



## Mémoire de fin d'Etudes

*Thème :*

# OPTIMISATION DE LA STRATEGIE DE REASSURANCE D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE : CAS DE LA CAAT

*Présenté et soutenu par :*

**SAADI Chaimaa Lyna**

*Encadré par :*

**Mr. Mustapha KOTRANE**

*Etudiant(e) parrainé(e) par :*

**La Compagnie Algérienne des Assurances CAAT**

*A mes chers parents*

*A mes sœurs*

*A mes frères*

*A toute la grande famille*

*A mes amis(es)*

*A toutes les personnes qui ont  
toujours cru en moi*

*Chaimaa*

# Remerciements

*A*

*Mon encadrant M. Mustapha KOIRANE, pour son suivi, ses précieux conseils et ses orientations tout au long de ce travail.*

*Tout le personnel de la CAAT-Assurance et spécialement le personnel de la Direction Réassurance et particulièrement M. Toufik ROUIBAH.*

*M. K. TOUATI, M<sup>me</sup> K. BELLAG et M<sup>me</sup> N. MOKHTARI pour leur aide précieuse durant toute la période de mon stage.*

*L'ensemble de mes professeurs à l'IFID ainsi que le personnel administratif pour leur disponibilité et leurs services.*

*Tous ceux et celles qui ont contribué d'une quelconque manière à l'élaboration de ce travail depuis la préparation jusqu'aux ultimes moments.*

*Un grand merci.*

## Listes des Figures

Figure 1 - Schéma représentatif de traité en Quote-Part .....	12
Figure 2 - Schéma représentatif de traité en Excédent de plein .....	14
Figure 3 - Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres.....	16
Figure 4 - Le fonctionnement des couvertures WXL-R et WXL-E.....	17
Figure 5 - Le fonctionnement des couvertures WXL-R et Cat-XL.....	18
Figure 6 - Structure des indemnisations 2018 .....	52
Figure 7 - Structure de la production 2018 .....	51
Figure 8 - Sinistre à payer par Branche.....	52
Figure 9 - l'évolution du gain espéré en fonction de la volatilité de résultat .....	70

## Liste des tableaux

Tableau 1 - Les formes de la réassurance.....	7
Tableau 2 - Données de l'exemple .....	11
Tableau 3 - Les avantages et les inconvénients de la réassurance proportionnelle.....	14
Tableau 4 - Les avantages et les inconvénients de la réassurance non proportionnelle.....	19
Tableau 5 - Principe de rétention par branches d'assurance. ....	31
Tableau 6 - Principe de rétention selon le type de traité. ....	31
Tableau 7 - Facteurs qui déterminent la rétention .....	32
Tableau 8 - les règles d'or. ....	34
Tableau 9 - Les stratégies adapter par la CAAT .....	50
Tableau 10 - Primes émises par branche .....	51
Tableau 11 - Profil du risque Incendie .....	57
Tableau 12 - Résultats de calculs de l'application de la règle 2.....	59
Tableau 13 - Résultats de calculs de l'application de la règle 3.....	60
Tableau 14 - Résultats de calculs de l'application de la règle 4.....	60
Tableau 15 - Résultats de calculs de l'application de la règle 5.....	61
Tableau 16 - Résultats de calculs de l'application de la règle 6.....	61
Tableau 17 - Résultats de calculs de l'application de la règle 7.....	62
Tableau 18 - Résultats de calculs de l'application de la règle 8.....	62
Tableau 19 - Profil de la sinistralité 2014-2019 .....	63
Tableau 20 - Résultat du test de KHI-DEUX.....	67
Tableau 21 - Estimation du paramètre $\lambda$ .....	68
Tableau 22 - Estimation du paramètre $\lambda$ .....	68
Tableau 23 - Estimation des paramètres .....	68
Tableau 24 - Résultat de l'application de la méthode de De Finetti .....	70

## Liste des abréviations

**CAAT** : Compagnie Algérienne Des Assurances

**FACOB** : **F**acultative **O**bligatoire

**XP** : **E**xcédent de **P**lein

**XL** : **E**xcess of **L**oss

**XS** : **E**xcédent de **S**inistre

**WXL/R** : **W**orking **E**xcess of **L**oss Per **R**isk

**WXL/E** : **W**orking **E**xcess of **L**oss Per **E**vent

**Cat-XL** : **C**atastroph **E**xcess of **L**oss **C**over

**SMP** : **S**inistre **M**aximum **P**ossible

**EPE** : **E**ntreprise **P**ublique **É**conomique

**Spa** : **S**ociété par actions

**BSD** : **B**ureaux de **S**ouscription **D**irecte

**SAP** : **S**inistre à **P**ayer

# SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
<b>CHAPITRE I : LA REASSURANCE : ASPECTS THEORIQUES ET PRATIQUE....</b>	<b>4</b>
Section 01 : Généralité sur la Réassurance .....	5
Section 02 : Les formes de la Réassurance Proportionnelle et non Proportionnelle et leurs Spécificités.....	11
Section 03 : Programme de Réassurance .....	21
<b>CHAPITRE II : OPTIMISATION DE LA RETENTION.....</b>	<b>30</b>
Section 01 : Définition de la rétention (Cadre général) .....	31
Section 02 : Détermination de la rétention optimale par l'approche empirique .....	34
Section 03 : Détermination de la rétention optimale par l'approche actuarielle .....	37
<b>CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE.....</b>	<b>47</b>
Section 01 : Présentation de la Compagnie Algérienne des Assurances « CAAT ».....	48
Section 02 : PRESENTATION DE LA BASE DES DONNEES.....	53
Section 3 : Optimisation de la rétention optimale par l'approche empirique.....	57
Section 04 : Approche Actuarielle « De Finetti » .....	65
Conclusion Générale .....	72

## Introduction générale

Les transformations auxquelles nous assistons aujourd'hui, sur le plan démographique, climatique, sociologique, économique et politique impliquent l'émergence de nouveaux risques et, par conséquent, des besoins accrus en matière de sécurité.

Pour se prémunir contre ces risques qui peuvent survenir dans notre vie quotidienne, l'assurance nous offre cette protection. En conséquence, les besoins en matière d'assurance ont continué à augmenter et les risques pris par l'assureur sont devenus de plus en plus importants et complexes. Pour des raisons stratégiques et de gestion des risques, les compagnies d'assurance ont recours à la réassurance.

La réassurance est une stratégie efficace pour améliorer et rendre plus fiables les engagements de l'assureur. C'est l'instrument le plus important et le plus utilisé en termes de gestion des risques et du capital dans une compagnie d'assurance.

La réassurance est donc une technique de répartition des risques, qui permet aux assureurs de couvrir des sinistres importants sans augmenter leur risque d'insolvabilité et donc d'équilibrer leurs comptes techniques. Grâce à la réassurance, la capacité de l'ensemble du secteur de l'assurance dépasse la somme des capacités des différents assureurs.

Cette technique de réassurance permet aux assureurs d'augmenter leur capacité de souscription tout en conservant une part dite de "rétention" sur chaque risque, qui constitue le seuil au-delà duquel l'assureur aura recours à la réassurance.

Un niveau de rétention est associé à chaque branche d'assurance. La détermination de tous ces niveaux constitue le pilier de conception d'un programme de réassurance.

Pour établir un bon programme de réassurance, il est essentiel de choisir le bon mode et la bonne forme de réassurance, les risques à transférer mais aussi de déterminer la rétention de la compagnie. À cet égard, en transférant une partie de son risque, la cédante transfère également une partie de son bénéfice, de sorte que le choix qui s'offre à elle est le suivant : soit céder une grande partie des primes et réduire la volatilité mais entraînant une baisse des bénéfices, soit céder une plus petite partie des primes tout en conservant plus de bénéfices

avec une forte volatilité. En effet, les résultats de la compagnie sont directement liés au niveau de rétention.

L'objectif essentiel de toute politique de rétention est d'éviter une fluctuation excessive des résultats annuels de la compagnie, ou plutôt de faire en sorte que cette fluctuation ne dépasse pas certaines limites que la compagnie considère comme admissibles. Cette décision dépendra de sa capacité financière, de son attitude face aux risques et de nombreux autres facteurs.

C'est pourquoi les cédantes doivent mettre en place divers moyens pour optimiser leurs niveaux de rétention de réassurance. Il leur appartient d'être suffisamment rigoureux en termes d'analyse quantitative et qualitative de l'activité de leur portefeuille, en utilisant des modèles actuariels et financiers qui tiennent compte des spécificités de leur portefeuille.

Ainsi, les méthodes de détermination de la rétention peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes empiriques et les méthodes actuarielles. Cette deuxième catégorie permet, selon les professionnels du domaine, de représenter le plus fidèlement possible la réalité des risques et d'en déduire le taux de rétention optimal. Cependant, les compagnies d'assurance ont davantage recours aux méthodes empiriques, qui sont faciles à mettre en œuvre.

Malheureusement, dans de nombreux pays en développement, notamment en Algérie, les compagnies d'assurance nationales parviennent à peine à fixer la rétention à sa juste valeur, ces dernières déterminent son niveau le plus souvent de manière assez aléatoire, en s'appuyant sur l'expérience des dirigeants.

Étant donné l'importance de déterminer une structure de réassurance adéquate pour l'entreprise, il nous a semblé particulièrement intéressant d'introduire des techniques empiriques et actuarielles pour fixer le niveau de rétention optimal pour un portefeuille d'assurance incendie, afin de connaître l'intérêt de ces techniques et d'en déduire les progrès et les avantages qu'elles apportent par rapport à la méthode mise en place actuellement par la CAAT.

Notre problème consiste donc à examiner la possibilité de concevoir une stratégie de réassurance optimale en utilisant les deux méthodes : empirique et actuarielle pour un portefeuille "Incendie". En d'autres termes :

\*Quel est le plein optimal qu'une compagnie d'assurance doit adopter pour maximiser sa rentabilité des fonds propres ?

\*Quel est le plein optimal qui garantira une variance minimale du résultat annuel pour un niveau de rendement fixe ?

Afin de pouvoir apporter des réponses à notre problème, nous avons opté, d'une part, pour l'application des règles d'or de Swiss Re et, d'autre part, pour l'application de la méthode de la moyenne-variance de De Finetti. Cette méthode examine, sous la contrainte du gain espéré, la possibilité de minimiser la volatilité du résultat de la cédante après réassurance.

Cela dit, notre travail est divisé en trois chapitres. Tout d'abord, nous examinerons les aspects théoriques et pratiques de la réassurance. Dans un deuxième chapitre, nous poursuivrons en présentant deux méthodes de calcul du niveau optimal de rétention, à savoir la méthode empirique et les méthodes actuarielles, mais avant cela, nous présenterons un aperçu général de la notion de rétention en assurance. Enfin, dans un troisième chapitre, nous développerons notre application pratique en utilisant les données d'un portefeuille de risques incendie de la CAAT.

# CHAPITRE I : LA REASSURANCE : ASPECTS THEORIQUES ET PRATIQUES

*Les compagnies d'assurance se réassurent pour couvrir le risque d'insolvabilité ou de ruine auquel elles pourraient être confrontées en cas de sinistre trop important et/ou trop fréquent. En effet, la réassurance apporte une plus grande stabilité des résultats à l'assureur, la réassurance est donc le moyen pour l'assureur de se protéger.*

*Dans ce chapitre, nous introduirons le cadre théorique de notre étude et présenterons les aspects pratiques du traitement de la réassurance au sein d'une compagnie d'assurance. Nous commencerons par présenter les bases techniques et juridiques de l'activité de réassurance. Ensuite, nous introduirons de manière plus détaillée les formes de la réassurance proportionnelle et non proportionnelle et leurs spécificités. Enfin la dernière section sera consacrée aux caractéristiques d'un programme de réassurance proportionnelle et non proportionnelle.*

## **Plan du chapitre**

**Section 01** : Généralités sur la réassurance

**Section 02** : Les formes de la Réassurance Proportionnelle et non Proportionnelle et leurs Spécificités

**Section 03** : Programme de réassurance

### Section 01 : Généralité sur la Réassurance

L'objectif de cette première section est de présenter les concepts et mécanismes de base associés à la réassurance en général.

#### 1. DEFINITIONS

La Réassurance est une technique qui permet à l'assureur direct de se décharger d'une partie du risque qu'il a souscrit auprès d'une autre partie appelée Réassureur moyennant le paiement d'un prix appelée Prime de Réassurance.

Il serait impossible de définir totalement en une seule et unique phrase ce qu'est la réassurance. De manière plus précise, la réassurance peut être définie comme suit<sup>1</sup> :

- Contrat par lequel, moyennant une certaine prime, l'assureur se décharge sur autrui des risques dont il s'est rendu responsable. Il s'agit d'un contrat nouveau distinct du premier contrat souscrit par l'assuré qui demeure valable dans tous ses effets. (Mr. Emerigon 1725-1785).
- Contrat spécialement intervenu entre l'assureur et le réassureur afin de réaliser la compensation des écarts qui peuvent frapper le premier, soit par insuffisance du nombre de risques (ouverture d'une branche nouvelle), soit par dépassement anormal des sinistres espérés. (Mr. Pierre Blanc 1960).
- Opération d'assurance greffée sur le contrat d'assurance et étrangère à l'assuré. (Mr. Maurice Picard XX<sup>ème</sup> siècle). En effet la réassurance est absolument étrangère à l'assuré primitif et l'assureur qui se réassure reste seul responsable envers l'assuré.
- Opération par laquelle un assureur cède une partie de ses risques et parfois la totalité à un réassureur qui en accepte la charge dans des conditions fixées par un contrat ou par un traité.
- Opération par laquelle un réassureur s'engage, moyennant la rétribution de ses services à contribuer à l'indemnisation des sinistres à laquelle l'assureur s'est engagé envers ses assurés.

---

<sup>1</sup> Scor Réassurance, Assurance non proportionnelle : Approche technique, septembre 1994.

- Assurance au deuxième degré, véritable assurance des assureurs et par ce fait un des secteurs d'activité les plus méconnus du public, du fait même de son absence de relation avec les utilisateurs d'assurance.

De manière plus précise, la réassurance peut être définie comme suit :

- Economiquement : « comme une politique de transfert de risque qui répond à la nécessité de protection des fonds propres de l'assureur. De même qu'un assuré sait consciemment ou non ce qu'il peut supporter et ce contre quoi il doit se prémunir, une compagnie d'assurance doit rendre sa ruine 'pratiquement impossible' ».
- Juridiquement : « comme un contrat par lequel un réassureur (le cessionnaire), s'engage, vis-à-vis d'un assureur (le cédant), qui répond seul vis-à-vis des assurés, moyennant une rémunération, à rembourser à un assureur dans des conditions prédéterminées en termes de seuil d'intervention et de limite de couverture, toutes ou une partie des sommes dues ou versées par l'assureur à ses assurés à titre de sinistres »<sup>2</sup>.
- Picard (1912) a défini la réassurance : « comme une opération d'assurance greffée sur le contrat d'assurance primitif et étrangère à l'assuré, par laquelle l'assureur atténue dans la mesure nécessaire les inconvénients résultant des écarts statistiques »<sup>3</sup>.

## 2. UTILITE DE LA REASSURANCE

En résumé, les effets bénéfiques de la réassurance peuvent être résumés comme suit :

- Elle rend plus homogènes les communautés de risques conservés en prenant en charge une part importante des affaires de large étendue assumées par l'assureur ;
- Elle permet à l'assureur d'augmenter sans crainte ses possibilités de souscription ;
- Elle facilite grandement l'ouverture de branches nouvelles s'il s'agit de risques méconnus ;
- Elle va créer des Pools de distribution pour pulvériser au maximum les risques lorsqu'ils sont très importants ;
- Elle allège considérablement la trésorerie de l'assureur par les dépôts de garantie ou encore par les sinistres majeurs que le réassureur doit payer au comptant ;
- Elle concourt à la bonne surveillance des risques et permet à l'assureur de mieux mesurer le coût de sa réassurance par l'établissement et le suivi de ses statistiques ;

---

<sup>2</sup> Christiant Partrat; Jack Blondeau ; «La réassurance approche technique » ; Edition Economica ; France ; 2003 ; Page 10

<sup>3</sup> Jean-François WALHIN ; La réassurance ; Edition Larcier ; France ; 2007 ; page 2

- Elle permet de réaliser une véritable compensation mondiale des risques les plus lourds dans le domaine des sinistres catastrophiques.

### 3. TYPES ET FORMES DE LA REASSURANCE

La réassurance peut être classée par forme et par type. La forme de réassurance nous informe sur la nature de la relation contractuelle entre la cédante et le réassureur, c'est-à-dire si la cession du risque par la cédante ou l'acceptation du risque par le réassureur est obligatoire ou facultative, et si les deux parties sont contractuellement tenues de céder ou d'accepter ou si une seule partie est tenue de céder ou d'accepter mais que l'autre partie est libre de le faire.

#### 3.1 Les formes de la réassurance : Catégories juridiques

Nous distinguons trois formes de Réassurance selon le caractère obligatoire ou facultatif de la cession ou de l'acceptation. Sous forme de tableau, nous avons ce qui suit:

*Tableau 1 - Les formes de la réassurance*

Cession / Acceptation	Facultative	Obligatoire
Facultative	Facultative	FACOB
Obligatoire	-	Traité

Source : Etabli par nos soins

##### 3.1.1. La réassurance facultative

La réassurance facultative est la plus ancienne forme de réassurance.

Elle permet de réassurer des risques individuels, autrement dit c'est une réassurance par contrat pour laquelle la cédante est libre de proposer le risque au réassureur, tandis que ce dernier se réserve le droit de l'accepter ou de le refuser. En pratique, elle ne se retrouve que dans l'assurance des risques les plus lourds.

Pour la réassurance facultative, la cédante soumet le contrat original au réassureur, et l'accord du réassureur est considéré comme un contrat.

La réassurance facultative est le seul moyen pour les cédantes de couvrir des risques exceptionnellement importants. Pour le réassureur, c'est l'occasion d'analyser des risques qu'il n'accepte généralement pas automatiquement, grâce à l'étude technique potentiellement détaillée qui accompagne l'analyse du dossier.

Il convient également de noter que la réassurance facultative est souscrite par une cédante lorsque le risque à assurer dépasse la capacité mise à sa disposition par la réassurance conventionnelle ou lorsque le risque à assurer n'entre pas dans la catégorie des risques couverts automatiquement par le traité.

La réassurance facultative entre en jeu si, après avoir épuisé toutes les capacités de rétention et de réassurance obligatoire, l'assureur direct a encore un montant résiduel à couvrir, ou si une police contient des risques exclus des traités de réassurance obligatoire<sup>4</sup>.

Elle est utilisée dans de nombreuses branches, dans les cas où :

- Les capacités automatiques excluent ce risque ou sont saturées.
- Le portefeuille est petit et ne peut pas donner de matière suffisante pour un véritable traité de réassurance.
- La taille du risque et/ou sa nature justifient une approche individuelle.

### *3.1.2. La réassurance obligatoire (Conventionnelle)*

La Réassurance Obligatoire, ou encore Réassurance par traité, couvre automatiquement tous les risques d'un portefeuille déterminé.

