

SOMMAIRE

SOMMAIRE	1
DEDICACES	2
REMERCIEMENTS	3
INTRODUCTION GENERALE	7
CHAPITRE 1 : ALLOCATION D’ACTIFS DANS LES COMPAGNIES D’ASSURANCES, UNE SYNTHESE DE LA LITTERATURE	11
Section 1 : Les approches « d’immunisation du portefeuille »	12
Section 2 : Les méthodes d’allocations basées sur la notion d’« optimisation du surplus »	17
Section 3 : Les modèles d’ALM dynamiques « Asset Liability Management ».....	21
CHAPITRE 2 : MODELISATION DE TYPE DFA « Dynamic Financial Analysis »	31
Section 1 : Présentation des modèles « DFA ».....	32
Section 2 : La structure et la démarche d’élaboration d’un modèle DFA	36
Section 3 : Les étapes d’élaboration d’un modèle DFA.....	43
CHAPITRE 3 : MODELISATION DES PROVISIONS ET DU RISQUE DE PROVISIONNEMENT DU PORTEFEUILLE AUTOMOBILE CORPOREL	52
Section 1 : La situation initiale de la compagnie.....	53
Section 2 : Modélisation du passif.....	56
Section 3 : La projection du montant des provisions et des décaissements	70
CHAPITRE 4 : MODELISATION DES ACTIFS ET APPLICATION DU MODELE DFA	73
Section 1 : Modélisation de l’actif.....	73
Section 2 : Les règles de gestion du portefeuille d’actifs	84
Section 3 : Paramétrage et présentation des résultats	89
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	99
BIBLIOGRAPHIE	102
LISTE DES ANNEXES	105

DEDICACES

A tous ceux qui, par un mot, m'ont donné la force de continuer ...

REMERCIEMENTS

Ce travail a été mené à bien et à terme grâce au soutien et aux conseils de nombre de personnes que je tiens à remercier vivement.

Je tiens, tout d'abord, à adresser mes remerciements à mon Directeur de Recherche, Monsieur Sami Guellouz qui m'a assisté tout au long de ce travail avec rigueur et bienveillance. Je lui saurais gré de sa disponibilité, de ses conseils précieux et de toutes ses remarques pertinentes durant ce projet. Cela fut un grand plaisir de travailler avec lui.

Je tiens, ensuite, à exprimer ma reconnaissance à toutes les personnes qui m'ont reçu au sein mon entreprise de parrainage « GAT Assurances » et plus particulièrement ceux de la Direction Financière et Comptable. Mes remerciements les plus distingués s'adressent à mon Encadrant Professionnel Monsieur Mohamed Tebessi , mais également Monsieur Riadh Badr et Monsieur Mohamed Zouari pour leur accueil chaleureux, leur disponibilité, et leurs remarques judicieuses qui m'ont été d'une grande aide.

A tous mes professeurs et enseignants auxquels je suis redevable. Sans oublier mes chers parents, mes amis et les proches pour leur affection, leur patience et leur encouragement.

Enfin, qu'il me soit permis de remercier les membres du jury qui ont eu l'amabilité de vouloir bien accepter d'évaluer ce travail. Espérant qu'ils trouveront dans ce mémoire de quoi être satisfaits, ils auront ma gratitude de l'enrichir avec leurs critiques.

LISTE DES ABREVIATIONS

ALM	Asset Liability Management
CAS	Casualty Actuarial Society
COSP	Committee on Stochastic Programming
COSO	Committee Of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission
CPPI	Constant Proportion Portfolio Insurance
DFA	Dynamic Financial Analysis
IAS	International Accounting Standards
IFRS	International Financial Reporting Standards
LTCM	Long Term Capital Management
OBPI	Option Based Portfolio Insurance
PSAP	Provision pour sinistres à payer
SOA	Society of Actuaries

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1:Link Ratio de Chain ladder par année de développement.....	61
Tableau 2: L'estimation du montant de la charge ultime selon la méthode de Chain ladder ...	63
Tableau 3: Résultats de l'estimation selon la modèle de MACK	65
Tableau 4: Comparaison entre la charge finale estimée selon la méthode Chain ladder de la branche Auto-corporel.....	66
Tableau 5: Calibrage du modèle de CIR (1985)	79
Tableau 6: Profil rendement-risque des deux actions	82
Tableau 7: La structure initiale du portefeuille	86
Tableau 8: la répartition du montant des placements de l'entreprise.....	87
Tableau 9 : La dynamique de rendement de portefeuille de la compagnie	89
Tableau 10:Stratégie optimale de placement	91
Tableau 11: Evolution du portefeuille de la compagnie.....	92
Tableau 12: Evolution de la structure de placement de la compagnie	92
Tableau 13: Produits de placement générés par structure optimale d'actifs	93
Tableau 14:Résultats projetés.....	94
Tableau 15:Les statistiques liées au D-triangle.....	107

LISTE DE FIGURES

Figure 1:Schéma structurel d'un modèle DFA	36
Figure 2:Comparaison entre la prise de décision selon l'approche classique et selon la DFA	39
Figure 3:Les paramètres d'un modèle DFA.....	42
Figure 4:La frontière efficiente	43
Figure 5:Les étapes d'élaboration d'un modèle DFA.....	44
Figure 6: Equilibre des intérêts des parties prenantes internes et externes	45
Figure 1: Répartition du chiffre d'affaires de la compagnie en 2016	53
Figure 2: Répartition des provisions de GAT assurances au 31/12/2016	54
Figure 3: Répartition des PSAP par branche au 31-12-2016	54
Figure 4: Structure du portefeuille placement par catégorie de titre à fin 2016.....	55
Figure 5: Evolution de la structure de placement de la compagnie entre 2009 et 2016.....	56
Figure 6:Répartition de la charge ultime des sinistres	58
Figure 7: Mali de liquidation de la charge Dossier par Dossier de sinistres	59
Figure 9: Évolution de la charge ultime de sinistres par année de survenance	62
Figure 10: Analyse du développement des sinistres par année de survenance	63
Figure 11: L'incertitude liée à la charge ultime de sinistres par année de survenance.....	67
Figure 12:Histogramme des IBNR de la branche Auto-corporel.....	68
Figure 13:Fonction de répartition empirique de la branche Auto-corporel	69
Figure 14: Variation des PSAP en Run off projetée	70
Figure 15: Prestations payées par l'entreprise	71
Figure 16:Simulation des trajectoires du taux d'intérêt à l'aide du modèle de CIR	80
Figure 17: Simulation de l'évolution du cours de l'action BIAT	83
Figure 18: 100 trajectoires simulées du cours de l'action ATB.....	83
Figure 19:Dynamique d'évolution du portefeuille d'actifs	85
Figure 20: Structure agressive de placement.....	90
Figure 21:Gap de trésorerie sous une stratégie agressive.....	90
Figure 22:Produits financiers de la stratégie agressive	91
Figure 24:Excedent de trésorerie dégagée par l'entreprise	93
Figure 29: CC-plot pour $j=1$	106
Figure 30:CC-plot pour $j=2$	107
Figure 31:Analyse de l'effet calendaire	108
Figure 32:Analyse des résidus par année de développement	109
Figure 33:Analyse des résidus par année d'origine	109

INTRODUCTION GENERALE

Le problème de l'allocation d'actifs des compagnies d'assurances fait actuellement l'objet d'un grand débat. Celui-ci n'est pas nouveau, mais il a pris de l'ampleur au fur et à mesure que la réglementation de l'activité de l'assurance et que le contexte économique a évolué. De nos jours, les compagnies d'assurance sont appelées, au-delà du développement de leurs affaires quotidiennes, à mieux identifier, mesurer et gérer tous les risques auxquels elles sont soumises et notamment les risques financiers. Dans l'environnement actuel incertain et volatile, la maîtrise nécessaire des risques de l'entreprise passe par l'utilisation de techniques nouvelles sophistiquées actuarielles et informatiques. Les compagnies d'assurance de nos pays emploient pour la tarification, le provisionnement et la gestion d'actifs des méthodes déterministes classiques qui sont devenues de nos jours, au mieux, insuffisantes et, au pire, obsolètes, au vu des nouveaux défis auxquels sont désormais confrontés les assureurs et qui conditionnent leur pérennité.

Avec l'intensification de la concurrence, les assureurs ont pris conscience du potentiel de la gestion d'actifs comme levier d'une meilleure rentabilité. Cependant, cette fonction est délicate et sa mise en œuvre est fastidieuse dans la mesure où le gestionnaire doit s'assurer qu'à tout moment les actifs de son portefeuille sont les meilleurs non seulement en termes du couple rentabilité-risque mais, également, en termes de liquidité et d'autres contraintes comptables et réglementaires. Depuis peu effectuée 'à la main' par l'analyse de scénarii déterministes ou par des techniques d'adossement, l'optimisation de l'allocation d'actifs s'est progressivement orientée vers l'utilisation de méthodes actuarielles sophistiquées grâce au développement de l'outil informatique et des techniques de simulation stochastique.

