme année de survénance.

L'analyse des résidus nous montre que le modèle est presque adapté aux données : les résidus devraient avoir une répartition aléatoire entre -2 et 2, mais ici il y'a une répartition entre -2 et 1. Ceci nous montre donc que les résultats obtenus avec la méthode de Chain Ladder dans notre cas doivent être considérés avec précaution en prenant en considération le risque d'incertitude.

Figure 12 : Liste de graphiques de distribution boot Mack

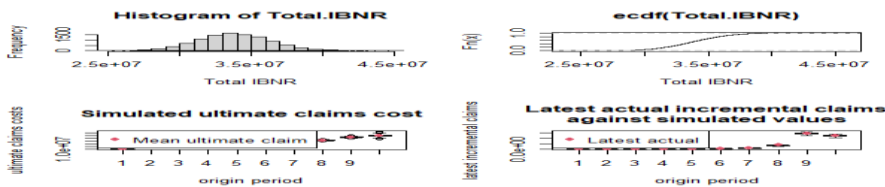


Source : Output de notre travail sur R

2.2. La méthode du bootstrap « Chain-Ladder »

La méthode du bootstrap, c'est une méthode stochastique, basée sur la méthode de Chain Ladder, qui permet l'estimation de la distribution des réserves. L'idée de la méthode est d'échantillonner les résidus obtenus avec la méthode de Chain Ladder un certain nombre de fois, ce qui permet d'appliquer Chain Ladder sur un certain nombre de triangles différents et d'obtenir la distribution des réserves.

Figure 13 : Liste de graphiques de distribution boot chain-Ladder



Source : Output de notre travail sur R

*Histogramme of total.IBNR output de R = Histogramme des PSAP

Nous pouvons regarder un peu plus en détail les résultats obtenus et les intervalles de confiance avec un bootstrap de 10 000 simulations :

Tableau 8 : résultats d'estimation de boot Chain-Ladder

```
BootChainLadder(Triangle = vvv, R = 10000, process.distr = "od.pois")
```

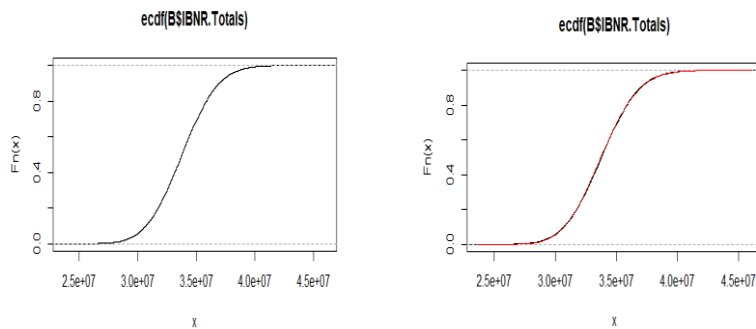
	Latest	Mean Ultimate	Mean PSAP	PSAP.S.E	PSAP 75%
PSAP 95%					
1	10,444,267	10,444,267	0	0	0
0					
2	15,727,567	15,794,887	67,320	94,079	113,563 244,348
3	19,509,996	19,647,162	137,166	129,816	208,259 374,093
4	22,230,932	22,487,595	256,663	168,141	355,977 556,628
5	22,089,365	22,467,323	377,958	189,470	491,741 717,867
6	20,480,743	21,026,050	545,307	209,273	676,382 916,179
7	22,108,895	23,119,437	1,010,542	273,069	1,185,557 1,483,797
8	24,679,675	26,759,093	2,079,418	386,237	2,325,260 2,750,264

9	25,879,993	32,356,149	6,476,156	705,996	6,937,109	7,678,995
10	12,377,095	35,242,212	22,865,117	1,915,522	24,108,013	26,105,939
Totals						
Latest:	1.96e+08					
Mean ultimate:	2.29e+08					
Mean IBNR PSAP:	3.38e+07					
IBNR.S.E	2.46e+06					
Total PSAP 75%:	3.55e+07					
Total PSAP 95%:	3.79e+07					

Source : Output de notre travail sur R

Aussi bien l'estimation moyenne que la volatilité des réserves est . Pour notre triangle des règlements cumulés, nous avons générés 10 000 échantillons ce qui donne les résultats d'estimation suivantes : la moyenne est (3.38e+07) merci d'afficher le chiffre les quantiles (VaR) soit pour 75% (3.55e+07) et pour 95%(3.79e+07) avec une erreur de prédiction des provisions (2.46e+06). Ils sont très proches aux résultats de Mack et de Chain-Ladder standard.

La figure 14: La fonction de répartition de provisions prévisionnelles en noire et l'ajustement à une loi gamma en rouge



Source : Output de notre travail sur R

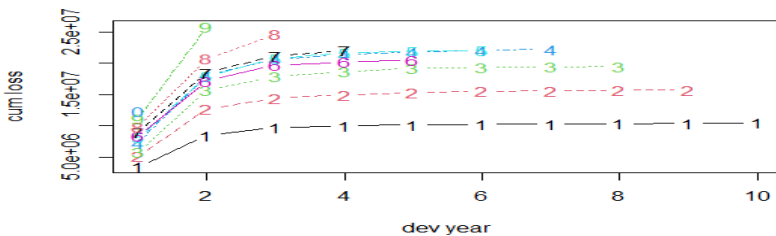
Ces deux graphiques montrent que les provisions estimées s'ajustent bien à la distribution de la loi gamma. Cette fonction est utilisée pour générer des erreurs en utilisant une simulation non paramétrique et en effectuant le bootstrap des résidus parmi les pseudo-résidus obtenus. Si ça ne marche pas, nous pouvons utiliser un modèle paramétrique en supposant l'existence de la loi normale, même si cette loi n'est pas justifiable théoriquement comme l'indique la théorie. Ce qui est bien justifié pour notre étude à l'aide d'un programme sous R.

2.3. La méthode GLM (Modèle Linéaire Généralisé)

La méthode stochastique GLM permet de calculer les PSAP en fournissant une estimation ponctuelle et des intervalles de confiance aux plusieurs réserves globales. Ce modèle probabiliste permet également le calcul des différents risques d'estimation ainsi que les mesures de la qualité d'ajustement du modèle. Dans cette étude nous aboutissons au modèle GLM en supposant que les composantes du triangle sont aléatoires. Nous prenons en considération que l'erreur de prédiction $msep(R)$ de GLM est difficile à déterminer. C'est pourquoi, en se basant sur les méthodes de Bootstrap pour d'obtenir un écart-type de la distribution des provisions.

Le calcul des prévisions des provisions nous permet alors d'obtenir les figures suivantes

Figure 15 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance

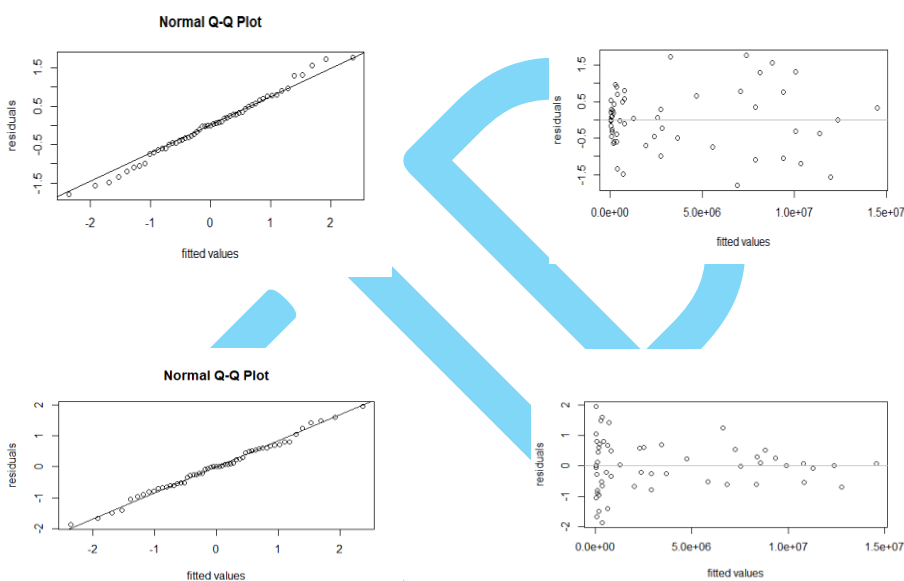


Source : Output de notre travail sur R

Comme pour Chain-Ladder et Mack nous remarquons d'après le graphique en dessus que les courbes colorés différemment possèdent la même allure. Il est clair que pour les deux premières années les montants de règlement sont assez grands. Ces règlements commencent à diminuer dès la 2 eme année .

La première étape consiste à choisir le processus de distribution des variables pour assurer la pertinence de notre choix. Nous faisons recours aux diagrammes Quantile-Quantile et à la comparaison des distances de Kolmogorov-Smirnov. L'étude de la qualité d'ajustement nécessite la vérification de la loi normale et la loi gamma avant d'être choisie et la loi de poisson pour vérifier si nos résultats convergent vers Chain-Ladder standard.

Figure 16 : Q-Q plot sur les résidus des deux modèles de poisson et Gamma successives



Source : Output de notre travail sur R

Les deux tracés sur les graphes Q-Q plot de la loi normale relatifs à la loi gamma et loi de Poisson montrent un alignement assez bien autour de la droite et la distribution des résidus pour les deux modèles qui sont concentrés autour de l'origine ce qui nous permet d'accepter le choix des deux modèles pour notre étude. On note que la distribution des résidus par année de survenance et par année de développement et aussi par rapport aux valeurs estimées. On peut considérer que les distributions des processus Poisson et Gamma sont aléatoires et ils sont justifiés par le Q-Q plot de la loi normale. Donc, il y a indépendance des règlements par année de survenance et développement ce qui est un très bon signe pour notre modélisation.

2.3.1. Le modèle de Poisson sur-dispersé

Le tableau qui suit regroupe l'ensemble des estimations des paramètres du modèle de Poisson. Ainsi, l'erreur standard mesurant le degré de variabilité de l'estimation des paramètres se trouve à un niveau acceptable. L'output du modèle Poisson montre que tous les paramètres (intercept = constante, factor (origin2)= α_1 ... factor (origin10)= α_9 et factor (dev2)= β_1 ... factor (dev10)= β_9 sont significatifs (le degré de significativité est marqué en vert) à des seuils différents (qui sont marqué en mauve). On peut dans ce cas valider la pertinence des trois variables explicatives années de survénance, année de développement et année calendaire) et retenir les valeurs estimées des paramètres du modèle.