Dans le cadre de la réassurance obligatoire l'assureur est obligé de céder et le réassureur lui-même aussi obligé d'accepter le risque cédé dans le cadre d'un traité de réassurance déterminant les clauses de la cession. Le traité stipule toujours les types des risques à céder, les montants des cessions et aussi les conditions sous lesquelles la cession est réalisée.

L'avantage de cette forme de réassurance est sa simplicité dans la gestion administrative. En effet la cédante ne délivre pas les détails sur chaque risque individuel.

Pour le réassureur, l'inconvénient principal réside surtout dans l'obligation d'accepter des risques potentiellement mal appréciés et négociés par l'assureur même si le principe de la bonne foi est de rigueur comme dans toute l'activité d'assurance<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> SwissRe ; « introduction à la réassurance » ; 7ème édition ; suisse ; 2003, page 19

<sup>5</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT; page 19

### 3.1.3. La réassurance facultative obligatoire (FACOB)

Dans cette forme de réassurance, le réassureur s'engage à accepter toutes les affaires qui lui sont cédées par la cédante. Cette acceptation est toutefois soumise à la condition que l'engagement ne dépasse pas un montant maximum fixé au départ.

La réassurance facultative obligatoire présente un avantage certain pour l'assureur direct.

Elle admet une double implication :

- L'assureur a la latitude de décider souverainement de l'opportunité de réassurer un risque et ce, dans des proportions acceptables.
- Le réassureur est tenu d'accepter en réassurance, en tout ou en partie, les risques qui lui sont présentés par l'assureur dans la mesure et pour autant que cela n'est pas exclu par le traité et dans la limite de l'engagement dit maximal du réassureur.

## 3.2 Les principaux types de réassurance (Catégorie technique)

Dans le cadre de la réassurance obligatoire, une distinction est faite entre deux formes de traités de réassurance : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle.

### 3.2.1. La réassurance proportionnelle

La réassurance proportionnelle est conceptuellement très simple. L'assureur et le réassureur conviennent d'un taux de cession (entre 0 et 100 %) pour chacun des risques du portefeuille, il peut être identique ou différent. Ce taux de cession est ensuite appliqué à la prime initiale pour former la prime de réassurance. En cas de sinistre, le taux de cession est appliqué au montant du sinistre pour constituer l'intervention du réassureur dans le montant du sinistre.

$$\text{Taux de cession} = \frac{\text{Capital cédé}}{\text{Capital à 100\%}}$$

$$\text{Prime cédée} = \text{Prime totale} * \text{Taux de cession}$$

$$\text{Charge sinistre cédée} = \text{Charge sinistre totale} * \text{Taux de cession}$$

Une distinction est faite entre deux types de traités de réassurance proportionnelle à savoir :

- **La quote-part** : le taux de cession est le même pour tous les risques du portefeuille réassuré ;

- **L'excédent de plein** : l'assureur conserve un montant constant de risques (Plein de rétention), et le réassureur supporte la partie de chaque risque qui dépasse le plein. Par conséquent, les taux de conservation et/ou de cession sont pourcentage sont différents pour chaque risque

Le prix de la réassurance proportionnelle se matérialise par la commission de réassurance<sup>6</sup>. Ce type de traité sera examiné plus en détail dans la section suivante.

### *3.2.2. La réassurance non proportionnelle*

En revanche, dans la réassurance non proportionnelle, il n'existe pas de ratio fixe, déterminé à l'avance, servant de base à la répartition des primes et des sinistres entre l'assureur direct et le réassureur. De fait, les indemnités à verser sont réparties en fonction du montant du sinistre réel.

Les parties définissent contractuellement la franchise (priorité) en dessous duquel l'assureur direct réglera tous les sinistres. Le réassureur s'engage à couvrir tous les sinistres dépassant ce seuil jusqu'à la limite de garantie (plafond) convenue.

Pour prix de cette couverture, le réassureur exige une part appropriée de la prime initiale. Pour fixer ce prix, il tient compte de la sinistralité observée au cours des dernières années (tarification en fonction de l'expérience) et de la charge de sinistre attendue selon le type et la composition des risques couverts (tarification en fonction de l'exposition)<sup>7</sup>.

Le réassureur n'est tenu de payer les sinistres que lorsque le portefeuille ou le risque assuré subit effectivement un sinistre dépassant la priorité.

Il convient de distinguer deux catégories de réassurance non proportionnelle :

- 1) Réassurance en excédent de sinistres, dans laquelle le réassureur intervient pour chaque sinistre dépassant un certain montant.
- 2) Réassurance en excédent de pertes, dans laquelle le réassureur intervient lorsque le total des sinistres pour une année dépasse un certain pourcentage des primes perçues.

Ce type de traité fera l'objet d'un traitement plus détaillé dans la section qui suit.

---

<sup>6</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT; page 20

<sup>7</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT; page 21

## Section 02 : Les formes de la Réassurance Proportionnelle et non Proportionnelle et leurs Spécificités

Cette section fera l'objet d'un traitement plus détaillé des formes de la réassurance proportionnelle et non proportionnelle.

### 1. LES FORMES DE LA REASSURANCE PROPORTIONNELLE

Le taux de cession en réassurance proportionnelle peut varier d'un risque à l'autre. Une distinction est faite entre deux types de traités de réassurance proportionnelle à savoir :

#### 1.1. La Réassurance Proportionnelle en Quote-part

Dans la réassurance en quote-part, également appelée traité en participation pure, le réassureur prend en charge un pourcentage fixe et librement consenti de toutes les polices d'assurance souscrites par l'assureur direct. Cette quote-part détermine la répartition des responsabilités, des primes et des sinistres entre l'assureur direct et le réassureur.

En outre, la réassurance en quote-part est particulièrement adaptée pour limiter le risque aléatoire et le risque de changement structurel sur l'ensemble d'un portefeuille.

Exemple :

Tableau 2 - Données de l'exemple

<b>La rétention de l'assureur représente</b>	70%
<b>La quote-part de la réassurance représente</b>	30%
<b>Somme assurée pour l'objet d'assurance</b>	10 Millions DA
<b>L'assureur direct assume une responsabilité de 70%</b>	7 Millions DA
<b>Le réassureur assume une responsabilité de 30%</b>	3 Millions DA
<b>Prime égale 2% de la somme assurée</b>	20 000 DA
<b>L'assureur conserve 70%</b>	14 000 DA
<b>Le réassureur reçoit 30%</b>	6 000 DA
<b>Sinistre</b>	6 Millions DA
<b>L'assureur paye 70%</b>	4,2 Millions DA
<b>Le réassureur paye 30%</b>	1,8 Millions DA

Source : Elaboré par nos soins

Le tableau précédent nous montre qu'un assureur direct, pour un portefeuille d'assurance donné. La prime initiale requise s'élève à 20 000DA. L'assureur cède, en quote-part, 30% de ce portefeuille à un réassureur qui reçoit ainsi 30% de la prime initiale, c'est-à-dire 14 000DA. Sur cette somme, le réassureur doit payer 1.8 Million de DA (soit 30% de 6 Million de DA) et le reste (70% de 6 Million de DA) est supporté par l'assureur direct. Comme l'illustre la figure ci-dessous :

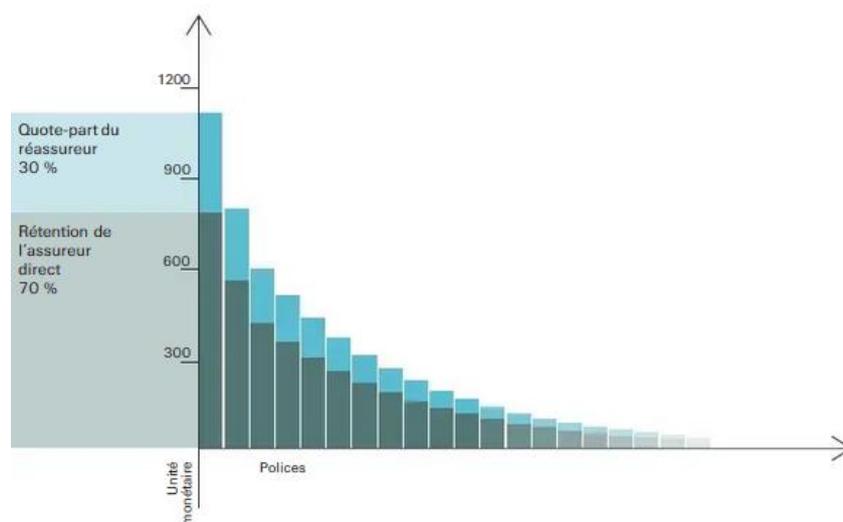


Figure 1 - Schéma représentatif de traité en Quote-Part

Ce type de traité provoque une hémorragie de primes, puisque le réassureur partage la prime avec la cédante. En outre, la quote-part ne réduit pas la volatilité de la sinistralité du portefeuille. Elle est cependant utile pour les jeunes compagnies d'assurance inexpérimentées et pour les nouvelles classes de risques.

### 1.2. La réassurance proportionnelle en excédent de plein (XP)

Dans les traités de réassurance en Excédent de plein, le réassureur n'est pas exposé à l'ensemble des risques, comme c'est le cas dans la réassurance dans les traités en Quote-part. En effet, l'assureur direct prend en charge l'ensemble des risques dont la somme assurée est inférieure à un certain montant (plein de rétention de l'assureur). Ce plein de rétention peut être différent pour chaque catégorie de risque. Les engagements dépassant le plein de rétention sont couverts par le réassureur. Ce dernier n'est pas tenu d'accepter le risque au-delà d'un excédent donné, généralement défini comme un nombre convenu de pleins. Pour chaque risque réassuré, le ratio de la rétention rapportée à la cession détermine la répartition de la

responsabilité, des primes et de l'ensemble des sinistres entre l'assureur direct et le réassureur<sup>8</sup>.

Soit **C** le capital souscrit et **P** le Plein de Conservation.

La part de l'assureur dans l'affaire est : **P/C**

Et celle du Réassureur est **(C-P)/ C** (dans les primes et dans les sinistre).

Exemples :

Dans les exemples ci-dessous, la rétention de l'assureur direct est égale à 300 000 et la responsabilité du réassureur est limitée à 9 pleins.

La somme assurée est égale à 3.5 millions, la prime à 1.5‰ et le sinistre à 2 millions.

	<b>Total</b>	<b>Rétention de l'assureur (Plein)</b>	<b>Excédent à la charge du réassureur</b>
<b>Somme assurée</b>	3 500 000	300 000 = 8.57% + 500 000 = 14.29% = 22.86%	2 700 000 = 77.14% (9 pleins)
<b>Prime</b>	5250	1 200 = 22.86%	4 050 = 77.14%
<b>Sinistre</b>	2 000 000	457 200 = 22.86%	1 542 800 = 77.14%

Cet exemple montre que pour les risques où la somme assurée est supérieure à l'excédent, l'assureur direct doit soit supporter lui-même le surplus, soit souscrire une réassurance facultative correspondante, ce qui est d'ailleurs le cas le plus fréquent.

Le traité de réassurance en excédent de plein constitue – contrairement au traité en quote-part un excellent moyen d'équilibrer (d'homogénéiser) le portefeuille de l'assureur direct et donc de niveler les engagements de pointe. Comme la rétention peut être plus ou moins élevée selon le type de risque et le sinistre attendue, ce type de traité permet à l'assureur direct d'adapter le risque qu'il endosse en fonction de ses moyens financiers. L'inconvénient est que le traitement de ce type de traité peut être complexe et donc coûteux en l'absence de ressources informatiques.

<sup>8</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT ; Page 22

La figure suivante illustre le partage des montants de sinistres entre assureur et réassureur.

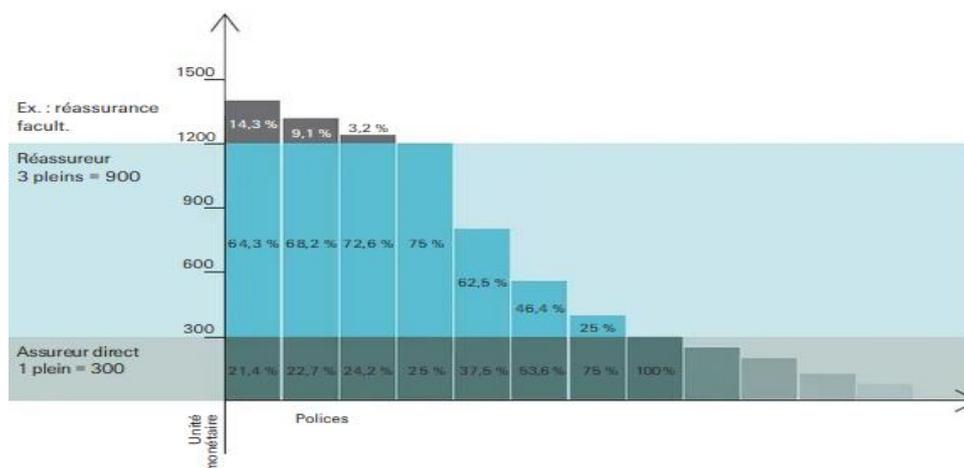


Figure 2 - Schéma représentatif de traité en Excédent de plein

Cette forme de réassurance permet une réduction de la volatilité de la charge, mais reste une source de perte de prime en plus de la complexité de la gestion puisqu'on calcule le taux police par police.

### 1.3. Les avantages et les inconvénients de la Réassurance Proportionnelle

Le tableau ci-dessous, résume les avantages et les inconvénients pour la cédante du traité de la réassurance proportionnelle.

Tableau 3 - Les avantages et les inconvénients de la réassurance proportionnelle

Type de traité	Avantages	Inconvénients
Quote-part <sup>9</sup>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Gestion simple et peu coûteuse.</li> <li>-Convient tout particulièrement aux sociétés en phase de démarrage ou qui se lancent dans une nouvelle branche d'assurance.</li> <li>-Permet de réaliser une stabilisation absolue du résultat de l'assureur.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Ne prend pas suffisamment en compte les différents besoins de réassurance de l'assureur direct, car il met tout sur le même plan.</li> <li>-N'ont pas pour effet d'homogénéiser le portefeuille et ils ne couvrent donc de manière insuffisante les risques de pointe.</li> </ul>

<sup>9</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT ; Page 22

		-Le réassureur n'a pas d'action directe sur son résultat. Les résultats dépendent de la politique suivie par la cédante.
<b>Excédent de plein<sup>10</sup></b>	-Permet à l'assureur de constituer un portefeuille plus homogène. -L'exposition maximale par risque est limitée au plein. -Permet une moindre cession de prime.	-Complexe fonctionnement, et lourde gestion. -Une grande partie des primes est cédée au réassureur. -Ne peut fonctionner qu'avec des branches d'assurances pour lesquelles la somme assurée est déterminée.

Source : Elaboré par nos soins.

## 2. LES FORMES DE LA REASSURANCE NON PROPORTIONNELLE

Les formes de la réassurance non proportionnelle ne reposent pas sur le même principe que les formes de traités proportionnels cités précédemment. Il convient de distinguer deux classes de réassurance non proportionnelle: les excédents de sinistre (excess of loss) et les excédents de pertes annuelles (stop loss).

### 2.1. La réassurance non proportionnelle en excédent de sinistre (XS)

Dans le cas de la réassurance en excédent de sinistre, c'est le montant des sinistres qui compte. L'assureur couvre ainsi tous les sinistres couverts par la branche visée par le traité jusqu'à un seuil déterminé (priorité), quel que soit le montant assuré. Les sinistres dépassant ce seuil doivent être indemnisés par le réassureur jusqu'à la limite de couverture convenue (portée). La limite (ou plafond) du traité est obtenue en additionnant la priorité et la portée.

On définit de ce fait la portée qui est l'engagement maximal du réassureur. Par convention et pour simplifier l'écriture, un XS est noté : *portée XS priorité*.

La formule suivante montre comment calculer la charge cédée pour un XS de priorité  $l$  et de portée  $d$  qu'on note  $l XS d$  :

<sup>10</sup> M.BOURGHOUD Bilal; La réassurance technique et marché; Université Ferhat Abbas; 25-26 avril 2011, page 11

$$R_i = \min(\max(X_i - l, 0), d)$$

$R_i$  : La charge cédée du sinistre  $i$

$X_i$  : Le montant du sinistre  $i$

La figure ci-dessous illustre le partage des montants de sinistres entre assureur et réassureur :

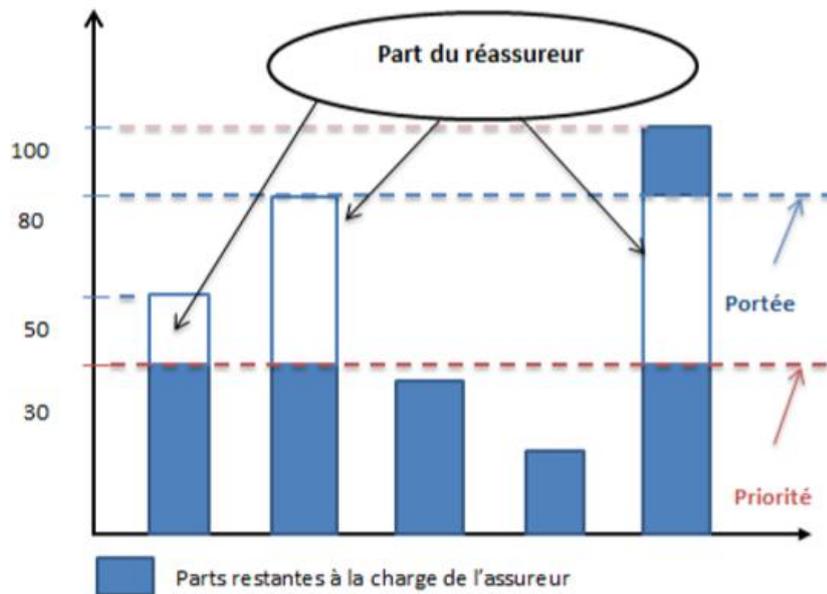


Figure 3 - Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres

Il convient de distinguer trois types de traités en excédent de sinistres suivant la définition que l'on donne au sinistre :

### 2.1.1. Traité en Excédent de Sinistres par Risque (WXL/R<sup>11</sup>)

Le XS par risque prend en compte la sinistralité contrat par contrat. Chaque sinistre intervenu pour chaque risque couvert peut déclencher la couverture.

Ce type de traité répond aux attentes des assureurs directs qui souhaitent conserver la plus grande partie possible de la prime brute sans avoir à renoncer à la protection de réassurance pour les risques majeurs<sup>12</sup>.

<sup>11</sup> Working excess of loss per Risk

<sup>12</sup> SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT ; Page 26

### 2.1.2. *Traité en Excédent de sinistres par Événement (WXL/E<sup>13</sup>)*

Le XS par événement prend en compte la sinistralité globale produite par un seul événement et qui peut affecter plusieurs contrats.

Dans le cas d'un traité « WXL/E », les réassureurs s'engagent à couvrir le cumul de tous les sinistres, dans la mesure où ce total dépasse la priorité contractuelle, affectant plusieurs polices d'une ou plusieurs branches, et tous causés par un seul et même événement.