Depuis plusieurs années, la modélisation a ainsi pris une place de plus en plus importante dans le pilotage des risques des compagnies d'assurance. Ceci est devenue inévitable dans les marchés européens avec la mise en œuvre des techniques de calcul des provisions dans le cadre des normes IFRS relatives aux compagnies d'assurance et de la norme Solvabilité 2 qui oblige les assureurs à recourir à des modèles stochastiques. Ces modèles peuvent être définis comme « *une représentation simplifiée d'une réalité dont la complexité et l'imprévisibilité sont inépuisables* » selon le fameux ouvrage « *Le Cygne noir, la puissance de l'imprévisible* » de Nassim Nicholas Taleb. L'utilisation des modèles pour générer une

représentation de futurs incertains est ainsi devenue un passage obligé pour des fonctions clés de la compagnie d'assurance comme la tarification, le provisionnement et la gestion des actifs, ce dernier constituant l'objet de ce travail. Le développement d'un modèle de gestion des actifs, véritable outil d'aide à la décision, est nécessaire pour projeter les états financiers d'une compagnie d'assurance sur plusieurs années et mesurer à tout moment l'exposition de son portefeuille. Les compagnies d'assurance non-vie utilisent pour cela la modélisation de type DFA ou « *Dynamic Financial Analysis* » qui est une approche novatrice fondée sur les techniques de programmation stochastique. C'est cette approche que nous utiliserons pour modéliser la gestion d'actifs de notre compagnie de parrainage.

La problématique que nous voudrions étudier, dans le cadre de ce travail, consiste à montrer comment les compagnies d'assurances non-vie peuvent optimiser leurs décisions d'allocation stratégique des actifs à travers l'utilisation d'une modélisation de type DFA. Le modèle que nous proposons dans ce travail est un modèle simple qui s'inscrit dans une optique de compréhension du mécanisme des modèles DFA sans prendre en compte ni les impératifs de sécurité ni les contraintes réglementaires liées à l'existence d'un catalogue réglementaire de placement. Par ailleurs, étant donné que les engagements au passif des compagnies d'assurances sont généralement répartis par branches ou par famille de contrats, la gestion actif-passif doit prendre en compte la spécificité de chaque branche (ou canton). Ce besoin de cantonnement est expliqué par la nature spécifique des engagements liés à chaque branche notamment en termes de cadence de règlement. Dans notre cas, nous nous intéresserons plus particulièrement à la détermination d'une stratégie d'allocation d'actifs du portefeuille Auto-Corporel vu qu'il absorbe la moitié des provisions pour sinistres à payer de la compagnie. Notre travail aura principalement deux buts : Il s'agira, d'une part, d'analyser d'une manière globale et totalement intégrée les différents risques auxquels le portefeuille est exposé et, d'autre part, de construire un modèle qui nous permettra de déterminer une stratégie optimale d'allocation d'actifs permettant d'assurer l'adéquation actif-passif du canton Auto-Corporel choisi. Bien que ce travail ne couvre que la détermination d'une stratégie d'allocation d'actifs d'un seul portefeuille, il pourrait être adapté pour les autres lignes d'activité de la compagnie au besoin.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à la présentation des approches classiques (ou déterministes) de gestion actif-passif des institutions financières. Ce sont les modèles basés principalement sur les notions de « *duration* » et de « *surplus* ». Les caractéristiques qui les différencient les uns des autres sont indiquées pour donner une idée sur l'état de l'art en matière de modèles d'ALM (déterministe et dynamique).

Le deuxième chapitre est dédié à la présentation de l'approche DFA. Nous y détaillons les origines, l'utilité, l'état de l'art et d'autres aspects touchant à celle-ci. Les deux derniers chapitres du mémoire sont consacrés à la partie empirique de ce mémoire. Le troisième chapitre est dédié à la modélisation des provisions pour sinistres liée aux contrats Auto-Corporel. Quant au dernier chapitre, il contient les caractéristiques du portefeuille d'actifs et la stratégie optimale d'allocation d'actifs proposée.

PARTIE THEORIQUE

CHAPITRE 1 : ALLOCATION D'ACTIFS DANS LES COMPAGNIES D'ASSURANCES, UNE SYNTHÈSE DE LA LITTÉRATURE

INTRODUCTION

La gestion actif-passif, aussi appelée en anglais 'ALM' pour «*Asset Liability Management*», a acquis une véritable dimension stratégique au sein des compagnies d'assurance ces dernières années. Cette notion d'ALM est apparue depuis les années 30 dans les banques et constitue jusqu'à aujourd'hui une problématique très importante en finance qui a attiré l'attention de plusieurs chercheurs. En effet, suite à la grande dépression des années 30¹, les gouvernements ont mis en place un contrôle particulier dédié aux banques et notamment au secteur de l'épargne. Ceci a encouragé le développement des techniques de gestion d'actif-passif telles que l'immunisation et la duration. Mais, ce n'est qu'à partir des années 70 que ces institutions financières ont pris conscience de la grande utilité de ces techniques.

Après une période caractérisée par une forte instabilité des taux d'intérêt et des taux de change durant les années 1980, les institutions financières ont été appelées à mieux gérer leurs risques financiers. En effet, les banques ont dû faire face à d'importantes difficultés comme la crise de l'immobilier, l'endettement excessif et la forte volatilité des taux. Cette situation s'est aggravée par les défaillances d'un certain nombre d'institutions financières comme la caisse d'épargne LTCM « *Long Term Capital Management* » aux États Unis. Cette crise a été la conséquence d'engagement des institutions financières à servir des taux élevés sans être capables de les honorer. Suite à ces défaillances, les compagnies d'assurances ont été également obligées, à leur tour, d'intégrer la dimension de la gestion actif-passif dans leurs activités et depuis, elles ont compris l'intérêt de cette discipline.

Ce concept issu du monde bancaire a été utilisé, dans un premier temps, en assurance vie. Comme pour les banques, les premières méthodes d'ALM en assurance vie consistaient à assurer la concordance entre les flux périodiques générés par les engagements au passif et les

¹¹ La Grande Dépression, dite aussi « crise économique des années 1930 », est la période de l'histoire mondiale qui va du krach de 1929 aux États-Unis jusqu'à la Seconde Guerre mondiale.

flux d'investissement de l'actif. Historiquement, elles se sont focalisées principalement sur la gestion du risque de taux.

Sous l'effet du changement de la conjoncture économique, notamment avec la baisse continue des taux d'intérêt et la concurrence vive entre les compagnies d'assurances, aussi bien les assureurs vie que non-vie, ont développé des techniques plus holistiques de gestion actif-passif afin d'intégrer ces nouvelles contraintes. Ceci a été rendu possible par la sophistication des outils informatiques et l'importance accordée à l'actuariat. Pour montrer l'importance de cette problématique, nous avons consacré ce premier chapitre à la présentation des approches les plus connues de gestion d'actif passif.

L'objectif du premier chapitre est de revoir l'état de l'art en matière de modèles de gestion actif-passif déterministes. Un accent sera mis sur la diversité des techniques utilisés à cet effet par les compagnies d'assurances. Pour ce faire, nous allons présenter les approches classiques de gestion actif-passif dans 3 sections. Les deux premières sections seront consacrées à la présentation des modèles déterministes d'ALM c'est-à-dire les modèles qui sont basés sur la notion de « *duration* » et « *d'optimisation de surplus* ». La troisième section sera, elle, dédiée à la présentation des méthodes dynamiques.

SECTION 1 : LES APPROCHES « D'IMMUNISATION DU PORTEFEUILLE »

L'objectif de cette partie est de présenter la stratégie de gestion de risques financiers la plus courante : la stratégie d'immunisation de portefeuille.

Ce type de stratégie a pris une grande importance en tant qu'outil incontournable de gestion de risques de taux d'intérêt. Elle est destinée à couvrir le portefeuille d'actifs d'une compagnie d'assurance contre les évolutions non anticipées des taux d'intérêt afin de garantir sa solidité financière.

Selon Redington (1952) l'immunisation de portefeuille peut être définie comme étant « *l'investissement de l'actif d'une telle manière que le portefeuille soit protégé contre un changement des taux d'intérêt* ».

Pour Panning (1987), l'objectif de cette approche est de gérer la sensibilité de la valeur économique réelle² de la firme face aux variations des taux d'intérêt.

Pour mieux comprendre l'intérêt de cette approche pour les gestionnaires de portefeuille, nous allons présenter deux différentes approches d'immunisation en nous basant sur la démarche suivie par Lamm-Tennant et al (1996). Ces deux techniques sont: la technique d'adossement des flux de trésorerie « cash-flow matching » et la technique de l'adossement par la duration « duration matching ».