Tableau 9 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k de Poisson

Call:					
glm(formula = value ~ factor(origin) + factor(dev), family = fam,					
data = ldaFit, offset = offset)					
Deviance Residuals:					
Min	1Q	Median	3Q	Max	
-397.4	-106.6	0.0	104.7	373.2	
Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	15.11597	0.07051	214.381	< 2e-16	***
factor(origin)2	0.41371	0.08646	4.785	2.89e-05	***
factor(origin)3	0.63193	0.08308	7.606	5.35e-09	***
factor(origin)4	0.76693	0.08133	9.430	2.91e-11	***
factor(origin)5	0.76601	0.08143	9.407	3.10e-11	***
factor(origin)6	0.69974	0.08248	8.484	4.14e-10	***
factor(origin)7	0.79466	0.08150	9.750	1.22e-11	***
factor(origin)8	0.94078	0.08022	11.728	7.46e-14	***

```

factor(origin)9  1.13085    0.07997   14.141  2.86e-16 ***
factor(origin)10 1.21538    0.09355   12.991  3.72e-15 ***
factor(dev)2     0.24327    0.03498    6.954  3.77e-08 ***
factor(dev)3    -1.05355    0.05574  -18.902 < 2e-16 ***
factor(dev)4    -2.33807    0.10501  -22.266 < 2e-16 ***
factor(dev)5    -2.98440    0.15625  -19.100 < 2e-16 ***
factor(dev)6    -3.64846    0.23933  -15.244 < 2e-16 ***
factor(dev)7    -4.17747    0.35791  -11.672  8.55e-14 ***
factor(dev)8    -4.38148    0.48317   -9.068  7.93e-11 ***
factor(dev)9    -4.86960    0.81435   -5.980  7.40e-07 ***
factor(dev)10   -4.39540    1.01903   -4.313  0.00012 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 46792.36)

Null deviance: 274004055 on 54 degrees of freedom
Residual deviance: 1706030 on 36 degrees of freedom
AIC: NA

Number of Fisher Scoring iterations: 4

```

Source : Output de notre travail sur R

La déviance modèle est donnée en général par le Residual deviance. Ce dernier est une standardisation de la déviance du modèle (Residual deviance) marqué en jaune divisé par le paramètre de dispersion estimé par le modèle (Dispersion parameter for Tweedie family) marqué en rouge. La déviance standardisée ($1706030 / 46792.36 = 36$) est égale au nombre de degré de liberté qui est 36. Nous jugeons la pertinence du modèle appliqués sur notre triangle. Par la suite nous calculons le triangle inférieur des règlements projetés comme l'indique le tableau suivant :

Commenté [UW1]:

Tableau 10: Les règlements projetés de Poisson

dev										
origin	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3462630	8447234	9734133	10036409	10161265	10238431	10292976	10363477	10398989	10444267
2	5173764	12702276	14427395	14960791	15351956	15515635	15618889	15692279	15727567	15796046
3	5888322	15700350	17954843	18707329	19172974	19370062	19452162	19509996	19563010	19648189
4	7235827	18215942	20616483	21359321	21855008	22102228	22230932	22329789	22390465	22487955
5	8102725	17962436	20814809	21727621	21943339	22089365	22210481	22309247	22369867	22467267
6	8428257	17148834	19745392	20185373	20480743	20673129	20786480	20878913	20935646	21026801
7	8927725	18463773	21213377	22108895	22519846	22731386	22856022	22957658	23020040	23120271
8	9905457	20721010	24679675	25587386	26062994	26307817	26452063	26569690	26641886	26757887
9	11101265	25879993	29846011	30943738	31518907	31814980	31989422	32131673	32218983	32359267
10	12377095	28162927	32478797	33673357	34299263	34621453	34811283	34966082	35061094	35213753

Source : Output de notre travail sur R

	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	PSAP	S.E	CV
2	15727567	0.9956648	15796046	68479	87101.48	1.27194433
3	19509996	0.9929667	19648188	138192	114473.24	0.82836371
4	22230932	0.9885707	22487954	257022	150286.87	0.58472376
5	22089365	0.9831799	22467267	377902	174978.83	0.46302701
6	20480743	0.9740303	21026802	546059	194620.35	0.35640902
7	22108895	0.9562559	23120271	1011376	263717.88	0.26075157
8	24679675	0.9223328	26757886	2078211	370738.17	0.17839294
9	25879993	0.7997707	32359267	6479274	708743.76	0.10938629
10	12377095	0.3514847	35213753	22836658	1950875.87	0.08542738
total	185084261	0.8456069	218877435	33793174	2355901.32	0.06971530

Source : Output de notre travail sur R

La PSAP globale obtenue est 33 793 174. Elle est parfaitement identique à ceux de la méthode déterministe Chain-Ladder Standard avec les mêmes coefficients de développement déjà établis ce qui confirme la littérature de Renshaw et Verrall.

2.3.2. Le modèle Gamma

De la même façon que le modèle Poisson, nous commençons par l'estimation des valeurs des paramètres du modèle Gamma. Le tableau qui suit regroupe l'ensemble des estimations des paramètres du modèle de Poisson. Ainsi, l'erreur standard mesurant le degré de variabilité de l'estimation des paramètres se trouve à un niveau acceptable. L'output du modèle Poisson montre que tous les paramètres (intercept = constante, factor (origin2)= α_1 ... factor (origin10)= α_9 et factor (dev2)= β_1 ... factor (dev10)= β_9) sont significatifs (le degré de significativité est marqué en vert) à des seuils différents (qui sont marqué en mauve). On peut dans ce cas valider la pertinence des trois variables explicatives années de survenance, année de développement et année calendaire) et retenir les valeurs estimées des paramètres du modèle.

Tableau 11 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k de Gamma

Call:

```
glm(formula = value ~ factor(origin) + factor(dev), family = fam,
```

```
data = ldaFit, offset = offset)
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.4853	-0.1325	0.0000	0.1196	0.3803

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	15.1175	0.1066	141.761	< 2e-16	***
factor(origin)2	0.4623	0.1041	4.441	8.16e-05	***
factor(origin)3	0.6176	0.1089	5.673	1.90e-06	***
factor(origin)4	0.8206	0.1141	7.194	1.83e-08	***
factor(origin)5	0.6779	0.1203	5.637	2.13e-06	***

```

factor(origin)6    0.5879    0.1281    4.589 5.24e-05 ***
factor(origin)7    0.8250    0.1388    5.945 8.22e-07 ***
factor(origin)8    0.9900    0.1546    6.404 2.01e-07 ***
factor(origin)9    1.1205    0.1818    6.165 4.19e-07 ***
factor(origin)10   1.2138    0.2452    4.950 1.75e-05 ***
factor(dev)2       0.2554    0.1041    2.453 0.0191 *
factor(dev)3       -1.0579   0.1089   -9.718 1.33e-11 ***
factor(dev)4       -2.3432   0.1141  -20.542 < 2e-16 ***
factor(dev)5       -2.9857   0.1203  -24.828 < 2e-16 ***
factor(dev)6       -3.6676   0.1281  -28.628 < 2e-16 ***
factor(dev)7       -4.2002   0.1388  -30.268 < 2e-16 ***
factor(dev)8       -4.3118   0.1546  -27.891 < 2e-16 ***
factor(dev)9       -4.8470   0.1818  -26.665 < 2e-16 ***
factor(dev)10      -4.3970   0.2452  -17.931 < 2e-16 ***
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 0.0487551
2)

Null deviance: 140.2712 on 54 degrees of freedom
Residual deviance: 1.8341 on 36 degrees of freedom
AIC: NA