La figure ci-après illustre le fonctionnement des couvertures «WXL-R» et «WXL-E» :

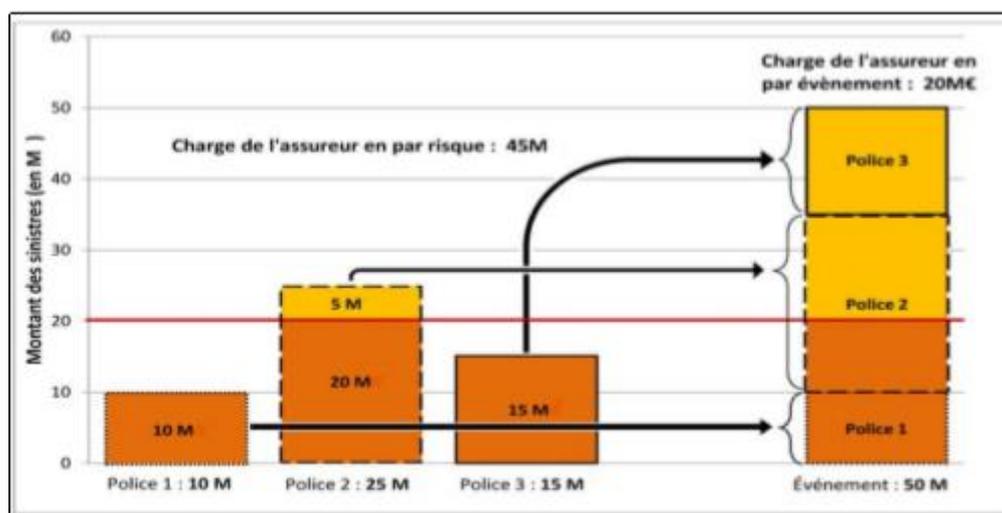


Figure 4 - Le fonctionnement des couvertures WXL-R et WXL-E

A partir de cette figure, nous concluons qu'avec une couverture définie par événement, l'assureur direct obtient du réassureur une participation plus importante que dans le cas d'une WXL/R.

### 2.1.3. *Traité en Excédent de sinistres Catastrophique (Cat-XL<sup>14</sup>)*

Le déclenchement de la couverture est conditionné par la survenance événement dommageable concernant plusieurs risques individuels couverts.

La couverture en excédent de sinistre catastrophique « CAT-XL » couvre les sinistres par événement catastrophique tels que la tempête, les tremblements de terre. Cette couverture est spécialement conçue pour pallier d'éventuels cumuls de sinistres dus à une même cause dommageable comme une catastrophe naturelle. En effet, un tremblement de terre ou un ouragan affecte l'ensemble des risques assurés sur une même zone géographique. Les

<sup>13</sup> Working excess of loss per Event

<sup>14</sup> Catastroph excess of loss cover

assureurs ne peuvent pas échapper à cette exposition à un cumul de sinistres causé par un de ces événements et doivent se réassurer.

### Exemple :

Après prise en compte de toutes les couvertures de réassurance proportionnelle, la rétention d'un assureur direct atteint un montant maximum de 8 millions. Pour la protéger contre les sinistres majeurs, il acquiert une couverture «WXL-R» de 6 millions XS 2 millions. Pour se couvrir contre les sinistres catastrophiques (les séismes, par exemple), il achète également une couverture «Cat-XL» limitée à 9 millions XS 4 millions.

À la suite d'un tremblement de terre, l'assureur direct doit prendre en compte les sinistres suivants :

Risques	A	B	C	D	E	Total
Montant <sup>en Million</sup>	1	1	1	2	4	9

La figure ci-après illustre le fonctionnement des couvertures «WXL-R» et «Cat-XL» :

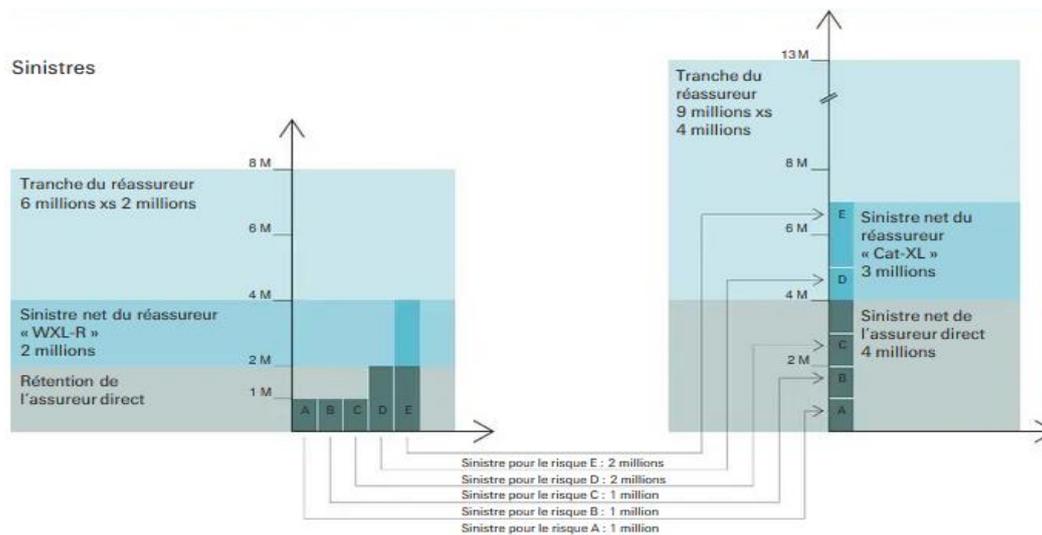


Figure 5 - Le fonctionnement des couvertures WXL-R et Cat-XL

La priorité de la couverture WXL-R est de 2 millions, la portée est de 6 millions.

Donc, d'après le graphique, le risque E a induit un sinistre de 4 millions, le réassureur «WXL-R» prend à son compte la part du sinistre supérieure à la priorité de 2 millions. Donc 2 millions restent à la charge du réassureur.

La priorité de la couverture Cat-XL est de 4 millions, la portée est de 9 millions.

Donc, pour cette couverture, le sinistre net est égal à 9 millions, moins les 2 millions versé par le réassureur WXL-R, soit 7 millions, déduction faites des 4 millions de la priorité, 3 millions restent à la charge du réassureur Cat-XL.

### 2.2. La réassurance non proportionnelle en Excédent de Perte Annuelle (Stop loss)

Cette forme de Réassurance est venue pour palier à l'un des principaux inconvénients de l'excédent de sinistres, elle couvre la cédante contre l'augmentation des petits sinistres. Dans ce traité, le réassureur couvre la portion de l'ensemble des sinistres d'un exercice déterminé dépassant un certain pourcentage des primes acquises par la cédante. Son intervention est donc déterminée par le taux de sinistre à savoir le rapport du montant des sinistres d'une période donnée au montant global des primes encaissées pendant la même période.

Ce type de traité est recherché dans les branches où la sinistralité haute est due à un grand nombre de petits sinistres (grêle, maladie...) ou encore dans le cas d'une branche à développement très rapide, où le réassureur intervient pour financer les écarts qui peuvent être d'autant plus importants que le portefeuille est encore très petit.

## 3. LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DE LA REASSURANCE NON PROPORTIONNELLE

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients du traité en excédent de sinistres et en excédent de perte annuelle :

*Tableau 4 - Les avantages et les inconvénients de la réassurance non proportionnelle*

Type de traité	Avantages	Inconvénient
<b>Excédent de sinistre</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Il ne couvre pas les petits sinistres, ce qui permet de limiter la prime cédée au réassureur.</li> <li>- Il coupe les pointes (les grands sinistres), ce qui permet l'homogénéité de la rétention.</li> <li>- En réassurance en excédent de sinistre par événement, l'exposition maximale par événement est limitée.</li> <li>- Son administration est simple puisqu'il</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La prime qu'il reçoit est très faible comparée à son engagement en cas de sinistre.</li> <li>- Il doit disposer de statistiques fiables pour pouvoir coter une telle couverture.</li> <li>- La fixation de la prime de réassurance est parfois malaisée.</li> <li>- Le résultat du réassureur peut être instable.</li> </ul>

	<p>suffit de fixer la prime avant le renouvellement et de suivre uniquement les sinistres dépassant la priorité.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Il ne se base pas sur les sommes assurées.</li> <li>- Diminution considérable des frais généraux.</li> <li>- Révision annuelle du taux de prime et de la priorité.</li> <li>- Protection efficace en cas de sinistre majeur.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La fixation de la limite du traité s'avère difficile dans le cas de la réassurance en excédent de sinistre par événement.</li> <li>- Il est inadéquat contre une déviation défavorable du nombre de sinistre.</li> </ul>
<p><b>Excédent de perte annuelle</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Offre une protection contre une fréquence anormalement élevée de sinistres.</li> <li>-Une administration très simple.</li> <li>-Gestion simple.</li> <li>- Il protège directement le résultat de l'assureur.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Il est peu mis à disposition par les réassureurs à cause du risque de réalisation de l'aléa moral.</li> <li>- La prime de réassurance est souvent très difficile à estimer.</li> </ul>

Source : Elaboré par nos soins.

## Section 03 : Programme de Réassurance

L'objectif de cette dernière section est de présenter les caractéristiques des traités proportionnels et non proportionnels.

### 1. CARACTERISTIQUES D'UN PROGRAMME EN REASSURANCE PROPORTIONNELLE

#### 1.1. La prime

- **Prime cédée:** Calculée sur les primes émises en fonction du partage du risque entre l'assureur et le réassureur ;
- **Prime acquise :** Portion de prime entièrement acquise à l'exercice ;
- **Prime non Acquise:** portion de prime qui à la clôture de l'exercice doit être reportée à l'année suivante puisque la garantie continue.

#### 1.2. Sinistre Maximum Possible (SMP)

Correspond au montant des dommages matériels les plus importants qui peuvent résulter d'un événement couvert. Il s'agit du pire scénario imaginable, qui entraîne l'épuisement total de la couverture.

C'est l'augmentation artificielle de la valeur du plein de conservation et du plein de souscription.

#### 1.3. Commission de Réassurance

Il s'agit de la part du réassureur dans les coûts de l'assureur. Cette commission correspond aux frais réellement supportés par l'assureur.

Cette commission varie en fonction :

- De la branche couverte ;
- Du type de traité : plus le traité est déséquilibré, plus la commission de réassurance aura tendance à diminuer ;

- Du marché : les frais de gestion varient d'un pays à l'autre, en fonction du niveau de vie;
- Des résultats du traité : si les résultats sont favorables, la cédante voudra augmenter le taux de commission. A l'inverse, si le traité est en perte, le réassureur cherchera à réduire cette commission, ce qui donne lieu à de longues négociations.

La commission de réassurance peut être fixe ou à échelle, avec un maximum et un minimum, en fonction de la sinistralité. Dans tous les cas, elle est toujours définie dans le traité de réassurance.

En pratique assureur et réassureur conviennent d'un taux de commission de réassurance. Le tableau suivant nous montre ces propos :

N°	Désignation	Montant
01	Prime d'assurance	1.000.000
02	Taux de cession	40%
03	Taux de commission de réassurance	30%
04	Prime de réassurance	$40\% * 1.000.000 = 400.000$
05	Commission de réassurance	$30\% * 400.000 = 120.000$

### 1.4. Participation Bénéficiaire

Souvent la participation bénéficiaire prévoit qu'une fraction du profit est servie à l'assureur. Le profit est contractuellement défini comme étant la prime de réassurance moins les sinistres moins la commission de réassurance moins un forfait censé représenter les frais du réassureur.

Dans les traités en quote-part assortis d'une commission fixe, on prévoit souvent qu'en cas de résultat bénéficiaire, le réassureur devra ristourner à l'assureur une partie de ce bénéfice, diminuée de ses frais généraux. Pour être équitable, cette participation bénéficiaire doit être assortie d'une clause de report de pertes des années antérieures, parfois limitée à 3 ou 5 ans, mais de préférence jusqu'à extinction. En clair si un traité est en perte, celle-ci est reportée vers les années suivantes en vue d'atténuer les bénéfices futures et par conséquent les participations bénéficiaires futures.

En principe, on n'ajoute pas de participation bénéficiaire à une commission à échelle, puisqu'elle prend déjà en compte la sinistralité du traité.

### 1.5. Le sinistre

Concernant les sinistres, il est tenu compte des paiements relatifs aux sinistres survenus au cours d'exercices antérieurs à l'exercice en cours. Ces paiements sont supposés être couverts par la réserve pour sinistres en suspens entrante. De même, des paiements relatifs à l'exercice de réassurance en cours, ou à des exercices antérieurs, peuvent être effectués au cours d'exercices ultérieurs. Il convient donc de prévoir une réserve des sinistres sortante pour le paiement des sinistres restant à payer à cette date. Ces réserves sont établies par la cédante en fonction de son anticipation de l'évolution de la sinistralité. La charge de sinistres affectant un exercice comptable est défini comme la somme des paiements effectués au cours de l'exercice, diminuée de la provision pour sinistres en suspens des années précédentes et augmentée de la provision pour sinistres en suspens non encore définitivement réglés.

## 2. CARACTERISTIQUES D'UN PROGRAMME DE REASSURANCE NON PROPORTIONNELLE

### 2.1. La Prime de Réassurance

- Prime de Réassurance = Taux de prime x Assiette protégée ;
- Taux de prime commercial = Taux de prime pure + Chargement de sécurité + Chargement de gestion ;
- Assiette protégée = prime émise du portefeuille protégé.

#### 2.1.1. Prime Minimum de Dépôt (Mindep)

En pratique, la cédante paye une prime provisionnelle en début d'année, ou bien par trimestre ou semestre, sur base d'un encaissement estimé, cette prime est appelée donc prime minimum de dépôt. Cette prime a les spécificités suivantes:

- Provisoire : Ajustée en fin d'exercice;
- Minimale : Prix minimum de la couverture;
- Fractionnée : Payable d'avance, par moitié ou par quart.

#### 2.1.2. Taux de Prime

Le taux de Prime: peut-être:

- Fixe: Un taux appliqué à l'assiette ;
- Variable: Dépendant du loss ratio ;

- Taux appliqué ( $\text{Taux min} \leq \text{Taux appliqué} \leq \text{Taux max}$ ): qui égal la charge de sinistre divisée sur l'assiette protégée, multiplié par un chargement (100/80 ou 100/75...etc) ;
- Prime forfaitaire.

Exemple sur la Prime de Réassurance à taux variable :

Traité: 5 000 XL 2 000

Taux de prime variable: 2% à 5% avec un chargement de 100/80

Le tableau ci-dessous résume la méthode de calcul de la prime à taux variable.

Année	2013	2014	2015	2016
<b>Assiette de prime</b>	200.000	250.000	315.000	340.000
<b>Charge du traité en Montant</b>	3.000	7.500	20.000	5.500
<b>Charge du traité en %</b>	1.5%	3%	6.35%	1.62%
<b>Taux chargé au 100/80</b>	1.88%	3.75%	7.94%	2.02%
<b>Taux minimum</b>	2%	2%	2%	2%
<b>Taux maximum</b>	5%	5%	5%	5%
<b>Taux appliqué</b>	2%	3.75%	5%	2.02%
<b>Prime XS</b>	<b>4.000</b>	<b>9.375</b>	<b>15.750</b>	<b>6.868</b>

### 2.2. Clauses de la réassurance non proportionnelle

Il convient de distinguer trois types de clauses dans traités de réassurance non proportionnelle à savoir :

#### 2.2.1. La clause de reconstitution de garantie

La reconstitution de la couverture peut être définie comme le rétablissement après un sinistre du montant de l'engagement de l'assureur à sa valeur au jour de la souscription du contrat.

Elle sert à la reconstitution de la couverture après un sinistre, c'est-à-dire à maintenir le même niveau de protection pour la cédante, c'est-à-dire à maintenir le même niveau de protection pour la cédante. Elle s'applique dès que la portée a été partiellement ou totalement absorbée par un sinistre.

Lorsque le réassureur accorde N reconstitutions de garantie, il s'engage à payer au maximum N+1 fois la portée durant la période de référence du traité : la garantie initiale + les reconstitutions. Le nombre de reconstitutions peut être illimité (cas fréquent en RC Auto).

Cette reconstitution peut être gratuite ou payante. Dans ce dernier cas elle se fait souvent au moyen d'une prime additionnelle, définie comme un certain pourcentage de la prime initiale, au prorata des capitaux absorbés (prorata capita) et plus rarement au double prorata de la durée restant à couvrir et des capitaux. Elle est proportionnelle au montant de couverture absorbé, et au temps restant à couvrir sur la période de référence.

Le calcul de la reconstitution de garantie et le paiement de la prime additionnelle doivent se faire dès que l'XL est touché afin que les caractéristiques du traité demeurent inchangées jusqu'à la fin de l'année.

### Exemple sur la reconstitution de garantie payante :

Traité: 4 000 000 XS 1 000 000 avec deux reconstitutions payantes:

- 1 à 100% prime additionnelle, au double prorata ;
- 1 à 100% prime additionnelle, au prorata capita.

Prime de l'XL = 1 380 000 DA.

- Le 01.04 survenance du sinistre S1: 4 000 000 DA (Payé) ;
- Le 01.07 survenance du sinistre S2: 6 000 000 DA (réservé) ;
- Le 01.10 survenance du sinistre S3: 7 000 000 DA (réservé).

#### ❖ **Le 01.04 valeur du sinistre S1 4 000 000 DA**

- Priorité 1 000 000 DA
- Portée 3 000 000 DA

### **1ère Reconstitution**

3 000 000 DA sur la 1ère reconstitution au double prorata:

Prime de reconstitution =  $1\,380\,000 \times 100\% \times (3\,000\,000/4\,000\,000) \times (9\text{ mois}/12\text{ mois}) = 776\,250\text{ DA}$

Après survenance du sinistre S1, la capacité du traité s'élève à 9 000 000 DA :

1 000 000 au titre de la 1ère reconstitution + 4 000 000 de portée + 4 000 000 de portée.

#### ❖ **Le 01.07 valeur sinistre S2 6 000 000 DA**

- Priorité 1 000 000 DA

- Portée 4 000 000 DA

### 1ère + 2ème Reconstitutions

1 000 000 DA sur la 1ère reconstitution au double prorata :

Prime de reconstitution =  $1\,380\,000 \times 100\% \times (1\,000\,000/4\,000\,000) \times (6\text{ mois}/12\text{ mois}) = 172\,500\text{ DA}$

3 000 000 DA sur la 2ème reconstitution au prorata :

Prime de reconstitution =  $1\,380\,000 \times 100\% \times (3\,000\,000/4\,000\,000) = 1\,035\,000\text{ DA}$

Il reste 1 000 000 de reconstitution + 4 000 000 de portée. Donc, la capacité du traité s'élève à 5 000 000 DA.

### ❖ Le 01.10 valeur sinistre S3 7 000 000 DA

- Priorité 1 000 000 DA
- Portée 4 000 000 DA

### 2ème Reconstitution

1 000 000 sur la 2ème reconstitution au prorata capita:

Prime de reconstitution =  $1\,380\,000 \times 100\% \times (1\,000\,000/4\,000\,000) = 345\,000\text{ DA}$ .