I. L'adossement en flux de trésorerie : « *Cash-flow matching* »

Afin de gérer efficacement le risque de taux, les compagnies d'assurance ont eu recours à la technique de l'adossement en flux de trésorerie ou « *cash-flow matching* ». Cette technique consiste à définir un portefeuille obligataire dont les flux d'actifs coïncident parfaitement avec les flux du passif. Cette méthode classique de gestion du risque de taux, consiste à procéder à des opérations d'adossement des emplois aux ressources de l'entreprise afin de garantir, à tout moment, sa capacité à honorer ses engagements. Il s'agit par exemple de choisir pour un contrat d'assurance responsabilité civile (RC) décennale, des placements permettant de compenser les sorties de trésoreries probables liées à cet engagement. Il s'agit d'investir les primes encaissées dans des titres permettant de garantir des flux équivalents à l'engagement de la compagnie en cas de survenance d'un sinistre. Donc l'objectif de cette technique de couverture statique est d'assurer une parfaite adéquation entre les flux issus de l'actif et les flux issus des engagements du passif.

Feldblum (1999) s'est focalisé dans ses articles sur cette technique. Il l'a définie comme étant une méthode qui consiste à investir dans un portefeuille de titres qui donne, à l'échéance, une série de flux identique aux flux du passif. Selon lui, l'actif d'une compagnie d'assurance n'est dit adossé au passif que si, à la fin de chaque période d'investissement, les flux de l'actif de la compagnie sont au moins équivalents aux flux du passif. Une fois que tous les engagements sont couverts, les actifs excédentaires sont alors considérés comme représentatifs de la situation nette réelle de la compagnie « shareholders' surplus ».

Donc, cette technique offre au gestionnaire d'actif des informations pertinentes sur la situation de trésorerie de la compagnie ainsi que sur les éventuelles impasses de trésorerie.

² Selon Panning la valeur économique réelle de la compagnie d'assurance doit être égale à la valeur présente de ses entrées de fonds (provenant de ses actifs) moins la valeur présente de ses sorties de fonds (provenant de son passif).

Néanmoins, en dépit de ses avantages, elle souffre de certaines limites. La principale critique de cette technique est sa rigidité étant donné que le recours à cette méthode rend le changement des structures de l'actif et du passif de la compagnie difficile. Le gestionnaire de portefeuille risque de trouver des difficultés à modifier l'adossment initial en conservant le même rendement. Nous pouvons dire que la réussite de cette technique nécessite un re-balancement périodique de la structure du portefeuille suite à chaque variation de taux d'intérêt afin de garantir la correspondance entre les flux de l'actif et du passif. Une autre critique de cette pratique est la difficulté de sa mise en place. Ce problème concerne principalement l'étape d'établissement du portefeuille d'actifs. A titre d'exemple, il est quasiment impossible de trouver des obligations dont les maturités coïncident exactement avec les flux de l'engagement que l'entreprise cherche à couvrir car, en assurance, le temps d'occurrence du sinistre n'est pas connu à la date de paiement de la prime. Ceci complique les procédures d'adossment du portefeuille. Enfin, pour les obligations qui versent des coupons périodiques, le réinvestissement de ces coupons réduit l'efficacité de l'adossment. Par conséquent, il est impossible de réussir un adossment parfait surtout en période de forte variation de taux d'intérêt.

Feldblum (1999) a montré que cette technique n'est valable qu'à court terme. A long terme, elle s'avère néfaste pour l'entreprise. De plus, il a prouvé que le « *cash-flows matching* » n'est efficace que lorsque les avantages liés à la maîtrise des risques compensent les pertes subies suite à la réalisation des investissements à faible taux d'intérêt. En effet, si l'assureur cherche à assurer un adossment parfait entre l'actif et le passif, il peut se trouver dans l'obligation d'accepter des titres dont le rendement est inférieur à ce qu'il aurait pu atteindre en tolérant un léger décalage entre l'actif et le passif. Il a reproché à cette méthode d'être une technique couteuse, lourde, difficile à mettre en œuvre et qui nécessite un suivi permanent. Enfin, cette technique risque donc de réduire la rentabilité financière de la compagnie et de la rendre moins compétitive que des entreprises concurrentes qui ont opté pour une gestion plus souple de leur bilan.

II. L'adossment en « *Duration* »

La deuxième technique d'immunisation de portefeuille est la technique d'adossment en duration ou en anglais « *Duration Matching* ».

La notion de duration a été introduite par Macaulay en 1938. Son objectif était de proposer une mesure d'exposition au risque de taux des institutions financières.

En effet, le comportement très volatile du taux d'intérêt dans les années 30, a conduit Macaulay à développer la notion de duration. C'était la première formalisation de la sensibilité d'un instrument financier à la variabilité des taux d'intérêt.

Cette nouvelle technique a été proposée principalement afin de pouvoir comparer la sensibilité du prix d'obligations possédant des caractéristiques différentes (Échéance, coupons, etc.) à des variations de taux d'intérêt.

Macaulay a fondé ses travaux sur l'hypothèse de l'existence de courbes de taux de rendement horizontales (plates) ayant des déplacements parallèles. Selon lui, l'objectif consiste à neutraliser le bilan de l'entreprise du risque de taux d'intérêt. Il s'agit d'immuniser le portefeuille d'une institution financière contre les conséquences adverses des variations de taux d'intérêt. Par exemple, lorsque la duration d'un portefeuille d'obligations est égale à la duration d'engagement de l'assureur (durée de vie d'un contrat), le risque s'annule complètement (1987).

Cette mesure a fait l'objet de nombreuses études et de diverses interprétations quant à son efficacité. Les premiers auteurs à utiliser cette méthode nous citons Hicks (1939), Samuelson (1945) et Redington (1952).

Samuelson (1945), prix Nobel d'économie en 1970, est considéré comme le fondateur du théorème d'immunisation de portefeuille. Il a défini un portefeuille immunisé comme étant : « *Un portefeuille qui donne droit à recevoir des montants non négatifs est immunisé au temps t_0 si son coefficient de duration calculé à cet instant est égal à la longueur de la période qui sépare t_0 de la fin de l'horizon considéré T* ».

Cependant, ce n'est qu'après les travaux de Fisher et Weil (1971) sur les stratégies d'immunisation de portefeuille que ce concept a connu un grand développement.

En effet, après les premiers travaux de Macaulay (1938), Samuelson (1945) et Redington (1952) fondés sur l'hypothèse, plus ou moins implicite, d'une structure horizontale des taux d'intérêt, Fisher et Weil (1971) ont souligné l'irréalisme d'une telle structure. Pour améliorer cette méthode ils ont éliminé l'hypothèse relative à la structure plate de la courbe de taux et ont proposé le recours à une courbe de taux continue évoluant aléatoirement par variations additives. Ils ont suivi la même démarche que Macaulay qui consiste à choisir un portefeuille dont la duration réplique au mieux la duration du passif.

En ce qui concerne Feldbum (1999), il considère que l'adossement en duration est une stratégie passive de gestion de portefeuilles du fait qu'elle n'exige pas des hypothèses relatives

à la prévision du taux d'intérêt futurs. Selon lui, il suffit de s'assurer que la durée de détention des titres d'un portefeuille soit égale à l'horizon des engagements de la compagnie pour garantir sa capacité à honorer ses engagements.

Fong et Vasicek (1982) ont proposé une stratégie d'immunisation multipériodique. Cette stratégie consiste à composer le portefeuille de la compagnie d'assurance de façon à satisfaire plusieurs engagements futurs prédéterminés, quels que soient les mouvements des taux d'intérêt.

Ces auteurs ont également analysé l'efficacité de cette technique dans le cas particulier des mouvements parallèles³ de taux d'intérêt. Ils ont développé une stratégie de gestion de portefeuille qui permettra à la compagnie de tirer profit de ce type de déplacements parallèles des taux. Ainsi, ils ont montré que cette stratégie ne peut être mise en œuvre que lorsque :

- La durée du portefeuille d'actifs est égale à la durée de l'engagement,
- La distribution des durées des titres du portefeuille est plus large que celle des durées des engagements,
- La valeur actuelle des flux monétaires du portefeuille est égale à la valeur actuelle des engagements multi périodiques.

Santamero et Babbel (1997) ont attribué à cette méthode d'allocation d'actifs la qualité d'être la mesure la plus appropriée de gestion du risque financier d'une compagnie d'assurance surtout dans le cas où cette dernière détient un portefeuille d'actifs financiers traditionnels composé principalement d'obligations.

Ainsi, ces auteurs ont mis l'accent sur l'avantage que présente cette technique par rapport à la technique du « *cash-flow matching* ». Ils ont montré que l'adossement par la duration offre au gestionnaire de portefeuille une plus grande flexibilité surtout en matière de choix de portefeuille et d'allocation d'actifs.

Par ailleurs, ils ont insisté sur le fait que l'immunisation par la duration requiert un rebalancement périodique du portefeuille. Ce rebalancement se fait en modifiant à chaque changement de taux d'intérêt la duration de l'actif de l'organisme. Dans ce cas, si l'entreprise ne procède pas à un ajustement périodique de la structure de son portefeuille, elle encourt le risque de liquidité, voire même le risque de solvabilité.

³ Les déplacements parallèles provoquent la même variation des taux pour toutes les échéances.

De ce fait, en nous basant sur la riche littérature relative à la notion de « *duration matching* », nous pouvons confirmer l'intérêt que présente cette méthode pour la gestion des risques des établissements financiers. Néanmoins, elle présente certaines lacunes.