Number of Fisher Scoring iterations: 5

```

Source : Output de notre travail sur R

Nous constatons que les erreurs standards des estimations des paramètres obtenus est faible. Nous acceptons par conséquent les résultats obtenus. Comme le fait pour Poisson la déviance modèle Gamma est donnée en général par le Residual deviance. Ce dernier est une standardisation de la déviance du modèle (Residual deviance) marqué en jaune divisé par le

paramètre de dispersion estimé par le modèle (Dispersion parameter for Tweedie family) marqué en rouge soit $(1.8341 / 0.04875512 = 37)$ supérieur au nombre de degré de liberté qui est 36 ce que je vois sous disperser, l'application de modèle Gamma peut engendrer des erreurs.

Commenté [UW2]:

Par la suite nous calculant le triangle inferieurs des règlements projetés comme l'indique le tableau suivant :

Tableau 12: Les règlements projetés de Gamma

dev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3462630	8447234	9734133	10036409	10161265	10238431	10292976	10363477	10398989	10444267
2	5173764	12702276	14427395	14960791	15351956	15515635	15618889	15692279	15727567	15799455
3	5888322	15700350	17954843	18707329	19172974	19370062	19452162	19509996	19563531	19647495
4	7235827	18215942	20616483	21359321	21855008	22102228	22230932	22342945	22408532	22511398
5	8102725	17962436	20814809	21727621	21943339	22089365	22197944	22295056	22351918	22441101
6	8428257	17148834	19745392	20185373	20480743	20649773	20749006	20837760	20889728	20971235
7	8927725	18463773	21213377	22108895	22532622	22746895	22872689	22985199	23051077	23154400
8	9905457	20721010	24679675	25629806	26129540	26382249	26530608	26663300	26740995	26862852
9	11101265	25879993	29794485	30877079	31446484	31734424	31903467	32054658	32143185	32282030
10	12377095	28355217	32652475	33840927	34466009	34782104	34967676	35133651	35230834	35383256

Source : Output de notre travail sur R

Tableau 13 : La PSAP du modèle de Gamma

	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	PSAP	S.E	CV
2	15727567	0.9954500	15799455	71888	24529.68	0.3412208
3	19509996	0.9930017	19647495	137499	34290.62	0.2493881
4	22230932	0.9875412	22511397	280465	56370.06	0.2009879
5	22089365	0.9843263	22441101	351736	62520.00	0.1777469
6	20480743	0.9766112	20971234	490491	82173.19	0.1675325
7	22108895	0.9548464	23154400	1045505	184998.88	0.1769469
8	24679675	0.9187288	26862852	2183177	418257.33	0.1915820
9	25879993	0.8016842	32282029	6402036	1471738.05	0.2298859

10	12377095	0.3498009	35383256	23006161	6681187.52	0.2904086
total	185084261	0.8449283	219053221	33968960	6913625.55	0.2035277

Source : Output de notre travail sur R

La PSAP globale obtenue est 33968960 DT. Elle présente un écart à ceux de la méthode déterministe Chain-Ladder Standard.

2.3.3. Le « Bootstrap » par GLM

Le nombre de simulations utilisées dans ce cas de bootstrapping est 10 000. La technique de ré-échantillonnage.

Tableau 14 : Les quantiles de distributions de Poisson

	50%	75%	95%	99%	99.5%
2	68058.24	137653.5	257733.5	362868.9	405821.5
3	162694.28	245755.8	396353.9	519517.5	597136.5
4	317614.47	428355.2	584975.2	723359.4	760889.0
5	453936.36	574147.8	783018.9	929594.4	968631.7
6	620126.20	753892.4	986889.3	1151269.5	1203265.6
7	1098515.55	1271756.5	1538813.2	1817740.7	1885629.5
8	2185905.96	2435301.8	2847676.1	3123202.2	3242295.0
9	6561103.64	7067580.7	7835857.0	8378785.9	8476217.8
10	23074449.46	24460095.7	26363405.3	27661400.7	27912152.7

Source : Output de notre travail sur R

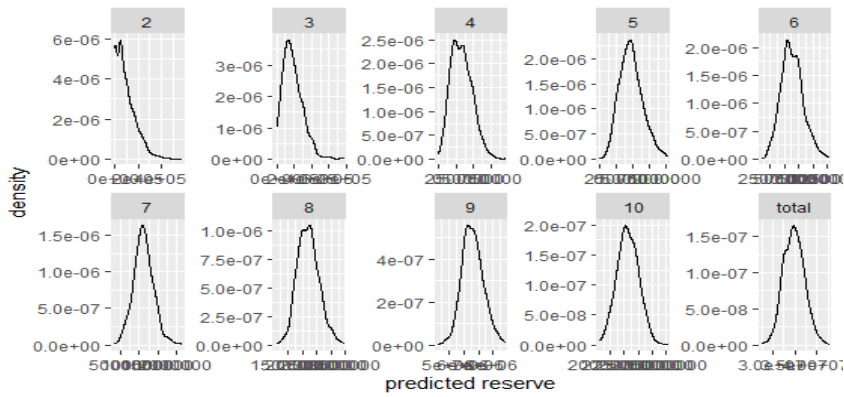
Tableau 15 : Les quantiles de distributions de Poisson

	50%	75%	95%	99%	99.
5%					
2	69481.0	86429.16	116784.7	143701.0	155461
.3					
3	134900.4	158973.18	200031.0	234828.9	247586
.8					
4	276721.0	316602.41	381261.1	433082.9	457234
.5					
5	348872.8	393412.80	464244.1	519863.2	543491
.0					
6	484959.8	542638.41	635317.3	707794.6	739685
.0					
7	1036724.3	1169439.89	1377800.8	1538993.3	1604685
.6					
8	2163024.6	2456503.90	2932345.5	3296654.3	3462992
.5					
9	6315102.7	7333702.62	9010640.8	10379975.8	10944191
.7					
10	22495570.4	27120531.02	34964700.6	42158083.6	44902610
.9					

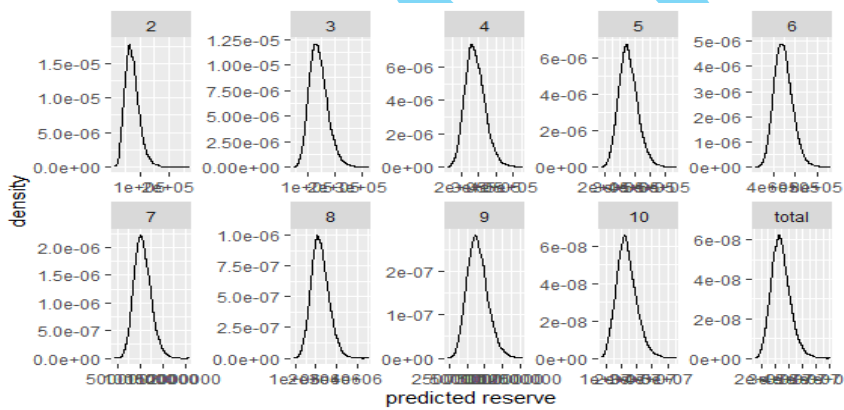
Source : Output de notre travail sur R

Les deux tableaux ci-dessus montrent que le modèle Gamma donne des quantiles inférieurs à ceux du modèle Poisson sur-dispersé, ce qui confirme les queues des deux distributions .

Figure 17 : Les distributions des provisions bootstrap Poisson et Gamma successives



Source : Output de notre travail sur R



Source : Output de notre travail sur R

Nous observons que les distributions de la PSAP pour les deux modèles s'apparentent à une loi Log-Normale. Le test d'adéquation Kolmogorov-Smirnov permet entre autres de vérifier cette hypothèse ce qui permet d'obtenir les intervalles de confiance. Les modèles possèdent une queue de distribution mais pour le modèle Gamma cette queue est toujours en-dessus de celle du modèle Poisson sur-dispersé ce qui est montré dans les deux tableaux en dessus.

Conclusion

L'utilisation des outils stochastiques dans notre étude nous permet de dégager les PSAP cités dans ce tableau. Nous comparons ces résultats avec la méthode Chain-Ladder classique. Nous montrons qu'il n'y a pas de grande divergence sauf pour la méthode GLM Gamma. Ces

conclusions confirment l'utilité et l'importance des techniques de simulations qui ont une bonne alternative. L'avantage d'exploitation de ces techniques découle de la disposition d'un échantillon de données un peu trop peu. Ensuite, l'invocation et l'application des théorèmes qui convient pour savoir quantifier l'incertitude expliqué par l'erreur de modèle ou l'erreur d'estimation sous la base de la solvabilité II. De préférence d'afficher également erreur de prédiction de chaque modèle.

Tableau 16 : Les montants de PSAP de différents modèles appliqués sur la branche auto matériel.

	Chain-Ladder(CL)	Mack	bootCL Poisson et Gamma	BootCL P	BootCL Gamma	GLMPoison	GLM Gamma
PSAP	33793174	33793173	33790213	33776732	33795185	33793174	33968960

Source : Travail sur Excel élaboré par nous-mêmes

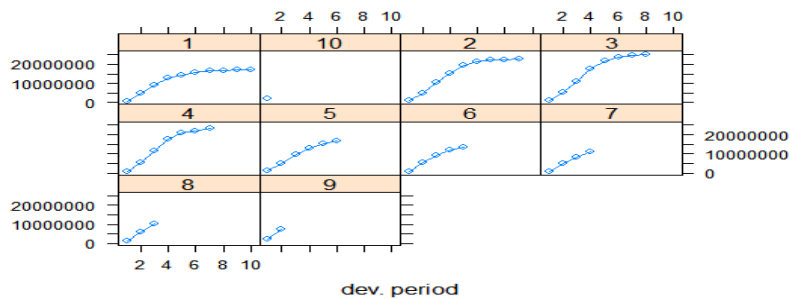
Section 2 : L'étude des PSAP de l'automobile corporel

Cette étude pratique est de pouvoir quantifier la variabilité des provisions estimées, notamment par la construction d'intervalles de confiance et l'étude de la marge d'erreur. Dans ce cadre les méthodes stochastiques se basent sur la logique probabiliste et donc s'adapte à notre étude qui s'intéresse à la pertinence des normes de la solvabilité II ou bien la solvabilité basée sur les risques (SBR). Ainsi, cette étude est caractérisée par la constitution des processus de distribution des réserves et le calcul de leur degré d'incertitude en commençant par l'application de la méthode Chain-Ladder.

2.1. L'application de la méthode déterministe de Chain-Ladder

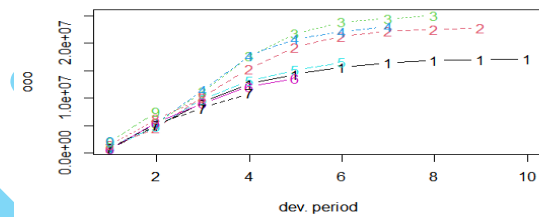
Pour mieux visualiser le rythme de développement des paiements par année de survenance pour cette compagnie d'assurance, ces figures montrent une stabilisation des paiements cumulés dès la deuxième année de développement de ce qui permet de conclure qu'il s'agit d'un triangle à développement corporel long.

Figure 18 : Évolution des paiements cumulés de triangle automobile corporelle par année de survenance avec une ligne par période d'origine



Source : Output de la logical R package Chain ladder of plot (RAA, lattice=TRUE)

Figure 19: Évolution des paiements cumulés automobile corporel par année de survenanc



Source : Output de la logical R package Chain ladder of plot (ooo)

2.1.1 La méthode Chain- Ladder standard (CLS)

Après avoir vérifié les hypothèses du triangle de règlements corporelles (expliqué en annexe), on commence par calculer coefficients de passage par année de survenance. En notant qu'il existe une correspondance entre les coefficients de passage et les cadences de règlements des sinistres.

Tableau 17 : Facteur de développement CR

Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

facteur de développ ement CR	4.794077	1.865989	1.432163	1.183829	1.088014	1.04076	1.021645	1.010018	1.006077
---------------------------------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------

Tableau 18 : Triangle des règlements projetés CLS

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	Ult
1	809964	5011409	9230836	1269153	1438333	1563988	1646552	1688536	1704164	1714521	17145215
				3	8	6	8	9	5	5	
2	1073836	4696722	1037107	1534567	1932307	2123229	2217879	2251793	2275638	2289468	22756386
			6	1	5	6	2	0	6	7	
3	1028538	5416879	1121958	1770447	2177434	2389495	2450370	2511157	2536313	2551728	25111577
			8	1	5	9	6	7	8	2	
4	1030184	5531595	1156752	1773521	2076947	2211782	2311532	2361565	2385223	2399719	23115320
			2	6	9	9	0	5	1	2	
5	1063513	4869874	9889693	1317421	1515970	1657027	1724567	1761896	1779546	1790361	16570278
			1	1	8	9	5	7	9		
6	851846	5634606	9117466	1210907	1366696	1486983	1547592	1581090	1596929	1606635	13666960
			0	0	7	9	8	8	8	1	
7	934277	5257771	8197793	1090974	1291528	1405200	1462475	1494131	1509099	1518270	10909749
			9	1	1	7	3	1	6		
8	1548602	6274621	1007158	1442415	1707573	1857862	1933589	1975441	1995231	2007357	10071584
		4	1	3	9	0	9	3	3		
9	2136520	7535409	1406099	2013763	2383951	2593771	2699493	2757924	2785552	2802481	7535409
			0	1	9	9	6	6	7	8	
10	2209603	1059300	1976643	2830875	3351273	3646231	3794850	3876991	3915829	3939628	2209603
		7	4	7	8	2	9	1	8	1	

Source : Output du logiciel R avec modification personne

Tableau 19 : Provisions CLS

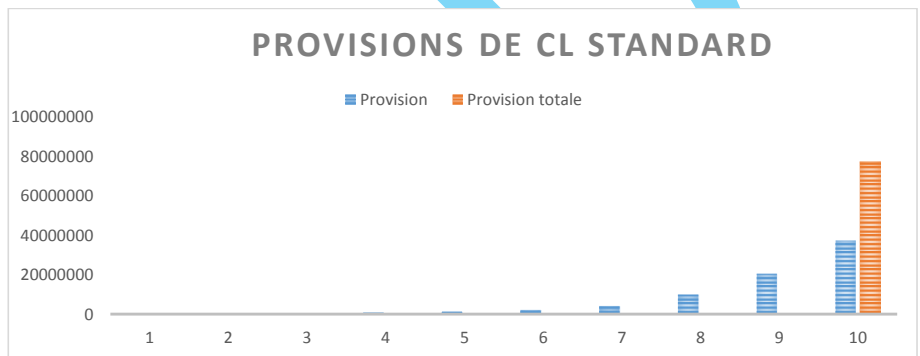
Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Provision	0.0	138301.1	405704.8	881871.7	1333340.7	2399390.6	4272957	10001989	20489409.5	37186677.9
									R*	77109642

Source : Output du logiciel R avec modification personnel

R* : La provision totale

Nous mettons en évidence que la démarche de calcul suivit est le même que le triangle des règlements automobile matériel.

Figure 20 : Histogramme des provisions CLS



Source : Output du logiciel R et Excel avec modification personnel

La provision pour la première année de survenance est nulle car nous avons supposé que cette compagnie a réglé tous les sinistres au bout de 10 ans. Les autres provisions constituées sont croissantes avec les années de survenance. L'importance des montants des provisions dans les dernières années est expliquée par le décalage qui existe en général entre la date de survenance des sinistres, leurs dates de déclaration et de leur paiement. Aussi, il existe plusieurs déclarations n'ont encore atteintes par la compagnie et plusieurs paiements restent à effectuer.

La méthode Chain Ladder standard donne une somme de provisions PSAP pour le dommage automobile de 77109642, cette valeur ponctuelle estimée ne donne aucune information sur l'incertitude associée à ce montant moyen estimé.

2.1.2 La méthode Chain Ladder basée sur le facteur de queue (CLQ)

La méthode Chain Ladder classique est un algorithme déterministe permettant de prévoir les demandes d'indemnisation sur la base de données historiques. Il suppose que les évolutions proportionnelles des demandes d'une période de développement à l'autre sont les mêmes pour toutes les années d'origine. Le plus souvent, comme première étape, les rapports de liaison âge-âge sont calculés comme les rapports de développement moyens pondérés en volume d'un triangle de développement des règlements cumulés d'une période de développement à la suivante.

Souvent, il ne convient pas de supposer que l'année d'origine la plus ancienne est pleinement développée. Une approche typique consiste à extrapoler les ratios de développement, par exemple en supposant un modèle log-linéaire.

Nous appliquons les ratios de liaison au dernier montant cumulé connu des sinistres pour prévoir la prochaine période de développement. La quadrature du triangle des règlements cumulés est calculée ci-dessous, où une dernière colonne est ajoutée à droite pour tenir compte du développement prévu au-delà de l'âge le plus avancé (10 ans) du triangle en raison du facteur de queue (1.003899) qui est supérieur à l'unité.

Tableau 20 : Facteur de développement CLQ

Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 tail. factor
facteur de developpement CR	4.794077	1.865989	1.432163	1.183829	1.088014	1.04076	1.021645	1.010018	1.006077	1.003899

Source : Output du logiciel R avec modification personnel

Tableau 21 : Triangle des règlements projetés CLQ

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	Ult
1	809964	5011409	9230836	12691533	14383338	15639886	16465528	16885369	17041645	17145215	17212057
2	1073836	4696722	10371076	15345671	19323075	21232296	22178792	22517930	22756386	22894687	22983944
3	1028538	5416879	11219588	17704471	21774345	23894959	24503706	25111577	25363138	25517282	25616763
4	1030184	5531595	11567522	17735216	20769479	22117829	23115320	23615655	23852231	23997192	24090746
5	1063513	4869874	9889693	13174211	15159701	16570278	17245679	17618965	17795467	17903619	17973417
6	851846	5634606	9117466	12109070	13666960	14869837	15475929	15810908	15969298	16066351	16128986
7	934277	5257771	8197793	10909749	12915281	14052001	14624757	14941313	15090991	15182706	15241897
8	1548602	6274621	10071584	14424151	17075733	18578629	19335890	19754419	19952313	20073573	20151831
9	2136520	7535409	14060990	20137631	23839519	25937719	26994936	27579246	27855527	28024818	28134075
10	2209603	10593007	19766434	28308757	33512738	36462312	37948509	38769911	39158298	39396281	39549870

Source : Output du logiciel R

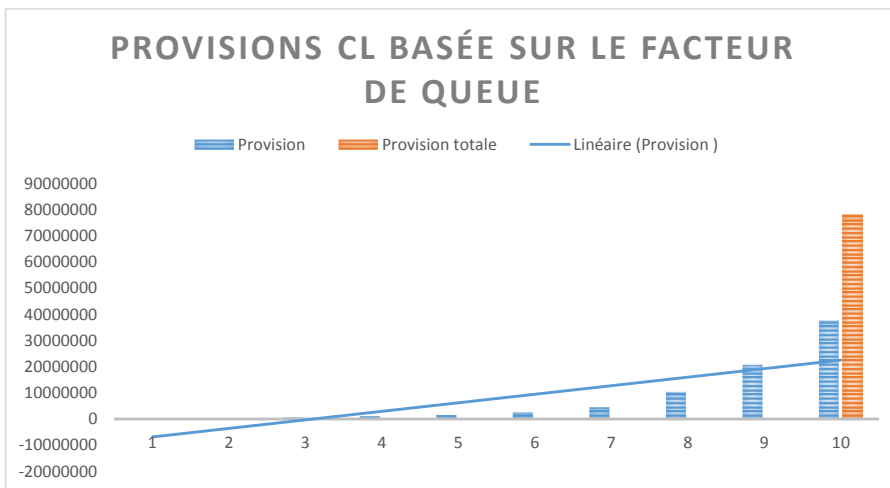
Tableau 22 : Provisions CLQ

Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Provision	66841.7	227557.6	505185.6	975426.3	1403139.	2462026.	4332147.	10080247	20598666	
	7	1	7	7	19	33	84	.2	.1	37340267
									R*	77991505

R* : La provision totale

Source : Output du logiciel R avec modification personnel

Figure 21 : Histogramme des provisions CLQ



Source : Output du logiciel R avec modification personnel

La provision pour la première année de survenance n'est pas nulle (66841.77) car nous avons supposé que cette compagnie ne règle pas tous les sinistres au bout de 10 ans. Les autres provisions constituées sont croissantes avec les années de survenance. L'importance des montants des provisions dans les dernières années est expliquée par le décalage qui existe en général entre la date de survenance des sinistres, leurs dates de déclaration et de leur paiement. De même, il existe plusieurs déclarations qui n'ont pas encore atteint la compagnie et plusieurs paiements qui restent à effectuer.

La méthode Chain Ladder basée sur le facteur de queue donne une somme de provisions PSAP pour le dommage automobile de 77991505 qui est supérieur au PSAP du méthode Chain Ladder standard, cette valeur ponctuelle estimée ne donne aucune information sur l'incertitude associée à ce montant moyen estimé.

Cette approche est également appelée méthode du facteur de développement des pertes (FDL43). Plus généralement, les facteurs utilisés pour quadriller le triangle ne doivent pas toujours être tirés des moyennes pondérées. Parmi les autres sources de facteurs à partir desquelles l'actuaire peut sélectionner des ratios de liaison, on trouve les moyennes simples du

⁴³Loss Development Factor

triangle, les moyennes pondérées en fonction d'observations plus récentes ou ajustées pour les valeurs aberrantes, et les modèles de référence basés sur des expériences de pertes connexes plus crédibles.

2.2. L'application des méthodes stochastiques

2.2.1. Application de la méthode de Mack

L'estimation des PSAP par la méthode de Mack est appliquée au triangle des règlements cumulés donne les résultats dans le tableau suivant :

Tableau 23 : résultats d'estimation de Mack