Il reste 1 000 000 de couverture pour un prochain sinistre : Capacité du traité

La charge de réassurance est:  $3\,000\,000 + 4\,000\,000 + 4\,000\,000 = 11\,000\,000\text{ DA}$  avec une couverture restante de 1 000 000 DA.

La prime définitive est:  $1\,380\,000 + 776\,250 + 172\,500$  pour la 1ère reconstitution +  $1\,035\,000 + 345\,000$  pour la 2ème reconstitution, soit un total de 3 708 750 DA

Prime de reconstitution totale = 3 708 750 DA

#### 2.2.2. La clause de franchise Aggregate

L'objectif de la clause de franchise Aggregate est de limiter l'engagement du réassureur et donc de réduire le coût de la réassurance. Elle se comporte comme une franchise annuelle, appliquée à la somme des montants qui seraient normalement dus par le réassureur sans l'application de cette clause : la cédante conserve la responsabilité du ou des premiers sinistres

dépassant la priorité de l'XL, jusqu'à ce que leur cumul dépasse le montant de la franchise annuelle. Cette franchise annuelle (Aggregate) peut être exprimée soit en montant, soit en pourcentage de l'assiette.

### Exemple :

Soit un XL : 600 XS 300

Clause Aggregate de 1,75%, et une assiette de 27 000 DA.

On enregistre les sinistres suivants : 350, 500, 850, 900 et 250.

### **Sans clause Aggregate :**

Charge du réassureur :  $50 + 200 + 550 + 600 + 0 = 1\,400$  DA.

### **Avec clause Aggregate :**

La franchise annuelle vaut :  $1,75\%$  de  $27\,000 = 472,5$

Charge du réassureur :  $1\,400 - 472,5 = 927,5$  DA.

### *2.2.3. La clause d'indexation*

Elle permet de préserver le niveau économique des limites (priorité et portée) du traité pour les exercices d'occurrence successifs. En effet, au fil du temps, les limites du traité perdent leur signification en raison de l'érosion monétaire. Afin de maintenir la même couverture au fil des ans, les limites du traité peuvent donc être indexées sur un indice économique correspondant à l'évolution du coût des sinistres dans la branche en question. Par exemple : l'indice des salaires pour un traité Accident Individuel, indice des coûts de construction pour un traité Incendie.

L'indexation permet donc à la cédante de maintenir le niveau de protection qu'elle avait initialement acheté et de garantir au réassureur que le traité ne se détériore pas en raison de l'inflation, par exemple. Cette clause d'indexation s'applique tant aux XL par risque qu'à celui par l'événement.

### Exemple de fonctionnement

Traité XL Incendie : 2 000 XS 1 000 en 2014 (indice 100)

Que devient ce traité en 2019 ?

Indice en 2019 : 110

Priorité :  $1\ 000 \times 110 / 100 = 1\ 100$

Portée :  $2\ 000 \times 110 / 100 = 2\ 200$

L'XL devient donc : 2200 XS 1100 en 2019.

#### *2.2.4. Clause de stabilisation*

Cette clause est particulièrement utile dans le cas des classes de développement long, c'est-à-dire des classes où le règlement des revendications peut être échelonné dans le temps. En ce sens, cette clause a pour but d'assurer un partage égal entre la cédante et le réassureur des coûts supplémentaires générés par l'inflation.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

*La réassurance est l'instrument financier le plus couramment utilisé par les compagnies d'assurance pour gérer leurs risques et leur capital de manière optimale. Grâce à la capacité financière qu'elle procure, elle leur permet d'élargir leur portefeuille existant et de se diversifier avec de nouveaux types de risques.*

*Chaque compagnie doit donc être en mesure d'évaluer pour chaque branche d'assurance le type de couverture de réassurance qui lui convient en termes de niveaux de rétention.*

*Nous nous intéresserons à l'optimisation de la rétention dans le chapitre suivant, nous traiterons donc les différentes approches utilisées par les réassureurs pour optimiser leur rétention, tel que l'approche empirique et actuarielle.*

## CHAPITRE II : OPTIMISATION DE LA RETENTION

*La rétention des risques en assurance consiste à financer les risques par les ressources de l'organisation. Le montant de la rétention peut être un pourcentage de la somme assurée (cas d'un traité en quote-part) ou un montant déterminé par risque et par sinistre (cas d'un traité en excédant de plein).*

*Ce deuxième chapitre est donc consacré à l'optimisation de la rétention. Afin de traiter au mieux ce concept, nous allons scinder le chapitre en trois sections, une première permettant de planter le décor à travers la définition de la rétention, la seconde section abordera une première approche permettant de déterminer la rétention optimale, à savoir l'approche empirique, enfin, la troisième section sera consacré à la deuxième approche, dite actuarielle, basée sur la minimisation de la variance de la sinistralité totale annuelle nette.*

### **Plan du chapitre**

**Section 01** : Définition de la rétention (Cadre général)

**Section 02** : Détermination de la rétention optimale par l'approche empirique

**Section 03** : Approche actuarielle

## Section 01 : Définition de la rétention (Cadre général)

### 1. DEFINITION :

Le point fondamental dans un traité de réassurance se trouve être le niveau de rétention, ce dernier est déterminé en considérant comme limite maximale de l'engagement de la compagnie dans les sinistres la capacité financière de la cédante.

Le principe de rétention repose sur le type du traité de réassurance, mais également de la branche d'assurance en cause.

#### 1.1. Principe de rétention par branches d'assurance :

La définition de la rétention dépend de la branche d'assurance concernée, ceci est détaillé dans le tableau suivant :

*Tableau 5 - Principe de rétention par branches d'assurance.*

Branche d'assurance	Notion de rétention
<b>Branche dommage à capitaux définis</b> - Incendie - Transport	Le montant maximum pouvant être garanti par le cédant sur un risque.
<b>Branche responsabilité (Le coût des sinistres est illimité)</b>	Le montant maximal engagé par l'assureur dans le sinistre.

#### 1.2. Principe de rétention selon le type de traité :

La rétention dépend aussi du type du traité, comme détaillé dans le tableau suivant :

*Tableau 6 - Principe de rétention selon le type de traité.*

Type de traité	Notion de rétention
<b>Réassurance en quote-part</b>	La fraction de l'activité non réassurée (Le plus souvent exprimée en pourcentage).
<b>Réassurance en excédent de plein</b>	Une proportion du montant maximal assuré ou sinistre maximal possible (Le plus souvent exprimée en montant).
<b>Excédent de sinistre</b>	La somme maximale d'un sinistre qui incombe à l'assureur (Appelée priorité).

## 2. FACTEURS QUI DETERMINENT LA RETENTION:

Plusieurs facteurs existent qui aident la compagnie d'assurance à fixer le niveau de ses pleins de conservation.

Ces facteurs sont détaillés dans le tableau suivant par catégorie de facteurs.

Tableau 7 - Facteurs qui déterminent la rétention

Catégorie de facteurs	Facteurs qui déterminent la rétention
Facteurs spécifiques à la compagnie d'assurance	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>La valeur de la compagnie</b> : à travers son capital et ses réserves libres (fonds propres), mais également les recettes issues des primes souscrites.</li> <li>- <b>La qualification de personnel</b> : plus le personnel est qualifié, particulièrement du point de vue souscription et tarification des risques, plus la compagnie est disposée à conserver une part plus élevée des risques souscrit.</li> <li>- <b>L'aversion des dirigeants au risque</b> : une aversion moindre au risque conduira à fixer des pleins de conservation plus élevés qu'une aversion plus importante, conduisant à une probabilité de ruine plus importante du fait d'un faible volume d'affaires cédées.</li> </ul>
Facteurs spécifique à la branche d'assurance en question	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>La probabilité moyenne de sinistres pour le risque considéré</b> : son importance découle du fait que la conservation pour compte propre des catégories de risques, présentant des probabilités de survenance du plus élevées, est plus restreinte.</li> <li>- <b>Le volume des primes de la branche d'assurance considérée</b> : son incidence découle du fait que la couverture des risques assurés se base sur la loi des grands nombres, permettant à la compagnie de garder une plus grande part des risques une fois le total des primes suffisamment important pour absorber les fluctuations des sinistres, et inversement.</li> <li>- <b>La répartition régionale des affaires considérées</b> : la concentration des affaires dans une seule région rende peu probable une conservation plus importante par compagnie, par peur d'une accumulation d'événements</li> </ul>

	<p>néfastes et/ou de risques catastrophiques.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Les frais administratifs correspondant à une branche donnée</b> : des frais trop élevés pour les services d'une branche d'assurance, poussent la compagnie à fixer des niveaux plus faibles pour les pleins de conservation afin de réduire ces frais ou obtenir une compensation à travers une commission de réassurance suffisante.</li> </ul>
<p><b>Facteurs relatifs aux possibilités et au coût de réassurance</b></p>	<p>Le coût de réassurance ainsi que les pleins de conservation dépendent des approches de réassurance, ce qui pousse chaque compagnie à opter pour le type et le niveau de rétention engendrant un coût qu'elle est disposée à supporter.</p>
<p><b>Autres facteurs qui déterminent la rétention</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La conjoncture du marché international et les conditions, politiques, culturelles sociales et économiques, édictées par les compagnies de réassurance ;</li> <li>- La politique commerciale adoptée par la compagnie ;</li> <li>- La charge de sécurité incluse dans les primes : le total des charges non consommées est ajouté chaque année aux fonds propres de la compagnie d'assurance ;</li> <li>- Le montant des liquidités (espèces, banque, obligations et actions facilement réalisables) permettant à la compagnie de régler les sinistres pour son propre compte sans délai ;</li> <li>- L'assise financière de la compagnie, qui explique en partie pourquoi les autorités de contrôle exigent un capital social minimum et une marge de sécurité minimale.</li> </ul>

## Section 02 : Détermination de la rétention optimale par l'approche empirique

### 1. LES REGLES D'OR

La fixation de la rétention à partir des ratios financiers, peut être utilisée par toute compagnie d'assurance. C'est dans cette optique que fut menée l'étude de Swiss Ré, qui s'est penchée de la mise en place d'une rétention et d'un programme de réassurance considéré comme « optimal ».

De cette étude découlent un certain nombre de règles dites « Règles d'or » ou « Règles empiriques ». Ces dernières permettent de fixer et d'évaluer les niveaux de rétentions et les programmes de réassurance.

Ces règles sont détaillées dans le tableau suivant :

Tableau 8 - les règles d'or.

	Règle	signification
Règles spécifiques au portefeuille brut	$\frac{\text{Primes brutes}}{\text{Capital} + \text{provisions sinistres}} \cong 200\%$	<p>La capacité financière de l'assureur doit être considérée au moment de la souscription des affaires, car il doit impérativement adapter ses capitaux propres aux affaires souscrites, afin de garder un niveau raisonnable du montant de la réassurance achetée.</p> <p>En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Souscrire davantage/moins d'affaires ;</li> <li>- Ajuster le niveau des primes et le capital.</li> </ul>
Règles propres à la fixation de la rétention	$\frac{\text{Primes nettes}}{\text{Capital} + \text{provisions sinistres}} \cong 50\%$	<p>La signification de cette règle s'apparente à celle de la solvabilité.</p> <p>En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ajuster le programme de réassurance et/ou la rétention ;</li> <li>- Ajuster le niveau des primes et le capital ;</li> </ul>

		- Souscrire davantage/moins d'affaires.
	$\frac{\text{Primes nettes}}{\text{Primes brutes}} > 15\%$	Détenir une participation minimale dans ses propres affaires est primordial pour la compagnie d'assurance. En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de : - Augmenter la rétention ; - Impliquer plusieurs réassureurs ; - Protéger la rétention au moyen d'un traité en excédent de sinistre.
	$\frac{\text{La rétention}}{\text{Primes nettes}} < 10\%$	Les primes encaissées au titre de la rétention doivent permettre à l'assureur de régler 10 sinistres. En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de : - Réduire la rétention ; - Hausser le niveau des primes ; - Multiplier les souscriptions.
<b>Règles utilisées pour la fixation de la franchise (rétention nette)</b>	$\frac{\text{Rétention nette}^{15}}{\text{Primes nettes}} \cong 2\%$	La finalité de cette règle est de réduire l'impact d'un seul sinistre maximal sur les résultats en général, sachant que chaque sinistre ne doit augmenter le loss ratio de plus de 1 % à 3 %. En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de : - Ajuster la rétention et la rétention nette, - Ajuster le niveau de primes, - Souscrire davantage/moins d'affaires.
	$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Fonds liquides}} \cong 5\%$	Cette règle permet d'éviter à la compagnie de rencontrer des

<sup>15</sup> La rétention nette correspond à la rétention finale après la cession en toutes formes de réassurance, alors que la notion de la rétention correspond à la rétention après seulement la cession en réassurance proportionnelle.

	<p>difficultés financières en cas de réalisation d'un seul sinistre.</p> <p>En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ajuster la rétention et la rétention nette,</li> <li>- Ajuster les fonds liquides.</li> </ul>
$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Capital} + \text{réserves sinistres}} \cong 1\%$	<p>L'interprétation de ce ratio peut varier suivant le dénominateur et la propension au risque de l'assureur.</p> <p>En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ajuster la rétention nette ;</li> <li>- Ajuster le capital.</li> </ul>
$5\% \leq \frac{\text{Rétention nette}^{16}}{\text{Rétention}} \leq 25\%$	<p>Une proportion raisonnable dans chaque affaire, doit être maintenue par l'assureur mais sans pour autant perdre intérêt pour ses affaires.</p> <p>En cas de non-respect de cette règle, il y a lieu de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ajuster la réassurance proportionnelle ;</li> <li>- Ajuster la franchise.</li> </ul>

## 2. LES AVANTAGES DES REGLES D'OR :

La démarche empirique basée sur les règles d'or offre certains avantages, comparée à d'autres méthodes, à savoir :

- Simplicité et praticité de la procédure.
- Connaissances réduites en mathématiques.
- Modestie des informations exigées.

<sup>16</sup> Franchise 1<sup>ère</sup> tranche.

### Section 03 : Détermination de la rétention optimale par l'approche actuarielle

L'approche actuarielle résulte d'une étude inspirée des travaux de Finetti, consacrée à l'établissement de rétentions optimales, une étude publiée en 1940 intitulé « Il problema dei pieni »<sup>17</sup>.

Cette approche présente, de prime à bord, l'avantage de s'appliquer à toutes les branches d'assurance. Cependant, ces modèles sont incapables d'intégrer tout paramètre intervenant dans la détermination de la rétention. En effet, ils reflètent une vision simpliste de la réalité visant, sous certaines contraintes, à maximiser profit attendu.

L'optimisation de la réassurance fait l'objet, d'une large collection d'articles, le plus souvent théoriques. La suite de cette section est une présentation de certaines techniques permettant de fixer le seuil de rétention optimale.

#### 1. TECHNIQUES ACTUARIELLES PERMETTANT LA DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE :

##### 1.1 Technique basée sur le critère de moyenne variance :

Cette technique repose sur la minimisation de la variance du résultat de la compagnie sous l'hypothèse d'un niveau de rendement donné, autrement dit, on cherche à minimiser la dispersion du résultat par apport à sa moyenne.

Parmi les modèles qui ont adopté cette technique, on peut citer le modèle de DE FINETTI et le modèle de KRVAVYCH.

##### 1.1.1. Modèle de DE FINETTI (1940)<sup>18</sup> :

Les travaux de **DE FINETTI**, avaient pour ambition de mesurer le risque par la variance. Il a en effet, utilisé le critère de moyenne-variance, afin d'optimiser un traité de réassurance en quote-part.

La moyenne-variance permet d'optimiser un traité de réassurance selon deux approches :

<sup>17</sup> Finetti Bruno de (1940) : Il problema dei »pieni » Glomale dell'Istituto Italiano Degli, Rome, Anno XI, N°1.

<sup>18</sup> HURLIMANN Werner, « Case study on the optimality of reinsurance contracts », Zurich, 2010.

- La première s'appuie sur une forme de réassurance donnée afin de déterminer la rétention optimale ;
- La deuxième envisage le risque transféré comme une transformation du risque selon une fonction à des valeurs réelles.

L'étude de **WAHLIN**, effectuée en 2005, a également abouti au même résultat, sachant qu'elle a été appliquée sur d'autres types de réassurance proportionnelle.

### *1.1.2. Modèle de KRVAVYCH (2005)<sup>19</sup> :*

Selon **KRVAVYCH**, la première approche (détaillée plus haut), est considérée comme une approche exogène. Ce raisonnement est basé sur le fait que la forme de réassurance est un facteur exogène à la compagnie cédante.

Cependant, la deuxième approche est selon lui une approche endogène de réassurance optimale, ceci découle du fait que la fonction qui permet de définir le risque à transférer est un facteur endogène à la compagnie cédante.

Il en découle deux problèmes d'optimisation de la réassurance, l'un endogène et l'autre exogène.

Pour ce qui est du problème de l'optimisation endogène par le critère moyenne-variance, l'espérance de résultat et la variance du risque sont des fonctions de la transformation. Pour Krvavych, le souci d'optimisation endogène de la réassurance est assimilable à un problème d'optimisation non linéaire convexe. Sa résolution se base sur plusieurs méthodes de programmation convexes.

## **1.2. Technique basée sur le critère de maximisation de l'utilité :**

Afin de résoudre la problématique de détermination de la réassurance optimale en se basant sur la maximisation de l'utilité, on s'oriente souvent vers la théorie d'utilité, de **VON NEUMAN** et **MORGENSTERN (1944)**.

Cette technique trouve son fondement dans le fait que la compagnie ne penche pour la réassurance qu'une fois son profil espéré après réassurance est positif.

---

<sup>19</sup> E.Straub, « Non-Life Insurance Mathematics », Springer 1988.

Cette condition satisfaite, l'assureur va opter pour les taux de cession lui permettant de maximiser l'espérance d'utilité, avec comme contrainte, la variabilité du résultat ou une mesure de risque. La fonction d'utilité, sert donc à connaître le niveau de satisfaction de l'assureur généré par l'achat de la réassurance.

### 1.3. Technique basée sur le critère de minimisation des mesures de risque :

Cette technique est principalement illustrée par le modèle de CAI et TAN, élaboré en 2007.

#### 1.3.1. CAI et TAN (2007)<sup>20</sup> :

Les travaux de CAI et TAN, en 2007, ont abordé un nouveau critère servant à déterminer la rétention optimale, ce critère est basé sur la minimisation des mesures de risque, généralement la « **Value at risk** » et la « **Conditional Tail Expectation** ».

- **Value at risk** : peut être définie comme le montant de pertes maximal à ne pas dépasser à un certain niveau de confiance (probabilité donnée), et sur un horizon temporel donné.
- **Conditional Tail Expectation** : elle représente la perte attendue une fois la value at risk dépassée.

Cette approche présente néanmoins l'inconvénient de ne pouvoir aboutir à des formules explicites permettant par la suite de la généraliser à des cas plus complexes, car il faut noter que CAI et TAN, l'ont appliqué à un cas plutôt simpliste.