La principale critique adressée à cette méthode concerne le choix des hypothèses de construction et notamment l'hypothèse de la structure plate et des changements parallèles de la structure des taux.

Selon Mercier et Rassi (1987), l'immunisation de portefeuille n'élimine pas toujours de façon intégrale le risque de « *mismatching*⁴ » et certaines conditions devraient être préalablement assurés pour garantir une protection suffisante. Parmi ces contraintes, ils ont évoqué la nécessité de l'existence d'une structure plate de taux d'intérêt durant la période de l'investissement. Ceci s'explique par le fait que les taux d'intérêts sont très volatiles sur les marchés depuis la fin des années 60. Donc l'efficacité des stratégies fondées sur l'hypothèse d'une structure des taux plate est fortement contestée

Malgré ses limites, cette méthode est de loin la méthode la plus utilisée, et peut aboutir à une stratégie d'allocation efficace en prenant les préoccupations nécessaires. De plus, il convient de signaler que les compagnies d'assurances sont conscientes des limites afférentes à cette méthode, mais elles l'utilisent principalement en raison de sa simplicité et la facilité de sa mise en œuvre.

Enfin, nous pouvons dire que cette technique, largement répandue dans les milieux financiers, présente plusieurs avantages notamment sa simplicité mais repose sur des hypothèses restrictives. Ceci a constitué la motivation majeure du développement d'autres approches afin d'offrir un outil plus adapté au profil de risques des compagnies.

SECTION 2 : LES METHODES D'ALLOCATIONS BASEES SUR LA NOTION D'« OPTIMISATION DU SURPLUS »

Cette partie du mémoire sera consacrée à la présentation d'une deuxième approche d'allocation d'actifs des compagnies d'assurance : ce sont les méthodes d'allocation basées sur

⁴ Mauvaise couverture de l'actif par le passif, ce risque peut être dû à un « *mismatch* » d'échéance entre actif et passif

la notion de « *surplus* ». Le choix de présentation de cette approche est motivé par l'existence d'une littérature abondante concernant ce sujet.

Etant donné que le souci de chaque entreprise est de garantir sa solvabilité, il est nécessaire donc d'assurer, à tout moment, l'existence d'un coussin de sécurité.

Pour fixer le niveau optimal de ce coussin de sécurité, l'entreprise doit faire un arbitrage entre le rendement et le risque liés à ses engagements.

Pour faire cet arbitrage, Sharpe et Tint (1990) Leibowitz (1990) et Talfi (2007, 2008) ont proposé une approche d'allocation d'actif basée sur la notion de surplus.

Cette notion correspond à l'écart entre la valeur de marché des actifs et la valeur des engagements techniques de l'entreprise. Cet écart change au cours du temps. Cela est principalement dû aux variations de la valeur de marché des différents éléments du bilan de l'entreprise. Donc le surplus peut être interprété comme étant une mesure de la solvabilité de la compagnie d'assurance.

L'objectif principal de cette approche est de déterminer l'allocation d'actifs permettant d'optimiser le surplus en terme de couple (rendement ; risque) et d'éviter les situations de sous-financement (lorsque la valeur de surplus devient négative).

Pour Dans ce qui suit, nous présentons trois approche d'allocation d'actifs basées sur la notion de surplus : Celle de Sharpe et Tint (1990), puis l'approche de Leibowitz (1990) et enfin la méthode de Talfi (2007, 2008).

I. Modèle de Sharpe et Tint (1990).

Le modèle de Sharpe et Tint constitue le premier travail de recherche proposant la prise en compte de la notion de surplus au moment de l'allocation d'actifs. Ce modèle a été proposé par Sharp et Tint en 1990 dans leur article « *Liabilities-A new approche* » dont l'objectif était de développer une nouvelle technique de gestion du portefeuille d'un fond de pension. Cette initiative a été motivée par l'absence d'un modèle d'allocation d'actif spécifique aux fonds de pensions à l'époque. Ils ont proposé une nouvelle approche de gestion d'actifs d'un régime de retraite en intégrant une contrainte relative aux passifs. Leur modèle s'appuie sur deux notions principales :

- La notion de surplus définie comme « *l'écart entre la valeur de marché des actifs et la valeur des engagements techniques* ».
- Le ratio de financement qui est définie en tant que « *le rapport entre la valeur de marché des actifs et la valeur des engagements techniques* ».

Selon Sharpe et Tint, la valeur de marché d'un actif est la valeur actuelle de ses revenus futurs. Le calcul de cette valeur nécessite généralement de mobiliser une projection de revenus futurs d'une part et un coût du capital de référence (taux d'actualisation) d'autre part. Dans d'autres cas, cette valeur correspond à la valeur négociable et constatée sur un marché à l'instant considéré. Les engagements techniques, comme d'autres éléments du passif, ne sont pas en général négociables sur le marché. Les compagnies d'assurances font donc appel à des règles spécifiques d'actualisation qui sont généralement admises au sein de la profession. Bien que ce modèle ait été construit en se basant sur une nouvelle approche, il s'est avéré par la suite qu'il s'agissait en fait d'une généralisation du modèle de Markowitz (1959). Selon Berrada et Mariuzza (2015) : « *Le modèle de Sharpe et Tint est une version améliorée du modèle de Markowitz qui tient compte du passif.* ». D'ailleurs, ils ont montré que, pour une configuration donnée de ses paramètres, nous trouverons le cas de Markowitz. Plus précisément, lorsque le ratio de financement initial est fixé à 1 et que les paramètres liés au passif⁵ sont fixés à 0, ce modèle donne la même solution que le modèle de Markowitz. En effet, l'objectif d'un modèle de ce type est de minimiser le risque de perte du surplus pour un niveau de « *rentabilité du surplus* » donné. L'indicateur permettant de mesurer le montant de la perte est « *la variance de la rentabilité du surplus* ».

De par sa simplicité et la facilité de sa mise en œuvre, l'atout majeur de cette approche est sa capacité de prendre en compte les engagements de la compagnie par le biais du ratio de financement. Un autre avantage de ce modèle est la possibilité de son utilisation dans le cadre d'un portefeuille composé de plusieurs classes d'actifs. Donc, ce modèle présente un grand intérêt pour les compagnies d'assurance. Cependant, il a fait l'objet de nombreuses critiques dont celle relative à la validation empirique de l'hypothèse de normalité de rendement des titres. En effet, il est assez difficile, en pratique d'en donner une estimation exacte en particulier en ce qui concerne les corrélations des actifs avec le passif. Et, il est quasiment impossible de trouver une solution optimale du programme d'optimisation du surplus si le gérant du fonds présente une aversion au risque prononcée à travers la fixation d'une limite de déficit acceptable faible. De plus, ce modèle ne tient pas compte des caractéristiques pouvant être propres à une classe d'actifs donnée comme la durée d'une obligation par exemple. D'où la nécessité de développer un modèle plus adapté aux caractéristiques réelles d'un fonds de pension et surtout la nature de ses engagements.

⁵ Le taux de croissance des engagements et la corrélation entre l'actifs et le passifs.

II. Modèle de Leibowitz (1992)

Le modèle de Leibowitz a été développé par Martin Leibowitz (1990) et son équipe au sein de la banque Salomon Brothers⁶. Il s'applique à un portefeuille composé de deux classes d'actifs : une action et une obligation.

Leibowitz a proposé ce modèle afin de déterminer le pourcentage d'actions et la duration de la composante obligataire permettant de maximiser la « *rentabilité du surplus* », tout en respectant des contraintes relatives à l'actif et aux passifs de la compagnie.

Pour élaborer son modèle, Leibowitz a supposé les hypothèses suivantes :

- La duration de l'actif obligataire est proportionnelle à sa volatilité,
- Les obligations de toutes les maturités fournissent le même rendement,
- Les rendements sont normalement distribués,
- La parfaite corrélation entre le passif et l'actif de type obligataire...

Comme pour Sharpe et Tint (Sharpe.F & Tint, 1990), l'intérêt majeur de ce modèle est qu'il prend en compte les engagements de la compagnie d'assurance (fond de pension pour le modèle de base). Cependant, la différence principale entre ces deux modèles est le fait que le modèle de Leibowitz permet de déterminer la duration optimale de la composante obligataire à détenir.

Par ailleurs, il ne s'applique qu'à un portefeuille composé d'une action et d'une composante obligataire. Ceci rend son adaptation en pratique difficile car, en général, le gérant de portefeuille se trouve confronté à un choix entre plusieurs types d'actifs. De plus, le modèle est relativement complexe à implémenter et le programme se résout en partie graphiquement contrairement au modèle de Sharpe et Tint qui donne une expression analytique de la solution. Ce modèle a été également critiqué à cause de ses hypothèses du fait qu'il s'appuie sur des hypothèses qui ne représentent pas la réalité surtout en ce qui concerne la tolérance de la compagnie d'assurance aux risques du fait qu'il considère qu'un assureur peut prendre des risques sans restriction.