```
MackChainLadder(Triangle = ooo, est.sigma = "Mack")
```

R)	Latest Dev.To.Date	Ultimate	PSAP	Mack.S.E	CV(IBN
1	17,145,215	1.0000 17,145,215	0	0	Na
2	22,756,386	0.9940 22,894,687	138,301	4,761	0.034
3	25,111,577	0.9841 25,517,282	405,705	27,241	0.067
4	23,115,320	0.9633 23,997,192	881,872	152,509	0.172
5	16,570,278	0.9255 17,903,619	1,333,341	278,180	0.208
6	13,666,960	0.8507 16,066,351	2,399,391	373,971	0.155
7	10,909,749	0.7186 15,182,706	4,272,957	920,053	0.215
8	10,071,584	0.5017 20,073,573	10,001,989	1,932,974	0.193
9	7,535,409	0.2689 28,024,818	20,489,409	4,227,888	0.206

10	2,209,603	0.0561	39,396,281	37,186,678	8,581,018	0.2308
Totals						
Latest:	149,092,081.00					
Dev:	0.66					
Ultimate:	226,201,723.39					
IBNR PSAP:	77,109,642.39					
Mack.S.E	10,450,693.47					
CV(IBNR):	0.14					

On retrouve presque la même estimation du montant total des provisions de la méthode Chain Ladder soit un montant de 77, 109,642.39 et l'incertitude autour de cette prédiction est de 10, 450,693.47 qui représente 13.5 % du montant de provision.

\$ByOrigin

	Skewness	PSAP 75%	PSAP95%	PSAP 99%	PSAP 99.5%
1	0.00000000	NaN	NaN	NaN	NaN
2	0.00000000	141512.2	146131.8	149376.2	150563.9
3	-0.06241526	424233.1	450029.0	467826.7	474276.3
4	-0.26703474	988437.2	1121150.4	1206715.1	1236462.1
5	-0.31008933	1528806.6	1766385.9	1917055.4	1968873.3
6	-0.34533826	2663362.6	2977807.8	3174414.5	3241389.0
7	0.23802034	4873629.4	5848559.6	6574348.4	6848522.4
8	0.21421160	11268145.1	13299150.1	14803228.8	15369870.5
9	0.07945650	23310559.0	27539157.6	30571964.3	31695218.3
10	0.14330116	42862778.6	51650739.1	58053306.5	60444759.3
\$Totals					

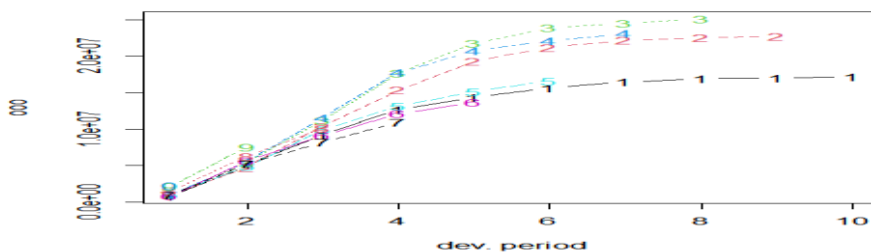
Totals	
Skewness	1.610670e-01
IBNR PSAP 75%:	8.400561e+07
IBNR PSAP 95%:	9.477798e+07
IBNR PSAP 99%:	1.026593e+08
IBNR PSAP 99.5%:	1.056097e+08

Source : Output du logiciel R

L'output ci-dessus montre que plus le niveau de confiance augmente pour l'estimation de la provision, plus le montant de la PSA PSAP à 99,5% est inférieure au SAP d

Pour notre triangle des règlements cumulés, nous avons générés 10 000 échantillons ce qui donne les résultats d'estimation suivantes : la moyenne est (77,109,642.39), les quantiles (VaR) soit pour 75% (8.400561e+07) et pour 99,5% (1.056097e+08) avec une erreur de prédiction des provisions (10,450,693.47).

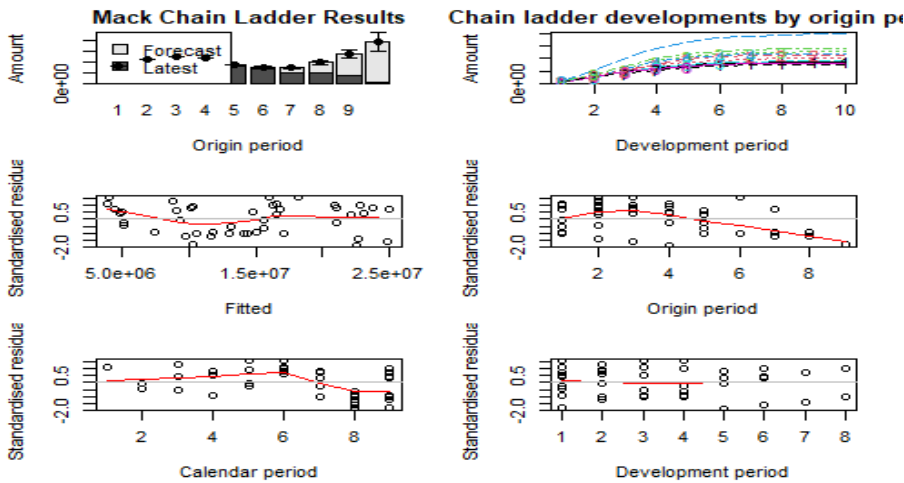
Figure 22 : Les courbes des règlements cumulés par année de survenance



Source : Output du logiciel R

Nous remarquons d'après le graphique en dessus que les courbes possèdent la même allure. Il est clair que pour les deux premières années les montants de règlement sont assez grands. Ces règlements commencent à diminuer dès la quatrième année.

Figure 23 : la liste de graphiques de distribution boot Mack



Source : Output du logiciel R

Comme le montre le premier graphique, pour les dernières années, la prévision est supérieure aux règlements effectués (ce qui semble logique), mais, pour la dernière année l'erreur de prédiction atteint près de 13,5% de la prévision. Si nous voulons représenter l'estimation des coefficients de passage pour chaque année de développement, nous nous pouvons voir en effet l'intervalle de confiance explose pour les années les plus récentes. L'analyse des résidus nous montre que le modèle est presque adapté aux données : Les résidus devraient avoir une répartition aléatoire entre -2 et 2, mais ici il y'a une répartition entre -2 et 0.5. Ceci nous montre donc que les résultats obtenus avec la méthode de Chain Ladder dans notre cas doivent être considérés avec précaution en prenant en considération le risque d'incertitude.

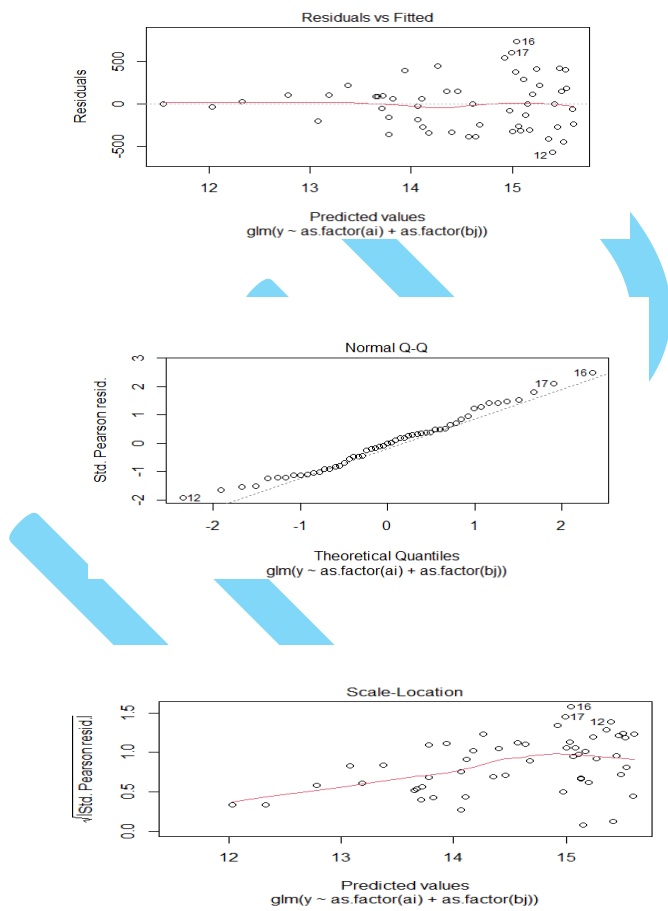
2.2.2. La méthode du Modèle Linéaire Généralisé GLM

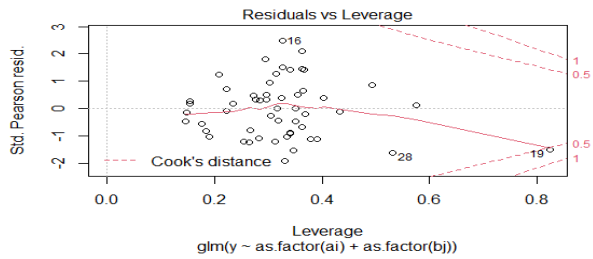
Dans cette méthode nous supposons que les incréments des paiements sont des variables aléatoires. Ils sont expliqués par les trois variables l'année de survenance, l'année de développement et l'année calendaire qui interviennent dans la modélisation d'un triangle de liquidation. On va appliquer deux types de modèles Poisson sur- dispersé et Gamma. Pour cela il faut commencer par la validation des hypothèses.

2.2.2.1. La validation des hypothèses GLM

Les hypothèses sont vérifiées par les graphiques suivantes :

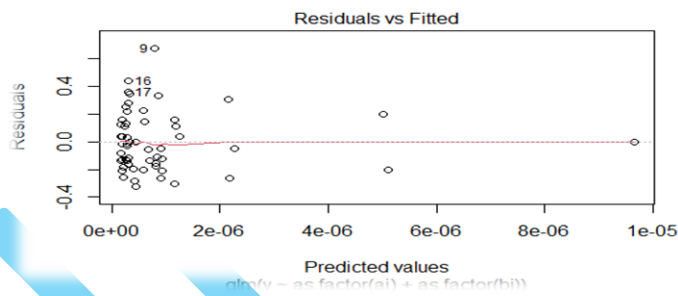
Figure 24 : Q-Q plot sur les résidus de Pearson du modèle de poisson





Source : Output du logiciel R

Figure 25 : Q-Q plot sur résidus les de Pearson du modèle du Gamma



Source : Output du logiciel R

La liste de graphiques montre que les résidus sont concentrés autour de l'origine (entre -1 et 2). Les résidus du test du Q-Q plot suivent la première bissectrice. D'après ce graphique, on peut accepter les hypothèses de la méthode GLM Poisson et Gamma qui sont vérifiées et sont adéquates avec la distribution de la loi normale. Ce qui nous permet de considérer que les

distributions des processus Poisson et Gamma sont aléatoires et ils sont justifiés par le Q-Q plot de la loi normale. Donc, il y a indépendance des règlements par année de survenance et développement ce qui est un très bon signe pour notre modélisation.

2.2.2.1. L'adéquation des modèles GLM

2.2.2.1.1 Le modèle Poisson sur-dispersé

La déviance modèle est donnée en général par le Residual deviance. Ce dernier est une standardisation de la déviance du modèle (Residual deviance) marqué en jaune divisé par le paramètre de dispersion estimé par le modèle (Dispersion parameter for Tweedie family) marqué en rouge. La déviance standardisée ($4655989 / 130445.7 = 35.6923$) est inférieure au nombre de degré de liberté qui est égale à 36. Nous jugeons la pertinence du triangle en raison de degré de liberté.

Commenté [UW3]:

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des estimations des paramètres du modèle de Poisson. Ainsi, l'erreur standard mesurant le degré de variabilité de l'estimation des paramètres se trouve à un niveau acceptable. L'output du modèle Poisson montre que 14 paramètres sur un total de 19 paramètres (intercept = constante, factor (origin2)= α_1 ... factor (origin10)= α_9 et factor (dev2)= β_1 ... factor (dev10)= β_9 sont significatifs (le degré de significativité est marqué en vert) à des seuils différents (qui sont marqué en mauve). On peut dans ce cas valider la pertinence des trois variables explicatives années de survenance, année de développement et année calendaire) et retenir les valeurs estimées des paramètres du modèle.

Tableau 24 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k

Call:				
glm(formula = y ~ as.factor(ai) + as.factor(bj), family = quasipoisson,				
data = base)				
Deviance Residuals:				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-593.1	-262.0	0.0	148.3	695.3
Coefficients:				

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	13.77637	0.14133	97.479	< 2e-16	***
as.factor(ai)2	0.28919	0.11570	2.499	0.01714	*
as.factor(ai)3	0.39764	0.11350	3.503	0.00125	**
as.factor(ai)4	0.33622	0.11565	2.907	0.00621	**
as.factor(ai)5	0.04328	0.12516	0.346	0.73149	
as.factor(ai)6	-0.06499	0.13211	-0.492	0.62574	
as.factor(ai)7	-0.12156	0.14175	-0.858	0.39680	
as.factor(ai)8	0.15769	0.14715	1.072	0.29104	
as.factor(ai)9	0.49137	0.16562	2.967	0.00532	**
as.factor(ai)10	0.83195	0.28109	2.960	0.00542	**
as.factor(bj)1	1.33344	0.12543	10.631	1.18e-12	***
as.factor(bj)2	1.42350	0.12821	11.103	3.53e-13	***
as.factor(bj)3	1.35222	0.13222	10.227	3.40e-12	***
as.factor(bj)4	0.85661	0.14595	5.869	1.04e-06	***
as.factor(bj)5	0.28885	0.17235	1.676	0.10242	
as.factor(bj)6	-0.39659	0.22884	-1.733	0.09164	.
as.factor(bj)7	-0.98956	0.33128	-2.987	0.00504	**
as.factor(bj)8	-1.73857	0.58827	-2.955	0.00548	**
as.factor(bj)9	-2.22836	1.13113	-1.970	0.05657	.

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for quasipoisson family taken to be 130445.7)

Null deviance: 73560090 on 54 degrees of freedom

Residual deviance: 4655989 on 36 degrees of freedom

(45 observations deleted due to missingness)

AIC: NA

Number of Fisher Scoring iterations: 4

Source : Output du logiciel R

2.2.2.1.2 Le modèle Gamma

De la même façon nous aboutissons à une déviance standardisée égale ($2.3355 / 0.0685003 = 34.0947$) inférieure à 36 ce qui montre la pertinence du modèle Gamma.

L'output du modèle Gamma possède 15 paramètres marqué en vert sur un total de 19 qui sont significatifs à des seuils différents marqué en mauve. On peut dans ce cas valider la pertinence des trois variables explicatives années de survenance, année de développement et année calendaire.

Tableau 25 : Estimateurs du maximum de vraisemblance des α_i et des β_k

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	9.134e-07	8.308e-08	10.995	4.64e-13	***
as.factor(ai)2	-8.567e-08	4.655e-08	-1.841	0.073945	
as.factor(ai)3	-1.099e-07	4.483e-08	-2.451	0.019237	*
as.factor(ai)4	-9.606e-08	4.583e-08	-2.096	0.043173	*
as.factor(ai)5	-1.914e-08	5.209e-08	-0.367	0.715496	
as.factor(ai)6	1.121e-08	5.556e-08	0.202	0.841232	
as.factor(ai)7	2.435e-08	5.932e-08	0.411	0.683839	
as.factor(ai)8	-5.416e-08	5.667e-08	-0.956	0.345575	
as.factor(ai)9	-1.302e-07	5.878e-08	-2.214	0.033219	*
as.factor(ai)10	-4.609e-07	1.447e-07	-3.185	0.002982	**
as.factor(bj)1	-6.235e-07	7.736e-08	-8.059	1.41e-09	***
as.factor(bj)2	-6.450e-07	7.762e-08	-8.310	6.82e-10	***
as.factor(bj)3	-6.297e-07	7.859e-08	-8.013	1.61e-09	***
as.factor(bj)4	-4.895e-07	8.490e-08	-5.765	1.43e-06	***
as.factor(bj)5	-2.268e-07	1.048e-07	-2.164	0.037216	*
as.factor(bj)6	3.450e-07	1.725e-07	2.000	0.053036	
as.factor(bj)7	1.348e-06	3.403e-07	3.960	0.000338	***