Ajoutant à cela que la minimisation des mesures de risques ne tient pas compte de l'espérance du résultat de la compagnie cédante, élément fondamental dans le choix de la réassurance, car comme précisé plus haut, la motivation d'un assureur pour la réassurance n'est autre que l'espérance d'un gain positive.

---

<sup>20</sup> Cai and Tan, "Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures". ASTIN Bulletin, 2007.

### 1.4. TECHNIQUE BASEE SUR LE CRITERE DE MAXIMISATION DE LA PROBABILITE DE SURVIE JOINTE DE LA CEDANTE ET DU REASSUREUR :

Traditionnellement, l'optimisation de la réassurance tient compte uniquement des intérêts de la compagnie cédante, tout en respectant le principe de minimisation de sa probabilité de ruine ou en maximisant son espérance de résultat.

Dans le contexte moderne, les nouveaux modèles de réassurance optimale, plaident pour l'importance de la prise en compte simultanée des intérêts de la compagnie cédante mais également des intérêts du réassureur.

Parmi ces modèles qui tiennent compte des intérêts de l'assureur et du réassureur, on compte le modèle d'IGNATOV et le modèle de KAICHEV et DIMITROVA.

#### 1.4.1. *Modèle d'IGNATOV (2004) :*

Le critère d'optimisation de rétention basé à la fois sur les intérêts de la compagnie cédante mais également les intérêts du réassureur, a été introduit par IGNATOV.

Pour ce faire, il a émis la supposition selon laquelle, le risque est partagé entre assureur et le réassureur, dans un traité de réassurance de type excès of loss, sans limite avec un niveau de rétention qui prend des valeurs entières.

Ceci lui a permis d'aboutir à une formule explicite pour la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur. Son application à des séries continues a été vérifiée par la suite.

La finalité de ce travail fût un modèle de détermination de la réassurance optimale basé à la fois sur les intérêts de la compagnie cédante et les intérêts du réassureur.

#### 1.4.2. *KAICHEV et DIMITROVA (2008) :*

KAICHEV et DIMITROVA sont venus dans l'idée de généraliser le modèle proposé par IGNATOV en 2004.

Pour ce faire, ils ont travaillé sur un traité excess of loss d'une priorité donnée et d'une limite donnée, ceci pour les sinistres individuels suivant des distributions continues.

Ils sont parvenus à démontrer que, sous certaines hypothèses, il existe des expressions explicites mettant en exergue la probabilité de survie jointe de la compagnie cédante et du réassureur.

### 1.5. TECHNIQUE BASEE SUR LE CRITERE DE MINIMISATION DE LA PROBABILITE DE RUINE :

La finalité d'opter pour la réassurance est différente d'une compagnie à une autre. En effet, certaines compagnies le font dans le but de minimiser la variabilité de sa rétention, comme pour la technique de la moyenne variance, par contre, d'autres compagnies, optent pour ça dans le but de minimiser leurs probabilités de ruine ou maximiser la probabilité de survie. Ce qui nous amène au critère de minimisation de la probabilité de ruine dans la détermination de la réassurance optimale.

Cette théorie vise en premier lieu la modélisation de l'évolution de la richesse d'une compagnie d'assurance. Afin d'y parvenir, il est primordial d'évaluer la probabilité de ruine, mais aussi d'estimer le niveau des réserves initiales de la compagnie permettant de réduire cette probabilité.

Néanmoins, il est évident que plus le risque est élevé, plus la possibilité de ruine est élevée. On en déduit donc que la probabilité de ruine est une fonction décroissante du risque retenu et également du niveau de réserves de base. Ce qui rend faisable, la détermination de la rétention optimale à travers minimisation de la probabilité de ruine.

## 2. CHOIX DU MODELE A UTILISER

Parmi les modèles présentés plus haut, deux modèles peuvent être appliqués, du fait de la complexité des autres et les données nécessaires à leur application, qui, dans notre cas, sont indisponibles. Les deux modèles applicables sont :

- Le modèle basé le critère moyenne variance (méthode de DE FINETTI) ;
- Le modèle basé sur la probabilité de ruine.

Pour notre étude, nous avons opté pour la méthode de DE FINETTI, qui s'appuie sur un échantillon d'une seule branche, et qui correspond donc à nos besoins.

### 2.1. Présentation du modèle retenu :

On pose l'hypothèse d'un portefeuille de  $n$  polices. La sinistralité de ces dernières est donnée par  $S_i, i= 1, \dots, n$ . Nous faisons l'hypothèse que les variables  $S_i$  sont indépendantes.

On a donc :

- $E[S_i]$  : la prime pure pour ces risques ;
- $P_i$  : la prime chargée (hors frais de gestion et de taxes) pour ces risques ;
- $\tau_i$  : le taux de cession appliqué à la police  $i$  ;
- $\varepsilon_i^{re}$  : le chargement de réassureur pour la police  $i$ .

Le gain de l'assureur est donc donné par l'équation suivante :

$$Z(\tau_i) = \sum_{i=1}^n (P_i - (1 + \varepsilon_i^{re})\tau_i E(S_i) - (1 - \tau_i)S_i) \text{ avec } \tau = (\tau_1, \dots, \tau_n)$$

Où l'on trouve la somme des primes encaissées moins la somme des primes cédées au réassureur moins la sinistralité en rétention.

Donc, la variance de  $Z(\tau)$  est donnée par :

$$Var(Z(\tau)) = \sum_{i=1}^n (1 - \tau_i)^2 Var(S_i)$$

Quant à l'espérance de  $Z(\alpha)$ , elle s'écrit :

$$E(Z(\tau)) = \sum_{i=1}^n [P_i - E(S_i)(\varepsilon_i^{re}\tau_i + 1)]$$

La proposition de **DE FINETTI (1940)** s'écrit donc :

$$\begin{cases} \min_{\tau} \{Var(Z(\tau))\} \\ \text{sc } E(Z(\tau_1, \dots, \tau_n)) = k \in \mathbf{R} \\ \tau_i \in [0, 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$Min_{\tau} \{Var(Z(\tau)) = \sum_{i=1}^n (1 - \tau_i)^2 Var(S_i)\}$$

Alors que la contrainte s'écrit comme suite :

$$E(Z(\tau))=k \Rightarrow \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{re} E(S_i)\tau_i = -k + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n E(S_i)$$

Il s'agit d'un problème d'optimisation convexe, on définit donc le Lagrangien suivant :

$$L(\tau, \lambda, y, z) = \sum_{i=1}^n ((1 - \tau_i)^2 \text{Var}(S_i) + y_i(\tau_i - 1) + Z_i(-\tau_i)) \\ + \lambda \left( \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^r E(X_i)\tau_i + k - \sum_{i=1}^n P_i + \sum_{i=1}^n E(S_i) \right)$$

Avec  $\lambda$  le multiplicateur de Lagrange de la contrainte de type égalité et  $z_i$  et  $y_i$  les multiplicateur de Lagrange pour les contraintes de types inégalités.

Dans ce cas, les conditions d'optimalité de **Karush-Kuhn-Tucker**<sup>21</sup> (KKT) permettent de trouver une unique solution optimale et impose que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \tau_i} L(\tau_i, \lambda, y_i, z_i) = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ y_i(\tau_i - 1) = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ z_i \tau_i = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ y_i > \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ z_i > \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ \tau_i \geq \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ \tau_i \leq \mathbf{1}, \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^r E(S_i)\tau_i = -k + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n E(S_i) \end{array} \right.$$

Le système se réécrit ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\text{Var}(S_i)(\tau_i - 1) + \lambda \varepsilon_i^r E(S_i) + y_i - z_i, i = 1, \dots, n \\ y_i(\tau_i - 1) = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ -z_i \tau_i = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ y_i > \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ z_i > \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ \tau_i \geq \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n \\ \tau_i \leq \mathbf{1}, \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^r E(S_i)\tau_i = -k + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n E(S_i) \end{array} \right.$$

En négligeant la dernière condition temporairement, on peut alors considérer trois situations possibles :

<sup>21</sup>Ce théorème permet de résoudre des problèmes d'optimisation sous contraintes non linéaires d'inégalité. Il affirme que, dans le cas convexe, la condition nécessaire d'optimalité est en fait une condition nécessaire et suffisante ;

- Si on suppose que  $z_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $y_i = 0$  et  $\tau_i = 0$ . En effet, la première condition deviendra :

$$z_i = \lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i) - 2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)$$

Or, si  $z_i > 0$ , alors cette situation ne peut avoir lieu que si :

$$\lambda \tau_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i) \geq 2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i) \Leftrightarrow \frac{\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)}{2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)} \geq 1$$

- Si on suppose que  $y_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $z_i = 0$  et  $\tau_i = 1$ . En effet, la première condition donnera :

$$y_i = -\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)$$

Or, si  $y_i \geq 0$ , alors cette situation ne peut avoir lieu que si :

$$\frac{\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)}{2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)} \leq 0$$

Si on considère cette fois ci que  $z_i = 0$  et  $y_i = 0$ , on aura :

$$\tau_i = 1 - \frac{\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)}{2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)}$$

Ceci ne peut être vrai que si et seulement si :

$$0 \leq \frac{\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)}{2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)} \leq 1$$

On peut facilement remarquer que la quantité  $\Phi_i = \frac{\lambda \varepsilon_i^{re} \mathbf{E}(\mathbf{S}_i)}{2\mathbf{Var}(\mathbf{S}_i)}$  apparait dans tous les cas. On peut écrire  $\tau_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  sous la forme suivante :

$$\tau_i = \min(1, \max(0, \Phi_i))$$

Il s'agit d'un système d'équations à résoudre pour déterminer les valeurs optimales des  $\tau_i \forall i = 1, \dots, n$ . On constate que la valeur optimale des  $\tau_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  est une fonction de  $\Phi_i$  qui à son tour dépend du multiplicateur de Lagrange  $\lambda$ . La résolution ne peut se faire que numériquement.

Le  $\tau_i$  représente le taux optimal de cession de chaque police lorsque  $\lambda$  satisfait la contrainte sur le résultat objectif.

L'utilisation de ces taux dans le calcul de la variance (volatilité) nous permet de détecter une frontière efficiente lorsque l'on trace la volatilité en fonction du résultat objectif. Nous tracerons cette frontière avec les données de notre portefeuille.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

*Ce chapitre a été élaboré dans le but de présenter la rétention optimale pour une compagnie d'assurance, ceci à travers les aspects de base de ce concept, mais également des différentes méthodes de calcul, scindé notamment en deux grandes familles, les méthodes empiriques, simple d'utilisation mais également limitées, ainsi que les méthodes actuarielles, basées sur des fondements mathématiques plus avancées, elles sont plus difficiles d'application, mais leurs résultats sont d'autant plus fiables.*

*Ce chapitre est fondamental pour l'élaboration de la partie empirique, car il traduit l'aspect théorique de la méthode choisie pour la partie empirique, il permet ainsi de planter le décor et donc de simplifier la compréhension des choix effectués et par la suite des résultats obtenus.*

## CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE

*Après s'être familiarisé avec les concepts qui constituent la base de la conduite de notre étude, nous allons, dans ce chapitre, appliquer les méthodes développées auparavant, à la CAAT Assurance, afin de déterminer la rétention optimale de la compagnie pour le portefeuille Incendie.*

*Après avoir pris connaissance des deux approches qui nous permettent de déterminer la rétention optimale d'une compagnie d'assurance, nous allons, dans ce chapitre, appliquer les méthodes développées auparavant, à la CAAT Assurance, afin de déterminer la rétention optimale de la compagnie pour le portefeuille Incendie.*

*Notre objectif sera de donc de déterminer la rétention optimale pour couvrir tout sinistre pouvant dépasser la rétention de la compagnie.*

## Section 01 : Présentation de la Compagnie Algérienne des Assurances « CAAT »

La CAAT est une Entreprise Publique Économique (EPE) qui pratique toutes les opérations d'assurances de dommages. C'est une société par actions (Spa) au capital social de 20.000.000.000 dinars algériens dont le principal actionnaire est l'État Algérien. Elle est soumise aux règles relatives au régime des assurances (ordonnance n°95-07 du 25 janvier 1995 relative aux assurances modifiée et complétée par la loi 06-04 du 20 février 2006).

### 1. ORGANISATION DE LA CAAT

A sa création, la CAAT a adapté une activité monobranche, spécialisée dans les risques transports. Avec sa déspecialisation en 1989, la compagnie a entrepris d'important changement sur le plan organisationnel. Elle a dû se réorganiser d'une part pour la pratique de l'ensemble des branches et d'autre part, en fonction de sa croissance et de l'évolution de son environnement.

La présente organisation est conçue pour réaliser avec efficacité le plan stratégique et améliorer la compétitivité et la rentabilité de l'entreprise (Annexe 1).

Le Schéma d'ensemble de l'organisation actuelle de la CAAT repose sur :

- La Direction Générale : regroupées en trois fonctions, Technique, Administration - finances, Développement.
- Les Succursales Régionales neuf (09) et les Inspections Régionales cinq (05)
- Le réseau commercial, composé d'agences directes, de bureaux de souscription directe (BSD) et d'intermédiaires mandatés par la compagnie pour la représenter dans une circonscription territoriale.

### 2. LA STRATEGIE DE LA CAAT

Selon Alfred Chandier (1962) « La stratégie consiste à déterminer les objectifs et les buts fondamentaux à long terme d'une organisation, puis à choisir les modes d'action et d'allocation de ressources qui lui permettront d'atteindre ces buts et ces objectifs. »

Depuis l'ouverture du marché à la concurrence, les données du marché ont profondément changé, pour faire face à ce changement, la CAAT a adopté une stratégie de diversification

des produits et d'activités. Dans le but d'étendre son réseau la CAAT a procédé à l'acquisition de nouveaux locaux et à des travaux de réaménagement, notamment à l'ouverture d'une nouvelle succursale au niveau de la wilaya de Sétif. En termes de formation La CAAT a consenti un important effort, elle a lancé des programmes de formation à travers des cycles de perfectionnement et de mise à niveau.

La mise en œuvre du plan stratégique appelle la mise en place d'une organisation axée autour des objectifs suivants :

- Consolider sa position sur le marché,
- Augmenter ses parts de marché dans les branches à haut niveau de marge,
- Rééquilibrer la branche automobile par le développement des risques non obligatoires,
- Produire des services de meilleure qualité et réduire les délais d'indemnisation et les Coûts des sinistres par l'application de la convention IDA avec les autres compagnies et à l'intérieur de la société pour les dossiers connexes,
- Renforcer l'assise financière de l'entreprise, qui lui permet d'investir, afin d'honorer ses engagement vis-à-vis ses clients,
- Le renforcement des ressources humaines.

L'entreprise a poursuivi la mise en œuvre de sa stratégie commerciale en vue d'améliorer la qualité de la relation client à travers:

- Proximité,
- Accompagnement,
- Qualité de la prestation,
- La mise en ligne d'un nouveau portail web, conçu pour être dynamique, responsif et évolutif.

Cette dernière option s'inscrit dans sa stratégie axée sur l'amélioration continue de ses prestations, une communication interactive et un processus de modernisation soutenu. Elle constitue une source d'informations utiles et actualisées sur l'Entreprise, notamment, sur ses produits, activités, évènements et la consultation de devis ainsi que la géolocalisation des succursales et points de vente, accès aux rapports commerciaux.

La politique menée par la CAAT dans le cadre de la gestion des ressources humaines, consiste à favoriser l'épanouissement de son personnel et à assurer le bon fonctionnement des structures. Elle repose sur deux axes majeurs :

- La gestion efficiente de l'effectif,
- La formation continue.

On peut résumer la stratégie de la compagnie dans le tableau ci-dessous :

*Tableau 9 - Les stratégies adapter par la CAAT*

Stratégies	Décisions
<b>Stratégie Commerciale</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Augmenter ses parts de marché,</li> <li>• Améliorer la qualité de la relation client,</li> <li>• Elargir le réseau de distribution.</li> </ul>
<b>Stratégie Marketing</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Améliorer les techniques de commercialisation : accueil, ambiance, relation humaine, publicité.</li> </ul>
<b>Stratégie de Produits</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diversifier les contrats d'assurances vendus,</li> <li>• Eliminer les produits ayant enregistré une perte,</li> <li>• Adopter une politique de regroupement (vente package).</li> </ul>
<b>Stratégie de Diversification et d'Innovation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vente de nouveaux produits d'assurance,</li> <li>• L'ouverture sur d'autres métiers tels que l'Assur-banque.</li> </ul>
<b>La M-Assurance</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adapter les nouveaux canaux digitaux et les intégrer dans le plan de communication et de distribution (modernisation de la stratégie de distribution).</li> </ul>
<b>L'E-Assurance</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mise en ligne d'un nouveau portail web, permet de souscrire et gérer le contrat d'assurance en ligne.</li> </ul>

Source : Etabli par nos soins

### 3. L'ACTIVITE TECHNIQUE

#### 3.1 La production

Le tableau ci-dessous, présente les primes émises par branche d'assurance par la CAAT assurance.

Unité : KDA

Tableau 10 - Primes émises par branche

Année	2014	2015	2016	2017	2018	Structure 2018
<b>IARD</b>	10 863 202	12 147 911	12 776 689	14 009 685	14 665 422	61%
<b>Transport</b>	1 529 331	1 359 919	1 940 290	1 497 884	1 591 690	6%
<b>Automobile</b>	7 798 577	7 650 782	7 892 566	7 553 422	7 865 183	33%
<b>Crédit</b>	1 246	1 468	6 151	67 449	51	0%
	0	0	0	0	3 264	0%
<b>Total</b>	<b>20 192 356</b>	<b>21 160 080</b>	<b>22 615 696</b>	<b>23 128 440</b>	<b>24 125 610</b>	<b>100%</b>

Source : Rapports annuels CAAT

On remarque, pour les années observées, que l'assurance IARD représente 61% du chiffre d'affaires au titre des primes émises en assurance. Ainsi, au cours de la période 2014-2018, la branche réalise une croissance progressive de 35%, ceci résulte essentiellement de la fidélisation des principaux clients, et la souscription de nouvelles affaires.

Le reste, soit environ 39% est réalisé par les branches : « Transport », « Automobile » et « Assurance-Crédit ».

Sur la base des réalisations de l'exercice 2018, la structure du portefeuille de la CAAT se présente comme suit :

- Les assurances risques industriels occupent la première place avec 61%.
- L'assurance automobile se situe en 2<sup>ème</sup> position avec 33%.
- Les assurances transports participent à hauteur de 6%.

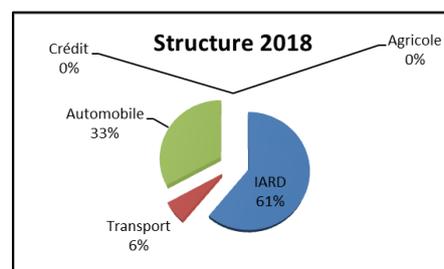


Figure 6 - Structure de la production 2018

### 3.2 Les sinistres

Le montant des sinistres réglés par la CAAT au cours de l'année 2018 s'est élevé à 12 062 242 milliers de dinars. La spécificité des branches et le niveau des déclarations impactent structurellement le classement des indemnisations qui ressort de la manière suivante :

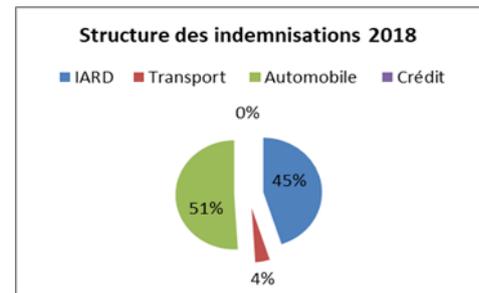


Figure 7 - Structure des indemnisations 2018

La provision pour sinistres à payer pour toutes les branches au cours de l'année 2018 s'est élevée à 13 879 173 milliers de dinars.