⁶ Salomon Brothers était une banque d'investissement de Wall Street Fondée en 1910.

III. Le modèle de Talfi (2008)

Talfi (2008) propose un modèle d'optimisation du surplus pour un régime de retraite à prestations définies. Son travail s'inscrit dans la continuité des travaux de Leibowitz, relatifs à la détermination d'une stratégie d'allocation avec deux actifs. Il y intègre également l'approche initiée par Sharpe et Tint.

Le modèle de base de Talfi est fondé sur l'hypothèse que le portefeuille du fond de pensions est composé uniquement d'actifs risqués. Néanmoins Berrada et Mariuzza (2015) ont proposé une extension de ce modèle afin qu'il soit applicable à un portefeuille composé de plus de deux classes d'actifs. Selon ces derniers, le modèle de Talfi est un mélange des méthodes de Sharpe et Tint et de Leibowitz. Il y ajoute une notion d'horizon de temps et de tolérance au risque. Comme les deux autres modèles, ce dernier s'appuie sur l'hypothèse de normalité des rendements. Or, cette hypothèse peut être éloignée de la réalité.

Bien que l'atout majeur de ce modèle soit sa capacité de prendre en compte la tolérance au risque, cette tâche est difficile. Cette difficulté de calibrage du paramètre de tolérance au risque est dû au fait que la tolérance au risque est un concept difficilement quantifiable. De plus, comme pour les autres modèles, ce modèle ne tient pas compte des contraintes spécifiques à la compagnie en question.

Enfin, après avoir présenté les méthodes de gestion d'actifs basées sur la notion de surplus, nous pouvons dire que, malgré leurs limites, ces modèles ont une grande utilité pour les compagnies d'assurance.

SECTION 3 : LES MODELES D'ALM DYNAMIQUES

I. Les limites de l'ALM statique

Dans la partie précédente, nous avons présenté quelques exemples des méthodes d'ALM traditionnelles. Bien que ces modèles soient extrêmement utiles pour les gestionnaires de fonds des compagnies d'assurances, ils font actuellement l'objet de nombreuses polémiques. En effet, il existe actuellement un consensus et une reconnaissance de la part des intervenants dans le monde de l'assurance quant au fait que ces modèles traditionnels ne sont pas capables de donner des résultats robustes. Néanmoins, ils sont couramment utilisés par les compagnies d'assurances et notamment dans notre pays. Cela est principalement dû à une carence de

moyens matériels et surtout le manque d'expertise dans les domaines clés tels que l'actuariat, les mathématiques et la programmation. Cependant, à l'échelle internationale, les acteurs du domaine de l'assurance ont pris conscience de la nécessité de développer de nouvelles techniques de gestion des risques mieux adaptées à la situation de leurs compagnies. Ainsi, sous l'impulsion des travaux menés en finance sur la valorisation d'actifs financiers complexes, d'une part, et des progrès de puissances de calcul des ordinateurs, d'autre part, de nouvelles approches plus sophistiquées ont été développées.

Par ailleurs, les évolutions récentes de la conjoncture internationale ont renforcé l'intérêt pour ces méthodes d'évaluation notamment avec l'émergence d'une nouvelle réglementation prudentielle ou « *Solvabilité 2* » et les évolutions des normes comptables internationales « *IFRS 4, IAS 39* » introduisant des concepts tels que la « *juste valeur* » et « *l'appétence au risque* »... Ces évolutions récentes ont amené les assureurs à réviser, du moins en partie, leur perception des risques qu'ils assument et notamment des risques financiers⁷. Ainsi, qu'il s'agisse des nouvelles dispositions réglementaires « *Solvabilité 2* » ou de communication financière « *Market Consistent Embedded Value*⁸ » ou comptables « *IFRS, IAS* », l'objectif est similaire : identifier les risques et les analyser le plus finement possible. Donc, nous pouvons dire que ces référentiels convergent vers une nouvelle vision de ce que doivent être la manière de mesurer et de maîtriser les risques des compagnies d'assurance : Une gestion intégrée et dynamique des risques, tout particulièrement des risques financiers.

De ce fait, nous pouvons affirmer que les modèles classiques d'allocation d'actifs ne répondent pas aux interrogations des praticiens de la gestion de portefeuille dans le contexte actuel. Cela est dû notamment au fait que ces modèles, comme ceux de Markowitz(1952) et Leibowitz (1992), qui considèrent que le problème de gestion d'actifs d'une institution financière (une compagnie d'assurance dans notre cas) est un problème de nature déterministe. Ils négligent donc la nature dynamique des marchés financiers. Ainsi, comme nous l'avons

⁷ Un risque financier pur est un risque de marché .Ce risque est associé à des incertitudes sur le prix d'un actif ou aux fluctuations des taux de changes, des taux d'intérêt ou des prix des matières premières

⁸Selon Théron (2011), La MCEV est un référentiel de communication financière financière par le biais de « l'Embedded value ». Il s'agit en fait d'une nouvelle approche d'évaluation de la compagnie ou les actifs et les passifs de la compagnie sont évalués de manière cohérente avec le marché et de manière cohérente les uns par rapport aux autres .

évoqué précédemment, l'hypothèse à partir desquelles sont construites beaucoup d'approches classiques sont trop simplificatrices de la réalité.

Ceci a été confirmé par des nombreux chercheurs comme Canner et al (1997) et Besnainou et al (2003) depuis les années 90. Ces derniers ont montré que les résultats théoriques des modèles classiques de gestion d'actifs aboutissaient à des règles d'investissement en contradiction avec les règles d'allocation d'actif dites de « *bons sens* ». Besnainou et al (2003) ont expliqué ce phénomène par le fait que ces modèles négligent certains aspects comme la modélisation de la distribution empirique des variables clés, la dynamique du marché, le taux d'actualisation à long terme...

La gestion dynamique sur le long terme est devenue une nécessité. Quoique ce domaine de recherche reste un domaine relativement peu exploré par rapport à la gestion statique de portefeuille, il constitue actuellement la préoccupation principale de nombreuses institutions internationales comme la « *Casualty Actuarial Society* » et la « *Society of Actuaries* »... Pour cela, nous avons choisi de consacrer une partie de ce chapitre à la présentation de quelques exemples de modèles dynamiques de gestion d'actifs des compagnies d'assurances. Nous allons nous focaliser dans cette partie sur deux méthodes : les techniques d'assurance de portefeuille et les techniques de programmation dynamique.

II. Techniques d'assurance de portefeuille

L'« assurance de portefeuille » ou encore, en anglais, « *portfolio's insurance* » est un terme spécifique utilisé par les gestionnaires de portefeuille pour décrire les stratégies qui visent à protéger le capital d'un investisseur. L'objectif de ces stratégies est de permettre aux investisseurs de tirer profit de la hausse du rendement de marché, tout en limitant leurs pertes en capital.

Dans la littérature financière, il existe deux principaux modèles d'assurance de portefeuille : Le modèle de gestion « OBPI » ou « *Option Based Portfolio Insurance* » proposé par Leland et Rubinstein en 1976 et le modèle de gestion « CPPI » ou « *Constant Proportion Portfolio Insurance* » élaboré par Perold en 1986 et modifié par Black & Jones en 1987.

L'« OBPI » est une technique passive de gestion de portefeuille utilisée pour écrire les stratégies qui visent à protéger le capital d'un investisseur. Pour l'élaboration de cette technique, Leland et Rubinstein (1976) se sont inspirés du modèle de Black et Sholes (1973).

Plus précisément, ils ont utilisé la technique du portefeuille répliquant de Black et Sholes pour l'élaboration d'une technique d'assurance de portefeuille ou le gestionnaire répartit ses fonds entre les obligations zéro coupon ou un actif monétaire (équivalent de l'actif sans risque de Black et Sholes) d'une part et un actif risqué et des options d'autre part.

La « CPPI » ou la méthode d'assurance de portefeuille à coussin⁹ a été développée par Black et Jones en 1987 et elle a fait l'objet d'une amélioration par Perold et Sharpe en 1988 suite au crash¹⁰ boursier de 1987. L'avantage de cette technique est qu'elle garantit une gestion dynamique du fonds en fonction des variations du marché. De ce fait, le gestionnaire du fonds rebalance sa position tout au long de la période d'investissement afin de s'assurer que le montant investi sur l'actif risqué est toujours égal à une proportion fixe de coussin. Ce coussin peut être défini comme la différence entre la valeur liquidative et le Plancher¹¹. C'est donc le montant théorique maximum que la compagnie peut perdre sur une période sans entamer la garantie du capital. Le principe de cette méthode est donc simple. Il consiste à allouer une partie du capital à l'investissement dans des actifs non risqués (comme les obligations et les fonds monétaires) et l'autre partie à l'investissement dans des actifs risqués (comme les indices boursiers, les actions, etc.). Puis, en fonction de l'évolution des actifs risqués, des règles mécaniques d'achat et de vente sont appliquées en fonction des paramètres¹² fixés d'avance.