```
as.factor(bj)8 4.197e-06 9.409e-07 4.460 7.71e-05 ***
as.factor(bj)9 8.742e-06 2.528e-06 3.457 0.001417 **
```

```
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.0685003)
Null deviance: 37.8072 on 54 degrees of freedom
Residual deviance: 2.3355 on 36 degrees of freedom
(45 observations deleted due to missingness)
AIC: 1614.3
Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

Source : Output du logiciel R

2.2.2.1.2. La PSAP par les modèles GLM

2.2.2.1.2.1. La PSAP du modèle Poisson

Le tableau suivant illustre toutes les provisions constituées :

Tableau 26 : La PSAP du modèle Poisson

V	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	IBNR	PSAP	S.E	C
2	22756386	0.99395925	22894687	138301	205882.1	1.4886520	
3	25111577	0.98410078	25517282	405705	324445.9	0.7997090	
4	23115320	0.96325103	23997192	881872	436078.2	0.4944914	
5	16570278	0.92552673	17903619	1333341	497046.9	0.3727830	
6	13666960	0.85065738	16066351	2399391	667349.5	0.2781329	
7	10909749	0.71856420	15182706	4272957	947332.5	0.2217042	
8	10071584	0.50173350	20073573	10001989	1743884.8	0.1743538	
9	7535409	0.26888342	28024818	20489409	3451503.9	0.1684531	

10	2209603	0.05608659	39396281	37186678	10280068.4	0.2764449
total	131946866	0.63115407	209056508	77109642	11665901.6	0.1512898

Source : Output du logiciel R

Le calcul de PSAP donne 77109642 qui correspond au montant obtenu avec le modèle Chain Ladder ce qui est montré dans la littérature qui stipule que le modèle de Renshaw et Verrall donne les mêmes montants de PSAP que la méthode Chain-Ladder. La dispersion autour de la prédiction du montant des provisions est de 11665901.6 ce qui représente 15.12% de PSAP. Cet écart nous permet de comparer ce PSAP et la PSAP trouvés par la tringle de charge. ????????