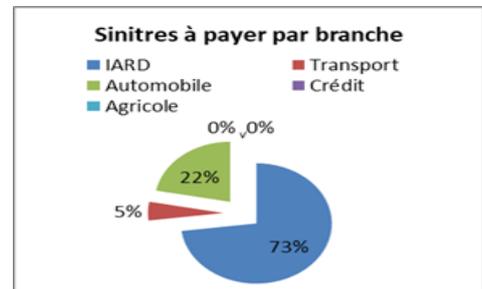


Figure 8 - Sinistres à payer par Branche

### 3.3 La réassurance

La politique mise en œuvre par la CAAT, en matière de réassurance a permis de consolider ses capacités de souscription, de soutenir l'effort de production et de récupérer une partie importante des règlements de sinistres.

Les placements en réassurance conventionnelle et en réassurance facultative qui obéissent à des règles prudentielles sont effectués sur le marché international auprès de réassureurs de premier ordre.

## Section 02 : PRESENTATION DE LA BASE DES DONNEES

### 1. PRESENTATION DU PORTEFEUILLE A ETUDIER

#### 1.1. Présentation du PF incendie

L'assureur contre l'incendie répond de tous dommages causés par conflagration, embrasement ou simple combustion. Cependant, il ne répond pas de ceux occasionnés par la seule action de la chaleur ou par le contact direct et immédiat du feu ou d'une substance incandescente s'il n'y a eu ni incendie, ni commencement d'incendie susceptible de dégénérer en incendie véritable.

Les professionnels de l'assurance utilisent couramment une autre définition : il s'agit d'un phénomène de combustion par flamme qui se produit accidentellement hors d'un foyer normal et causant à l'assuré des dommages par l'embrasement de la matière qui n'était pas, à ce moment-là, destinée à la combustion.

En revanche, ne sont pas garantis :

- Les simples brûlures occasionnées par le contact du feu ou la trop grande proximité d'un foyer, les brûlures de cigarette ou occasionnées par un fer à repasser laissé brancher par mégarde. Ces dommages peuvent être néanmoins pris en charge au titre d'une garantie « risques ménagers ».
- Les bris de glace dus à un excès de chaleur sans qu'il y ait eu embrasement voisin.
- Les objets accidentellement tombés dans une cheminée.
- Les dommages causés par la fumée dégagée par l'incendie (cette garantie est cependant optionnelle).

#### 1.2. Présentation des données

L'objectif principal de notre étude est de déterminer la rétention optimale du traité en excédent de plein couvrant le portefeuille incendie de la CAAT, en utilisant deux méthodes : empirique et actuarielle.

La première étape de notre étude consiste à construire une base de données fiable, qui doit être représentative du profil de risque et de sinistre du portefeuille étudié.

Pour bien mener notre étude, nous devons avoir un historique de données qualitatives et quantitatives. La CAAT nous a fourni une base de données basée sur un portefeuille d'incendie datant de six ans et couvrant la période de 2014 à 2019. Les bases qui nous ont été communiquées concernent la production et la sinistralité du portefeuille.

Pour chaque base, nous disposons des informations suivantes :

Base production :

- N° de police
- Nom de l'assuré
- Date d'effet et date d'échéance
- La valeur assurée
- La prime d'assurance

Base sinistre :

- N° de police
- Nom de l'assuré
- Date de survenance et date de déclaration
- Le montant de sinistre ;
- Le montant de règlement.
- Le montant des SAP.

### 1.3. Traitement des données

La première étape était la vérification de la pertinence des données par rapport à notre étude et le traitement des anomalies. C'est une étape importante avant d'entamer le sujet principal de notre projet fin d'étude.

Nous avons détecté les anomalies suivantes :

- Des capitaux assurés nuls ou vides alors que la prime correspondante est différente de 0.
- Des primes nulles ou vides ainsi que leur capital correspondant.
- Montant de sinistre dont la police mère non trouvé.
- Montant de règlement dont la police mère non trouvé.

Une fois les anomalies détectées, plusieurs polices ont été éliminées, ce qui a réduit la taille de l'échantillon sur lequel nous avons travaillé.

Après cette étape nous avons constitué notre base de production et de sinistre (fusion entre les deux bases) pour réaliser les profils de risques et de sinistres et qui serviraient de base pour notre 1<sup>ère</sup> partie de l'étude.

Pour les besoins de notre 2<sup>ème</sup> partie de l'étude, il a fallu déterminer le nombre de sinistre pour chaque police.

Il faut rappeler que notre traité prévoit une rétention de 300 000 000 DA pour chaque police d'assurance, avec une capacité de souscription de 7 500 000 000 DA.

### 2. ANALYSE DESCRIPTIVE DE LA BASE DE DONNEES

Cette partie fait l'objet d'une analyse descriptive de la production et la sinistralité de la branche incendie.

Le profil de risque donne un aperçu clair des principaux risques et, une fois qu'il est mis en œuvre, permet de choisir une stratégie de couverture. Il permet ainsi d'établir la rétention et l'allocation des ressources, de prendre des décisions en connaissance de cause et d'améliorer les résultats (Annexe 2).

Le profil de sinistre diffère du profil du risque en offrant une analyse en termes de charges (Annexe 3).

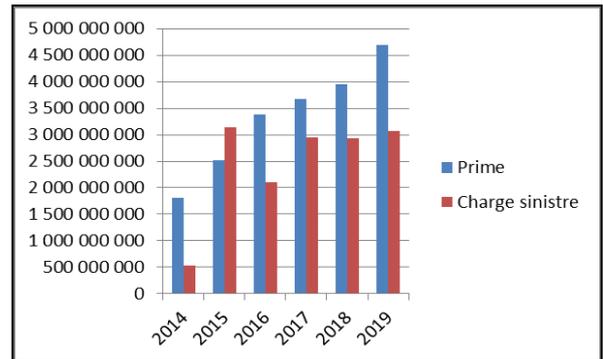
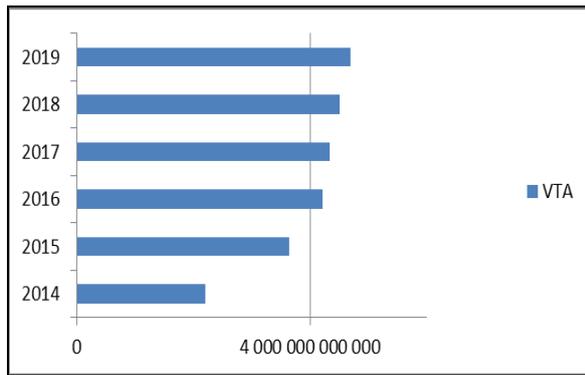
Dans notre étude nous allons construire ces deux profils, afin d'avoir une vision claire sur l'exposition des branches en termes de produits et de charges.

D'après le profil de risque (Annexe 2), on remarque que 94% des capitaux assurés en montant sont supérieurs à 300 Millions de DA (La rétention de la CAAT) qui correspondent à 88% des primes. En termes de nombres d'affaires, 8% des polices sont réassurées par un traité en excédent de plein.

Nous remarquons que la plupart des contrats sont souscrits pour des montants relativement faibles, étant donné que plus de 80% d'entre eux n'excède pas les 20 000 000 DA.

D'après le profil sinistre (Annexe 3), en moyenne, plus de 70% des polices n'ont pas été sinistrée.

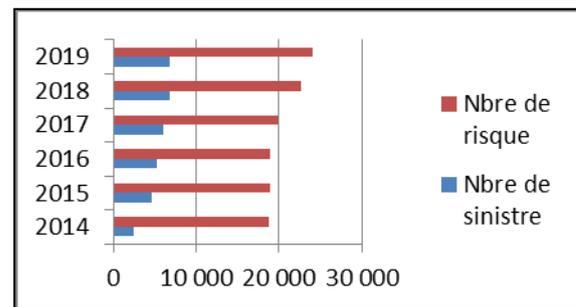
## CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE



-Une évolution de la valeur totale assurée engendre la même évolution des primes.

-Nous constatons que le nombre de polices a une tendance haussière pendant la période 2014-2019.

-Nous constatons que l'année 2015 présente le pic en termes de charge de sinistres.



## Section 3 : Optimisation de la rétention optimale par l'approche empirique

La CAAT Assurances utilise un traité de réassurance proportionnelle en excédent de plein pour la branche Incendie. Pour les besoins de la compagnie, nous nous intéresserons à l'optimisation de sa rétention par les deux approches : Empirique et Actuarielle.

A présent, nous allons mettre en œuvre tout ce qui a été développé dans le chapitre précédent concernant l'approche empirique, pour cela nous utiliserons les données de la CAAT assurance, qui seront énumérées au fur et à mesure.

### 1. PRESENTATION DES DONNEES

Nous disposons des données des capitaux assurés ainsi que l'assiette des primes de l'année 2019 de la Branche Incendie de la CAAT Assurances.

Ces informations englobent :

- Numéro de police ;
- Nom de l'Assuré ;
- Date d'effet et d'échéance ;
- Le montant de la valeur assurée ;
- Montants de l'assiette des primes.

Afin de nous permettre l'application de cette approche nous allons définir le profil de risque du portefeuille Incendie.

Le tableau suivant présente le profil de risque par intervalle de valeur assurée, c'est-à-dire le nombre de risques pour chaque tranche.

Tableau 11 - Profil du risque Incendie

	Intervalle VTA		NB de risques	VTA ou limite d'indemnisation Cumulées	Primes totales
1	-	20 000 000	21167	43 047 236 292	95 274 024
2	20 000 001	40 000 000	759	21 738 929 268	31 728 375
3	40 000 001	60 000 000	369	18 441 573 469	22 580 531
4	60 000 001	80 000 000	237	16 689 074 902	21 161 879
5	80 000 001	100 000 000	194	17 651 832 164	74 852 023
6	100 000 001	150 000 000	338	42 402 843 521	42 015 258

## CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE

7	150 000 001	200 000 000	268	47 141 323 143	49 658 994
8	200 000 001	250 000 000	211	47 456 562 337	41 845 111
9	250 000 001	300 000 000	137	37 803 828 238	33 303 630
10	300 000 001	350 000 000	104	34 042 407 142	31 228 050
11	350 000 001	400 000 000	105	39 191 536 547	36 099 388
12	400 000 001	450 000 000	109	47 217 114 496	31 607 029
13	450 000 001	500 000 000	122	58 484 889 647	42 266 126
14	500 000 001	600 000 000	118	65 136 595 339	45 166 870
15	600 000 001	650 000 000	46	28 805 209 479	23 800 761
16	650 000 001	700 000 000	48	32 381 860 606	20 298 615
17	700 000 001	750 000 000	79	57 875 621 985	35 924 968
18	750 000 001	800 000 000	51	39 589 215 526	29 416 344
19	800 000 001	850 000 000	40	32 944 649 675	26 354 116
20	850 000 001	900 000 000	26	22 884 238 243	26 856 570
21	900 000 001	950 000 000	32	29 543 210 338	23 185 690
22	950 000 001	1 000 000 000	35	34 291 764 804	20 718 101
23	1 000 000 001	2 000 000 000	306	436 535 222 576	307 273 271
24	2 000 000 001	3 000 000 000	190	466 510 237 462	707 138 627
25	3 000 000 001	4 000 000 000	91	313 626 827 189	126 087 264
26	4 000 000 001	5 000 000 000	50	221 588 141 528	96 093 340
27	5 000 000 001	6 000 000 000	30	164 515 603 319	188 219 335
28	6 000 000 001	7 000 000 000	21	137 682 190 138	83 865 506
29	7 000 000 001	8 000 000 000	21	157 198 773 622	124 344 621
30	8 000 000 001	9 000 000 000	24	205 105 755 916	186 995 377
31	9 000 000 001	10 000 000 000	15	144 062 385 815	74 360 369
32	10 000 000 001	15 000 000 000	34	422 632 148 295	199 737 357
33	15 000 000 001	20 000 000 000	29	500 423 970 881	395 515 413
34	20 000 000 001	25 000 000 000	11	243 053 339 495	45 636 373
35	25 000 000 001	30 000 000 000	5	136 730 436 291	37 768 144
36	30 000 000 001	50 000 000 000	8	333 247 605 091	47 722 571
	<b>Total</b>		<b>25 430</b>	<b>4 697 674 154 778</b>	<b>3 426 100 023</b>

Nous supposons dans cette méthode que :

- Le portefeuille incendie regroupe les deux risques : risques industriels et simples
- Le capital est le montant que la CAAT est prête à sacrifier en cas de survenance d'un sinistre maximum possible (SMP), et est égale à 5% du capital social + réserve.
- Le montant des provisions pour sinistre à payer ne prend en compte que la proportion versé dans le traité en excédent de plein.

### Données :

- Capital = 1 000 000 000 DA
- Provisions sinistres = 983 221 327 DA
- Prime brutes = 3 426 100 023 DA

## 2. APPLICATION NUMERIQUE

### 2.1. Règles concernant la fixation de la rétention

A présent, nous allons supposer plusieurs niveaux de pleins, et appliquer les règles d'or (2 ; 3 et 4) citées dans le deuxième chapitre, ce qui nous permet de fixer le plein de rétention.

Le plein de rétention sera fixé de telle sorte que les 03 règles seront vérifiées.

#### Règle 2 :

$$\frac{\text{Primes nettes}}{\text{Capital} + \text{provisions sinistres}} \cong 50\%$$

Tableau 12 - Résultats de calculs de l'application de la règle 2

Plein	Prime Nette	Ratio
100 000 000	532 410 229	26,24%
200 000 000	703 431 772	34,67%
300 000 000	836 065 704	41,21%
400 000 000	997 802 521	49,18%
500 000 000	945 916 886	46,62%
600 000 000	1 132 049 834	55,79%
700 000 000	1 210 989 947	59,68%

D'après les résultats obtenus nous remarquons que les primes nettes sont suffisantes pour que la compagnie puisse honorer ses engagements envers ses clients.

#### Règle 3 :

$$\frac{\text{Primes Nettes}}{\text{Primes Brutes}} > 15\%$$

Tableau 13 - Résultats de calculs de l'application de la règle 3

Plein	Prime Nette	Ratio
100 000 000	532 410 229	17,35%
200 000 000	703 431 772	22,93%
300 000 000	836 065 704	27,25%
400 000 000	997 802 521	32,52%
500 000 000	945 916 886	30,83%
600 000 000	1 132 049 834	36,90%
700 000 000	1 210 989 947	39,47%

D'après les résultats obtenus, la règle 3 est vérifiée. L'assureur garde une participation minimum de ses risques qu'il a souscrit. Il ne cède pas la totalité de la prime.

### Règle 4 :

$$\frac{\text{Rétention (plein de rétention)}}{\text{Prime nette}} < 10\%$$

Tableau 14 - Résultats de calculs de l'application de la règle 4

Plein	Prime Nette	Ratio
100 000 000	532 410 229	19%
200 000 000	703 431 772	28,43%
300 000 000	836 065 704	35,88%
400 000 000	997 802 521	40,09%
500 000 000	945 916 886	52,86%
600 000 000	1 132 049 834	53,00%
700 000 000	1 210 989 947	57,80%

D'après les résultats obtenus, la règle 4 n'est pas vérifiée. Les primes retenues ne permettent pas de payer 10 sinistres totaux, la compagnie doit souscrire plus de contrats incendie et doit réévaluer et actualiser sa tarification.

### Choix du plein :

D'après les résultats obtenus, on propose de fixer le plein de rétention à 400 000 000 DA, le choix de ce plein suite à la vérification de la 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> règles, On remarque que la 4<sup>ème</sup> règle n'est pas vérifiée. La compagnie devra soit améliorer son tarif ou souscrire plus d'affaires Incendie.

## 2.2. Règles utilisées pour la fixation de la franchise (rétention nette)

Une fois le plein fixé, nous allons maintenant fixer la franchise.

- Plein de rétention = 400 000 000 DA
- Prime Nette = 997 802 521
- Actifs liquide = 12 296 897 533

La fixation de la franchise sera déterminée de la même manière que pour la rétention, en supposant plusieurs franchises, de tel sort à ce que les règles 5, 6, 7, 8 et 9 soient vérifiées.

### Règle 5 :

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Prime nette}} \cong 2 \%$$

Tableau 15 - Résultats de calculs de l'application de la règle 5

Franchise	Ratio
20 000 000	2,00%
50 000 000	5,01%
60 000 000	6,01%
70 000 000	7,02%

Cette règle a pour but de réduire l'impact d'un sinistre maximum individuel sur le résultat global. D'après les résultats obtenus, la règle 5 n'est vérifiée que pour un montant de franchise = 20 000 000 DA, la compagnie devra souscrire plus de contrats Incendie pour équilibrer son portefeuille et doit ajuster le niveau de primes.

### Règle 6 :

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Actifs liquide}} \cong 5 \%$$

Tableau 16 - Résultats de calculs de l'application de la règle 6

Franchise	Ratio
20 000 000	0,16%
50 000 000	0,41%
60 000 000	0,49%
70 000 000	0,57%

Le but de cette règle est de permettre de limiter l'impact du sinistre maximum sur la capacité de payer : pas besoin de vendre des actifs liquides.

Les actifs liquides de la CAAT sont largement suffisants pour faire face à la rétention nette, le ratio est nettement inférieur à 5% ce qui présente une marge de sécurité largement suffisante.

### Règle 7 :

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Capital} + \text{provisions sinistres}} \approx 1 \%$$

Tableau 17 - Résultats de calculs de l'application de la règle 7

Franchise	Ratio
20 000 000	0,99%
50 000 000	2,46%
60 000 000	2,96%
70 000 000	3,45%

D'après les résultats obtenus, la règle 6 est vérifiée pour les franchises entre 20 000 000 et 50 000 000.

### Règle 8 :

$$5\% \leq \frac{\text{Rétention nette (Franchise 1ère tranche)}}{\text{Rétention}} \leq 25\%$$

Tableau 18 - Résultats de calculs de l'application de la règle 8

Franchise	Ratio
20 000 000	5,00%
50 000 000	12,50%
60 000 000	15,00%
70 000 000	17,50%

La règle 8 est vérifiée pour toutes les franchises.

L'assureur a une participation adéquate dans ses affaires tout en maintenant une proportion raisonnable.

### Règle 9 :

$$\text{Rétention nette} > 15\,000\,000 \text{ DA}$$

## CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE

Toutes les franchises sont supérieures à 15 000 000 DA.

### Choix de la franchise :

La 5<sup>ème</sup> et la 7<sup>ème</sup> règle ne sont vérifiées que pour une franchise de 20 000 000 DA.