Selon Perold (1986), l'assurance du portefeuille a deux buts essentiels :

- Garantir à l'investisseur un pourcentage de son investissement initial fixé au préalable, quelles que soient les évolutions futures de l'actif financier (risqué) de référence.
- Accorder à cet investisseur la possibilité de bénéficier de la situation haussière du marché (de l'actif de référence).

Selon Hilli et al (2007), cette technique permet également à la compagnie de profiter de l'effet de levier du marché dans la mesure où elle permet à l'investisseur de limiter ses pertes lorsque le marché est fortement baissier et de tirer profit des périodes haussières. La structure de performance asymétrique des portefeuilles gérés repose en grande partie sur la détermination d'un paramètre essentiel qui définit l'exposition du portefeuille au risque. Ce paramètre est

¹⁰ Le lundi 19 octobre 1987 connu sous le nom de « Black Monday » ou le Dow Jones avait perdu 108.35 points en une séance boursière.

¹¹ La valeur minimale du portefeuille acceptable pour l'investisseur à maturité.

¹² Comme le plancher, le coussin,...

appelé le « *multiple cible* » qui peut être défini comme l'inverse de la perte potentielle maximale que peut subir l'investisseur sur la composante risquée, pendant une séance boursière, sans toucher le capital initial.

Bien que la mise en place de cette technique soit relativement simple, elle nécessite un rebalancement périodique afin de garantir son efficacité. Donc, ce besoin de suivi permanent de l'allocation initiale du capital rend la gestion du portefeuille selon cette technique lourde. D'autres critiques ont été adressées à la CPPI. Nous citons, à titre d'exemple, le risque de monétisation ou encore « *cash locked* ». Ce risque supporté par l'investisseur dans le cas où le marché est baissier. Selon Mailys (2010), il est associé aux situations dans lesquelles une baisse des cours des marchés des actifs risqués oblige le gestionnaire à investir la totalité du capital dans des actifs sans risques pour protéger la valeur plancher à l'échéance. Dans ce cas, le portefeuille est dit désactivé ou « *locked in* ». Il offrira donc à l'investisseur le niveau de capital convenu initialement, mais sa performance à l'échéance sera donc inférieure à la performance attendue. Ainsi, cette stratégie agit de manière exclusivement procyclique car elle crée de la valeur uniquement lorsque la tendance du marché est claire et dans des situations de stabilité et de certitude, ce qui est extrêmement rare en réalité. De plus, elle est dépourvue de mécanismes de correction permettant de compenser les fluctuations extrêmes. Donc, il est plus bénéfique pour l'investisseur de faire appel à une stratégie qui intègre les mécanismes de régulation de marché comme le mécanisme de « *retour à la moyenne* » ou « *mean reversion* ¹³».

Enfin, malgré ces défaillances et les critiques correspondantes, cette technique connaît un grand succès depuis son introduction dans les années 80 et jusqu'à nos jours.

III. Les méthodes de programmation dynamique et stochastique

L'objectif de cette partie est de présenter les méthodes de résolution des problèmes d'optimisation stochastique de la gestion d'actifs. Selon la littérature, la résolution de ce type de problèmes se fait selon deux approches empruntées de la discipline de la recherche opérationnelle : la programmation dynamique « *Dynamic Programming* » et la programmation stochastique « *Stochastique Programming* ».

¹³ Le retour à la moyenne est le nom donné à divers processus par lesquels des variables telles que des prix, des taux, et des volatilités ont tendance à retourner à une valeur moyenne après avoir atteint des valeurs extrêmes.

Cette nouvelle approche de gestion d'actif-passif a été développée principalement pour pallier aux insuffisances des techniques classiques de gestion d'actifs. Ainsi, comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, la modification du paysage réglementaire avec la mise en place du référentiel solvabilité 2 et l'adaptation des nouvelles normes IFRS ont impacté profondément la vision des risques en assurance et particulièrement le risque financier. Ceci a incité les assureurs à mieux apprécier et analyser l'impact de leurs risques sur la situation financière de la compagnie.

Des méthodes sophistiquées ont été proposées pour aborder ce problème de gestion dynamique des risques affectant la situation financière des compagnies d'assurances. Ce sont, en général, des modèles théoriques complexes et très élaborés et qui offrent à l'entreprise la possibilité de mieux maîtriser ses risques afin de garantir sa solidité financière.

Dans le cadre de cette partie, nous présentons brièvement les deux techniques de résolution de problèmes d'optimisation : les techniques de programmation dynamique et de programmation stochastique. Pour la technique de programmation dynamique, elle a été introduite la première fois par Bellman, dans les années 50, afin de résoudre les problèmes d'optimisation. Puis, elle a été utilisée dans de nombreux travaux de recherche sur le sujet d'optimisation de la prise de décision sous l'incertitude.

Selon Duharcourt (1969), la programmation dynamique est une technique d'optimisation des processus de décisions séquentielles. Il considère que les problèmes de choix économiques et de prise de décisions stratégiques doivent être traités d'une manière dynamique et pour résoudre ces problèmes il ne suffit pas de prendre les décisions d'une manière isolée.

Donc, il s'agit d'une méthodologie générale pour concevoir des algorithmes permettant de résoudre efficacement certains problèmes d'optimisation.

L'objectif d'un problème d'optimisation est de chercher la solution qui optimise un certain nombre de critères à un problème, parmi un ensemble de solutions possibles. Il s'agit par exemple de trouver la meilleure structure d'actifs qui maximise le rendement de la compagnie. La résolution de ce type de problème se fait en général soit à partir d'une approche martingale¹⁴ comme le cas de Cox et Huang (1989) ou à partir du contrôle stochastique comme les modèle de Merton (1971) et Bellman (1957).

Selon Faleh (2011), cette technique constitue un outil très puissant et utile dans le domaine de la finance pour la résolution des problèmes simples.

¹⁴ Une technique utilisée en théorie de jeu, elle donne l'illusion d'augmenter les chances de gain aux jeux de hasard tout en respectant les règles de jeu.

En dépit de ces avantages, elle présente quelques inconvénients. Son inconvénient majeur est qu'elle est efficace uniquement dans le cas des problèmes d'optimisation simple et ne permet pas de traiter des systèmes d'optimisation complexes et réalistes. De plus, Faleh (2011) a montré que l'augmentation du nombre des variables d'état, notamment avec l'addition d'une contrainte, rend difficile la résolution du problème d'optimisation. Ceci oblige le décideur à fixer les hypothèses simplificatrices afin d'élaborer son modèle or, cela réduit considérablement la fiabilité des résultats obtenues à partir de ce modèle.

De ce fait, d'autres techniques de programmation plus sophistiquées ont été proposées pour permettre au gestionnaire de résoudre des programmes d'optimisation plus complexes. Ce sont les modèles de programmation stochastique qui font appel à des outils mathématiques poussés et qui sont capables de résoudre des problèmes intégrant un nombre important des contraintes.

Felah (2011), a défini cette technique comme étant un outil de programmation mathématique dans lequel certains des paramètres du problème étudié sont aléatoires.

Miller (2009) l'a défini comme « *l'application de la programmation mathématique aux problèmes avec les données qui ne sont pas déterministes, mais qui peuvent être décrites par une distribution.* ».

Cette approche nécessite donc l'approximation des éléments aléatoires affectant la situation financière de la compagnie d'assurance par des scénarii.

Ainsi, l'utilisation de cette technique nécessite également d'exprimer la source d'incertitude sous la forme d'une structure arborescente qui représente de façon claire et intuitive les aléas relatifs au processus de prise de décisions. Cette structure arborescente présente l'avantage de simplifier la projection des scénarios économiques et financiers et ainsi que son interprétation par le décideur.

Selon les travaux de la COSP¹⁵, la programmation dynamique est « *un cadre de modélisation des problèmes d'optimisation incluant l'incertitude* ». Les chercheurs de ce comité considèrent que, cette méthodologie cherche à présenter la solution optimale d'un problème d'optimisation en se basant sur le fait que la distribution de probabilité des données est connue ou qu'elle peut être estimée.

¹⁵ « Committee on Stochastic Programming » ou encore le comité de programmation stochastique est un groupe de chercheurs dans le domaine de développement des modèles et des méthodes de résolution de problèmes de décision sous incertitude.

La première tentative d'application de cette approche à la problématique d'allocation d'actifs a été faite par Kallberg, White et Ziemba (1982) et depuis, plusieurs travaux d'allocation d'actifs à l'aide de la programmation stochastique ont été développés. Nous citons, à titre d'exemple, le modèle présenté par Consigli et Dempster en 1998 connu sous le nom « *Gestion actif-passif assistée par ordinateur* » ou en anglais « *Computer-aided asset/liability management : CALM* ». Ces auteurs ont proposé ce modèle d'ALM dynamique en intégrant l'incertitude affectant le portefeuille d'actif de la compagnie ainsi que ses engagements.

Enfin, nous rappelons que le développement de la programmation stochastique a été encouragé par la puissance des outils informatiques. Ceci permet aux utilisateurs de développer des modèles d'optimisation stochastiques ou d'ajouter les aspects stochastiques aux modèles déterministes compliqués et difficiles à résoudre. Donc, nous pouvons dire que la programmation stochastique constitue un outil précieux de planification stratégique et d'aide à la décision sous incertitude.

CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes classiques de gestion d'actif-passif des compagnies d'assurances. Nous avons remarqué tout au long de ce chapitre qu'il existe une riche littérature traitant de ce sujet. Néanmoins, tous les modèles proposés restent incapables de donner une réponse exhaustive aux attentes des gestionnaires appelés à prendre des décisions.

Ce problème est donc le problème d'investissement du gestionnaire d'actif qui cherche à maximiser le rendement espéré de son portefeuille tout en respectant les contraintes économiques et réglementaires de la compagnie. Pour mettre l'accent sur l'importance de ce problème, nous avons revisité la littérature portant sur la détermination d'une allocation stratégique d'actifs pour une compagnie d'assurance. Nous avons présenté, en premier lieu, les modèles statiques d'ALM et principalement les techniques d'adossement de portefeuille et les modèles d'allocation d'actifs basés sur la notion « d'optimisation de surplus ». Bien que ces modèles soient très utiles pour le gestionnaire d'actifs en termes de simplicité et de facilité de mise en place, ils font l'objet de nombreuses critiques surtout en raison de leurs hypothèses simplificatrices. Ils ont été critiqués également du fait qu'ils présentent le risque d'induire le gestionnaire d'actifs en erreur. De ce fait, il était devenu nécessaire de proposer des techniques alternatives qui répondent aux difficultés majeures des méthodes statiques d'allocation d'actifs.

Avec le développement des outils informatiques et des techniques de programmations, une nouvelle approche de gestion actif-passif a été développée. Cette nouvelle approche propose aux gestionnaires d'actifs des modèles dynamiques. Pour montrer l'utilité de ces modèles, nous avons présenté brièvement deux approches des modèles dynamiques: les techniques d'assurance de portefeuille et les techniques de programmation dynamique. Comme nous l'avons évoqué précédemment, ce besoin de développement des nouvelles techniques de gestion d'actif-passif a été également motivé par le changement de la conjoncture économique et des transformations de l'environnement réglementaire ces dernières années.

Enfin, pour mieux répondre aux enjeux de l'environnement économique et réglementaire actuel, les compagnies d'assurances sont confrontées à de nouveaux défis. Parmi les défis auxquels sont confrontées les compagnies d'assurances, nous citons la nécessité de développement d'un modèle interne, les nouvelles exigences de reporting, de la bonne gouvernance et l'adoption d'une vision orientée vers tous les « ayant droits » ou « stakeholders » de la Compagnie d'assurance et non pas uniquement vers les assurés ou les

actionnaires. Dans ce contexte, nous proposons à notre entreprise de parrainage « GAT Assurances » une nouvelle approche de gestion de ses actifs à travers une modélisation de type DFA « *Dynamic Financial Analysis* ». Le chapitre suivant sera consacré à la présentation de cette approche de gestion actif-passif.

CHAPITRE2 : MODELISATION DE TYPE DFA

INTRODUCTION

L'activité financière constitue une composante essentielle de l'activité d'une compagnie d'assurances. Cette activité se manifeste par les montants importants que les assurances placent dans le marché financier. C'est principalement cette activité d'intermédiation financière qui a rendu l'identification et la maîtrise des risques financiers une préoccupation centrale des assureurs. Avec un environnement économique, financier volatile et un cadre règlementaire en permanente évolution, cette tâche est devenue complexe et plus délicate au vu de son impact sur l'actif et le passif des bilans des compagnies d'assurances. Les sociétés d'assurance travaillent d'une manière permanente à l'adaptation de leur activité aux exigences de ce contexte particulièrement contraint et incertain. Désormais, elles doivent être en mesure d'effectuer des analyses fines et dynamiques de leurs risques pour assurer leur pérennité.

De plus, la gestion réelle d'une entreprise recouvre de multiples décisions concomitantes qui impactent les unes sur les autres. Par exemple, une décision d'accélération de la cadence de règlement des sinistres ne peut pas être déconnectée de la décision d'allocation stratégique des actifs. Pour faciliter la prise de décisions, il serait indiqué pour l'entreprise de disposer d'un modèle qui lui permet de simuler les conséquences possibles de ses décisions stratégiques et la sensibilité de celles-ci aux variations de l'environnement. Ce modèle permettrait notamment d'éclairer la Direction Générale de l'entreprise sur la sensibilité de ses résultats futurs à la variation des marchés financiers.

Pour concevoir cet outil stratégique d'aide à la décision, il est important de se baser sur une réflexion orientée vers la modélisation de la situation réelle de l'Entreprise. Ce type de modèle serait au confluent de plusieurs disciplines à la fois telles que l'actuariat, la finance de marché, l'économie et l'économétrie...

Dans le cadre de ce travail, notre objectif sera de proposer un modèle de type DFA intégrant le plus grand nombre possible des paramètres financiers relatifs à l'activité de notre organisme de parrainage. Scinde en trois sections, ce deuxième chapitre sera donc consacré à la présentation des caractéristiques de base des modèles DFA. La première sera dédiée à la définition de la DFA et à la présentation des origines de cette approche ainsi qu'à

une comparaison entre la DFA en assurance non vie et l'ALM en assurance vie. La deuxième section abordera la structure et la démarche d'élaboration d'un modèle DFA et la dernière sera consacrée à la présentation des étapes d'élaboration d'un modèle DFA.

SECTION1 : PRESENTATION DES MODELES « DFA »

Afin d'éclaircir la problématique de notre travail, cette première section sera consacrée à la présentation de l'Analyse Financière Dynamique (DFA). Nous montrerons en premier lieu la différence entre l'ALM en assurance vie et la DFA en assurance non vie pour justifier la nécessité de recours à ce type de modèle. Puis, nous présenterons un aperçu sur l'origine de cette nouvelle approche ainsi que sa définition.

I. La différence entre l'ALM en assurance vie et la « DFA »

La gestion actif-passif est très différente dans l'assurance-vie et de l'assurance non vie. Cette différence est due à la nature de leurs engagements respectifs ; En assurance vie, l'engagement de la compagnie est généralement fixé à la signature du contrat vu le caractère forfaitaire de cette branche. Par contre, le caractère indemnitaire de l'assurance non vie fait que les engagements d'un contrat ne sont pas quantitativement fixés à sa signature. Donc l'assureur s'engage à verser, en cas de survenance d'un sinistre, une indemnité dont le montant est aléatoire. Étant donnée la corrélation forte qui existe entre la nature de l'engagement d'une compagnie et sa stratégie d'allocation d'actifs, il est nécessaire de développer des outils de gestion d'actif-passif adaptés à ses caractéristiques. De plus, la faible volatilité du passif des assureurs vie justifie le fait que de nombreuses approches d'ALM traditionnelles considèrent le passif comme plus ou moins stable et statique. Or, une telle hypothèse pourrait s'avérer inadéquate en assurance non vie à cause de la forte volatilité du passif de leurs bilans. Donc, les modèles de type DFA sont plus adaptés à l'activité de l'assurance non vie et aux spécificités de leurs bilans.

Ce type de modèle offre également une vision d'ensemble des risques auxquels les assureurs de dommage sont confrontés à savoir le risque de souscription, le risque de provisionnement et le risque financier. Il s'agit donc d'une approche relativement novatrice qui s'appuie sur une nouvelle méthodologie qui considère le spectre complet des éléments

financiers de la compagnie et analyse sa santé bilancielle dans un univers incertain et changeant.

II. Historique de la DFA

L'Analyse Financière Dynamique n'est pas une discipline propre à l'assurance. Elle a été développée dans le secteur industriel dans les années cinquante avant d'être utilisée par les assureurs. Le premier modèle de type DFA remonte aux années 40. Ce modèle est apparu après la Seconde Guerre mondiale dans le cadre des travaux effectués par « *Rand corporation*¹⁶ : *Research and Development* » afin d'améliorer le processus décisionnel de la société aéronautique *Douglas Aircraft Company*. Dans les années 1970, l'un des premiers grands acteurs industriels : *Royal Dutch / Shell* a fait appel à la DFA afin de détecter les scénarii défavorables menaçant sa pérennité. Pour y arriver, ils ont utilisé les techniques de simulation pour anticiper un nombre important des scénarii. Ce travail a été effectué principalement pour détecter les variables auxquelles la position financière de la compagnie est particulièrement sensible. Cependant, ce n'est qu'à la fin des années 80 que la DFA a été utilisée par les compagnies d'assurances. En effet, c'était dans le cadre des travaux de recherches d'un groupe de travail britannique et Finlandais sur la solvabilité des assureurs que cette approche a été transposée à la problématique de la gestion d'actifs des compagnies d'assurances. La préoccupation de ce groupe de travail était de trouver une technique permettant de garantir une évaluation dynamique et prospective de la solvabilité des assureurs britanniques. Grâce à leur travail, une importance particulière a été donnée par les actuaires et les gestionnaires d'actifs à cette nouvelle approche.