2.2.2.1.2.1. La PSAP du modèle Gamma

Le tableau suivant illustre toutes les provisions constituées :

Tableau 27: La PSAP du modèle Gamma

CV	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	IBNR	PSAP	S.E
2	22756386	0.99403267	22892996	136610	45667.68	0.3342924
3	25111577	0.98467069	25502513	390936	90290.78	0.2309605
4	23115320	0.96436661	23969432	854112	170461.50	0.1995775
5	16570278	0.92322831	17948191	1377913	255583.76	0.1854861
6	13666960	0.85048819	16069547	2402587	437616.86	0.1821440
7	10909749	0.71199346	15322822	4413073	805696.35	0.1825704
8	10071584	0.47735646	21098665	11027081	2091368.25	0.1896575
9	7535409	0.24402890	30879166	23343757	4782214.41	0.2048605
10	2209603	0.05451513	40531922	38322319	9930418.05	0.2591288
total	131946866	0.61595458	214215254	82268388	11817127.68	0.1436412

Source : Output du logiciel R

Le montant total de PSAP de cette méthode est 82268388, soit un écart relatif de 6.69 % par rapport au montant total de PSAP du modèle Chain Ladder (77109642). Par contre, l'écart relatif par rapport au résultat obtenu par la méthode CL avec facteur de queue (77991505) est

de 5.48 % modèle qui conduisait à de meilleurs résultats. La dispersion autour de la prédiction du montant des provisions est de 11817127.68 ce qui représente 14.36% de PSAP. Même raisonnement pour la méthode Gamma.

2.2.3 La méthode de ré-échantillonnage du « Bootstrap »

Le nombre de simulations utilisées dans les deux cas de bootstrapping est 10 000. La technique de ré-échantillonnage permet d'avoir des informations plus riche que les autres méthodes stochastiques.

2.2.3.1 Le Bootstrap « Chain-Ladder »

En appliquant les trois processus de distribution de provisions ("gamma", "od.pois"), "od.pois" et "gamma" par le bootstrapping Chain Ladder estimer. Nous trouvons aussi les quantiles qui lui correspondent. Ainsi, nous présentons, par le graphique ci-dessous, la distribution et l'histogramme de la provision Bootsrap « Chain-Ladder » par les trois processus voir annexe pour les deux autres processus de distribution.

Tableau: BootChainLadder(Triangle = 000, R = 10000, Process.distr = c("gamma", "od.pois"))

BootChainLadder (Triangle = 000, R = 10000, process.distr = c("gamma", "od.pois"))

	Latest	Mean Ultimate	Mean IBNR	IBNR.S.E	IBNR 75%	IBNR 95%
1	17,145,215	17,145,215	0	0	0	0
2	22,756,386	22,900,730	144,344	215,822	241,480	565,434
3	25,111,577	25,522,740	411,163	326,198	594,490	1,025,277
4	23,115,320	24,007,759	892,439	439,778	1,156,658	1,682,085
5	16,570,278	17,913,922	1,343,644	503,630	1,657,523	2,254,433

6	13,666,960	16,079,170	2,412,210	672,429	2,822,456	3,615,257
7	10,909,749	15,192,934	4,283,185	945,435	4,894,256	5,936,828
8	10,071,584	20,104,854	10,033,270	1,736,283	11,164,156	13,062,700
9	7,535,409	28,112,159	20,576,750	3,469,205	22,827,175	26,636,717
10	2,209,603	39,873,484	37,663,881	10,542,431	44,114,830	56,926,566
Totals						
Latest:	1.49e+08					
Mean Ultimate:	2.27e+08					
Mean IBNR:	7.78e+07					
IBNR.S.E	1.19e+07					
Total IBNR 75%:	8.54e+07					
Total IBNR 95%:	9.89e+07					

Source : Output du logiciel R

Ce processus de bootstrapping comme les autres processus de distribution présente les calculs de bootstrap qui sont conformes aux normes de la solvabilité II. Ainsi la moyenne est (7.78e+07), les quantiles (VaR) soit pour 75% (8.54e+07) et pour 99,5% (9.89e+07) avec une erreur de prédiction des provisions (1.19e+07). Ces résultats présentent le choix pour l'assureur d'être plus prudent pour gérer tous les scénarios possibles.

Tableau 28: Les quantiles c ("gamma", "od.pois")

	IBNR 75%	IBNR 95%	IBNR 99%	IBNR 99.5%
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	241480.3	565433.7	837394.4	952952.3
3	594490.0	1025276.7	1389982.1	1537489.2
4	1156657.7	1682085.1	2131298.4	2314511.2

5	1657523.5	2254433.5	2688729.1	2922355.3
6	2822456.0	3615256.7	4182005.0	4442707.3
7	4894256.5	5936828.0	6686379.5	6955619.8
8	11164155.5	13062699.7	14454986.7	15010909.4
9	22827175.1	26636716.8	29381480.6	30482010.5
10	44114829.8	56926566.4	65578438.2	68956558.8
IBNR 75%:	85353138			
IBNR 95%:	98912140			
IBNR 99%:	108728827			
IBNR 99.5%:	112862572			

Ce tableau montre tous les scénarios possibles pour le process.distr = c("gamma", "od.pois") qui présente des différentes PSAP à plusieurs niveaux de confiance. (Expliquer encore)

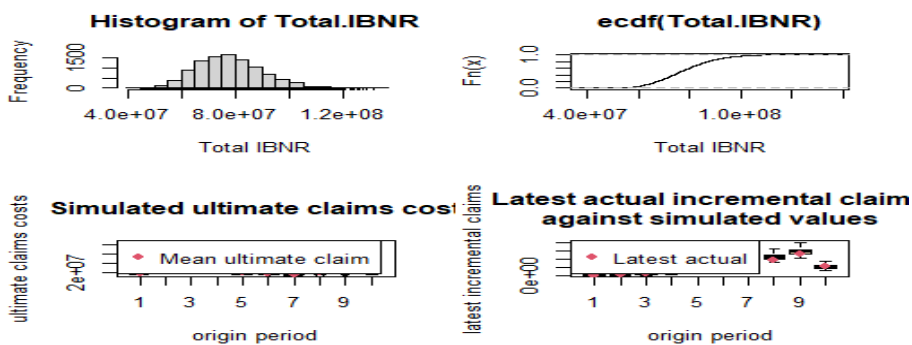
Tableau 29 : Les quantiles de distribution

process.distr	c("gamma", "od.pois")	"od.pois"	"gamma"
IBNR 75%:	85353138	85158002	85553842
IBNR 95%:	98912140	98655609	98808897
IBNR 99%:	108728827	108732051	109550522
IBNR 99.5%:	112862572	112329384	113010345

Ce tableau montre la construction des différents scénarios de risque modéré et de stress ...pour l'évaluation de la PSAP automobile corporelle. A 75% les trois processus présentent des résultats très proches, ces montants trouvés permettent à cette compagnie d'être capable d'honorer ses engagements vis-à-vis des assurés dans 75% des cas. Ces montants sont plus élevés que la valeur moyenne de la PSAP « Chain-Ladder ». Pour les autres scénarios de stress à 95% ; 99% et 99.5% qui correspondent à des scénarios de montant supérieur à la PSAP de

« Chain-Ladder ». Dans ces cas, cette compagnie doit être prudente et devrait être capable à honorer ces engagements.

Figure 26 : Liste de graphiques de distribution bootchainladder



Source : Output du logiciel R

Le graphique ci-dessus montre en haut à gauche la distribution et l'histogramme de la provision Bootstrap « Chain-Ladder » selon la fréquence. En haut à droite le schéma de la prédiction des PSAP (IBNR). En bas à gauche la représentation graphique de la charge ultime et bas à droite la représentation des derniers règlements.

2.2.3.2 Le « Bootstrap » par GLM

La méthode « Bootstrap » appliquée pour les deux modèles GLM permet d'obtenir une distribution des provisions par années de survenance ainsi que la distribution de la provision totale estimées et les quantiles y associés.

Les deux tableaux ci-dessous montrent que le modèle Gamma donne des quantiles inférieurs à ceux du modèle Poisson sur-dispersé, ce qui confirme les queues des deux distributions.

Tableau 30 : Quantiles de distributions Poisson sur-dispersé

	50%	75%	95%	99%	99.5%
2	152498.8	320009.0	601230.6	855468.7	1017008
3	485345.5	726889.6	1191203.3	1525694.5	1602811
4	960747.5	1251663.2	1726680.1	2099644.0	2333593
5	1381888.0	1720947.7	2256686.1	2763544.5	2886332
6	2461106.8	2896738.0	3716610.1	4291478.0	4497201
7	4283153.2	4930797.8	5971772.8	6623778.9	7072207
8	10052230.2	11357997.1	13154343.0	14706311.5	15144599
9	20512074.9	22855556.8	26716781.0	29841290.6	30192463
10	36599928.7	44120041.8	57401405.9	65074213.3	66429694

Source : Output du logiciel R

Tableau 31: Quantiles de distributions Gamma

	50%	75%	95%	99%	99.5%
2	131307.4	165628.5	223200.0	275378.2	294905.4
3	385462.5	449408.7	560982.6	650429.2	682699.7
4	842926.3	966277.3	1165035.5	1321096.7	1392159.8
5	1355770.0	1536690.2	1837361.2	2047343.0	2129763.7
6	2380841.0	2694957.7	3207210.9	3600266.8	3777887.5
7	4357905.3	4933644.7	5872569.0	6614552.8	6849342.3
8	10896220.2	12400188.9	14789300.0	16612287.8	17134050.4
9	23054186.3	26575773.9	32189533.4	36368158.8	37929795.1
10	37842503.5	45168639.1	56077500.0	64587407.1	67739478.3

Source : Output du logiciel R

L'utilisation de bootstrapping porte sur trois éléments supplémentaires - `\sims.par`", `\sims.reserve.mean`", et `\sims.reserve.pred`" qui stockent les données simulées, les paramètres, les valeurs moyennes et les valeurs prévues des réserves pour chaque année, respectivement.