La 6<sup>ème</sup>, la 8<sup>ème</sup> et la 9<sup>ème</sup> règle sont vérifiées pour tout montant de franchise entre 20 000 000 et 70 000 000 DA.

Afin de mieux cerner notre choix, nous disposons du tableau de profil de sinistralité par intervalle de valeur assurée c'est-à-dire le nombre de sinistres pour chaque tranche.

Tableau 19 - Profil de la sinistralité 2014-2019

Intervalle VTA		2014		2015		2016	
		Nbr sinistre	Résultat	Nbr sinistre	Résultat	Nbr sinistre	Résultat
-	20 000 000	25	113 924 425	176	-25 418 808	362	68 978 499
20 000 001	40 000 000	27	15 280 134	55	76 787 324	80	18 232 927
40 000 001	60 000 000	22	17 439 162	36	-1 732 043 846	37	-219 026 648
60 000 001	80 000 000	131	15 428 347	56	-1 859 928	34	1 502 313
80 000 001	100 000 000	28	96 175 932	38	30 827 569	39	27 196 099
100 000 001	150 000 000	32	31 062 489	142	15 833 043	138	18 071 757
150 000 001	200 000 000	33	8 027 466	56	14 615 615	58	4 275 555
200 000 001	250 000 000	28	27 966 203	39	27 351 140	39	6 014 667
250 000 001	300 000 000	11	12 601 538	224	22 253 619	145	24 326 001
300 000 001	350 000 000	20	16 300 121	33	18 978 144	57	24 275 228
350 000 001	400 000 000	40	17 750 446	52	22 930 315	37	11 915 015
Intervalle VTA		2017		2018		2019	
		Nbr sinistre	Résultat	Nbr sinistre	Résultat	Nbr sinistre	Résultat
-	20 000 000	297	84 902 998	182	20 883 083	129	35 818 490
20 000 001	40 000 000	65	9 660 481	66	23 595 784	94	-23 844 159
40 000 001	60 000 000	39	-55 584 706	64	-15 482 548	54	-275 762
60 000 001	80 000 000	34	-36 815 510	39	9 889 180	28	10 234 421
80 000 001	100 000 000	48	19156844,8	49	14996293,51	50	30522506
100 000 001	150 000 000	140	15099654,6	148	-3358807,24	114	27247309,7
150 000 001	200 000 000	63	18098796,3	83	9222961,4	68	8800758,77
200 000 001	250 000 000	52	15817704,9	82	20214384,59	64	26297662,9
250 000 001	300 000 000	51	26123187,9	60	24775052,21	57	26049909,2
300 000 001	350 000 000	62	27176787,1	113	-77487011,99	71	-45171298,4
350 000 001	400 000 000	35	18814720,1	42	17695584,51	78	10107862,9

D'après les résultats du tableau, le nombre de sinistres est plus important dans la 1<sup>ère</sup> tranche, par contre le nombre de polices souscrite est très important : 21167 polices, le principe de mutualité en assurance fait que le résultat soit positif. Par contre, on remarque que la 3<sup>ème</sup> tranche enregistre un résultat technique négatif sur les 5ans (de 2015 à 2019).

Donc, je suppose que le montant de la franchise doit être compris entre 40 000 000 et 60 000 000 DA.

Je propose une franchise de 50 000 000 DA, bien qu'elle remplit la 6<sup>ème</sup>, la 8<sup>ème</sup> et la 9<sup>ème</sup> règle.

### 3. Résultat final

Après l'application des règles d'or de Swiss Re, nous concluons que la franchise de la compagnie est fixée à 40 000 000 DA et la rétention optimale à 400 000 000 DA. Néanmoins, la compagnie devrait souscrire davantage de contrats incendie à condition qu'ils soient bénéficiaires pour qu'on n'augmente pas davantage les provisions sinistres et ajuster son tarif. Cela implique un programme de formation du réseau d'agences sur le produit incendie. Néanmoins, cette rétention doit être protégée par un traité non proportionnel en excédent de sinistre (80 000 000 XS 40 000 000) vu le résultat négatif enregistré sur les 5 ans antérieurs.

## Section 04 : Approche Actuarielle « De Finetti »

La détermination d'un seuil de rétention est basée sur deux méthodes : empirique et actuarielle. Les méthodes actuarielles tiennent compte du caractère aléatoire de l'activité d'assurance en modélisant les différentes variables représentées par le montant et le nombre des sinistres, d'où l'avantage qu'elles présentent par rapport à la méthode empirique.

L'utilité des méthodes actuarielles reste limitée si elles ne sont pas appuyées par des aspects pratiques, ce qui permettrait de clarifier leurs applications.

En ce qui concerne notre problématique, nous avons opté pour la méthode de De Finetti, qui privilégie l'approche moyenne-variance.

### 1. HYPOTHESES DE TRAVAIL

Nous considérons que la branche d'assurance en question est basée sur les hypothèses ci-dessous :

- $S_i \quad i=1 \dots n$  : variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées ;
- $S = \sum_{i=1}^n S_i$  : la sinistralité cumulée sur une période d'un an ;
- $P_{\text{pure}} = E[S]$  : la prime pure utilisée pour couvrir la sinistralité moyenne
- $P = (1 + \varepsilon_i^r) E[S]$  : la prime technique ;
- Nous noterons  $G$  le profit de l'assureur. Sans réassurance, ce profit s'écrit :  $G = P - S = (1 + \varepsilon_i^r) E[S] - S$  ;
- $E[G] = \varepsilon_i^r E[S]$  : le gain moyen annuel ;
- $\varepsilon_i^r$  : chargement qu'applique l'assureur à la prime pure. Il représente le profit de l'assureur. Les frais de gestion et d'acquisition, ainsi que les taxes éventuelles sont exclus.
- Les chargements de sécurité de l'assureur et du réassureur sont égaux :  
 $\varepsilon_i^{\text{re}} = \varepsilon_i^r = 10\%$
- Le nombre et le montant des sinistres sont deux variables aléatoires indépendantes.
- On suppose que le nombre de sinistres est distribué selon la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ . Sa fonction de probabilité est :

$$P[N = y] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^y}{y!} \quad y = 0, 1, 2, \dots$$

## 2. LA SOLUTION DU PROBLEME DE MINIMISATION DE DE FINETTI

Le problème de la minimisation consiste à déterminer des niveaux de rétention qui minimisent les fluctuations du résultat pour des gains attendus donnés.

Le problème de minimisation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \min_{\tau} \{Var(Z(\tau))\} \\ sc E(Z(\tau_1, \dots, \tau_n)) = k \in R \\ \tau_i \in [0, 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$Min_{\tau} \{Var(Z(\tau)) = \sum_{i=1}^n (1 - \tau_i)^2 Var(S_i)\}$$

La contrainte s'écrit comme suit :

$$E(Z(\tau))=k \Rightarrow \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{r_e} E(S_i)\tau_i = -k + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n E(S_i)$$

Cette méthode nécessite comme input :

- Le gain attendu ;
- Le chargement de sécurité de l'assureur et celui du réassureur.

## 3. MODELISATION DE LA CHARGE DES SINISTRES ANNUELLE

La modélisation de la charge de sinistre annuelle  $S$  est essentielle. L'objectif est de déduire l'espérance et la variance de la sinistralité, qui seront utilisées ultérieurement pour minimiser le risque de l'assureur.

Chaque portefeuille de risques donne lieu à des sinistres, le total des sinistres au cours d'une année donnée est appelé la charge annuelle des sinistres.

Pour modéliser la sinistralité, nous avons utilisé le modèle basé sur les risques individuels. On a  $n = \sum_{i=1}^n n_i$  polices avec différentes somme assuré  $S_i$   $i=1, \dots, n$ .

La charge de sinistre annuelle notée  $S$  est le produit de deux variables aléatoires supposées indépendantes est donnée par :

$$S = \sum_{i=1}^n N_i M_i \quad \text{ou} \quad M_i = S I_i X_i$$

$N_i$  : Nombre de sinistres individuels ;

$M_i$  : Montant de sinistres individuels ;

$X_i$  : Taux de dommage ou taux de destruction.

Pour la modélisation de la charge annuelle des sinistres, la répartition du nombre de sinistres et la répartition du montant des sinistres doivent être disponibles.

### 3.1. La distribution du nombre de sinistre individuel $N_i$

Comme nous l'avons déjà supposé, le nombre des sinistres est une variable aléatoire discrète prenant des petites valeurs entières, non négatives, et suit la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ . Cette hypothèse sera vérifiée à l'aide du test d'adéquation de KHI-DEUX.

Le test de KHI-DEUX consiste à vérifier si la statistique du nombre de sinistres suit la loi de Poisson. Le test d'hypothèse est présenté comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{L'échantillon suit une loi de Poisson} \\ H_1: \text{l'échantillon ne suit pas une loi de Poisson} \end{array} \right.$$

Après avoir effectué le test de « KHI-DEUX » sur notre échantillon, à l'aide du logiciel XLSTAT, on a pu obtenir des résultats suivants :

*Tableau 20 - Résultat du test de KHI-DEUX*

<b>Khi<sup>2</sup> (Valeur observée)</b>	13.158
<b>Khi<sup>2</sup> (Valeur critique)</b>	15.507
<b>DDL</b>	2
<b>p-value</b>	0,017
<b>Alpha</b>	0,05

Etant donné que la p-value calculée est supérieure au niveau de signification  $\alpha=0.05$ , on accepte l'hypothèse nulle  $H_0$ . Donc le nombre de sinistres suit une loi de Poisson.

L'estimation du paramètre  $\lambda$  est donnée dans le tableau ci-après :

Tableau 21 - Estimation du paramètre  $\lambda$

Statistique	Paramètres
Moyenne	0,04503
Variance	0,04503

### 3.2. La distribution du montant de sinistre $M_i$

Le test de KOLMOGOROV Smirnov consiste à vérifier si la statistique des montants de la charge de sinistres suit la loi log-normal. Le test d'hypothèse est présenté comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{L'échantillon suit une loi log - normal} \\ H_1: \text{l'échantillon ne suit pas une loi log - normal} \end{array} \right.$$

Après avoir effectué le test de « KHI-DEUX » sur notre échantillon, à l'aide du logiciel XLSTAT, on a pu obtenir des résultats suivants :

Tableau 22 - Estimation du paramètre  $\lambda$

<b>D</b>	<b>0.124</b>
<b>p-value</b>	0,716
<b>Alpha</b>	0,05

A partir des données du tableau, on remarque que le taux de dommage  $X_i$  suit la loi Log-normale.

L'estimation de l'espérance et de la variance, est donnée par :

Tableau 23 - Estimation des paramètres

Espérance	Variance
0,00018358	0,001411736

### 3.3. Espérance et variance de la sinistralité

Pour résoudre le problème de minimisation de De Finetti, il est nécessaire d'estimer l'espérance et la variance de la sinistralité. Pour ce faire, nous devons prendre en compte les deux premiers moments des deux variables aléatoires  $X_i$ , et  $N_i$ .

Nous avons:

$$S = \sum_{i=1}^n N_i M_i$$

$$S = \sum_{i=1}^n N_i S I_i X_i$$

Donc l'espérance est donnée par :

$$E(S) = \sum_{i=1}^n E(N)E(X)S I_i$$

$$V(S) = [E(N^2)E(X^2) - E^2(N)E^2(X)] \sum_{i=1}^n S I_i^2$$

Après calcul, on a obtenu les résultats suivants :

$$E(S) = 263\,081\,120$$

$$V(S) = 92\,034\,967\,796\,574\,300$$

$$\sigma(S) = 303372655$$

#### 4. RESULTATS OBTENUS DE LA RESOLUTION DU PROBLEME DE MINIMISATION

Après avoir terminé la première étape, qui consiste à calculer et à déterminer la moyenne et la variance de la sinistralité, nous passons à la deuxième étape de notre approche, qui consiste à fixer le taux de rétention d'un traité en excédent de plein, en tendant à minimiser la fluctuation du résultat de l'assureur pour différents gains attendus.

Comme mentionné plus haut, cette méthode nécessite de prendre en compte la charge de l'assureur, la charge du réassureur et divers gains attendus. Dans notre cas, les chargements sont égaux à 10%.

**La prime théorique** : en appliquant le principe de l'espérance mathématique, la prime théorique est égale à 289 389 232 DA.

Le tableau ci-dessous représente les résultats obtenus par l'application de la méthode de De Finetti, qui consiste à déterminer un niveau de rétention pour chaque gain espéré, qui serait par la suite utilisé pour calculer l'écart-type du résultat.

Tableau 24 - Résultat de l'application de la méthode de De Finetti

Gain Espéré	Excédent de plein	
	Excédent de plein	Ecart type
5 000 000	99 670 617	57 657 626
10 000 000	199 341 234	115 315 251
15 000 000	299 011 851	172 972 877
20 000 000	398 682 468	230 630 503
25 000 000	498 353 086	288 288 129
30 000 000	598 023 703	345 945 754

Nous constatons que l'écart type est systématiquement plus grand lorsque le gain moyen espéré est plus élevé, puisque lorsque l'assureur achète plus de réassurance son gain espéré diminue et dans ce cas sa rétention est moins volatile puisqu'il cède plus au réassureur.

On peut conclure que si l'assureur prend en charge une grande partie de son chiffre d'affaire, sa marge absolue augmentera d'une part, d'autre part, la variance de la perte subie par l'assureur augmente avec le taux de rétention. En d'autres termes, plus l'assureur cède de risques à son réassureur, moins son résultat est sensible.

Le choix du taux de rétention est, donc, un arbitrage entre le risque porté et le bénéfice technique espéré.

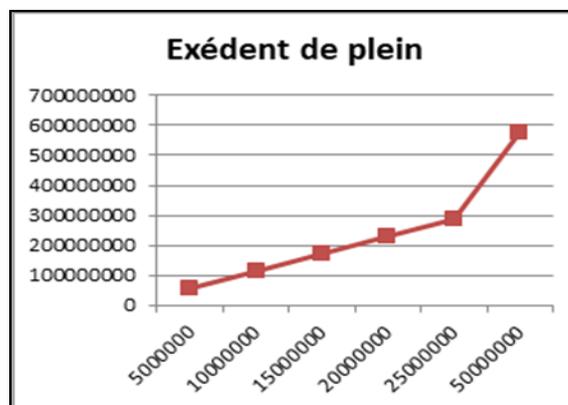
La figure suivante représente les couples (gain espéré/écart type) pour différentes rétentions :

Il est très clair tel que décrit sur le graphique que le gain espéré et le risque mesuré par l'écart-type du résultat du portefeuille d'assurance incendie, évoluent dans le même sens. Plus le gain espéré augmente, plus le risque augmente.

Par conséquent, pour faire notre choix, nous devons faire appel à la fonction d'utilité adoptée par l'entreprise en termes de gestion des risques. Si l'entreprise a une aversion pour le risque, elle s'orientera vers une structure générant un faible écart-type au détriment de son espérance de profit.

Au contraire, si elle est riscophile, elle préférera maximiser son profit au prix d'un écart-type élevé.

Figure 9 - l'évolution du gain espéré en fonction de la volatilité de résultat



En comparant les résultats des deux méthodes : empirique et actuarielle, nous avons démontré que nous pouvons augmenter le niveau de rétention de ce portefeuille de 300 millions de DA à 400 millions. Cela permettra sans doute d'économiser le coût de réassurance et d'optimiser la rentabilité des fonds propres de la CAAT tout en restant dans une situation confortable.

Le critère d'espérance-variance et un critère appliqué dans la théorie des portefeuilles. L'idée est que les investisseurs choisissent de manière optimale des portefeuilles efficaces en minimisant le risque, mesuré par la variance, pour un niveau de rendement attendu. Nous avons adapté ce critère à notre besoin d'optimisation du traité excédent de plein. Notre objectif est de trouver le plein optimal qui garantira une variance minimale du résultat annuel pour un niveau de rendement fixe.

## Conclusion Générale

La réassurance est un moyen significatif d'absorber les sinistres inattendus et de réduire l'exigence de fonds propres, en transférant une partie des risques aux réassureurs. C'est l'instrument le plus important et le plus utilisé en termes de gestion des risques et du capital dans une compagnie d'assurance.

La détermination d'une rétention adéquate est la pierre angulaire de la conception d'un programme de réassurance. Nous avons vu qu'il existe plusieurs méthodes pour la déterminer. Ces méthodes se divisent en deux catégories : les méthodes empiriques et les méthodes actuarielles. Les méthodes empiriques basées sur l'analyse des ratios financiers ne tiennent pas compte des spécificités du portefeuille considéré, alors que les méthodes actuarielles sont basées sur une analyse approfondie des risques souscrits.

Les compagnies d'assurance utilisent davantage les méthodes empiriques car elles sont faciles à mettre en œuvre. Alors que le calcul à l'aide des méthodes actuarielles n'est pas toujours facile à réaliser en raison des difficultés à obtenir une base de données complète et fiable.

Dans cette optique, ce mémoire vise à concevoir une stratégie optimale de réassurance par l'application des règles d'or de Swiss Re et la mise en place d'un modèle actuariel « De Finetti » pour la détermination du seuil optimal de rétention appliqué au portefeuille incendie de la CAAT.

L'application de ces méthodes n'a pas été facile. En fait, nous avons été confrontés à plusieurs contraintes qui ont considérablement ralenti et alourdi notre travail.

La première difficulté est due au fait que notre base de données a nécessité beaucoup plus de temps pour sa réorganisation et son traitement afin de répondre à nos attentes et aux besoins de notre étude.

La deuxième difficulté est due à l'inadéquation du cadre pratique de mise en œuvre des méthodes actuarielles qui nécessite un système d'information très développé.

Cela dit, pour mener à bien notre étude, nous avons opté dans un premier temps pour l'application de la méthode empirique, après définition du profil du risque. L'application des règles d'or nous a permis d'émettre quelques réserves, tel que l'obligation de souscrire plus de

contrats à condition qu'ils soient bénéficiaires pour qu'on augmente pas davantage les provisions sinistres et pour maintenir l'équilibre, et l'ajustement du tarif appliqué par la compagnie.

La deuxième approche "De Finetti" consiste d'abord à modéliser la charge annuelle des sinistres de l'assureur en déterminant l'ajustement des lois de probabilité du montant et du nombre des sinistres.

Les résultats de l'application de cette méthode au traité en excédent de plein, nous ont permis d'identifier un type de relation croissante entre les trois variables à savoir le niveau de la rétention, le gain espéré et l'écart type du résultat.

Cela s'explique par le fait que si l'assureur prend en charge une grande partie de son chiffre d'affaire, sa marge absolue augmentera d'une part, d'autre part, la variance de la perte subie par l'assureur augmente avec le taux de rétention. En d'autres termes, plus l'assureur cède de risques à son réassureur, moins son résultat est sensible. Le choix du taux de rétention est, donc, un arbitrage entre le risque porté et le bénéfice technique espéré.