Figure 27: Provisions bootstrap Poisson sur-dispersé

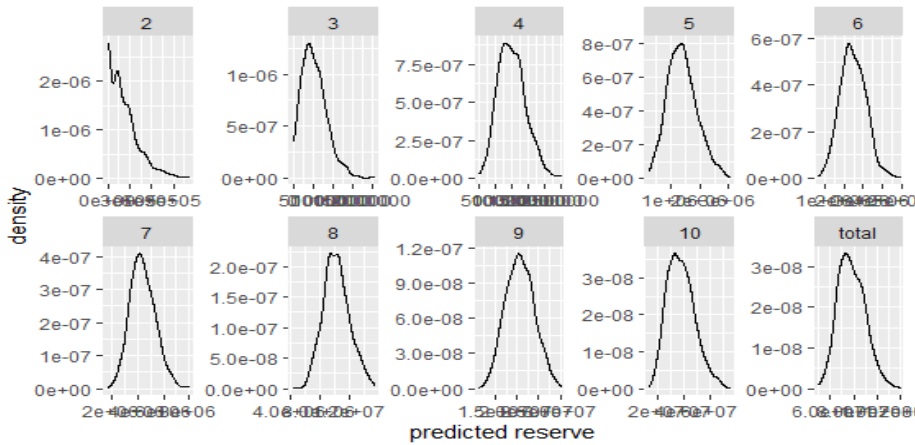
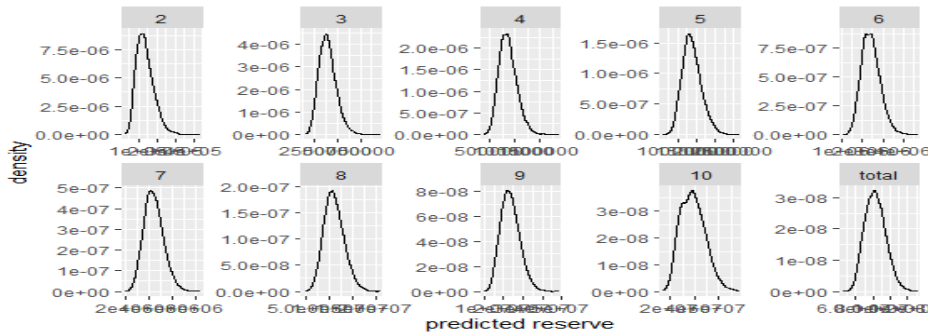


Figure 28: Provisions bootstrap Gamma



Ces deux graphiques montrent que les deux modèles possèdent une queue de distribution mais pour le modèle Gamma la queue est toujours en-dessous de celle du modèle Poisson sur-dispersé ce qui est montré dans les deux tableaux en dessus.

Conclusion

D’après la littérature, généralement, il est difficile d’appliquer le Chain- Ladder sur les triangles des règlements automobiles corporels avec des sinistres graves (instables). Ce qui n’est pas le cas, à l’aide d’un triangle des règlements stables (absence de sinistre grave), nous calculons la

PSAP de Chain-Ladder. Par la suite nous appliquons les méthodes stochastiques. Les résultats obtenus dans le tableau ci-dessous n'ont pas de grande différence entre eux. Ces résultats confirment la pertinence des méthodes stochastiques à ce niveau.

	Chain-Ladder(CL)	CL Tail factor	Mack	Boot CL Poisson et Gamma	BootCL P	BootCL Gamma	GLMPoisson	GLM Gamma
PSAP	77109642	77991505	77109642	7.78E+07	7.76E+07	7.79E+07	77109642	82268388

Source : Travail sur Excel élaboré par nous-mêmes

Section 3 : Les résultats des estimations du risque de

Provisionnement des sinistres

1. Interprétations des résultats et commentaires

La méthode Chain-Ladder classique qu'on a considérée comme une méthode de référence ou de comparaison de nos résultats a abouti à un niveau de provisions des réserves très proche des résultats obtenus par cette compagnie d'assurance au niveau de 33793174 pour l'auto-matériel et de 77109642 pour l'auto-corporel.

Cette méthode confirme la pertinence et l'efficacité en termes de calcul des provisions comme déjà montré et défendu par la littérature inhérente au risque de provisionnement.

Le provisionnement stochastique dégage des résultats similaires à cette méthode comme le modèle de Mack, le bootstrapping Chain-Ladder de ces trois niveaux et le GLM Poisson.

Le modèle de Mack a donné, par ailleurs, les mêmes provisions que Chain-Ladder surtout pour les provisions associées aux années de développement les plus récentes.

Cependant la méthode de GLM Gamma a abouti quant-a-elle à des réserves supérieures à la méthode de référence que nous considérons comme résultante de l'analyse très fine de la sinistralité. Cette méthode peut aboutir à une surestimation.

Il y a lieu de faire remarquer à travers cette étude que les variétés des méthodes de bootstapping qui présentent un écart de proche en proche de la méthode standard sont caractérisées par le

tirage aléatoire des échantillons de triangles (ré-échantillonnage), provoquent une variabilité des PSAP pour chaque simulation des triangles.

Cette approche d'évaluation stochastique permet, en effet, de mettre la compagnie d'assurance, objet de l'étude, à un certain niveau de prise de prudence comme la satisfaction de l'exigence des normes de solvabilité II.

En effet, selon les travaux d'Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wuthrich and Wayne Zhang en February 10, 2020 intitulés « Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.11 Package Vignette », et en supposant que toutes les hypothèses statistiques de validation des modèles sont vérifiées, comme noté précédemment que les PSAP sont constituées par la moyenne, on peut admettre que la moyenne est au niveau de 50% .

Il y a lieu par conséquent, de choisir d'évaluer la marge de prudence par les quantiles sur plusieurs niveaux 75%, 95%, 99% et 99.5% pour la branche Automobile.

Les réserves globales de nos modèles sont présentées dans le tableau ci- dessous :

Tableau 32 : Best Estimate

BEST ESTIMATE (BE)											
Branche		auto-matérielles					auto-corporelles				
Auto											
Provisions		PSAP	Quantiles				PSAP	Quantiles			
		Mean	75%	95%	99%	99.5%	Mean	75%	95%	99%	99.5%
	CL	33793174					77109642				
	CLTF	-					77991505				
	Mack	83793173	35791700	38941950	41256420	42124750	77109642	84005610	94777980	102659300	105609700

M E T H O D E S *	bootC	33790213	35419934	37926876	39762190	40277162	7.78e+07	85353138	98912140	108728827	112862572
	L										
	P G										
	BootC	33776732	35440662	37913240	39689417	40551847	7.76e+07	85158002	98655609	108732051	112329384
	L P										
	BootC	33795185	35459601	37907268	39641342	40453571	7.79e+07	85553842	98808897	109550522	113010345
L G											
G	GLM	33793174	37049894	41515506	44469241	45449946	77109642	90180641	112736712	127781424	131175908
	GLM	33968960	39599923	50387566	58521704	62109005	82268388	94891209	115922692	132076920	137930082

Source : Elaboré par nous même à partir des PSAP trouvées

*

- CL : Chain- Ladder
- CLTF : Chain- Ladder
- Boot CL PG : Bootstrap Chain- Ladder Poisson Gamma
- Boot CL P : Bootstrap Chain- Ladder Poisson
- Boot CL PG : Bootstrap Chain- Ladder Gamma
- GLM P: GLM Poisson
- GLM G: GLM Gamma

Ainsi la marge de prudence doit être la différence entre les PSAP « Best Estimates » et les PSAP par simulation. Le but final est l'obtention d'une marge de prudence qui se rapproche de zéro(0). Le calcul fait sur les montants sélectionnés en rouge donne une liste de résultats qui est marge égale 0 pour Mack et Poisson soit un intervalle de prudence varies entre et 175786 pour pour l'auto-matériel. Et une marge de prudence qui vaut 0 Mack et Poisson et 5158746 pour GLM

Gamma. Cette marge pour l'auto-corporel et matériel tourne autour de zéro ce qui valide notre hypothèse d'utilisation des techniques stochastiques.

Nous constatons que les processus de distribution donnent aussi une répartition de marges très proches entre elles selon la méthode choisie et selon les niveaux de quantiles (75%, 95%, 99% et 99.5%) ce qui donne une vision de prudence futur pour cette compagnie et la permet de quantifier le niveau de prudence. Cependant, il y a lieu de détecter les garanties qui peuvent influencer cette marge et de tester la corrélation entre elles pour n'a pas avoir un impact indésirable.

Dans notre étude, nous laissons le choix et le jugement de la marge de prudence avec le niveau de quantile qui convient selon l'expérience de l'assureur et le choix des actuaires et les hypothèses statistiques mise en place.

2. Les résultats des estimations de triangle de charge automobile corporel

En prenant en considération la vérification des hypothèses de la méthode Chain-Ladder et les méthodes stochastiques, on accepte les PSAP trouvés par la formule suivante :

- Les charges ultimes observées (marqué en jaune dans le tableau ci-dessus) de triangle des charges corporel moins les derniers règlements cumulés (voir section 2).

Nous obtenons comme résultat, selon la méthode, que la PSAP égale à 50 384 018 DT pour Chain-Ladder et Mack et pour les autres méthodes, il y'a un petit écart par rapport Chain Ladder. La PSAP trouvée par le triangle des charges montre l'existence d'un écart de 35% par rapport à la PSAP du triangle des règlements. Il est vrai que cet écart est grand, mais peut être réduit en utilisant le tail factor.

Tableau 33: Les résultats des estimations de triangle de charge automobile corporel par méthode de calcul

	Latest	Ultimate	IBNR
Chai n-La dder	1 17960661	17960661	0.00
	2 24536865	24554669	17804.21
	3 28488497	28152576	-335921.08
	4 26721465	26126154	-595310.54
	5 20126585	19483790	-642795.25
	6 17513886	16628606	-885279.95
	7 16162160	14986346	1175813.84
	8 19940236	17665871	-2274365.46
	9 17792475	16775284	-1017191.29
	10 11177947	17142142	5964195.11
Total s	200420777	199476099	-944678.1

Remarque : merci de déterminer la PSAP des autres méthodes stochastiques (poisson,)
en utilisant la charges ultimes des tableaux ci-dessous

	Latest	Ultimate	IBNR	Mack.S.E	CV(IBNR)		
Mack	1	17,960,661	17,960,661	0	0	NaN	
	2	24,536,865	24,554,669	17,804	22,994	1.292	
	3	28,488,497	28,152,576	-335,921	93,824	-0.279	
	4	26,721,465	26,126,154	-595,311	351,808	-0.591	
	5	20,126,585	19,483,790	-642,795	346,175	-0.539	
	6	17,513,886	16,628,606	-885,280	388,959	-0.439	
	7	16,162,160	14,986,346	-1,175,814	453,483	-0.386	
	8	19,940,236	17,665,871	-2,274,365	895,357	-0.394	
	9	17,792,475	16,775,284	-1,017,191	1,198,952	-1.179	
	10	11,177,947	17,142,142	5,964,195	1,933,611	0.324	
Totals	200,420,777	199,476,098.9	944,678.09	2,858,520.68	-3.03		
BOOT CL Poisson	Latest	Mean Ultimate	Mean IBNR	IBNR.S.E	IBNR 75%	IBNR 95%	
	1	17,960,661	17,960,661	0	0	0	0
	2	24,536,865	24,554,218	17,353	211,558	16,394	295,159
	3	28,488,497	28,146,229	-342,268	537,204	-13,260	250,509
	4	26,721,465	26,105,238	-616,227	651,213	-163,189	116,873
	5	20,126,585	19,471,377	-655,208	621,746	-214,634	14,425
	6	17,513,886	16,609,833	-904,053	691,708	-403,946	-78,518
	7	16,162,160	14,955,815	-1,206,345	782,987	-644,461	-214,731
	8	19,940,236	17,625,113	-2,315,123	1,082,052	-1,530,158	-802,630
	9	17,792,475	16,759,916	-1,032,559	1,226,756	-239,435	864,781

	10	11,177,947	17,114,226	5,936,279	2,426,982	7,472,931	10,167,284
Totals		200,420,777	199,302,625	-1,118,152	4,008,209	1,628,661	5,273,076
BOOT CL Gamma	1	17,960,661	17,960,661	0	0	0	0
	2	24,536,865	24,552,873	16,008	194,700	17,889	279,167
	3	28,488,497	28,145,577	-342,920	549,916	-9,855	270,435
	4	26,721,465	26,116,720	-604,745	654,225	-149,861	126,330
	5	20,126,585	19,473,968	-652,617	622,043	-208,747	24,114
	6	17,513,886	16,599,094	-914,792	698,533	-405,204	-78,795
	7	16,162,160	14,959,155	-1,203,005	788,044	-624,419	-214,914
	8	19,940,236	17,618,183	-2,322,053	1,096,711	-1,525,845	-804,831
	9	17,792,475	16,727,876	-1,064,599	1,230,747	-268,883	857,830
	10	11,177,947	17,081,543	5,903,596	2,394,567	7,429,215	10,034,145
Totals		200,420,777	199,235,650	-1,185,127	3,974,978	1,465,873	5,260,083
BOOT CL Poisson Et Gamma	1	17,960,661	17,960,661	0	0	0	0
	2	24,536,865	24,552,373	15,508	197,638	15,599	311,732
	3	28,488,497	28,150,257	-338,240	539,139	-10,769	267,700
	4	26,721,465	26,120,741	-600,724	644,723	-152,944	111,993
	5	20,126,585	19,472,199	-654,386	623,257	-217,466	11,399
	6	17,513,886	16,619,995	-893,891	695,571	-393,431	-69,965
	7	16,162,160	14,972,175	-1,189,985	770,210	-639,484	-216,093
	8	19,940,236	17,634,398	-2,305,838	1,094,587	-1,516,704	-805,183
	9	17,792,475	16,761,378	-1,031,097	1,231,538	-211,022	866,140

	10	11,177,947	17,117,787	5,939,840	2,408,220	7,486,248	10,076,047
Totals		200,420,777	199,361,964	-1,058,813	4,013,258	1,611,515	5,440,586

1. Les résultats des estimations de triangle de charge automobile matériel

Selon le fait que toutes les hypothèses des modèles sont vérifiées, les mêmes méthodes de calcul de PSAP déjà appliquées, et à partir du triangle de charge auto-matériel ; on aboutit à des résultats de PSAP par la même formule déjà présenté les triangles de charges auto-corporel qui est (28826016) pour Chain-Ladder et Mack. La liste des outputs d'estimation présente les résultats suivants :

Tableau 41: Les résultats des estimations des triangles des charges auto-matériel par méthode (merci de vérifier les chiffres indiqués dans ce tableau)

	Latest	Ultimate	IBNR
Chain-Ladder	1 10655506	10655506	0.000
	2 15957937	15952929	-5007.979
	3 19779024	19748596	-30427.674
	4 22989282	22932940	-56342.486
	5 23163880	23110150	-53729.751
	6 21790302	21631898	-158403.557
	7 723614366	22372360	-1242005.866
	8 29959544	25874950	-4084593.824
	9 37397762	30686753	-6711009.016
	10 35136592	30921438	-4215153.983
Totals	240,444,195	223,887,520	-16556674 ????

Remarque : le montant des IBNR dégagé à partir du triangle des charges est la somme des montants positifs du tableau ci-dessus (les montants négatifs convergent vers 0), il est utile de signaler le montant global des IBNR est déterminé en utilisant une formule de crédibilité entre les trois méthodes (triangle de nombre, triangle des paiements des sinistres, et le triangle des charges des sinistres)

	Latest	Mean Ultimate	Mean IBNR	IBNR.S.E	IBNR 75%	IBNR 95%
	1 10,655,506	10,655,506	0	0	0.00e+00	0
BOOT	2 15,957,937	15,954,393	-3,544	282,139	0.00e+00	29,755
CL	3 19,779,024	19,747,834	-31,190	452,675	0.00e+00	267,145
Poisson	4 22,989,282	22,935,202	-54,080	590,632	8.25e+00	516,598
	5 23,163,880	23,118,666	-45,214	624,024	4.20e+02	609,247
	6 21,790,302	21,652,995	-137,307	726,524	1.60e+01	684,256
	7 23,614,366	22,426,923	-1,187,443	1,405,721	-2.78e+05	328,334
	8 29,959,544	25,996,974	-3,962,570	2,439,925	-2.21e+06	-751,025
	9 37,397,762	30,810,977	-6,586,785	3,221,912	-4.30e+06	-2,076,667
	10 35,136,592	31,200,437	-3,936,155	3,540,053	-1.57e+06	1,461,807
Totals	240,444,195	224,499,906	-15,944,289	6,979,760	-11,435,189	-5,146,549

	1	10,655,506	10,655,506	0	0	0.00e+00	0
	2	15,957,937	15,955,785	-2,152	399,880	5.05e-24	23,015
BOOT	3	19,779,024	19,761,193	-17,831	602,334	1.21e-04	274,518
CL	4	22,989,282	22,952,872	-36,410	868,776	5.49e+00	478,932
Gamma	5	23,163,880	23,116,041	-47,839	901,718	1.35e+02	561,751
	6	21,790,302	21,655,064	-135,238	885,262	6.74e+00	651,388
	7	23,614,366	22,425,706	-1,188,660	1,493,775	-2.90e+05	272,356
	8	29,959,544	25,930,413	-4,029,131	2,566,407	-2.27e+06	-744,882
	9	37,397,762	30,762,246	-6,635,516	3,340,139	-4.36e+06	-2,175,517
	10	35,136,592	31,137,403	-3,999,189	3,653,545	-1.69e+06	1,531,691
Totals		240,444,195	224,499,906	-16,091,967	8,611,946	-11.587,528	-5,450,525
	1	10,655,506	10,655,506	0	0	0.00e+00	0
BOOT	2	15,957,937	15,955,138	-2,799	303,497	9.84e-22	23,612
CL	3	19,779,024	19,753,926	-25,098	459,772	3.42e-05	316,783
Poisson	4	22,989,282	22,946,750	-42,532	594,146	8.51e+00	513,736
Et	5	23,163,880	23,129,127	-34,753	662,282	5.71e+02	651,858
Gamma	6	21,790,302	21,639,471	-150,831	737,386	3.31e+01	654,502
	7	23,614,366	22,430,876	-1,183,490	1,409,155	-2.74e+05	312,308
	8	29,959,544	25,940,718	-4,018,826	2,471,105	-2.30e+06	-773,965
	9	37,397,762	30,850,502	-6,547,260	3,231,928	-4.28e+06	-2,084,225
	10	35,136,592	31,052,530	-4,084,062	3,592,000	-1.72e+06	1,299,582
Totals		240,444,195	224,354,544	-16,089,651	7,160,954	-11,515,301	-5,005,68
		Latest	Ultimate	IBNR	Mack.S.E	CV(IBNR)	

Mack						
	1	10,655,506	10,655,506	0	0	NaN
	2	15,957,937	15,952,929	-5,008	62,053	-12.391
	3	19,779,024	19,748,596	-30,428	98,063	-3.223
	4	22,989,282	22,932,940	-56,342	124,387	-2.208
	5	23,163,880	23,110,150	-53,730	239,618	-4.460
	6	21,790,302	21,631,898	-158,404	239,752	-1.514
	7	23,614,366	22,372,360	-1,242,006	671,772	-0.541
	8	29,959,544	25,874,950	-4,084,594	803,295	-0.197
	9	37,397,762	30,686,753	-6,711,009	1,093,442	-0.163
	10	35,136,592	30,921,438	-4,215,154	1,354,441	-0.321
Totals	Totals	240,444,195	223,887,520	-16,556,674	2,583,589	-0.16

Conclusion

La PSAP, comme déjà noté précédemment est un art, le jeu du résultat commun obtenu par tous les actuaires se réalise rarement. En effet chaque actuaire fixe les hypothèses de calcul de PSAP selon les outils statistiques et les méthodes actuarielles que les voit convenables. Ce qui nous permet de juger la pertinence des résultats trouvés de notre étude en utilisant le package Chain-Ladder avec une programmation récente. Ce jugement se fait par la comparaison avec des résultats obtenus par les techniques de Excel.



Commentaires des résultats

Le travail de recherches développé tout au long de ce développement est basé sur les travaux d'études internationales, ce qui a facilité nos choix des méthodes et modèles qui sont adaptés avec les données de la branche automobile matérielle et corporelle.

Pour répondre aux questions déjà posées, on se base sur l'étude de trois risques qui sont le risque d'estimation, le risque de modèle et le risque de marge de prudence.

L'utilisation de la méthode déterministe Chain-Ladder après vérification des résultats manuellement sur Excel donne des bonnes estimations de PSAP. Cette méthode est supposée comme méthode de comparaison et de référence pour les autres modèles.

Pour étudier le risque de modèle, le recours à la méthode bootstrap Chain-Ladder sur trois niveaux (Gamma&Poisson, Poisson, Gamma), la méthode de Mack, la méthode GLM Poisson et la méthode GLM Gamma est nécessaire. Ces méthodes dégagent des estimations de PSAP similaires à Chain-Ladder classique pour Mack et GLM poisson. Les autres estimations tournent au tour de la méthode de référence, sauf pour la méthode GLM Gamma qui montre un peu de divergence. Ce résultat précis **pour l'estimation de cette provision** prouve l'efficacité de ces méthodes stochastiques. Pour vérifier cette efficacité, il est préféré d'appliquer ces méthodes pour les triangles de règlement automobile matériel, les triangles de règlement corporel et les triangles de charge matériel et corporel. Ces techniques montrent leur pertinence d'estimation de PSAP à tous les triangles étudiés ce qui confirme leur efficacité sous la

solvabilité II. Pour cette étude spécifiquement, le risque de modèle n'existe pas sauf pour le GLM Gamma en notant que les montants dégagés n'est pas très loin de la réalité.

Après la vérification de l'efficacité, le passage à la quantification de l'incertitude de la marge de prudence est facile. En effet, ces techniques stochastiques à l'aide des processus de distribution permettent de traiter la marge prudence à des niveaux différents en utilisant les quantiles. Les résultats trouvés confirment leur performance ce qui favorise l'orientation de l'assureur vers tous les scénarios de marge de risque possible. Le problème de Best estimate et de la marge de risque est résolu. Il est montré aussi que les méthodes stochastiques complètent les méthodes déterministes. L'estimation par ces deux dernières est nécessaire surtout au niveau de la vérification des résultats ce qui confirme la prédiction par la suite. **Il est montré dans notre étude que les compagnies d'assurances en Tunisie peuvent suivre les nouvelles exigences qui impliquent la mise en place des provisionnements stochastiques.**