Jusqu'à présent, nous avons pu trouver des réponses à une partie de notre problématique, à savoir un niveau de rétention qui nous permet de maintenir les fluctuations des résultats à un niveau acceptable. Par conséquent, pour faire notre choix, nous devons faire appel à la fonction d'utilité adoptée par l'entreprise en termes de gestion des risques. Si l'entreprise a une aversion pour le risque, elle s'orientera vers une structure générant un faible écart-type au détriment de son espérance de profit. Au contraire, si elle est riscophile, elle préférera maximiser son profit au prix d'un écart-type élevé.

Notre modèle d'optimisation a été appliqué sur un traité en excédent de plein, couvrant le portefeuille d'assurance incendie, qui prévoit une rétention de 300 millions de DA. Le choix de ce portefeuille n'est pas aléatoire mais tient compte du fait qu'il représente plus de 60% du portefeuille cédé.

En comparant les résultats des deux méthodes, nous avons démontré que nous pouvons augmenter le niveau de rétention de ce portefeuille de 300 millions de DA à 400 millions. Cela permettra sans doute d'économiser le coût de réassurance et d'optimiser la rentabilité des fonds propres de la CAAT tout en restant dans une situation confortable. Comme mentionné ci-dessus, la décision finale sera certainement influencée par sa fonction d'utilité.

Comme nous l'avons déjà mentionné, certaines compagnies d'assurance en Algérie parviennent à peine à fixer la rétention à sa juste valeur, elles déterminent son niveau le plus souvent de manière assez aléatoire, en s'appuyant sur l'expérience des dirigeants.

Notre travail nous a permis de mieux comprendre la nécessité d'appliquer des méthodes empiriques et actuarielles pour déterminer la rétention optimale.

La réalisation de ces études permettra certainement d'optimiser le plan de réassurance dans son ensemble et de concrétiser la modernisation de la gestion au sein de la CAAT par l'introduction de méthodes empiriques et actuarielles dans la prise de décision.

# Bibliographie

## Ouvrage :

- Christian Partrat; Jack Blondeau ; «La réassurance approche technique » ; Edition Economica
- Jean-François WALHIN ; La réassurance ; Edition Larcier

## Articles :

- Cai and Tan, “Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures”. ASTIN Bulletin,
- E.Straub, « Non-Life Insurance Mathematics », Springer 1988
- Finitti Bruno de (1940) : Il problema dei « pieni » Glomale dell’Istito Italiano Degli, Rome, Anno XI, N°1.
- Hess Christian. Méthodes actuarielles de l'assurance vie. Economica, 2000.
- HURLIMANN Werner, « Case study on the optimality of reinsurance contracts”, Zurich, 2010.
- IGNATOV and Al, “Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer”, Vol 6, Scandinavian Actuarial Journal, 2004.
- Kaichev and Dimitrova. Operational risk and insurance : a ruine- probabilistic reserving approche, Vol 3. The Journal of Operational Risk, 2008.
- KRAVYCH Yuriy and SHERRIS Michael, “Enhancing insurer value through reinsurance optimization”, insurance: Mathematics and Economics, Volume 38, Issue 3, 2006.
- Markus-Schmutz. Designing property reinsurance programmes-pragmatic approach. Swiss Re, 1999.

## MEMOIRES, REVUES, RAPPORTS :

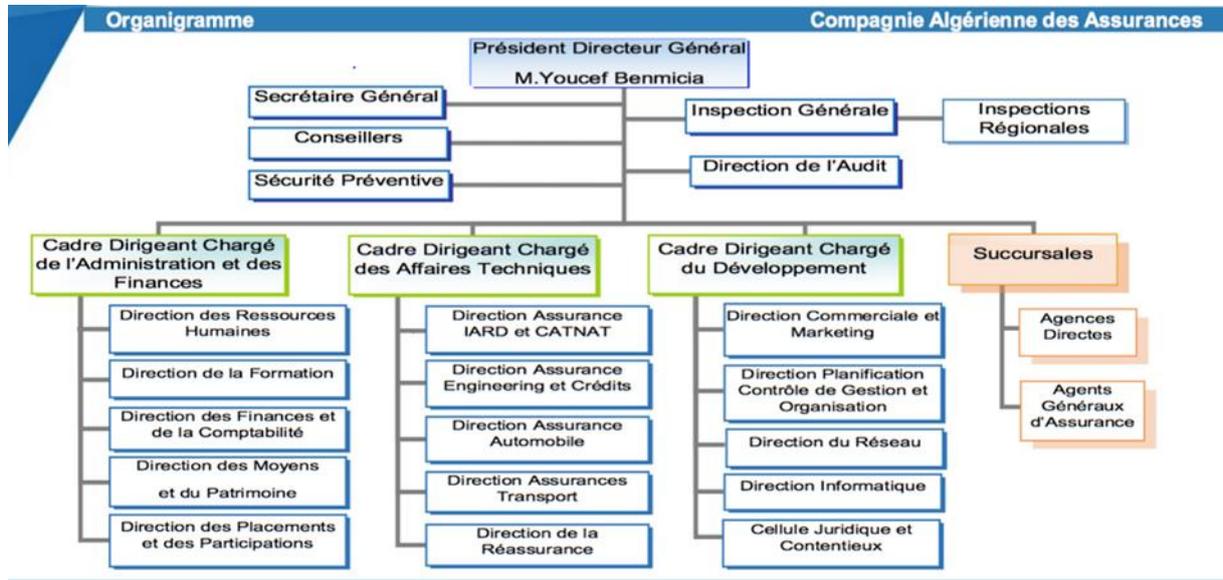
- M.BOURGHOUD Bilal; La réassurance technique et marché; Université Ferhat Abbas
- Rapports annuels CAAT, 2014 à 2018
- Scor Réassurance, Assurance non proportionnelle : Approche technique
- SwissRe ; « introduction à la réassurance » ; 7ème édition ; suisse
- Yan CHEN, 2013, Détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie dans le cadre de Solvabilité II, Université Paris Dauphine.

## Sites Web :

- [www.caat.dz](http://www.caat.dz)
- [www.swissre.com](http://www.swissre.com)
- [www.scor.com/fr](http://www.scor.com/fr)

# Annexe

## Annexe 1 : Organigramme de la CAAT



## Annexe 2 : Profil de risque 2019

	Intervalle VTA		Nbre de risques	VTA OU LIMITE DINDEMNISATION	Primes totales
1	-	20 000 000	21167	43 047 236 292	95 274 024
2	20 000 001	40 000 000	759	21 738 929 268	31 728 375
3	40 000 001	60 000 000	369	18 441 573 469	22 580 531
4	60 000 001	80 000 000	237	16 689 074 902	21 161 879
5	80 000 001	100 000 000	194	17 651 832 164	74 852 023
6	100 000 001	150 000 000	338	42 402 843 521	42 015 258
7	150 000 001	200 000 000	268	47 141 323 143	49 658 994
8	200 000 001	250 000 000	211	47 456 562 337	41 845 111
9	250 000 001	300 000 000	137	37 803 828 238	33 303 630
10	300 000 001	350 000 000	104	34 042 407 142	31 228 050
11	350 000 001	400 000 000	105	39 191 536 547	36 099 388
12	400 000 001	450 000 000	109	47 217 114 496	31 607 029
13	450 000 001	500 000 000	122	58 484 889 647	42 266 126
14	500 000 001	600 000 000	118	65 136 595 339	45 166 870
15	600 000 001	650 000 000	46	28 805 209 479	23 800 761
16	650 000 001	700 000 000	48	32 381 860 606	20 298 615
17	700 000 001	750 000 000	79	57 875 621 985	35 924 968
18	750 000 001	800 000 000	51	39 589 215 526	29 416 344
19	800 000 001	850 000 000	40	32 944 649 675	26 354 116
20	850 000 001	900 000 000	26	22 884 238 243	26 856 570
21	900 000 001	950 000 000	32	29 543 210 338	23 185 690
22	950 000 001	1 000 000 000	35	34 291 764 804	20 718 101
23	1 000 000 001	2 000 000 000	306	436 535 222 576	307 273 271
24	2 000 000 001	3 000 000 000	190	466 510 237 462	707 138 627
25	3 000 000 001	4 000 000 000	91	313 626 827 189	126 087 264
26	4 000 000 001	5 000 000 000	50	221 588 141 528	96 093 340
27	5 000 000 001	6 000 000 000	30	164 515 603 319	188 219 335
28	6 000 000 001	7 000 000 000	21	137 682 190 138	83 865 506
29	7 000 000 001	8 000 000 000	21	157 198 773 622	124 344 621
30	8 000 000 001	9 000 000 000	24	205 105 755 916	186 995 377
31	9 000 000 001	10 000 000 000	15	144 062 385 815	74 360 369
32	10 000 000 001	15 000 000 000	34	422 632 148 295	199 737 357
33	15 000 000 001	20 000 000 000	29	500 423 970 881	395 515 413
34	20 000 000 001	25 000 000 000	11	243 053 339 495	45 636 373
35	25 000 000 001	30 000 000 000	5	136 730 436 291	37 768 144
36	30 000 000 001	50 000 000 000	8	333 247 605 091	47 722 571
	<b>Total</b>		<b>25 430</b>	<b>4 697 674 154 778</b>	<b>3 426 100 023</b>

## Annexe 2 Profil de sinistre 2014-2019

1	Intervalle VTA		Nbr de risque	Cumul Capitaux	Prime	charge de sinistre	Nbr sinistre	Résultat
	-	20 000 000						
2	20 000 001	40 000 000	439	12 568 750 358	45 709 600	25 757 518	65	19 952 082
3	40 000 001	60 000 000	238	11 850 320 855	42 557 019	376 719 411	42	-334 162 391
4	60 000 001	80 000 000	166	11 743 315 168	17 941 494	18 211 690	54	-270 196
5	80 000 001	100 000 000	138	12 566 019 641	48 589 133	12 109 925	42	36 479 207
6	100 000 001	150 000 000	219	26 867 853 529	36 820 580	19 494 673	119	17 325 908
7	150 000 001	200 000 000	164	28 462 080 105	32 748 824	22 241 965	60	10 506 859
8	200 000 001	250 000 000	130	29 184 415 415	33 118 743	12 508 449	51	20 610 294
9	250 000 001	300 000 000	98	26 881 524 125	28 884 997	6 196 779	91	22 688 218
10	300 000 001	350 000 000	90	29 212 858 982	30 311 267	36 299 272	59	-5 988 005
11	350 000 001	400 000 000	67	24 899 053 967	24 681 369	8 145 712	47	16 535 657
12	400 000 001	450 000 000	65	27 425 527 878	27 684 241	9 370 823	37	18 313 419
13	450 000 001	500 000 000	63	29 892 659 590	32 014 572	10 511 705	41	21 502 867
14	500 000 001	600 000 000	101	55 713 202 053	51 758 224	20 082 912	93	31 675 312
15	600 000 001	650 000 000	38	23 596 224 820	32 107 401	14 711 502	23	17 395 899
16	650 000 001	700 000 000	39	26 315 413 278	22 791 996	48 433 589	56	-25 641 593
17	700 000 001	750 000 000	30	21 863 496 060	19 864 355	3 999 417	24	15 864 938
18	750 000 001	800 000 000	31	24 416 576 922	31 977 690	75 480 679	28	-43 502 989
19	800 000 001	850 000 000	36	29 170 655 864	30 892 157	4 681 207	41	26 210 950
20	850 000 001	900 000 000	28	24 309 823 271	29 119 638	18 122 987	38	10 996 651
21	900 000 001	950 000 000	32	29 378 782 665	22 705 897	10 583 085	45	12 122 811
22	950 000 001	1 000 000 000	28	27 074 718 180	19 842 308	4 286 406	37	15 555 901
23	1 000 000 001	2 000 000 000	229	331 085 790 494	251 528 264	114 855 545	331	136 672 719
24	2 000 000 001	3 000 000 000	118	284 621 641 914	196 921 272	77 567 523	249	119 353 749
25	3 000 000 001	4 000 000 000	64	222 247 200 847	142 219 964	50 869 655	111	91 350 310
26	4 000 000 001	5 000 000 000	39	171 803 309 036	102 664 755	64 771 276	94	37 893 479
27	5 000 000 001	6 000 000 000	30	168 614 780 747	149 723 446	200 521 956	63	-50 798 509
28	6 000 000 001	7 000 000 000	32	209 994 803 743	125 964 854	84 188 911	288	41 775 943
29	7 000 000 001	8 000 000 000	21	155 023 446 787	139 322 637	128 800 612	160	10 522 025
30	8 000 000 001	9 000 000 000	18	152 245 736 468	109 905 071	150 552 068	229	-40 646 996
31	9 000 000 001	10 000 000 000	16	152 572 650 004	65 615 343	138 060 934	147	-72 445 592
32	10 000 000 001	15 000 000 000	60	735 604 676 763	448 444 107	414 521 153	941	33 922 954
33	15 000 000 001	20 000 000 000	23	390 448 275 969	351 068 713	84 546 268	607	266 522 444
34	20 000 000 001	25 000 000 000	6	138 328 210 380	78 125 259	51 243 114	255	26 882 145
35	25 000 000 001	30 000 000 000	4	94 683 618 310	29 843 892	3 921 020	46	25 922 873
36	30 000 000 001	50 000 000 000	16	595 976 956 096	349 231 695	40 166 772	527	309 064 923
<b>Total</b>			<b>20 557</b>	<b>98 320 392 886 005</b>	<b>5 691 746 417</b>	<b>2 833 482 944</b>	<b>6 133</b>	<b>2 858 263 473</b>

# Table des matières

Introduction générale.....	1
<b>CHAPITRE I : LA REASSURANCE : ASPECTS THEORIQUES ET PRATIQUES ....</b>	<b>4</b>
Section 01 : Généralité sur la Réassurance .....	5
1. Définitions.....	5
2. Utilité de la Réassurance .....	6
3. TYPES ET FORMES DE LA REASSURANCE .....	7
3.1 Les formes de la réassurance : Catégories juridiques .....	7
3.1.1. La réassurance facultative .....	7
3.1.2. La réassurance obligatoire (Conventionnelle).....	8
3.1.3. La réassurance facultative obligatoire (FACOB).....	9
3.2 Les principaux types de réassurance (Catégorie technique) .....	9
3.2.1. La réassurance proportionnelle .....	9
3.2.2. La réassurance non proportionnelle .....	10
Section 02 : Les formes de la Réassurance Proportionnelle et non Proportionnelle et leurs Spécificités .....	11
1. Les formes de la Réassurance Proportionnelle.....	11
1.1. La Réassurance Proportionnelle en Quote-part.....	11
1.2. La réassurance proportionnelle en excédent de plein (XP).....	12
1.3. Les avantages et les inconvénients de la Réassurance Proportionnelle .....	14
2. Les formes de la Réassurance non Proportionnelle.....	15
2.1. La réassurance non proportionnelle en excédent de sinistre (XS) .....	15
2.1.1. Traité en Excédent de Sinistres par Risque (WXL/R) .....	16
2.1.2. Traité en Excédent de sinistres par Evénement (WXL/E) .....	17
2.1.3. Traité en Excédent de sinistres Catastrophique (Cat-XL) .....	17
2.2. La réassurance non proportionnelle en Excédent de Perte Annuelle (Stop loss).....	19
3. Les Avantages et les Inconvénients de la Réassurance non Proportionnelle .....	19
Section 03 : Programme de Réassurance .....	21
1. Caractéristiques d'un Programme en Réassurance Proportionnelle.....	21
1.1. La prime .....	21
1.2. Sinistre Maximum Possible (SMP) .....	21
1.3. Commission de Réassurance .....	21
1.4. Participation Bénéficiaire .....	22

1.5.	Le sinistre .....	23
2.	Caractéristiques d'un Programme de Réassurance non Proportionnelle.....	23
2.1.	La Prime de Réassurance .....	23
2.1.1.	Prime Minimum de Dépôt (Mindep) .....	23
2.1.2.	Taux de Prime .....	23
2.2.	Clauses de la réassurance non proportionnelle .....	24
2.2.1.	La clause de reconstitution de garantie .....	24
2.2.2.	La clause de franchise Aggregate .....	26
2.2.3.	La clause d'indexation .....	27
2.2.4.	Clause de stabilisation.....	28
<b>CHAPITRE II : OPTIMISATION DE LA RETENTION.....</b>		<b>30</b>
Section 01 : Définition de la rétention (Cadre général) .....		31
1.	Définition : .....	31
1.1.	Principe de rétention par branches d'assurance : .....	31
1.2.	Principe de rétention selon le type de traité : .....	31
2.	Facteurs qui déterminent la rétention: .....	32
Section 02 : Détermination de la rétention optimale par l'approche empirique .....		34
1.	Les règles d'or.....	34
2.	Les avantages des règles d'or :.....	36
Section 03 : Détermination de la rétention optimale par l'approche actuarielle.....		37
1.	Techniques actuarielles permettant la détermination de la rétention optimale :.....	37
1.1	Technique basée sur le critère de moyenne variance : .....	37
1.1.1.	Modèle de DE FINETTI (1940) : .....	37
1.1.2.	Modèle de KRVAVYCH (2005) : .....	38
1.2.	Technique basée sur le critère de maximisation de l'utilité :.....	38
1.3.	Technique basée sur le critère de minimisation des mesures de risque : .....	39
1.3.1.	CAI et TAN (2007) :.....	39
1.4.	Technique basée sur le critère de maximisation de la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur : .....	40
1.4.1.	Modèle d'IGNATOV (2004) : .....	40
1.4.2.	KAICHEV et DIMITROVA (2008) : .....	40
1.5.	Technique basée sur le critère de minimisation de la probabilité de ruine : .....	41
2.	Choix du modèle à utiliser .....	41
2.1.	Présentation du modèle retenu : .....	41

## CHAPITRE III : DETERMINATION DE LA RETENTION OPTIMALE DE LA CAAT ASSURANCE ..... 47

Section 01 : Présentation de la Compagnie Algérienne des Assurances « CAAT ».....	48
1. Organisation de la CAAT.....	48
2. La Stratégie de la CAAT.....	48
3. L'activité technique.....	51
3.1 La production.....	51
3.2 Les sinistres.....	52
3.3 La réassurance.....	52
Section 02 : PRESENTATION DE LA BASE DES DONNEES.....	53
1. Présentation du portefeuille à étudier.....	53
1.1. Présentation du PF incendie.....	53
1.2. Présentation des données.....	53
1.3. Traitement des données.....	54
2. Analyse descriptive de la base de données.....	55
Section 3 : Optimisation de la rétention optimale par l'approche empirique.....	57
1. Présentation des données.....	57
2. Application numérique.....	59
2.1. Règles concernant la fixation de la rétention.....	59
2.2. Règles utilisées pour la fixation de la franchise (rétention nette).....	61
3. Résultat final.....	64
Section 04 : Approche Actuarielle « De Finetti ».....	65
1. Hypothèses de travail.....	65
2. La solution du problème de minimisation de De Finetti.....	66
3. Modélisation de la charge des sinistres annuelle.....	66
3.1. La distribution du nombre de sinistre individuel $N_i$ .....	67
3.2. La distribution du montant de sinistre $M_i$ .....	68
3.3. Espérance et variance de la sinistralité.....	68
4. Résultats obtenus de la résolution du problème de minimisation.....	69
Conclusion Générale.....	72