Depuis, l'application de la DFA dans le domaine de l'assurance s'est développée grâce aux travaux des actuaires nord-américains de la « *Casualty Actuarial Society (CAS)* ». Néanmoins, cette technique a acquis une reconnaissance dans le monde de la finance et de l'actuariat en tant qu'un outil incontournable de gestion d'actif-passif des assurances non vie après les travaux de la CAS publiés en 1999. Bien que les travaux traitant ce type de modèle soit relativement moins nombreux par rapport aux travaux portant sur l'ALM en assurance vie, ces modèles ont suscité un grand intérêt de la part des compagnies d'assurances dommage.

¹⁶ La RAND Corporation, fondée en 1945, est une institution américaine à but non lucratif qui a pour objectif d'améliorer la politique et le processus décisionnel par la recherche et l'analyse.

III. La définition de la DFA

La DFA ou la « *Dynamic Financial Analysis* » est le nom utilisé pour désigner tous les modèles appliqués pour projeter les résultats financiers d'une entreprise ou une institution financière sur un horizon temporel donné en se basant sur une multitude de scénarii stochastiques. Ce type de modèles s'inscrit dans le cadre d'une tentative novatrice de traiter la problématique de gestion d'actif-passif des compagnies d'assurance non vie. En dehors des aspects techniques de la DFA, son originalité réside dans le fait qu'elle traite la question de gestion d'actif dans le cadre d'une approche interdisciplinaire où s'agrègent des concepts de la finance, de l'actuariat, de la statistique, voire même du management stratégique. De ce fait, depuis son apparition, elle a fait l'objet de nombreux travaux de la part aussi bien des chercheurs que des acteurs du monde professionnel notamment les compagnies d'assurance et de réassurance. En effet, la littérature sur ce sujet est conséquente. Parmi les auteurs qui ont abordé ce sujet, nous citons à titre d'exemple : D'Arcy et al (2004, 1997), Kaufmann et al (2001). De ce fait, les définitions de cette nouvelle approche sont multiples.

Eling et al (2006) ont défini la DFA comme étant une technique de modélisation stochastique qui permet à l'entreprise d'intégrer le plus grand nombre possible de paramètres financiers de l'entreprise. Selon ces chercheurs, un bon modèle DFA doit être en mesure de simuler, de manière stochastique, les éléments de l'actif, les éléments du passif et les relations entre les deux. Ils ont montré également que ce type de modèles est très utile pour le traitement de la problématique de prise des décisions stratégiques en situation d'incertitude. Une autre définition du DFA est donnée par D'Arcy et al (1997). Selon ces derniers la DFA est « *Le procédé d'analyse et d'examen de la structure financière complète d'une compagnie d'assurance, en considérant non seulement les relations entre les différents postes pris en compte, mais aussi la nature stochastique des facteurs qui peuvent affecter le résultat* ». Il s'agit donc d'un examen de la situation financière d'une compagnie d'assurances sur une période déterminée (relativement longue), compte tenu de la corrélation entre les composantes de son bilan et de la nature stochastique des variables qui affectent son résultat. De ce fait, au lieu de s'intéresser à un nombre restreint des facteurs de risque, cette nouvelle méthodologie s'intéresse au spectre complet des éléments financiers de la compagnie. De plus, ces chercheurs ont montré que la DFA présente l'avantage de prendre en compte la dynamique de création de valeur pour les parties prenantes de l'entreprise. Ils considèrent que le passage de l'approche statique à

l'approche dynamique est nécessaire pour appréhender les risques auxquels celle-ci est exposée et garantir ainsi la prise en compte des intérêts de toutes les parties prenantes.

Philbrick et Painter (2001), de leur part, ont défini la DFA en donnant une explication des termes composant l'expression « *Dynamic Financial Analysis* ». Selon eux, « *Dynamic* » signifie stochastique ou variable par opposition au déterministe et statique. Ce terme est utilisé pour refléter l'incertitude inhérente aux flux financiers futurs. Le terme « *Financial* » reflète l'intégration des postes d'actif et du Passif de la société d'assurance. Selon ce concept, les modèles de type DFA s'opposent aux modèles classiques qui ne traitent qu'un risque (souscription) d'une manière isolée. Quant au terme « *Analysis* », il reflète la capacité de ce type de modélisation d'examiner et de réajuster les éléments du modèle et leurs interactions. En outre, ces auteurs ont mis l'accent sur le fait que, dans le cadre de ce type de modèle, les risques ne sont pas analysés en utilisant une approche par « *silo* », mais plutôt selon une approche « *intégrée* » et « *holistique* ». Cette approche consiste donc à gérer les risques de façon globale et totalement intégrée, contrairement à l'approche par silo qui traite les différents risques de façon indépendante.

Wiesner et Emma (2000) ont souligné la nécessité d'abandonner les approches traditionnelles de gestion actif-passif. Dans leur article, ils ont montré les répercussions de l'utilisation de ce type d'approche sur l'efficacité des décisions stratégiques de la compagnie. Donc, pour améliorer la qualité des décisions de l'entreprise, ils ont proposé le recours à des modèles plus sophistiqués qui offrent une image globale de la totalité des flux financiers liés à l'activité de la compagnie à savoir les primes, les prestations, les produits financiers et les flux liés aux opérations de réassurance. Ainsi, ils ont décrit la DFA comme étant un incontournable outil d'aide à la gestion prospective et à la planification stratégique. Selon eux, un modèle de type DFA aide les acteurs de l'entreprise à anticiper les réponses appropriées aux risques inhérents à l'activité de l'entreprise et surtout en matière de gestion d'actif-passif. De plus, ils ont stipulé que la prise de décision selon un modèle DFA suit une approche procédurale basée sur le modèle de prise de décisions de Simon¹⁷. Ce modèle s'appuie sur trois phases « *IMC : Intelligence/Modélisation/Choix* » définies comme suit :

- Intelligence : dans cette phase, le décideur analyse la situation de la compagnie et son environnement afin de détecter les risques qui menacent sa pérennité.

¹⁷ « Decision Making and Problem Solving » Herbert A. Simon et Report of the Research Briefing Panel on Decision Making and Problem Solving; 1986; the National Academy of Sciences.

- La modélisation : elle vise à élaborer un modèle permettant de résoudre le problème identifié.
- Le choix : c'est sélectionner la meilleure solution possible en fonction des critères définis d'avance.

Pour Théron et al (2011), un modèle DFA « est un modèle stochastique intégrant le plus grand nombre possible de paramètres financiers relatifs à une société. ». Ils considèrent que ce type d'approche est loin d'être une simple « approche académique », mais il s'agit plutôt d'une approche empirique fondée en se basant sur la structure réelle de l'entreprise étudiée afin de fournir une information pertinente aux preneurs de décisions.

SECTION 2:LA STRUCTURE ET LA DEMARCHE D'ELABORATION D'UN MODELE DFA

Après avoir présenté la définition et l'origine de l'approche DFA, cette deuxième section sera consacrée à la présentation de la structure et la démarche d'élaboration d'un modèle DFA.

I. L'Architecture du modèle DFA

Pour résumer la démarche d'élaboration d'un modèle de type DFA, nous présentons ci-dessous un schéma simplifié illustrant les principales étapes de déroulement de ce processus. Ce schéma structurel est inspiré de l'article de Kaufmann et al (2001).

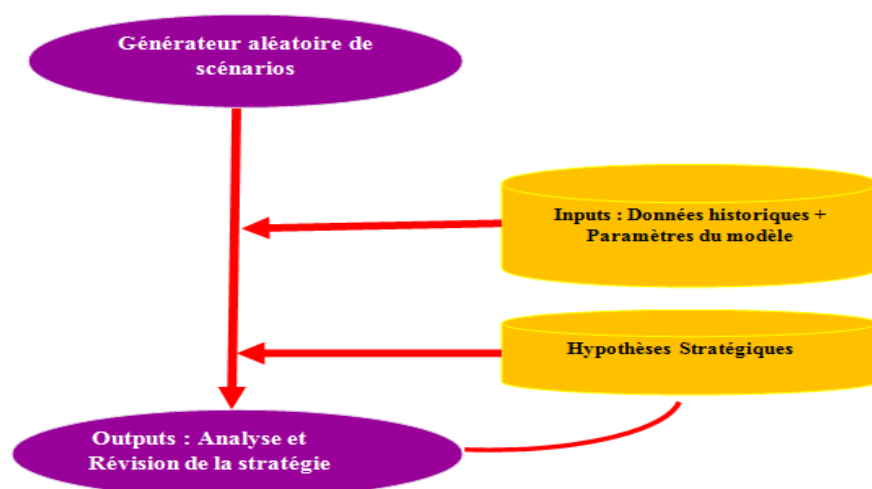


Figure 1:Schéma structurel d'un modèle DFA

Les inputs du modèle sont principalement les données relatives à la performance de la société et de son environnement. Ces données doivent couvrir une période suffisante pour mieux refléter les caractéristiques de l'entreprise. La qualité de ces données est un élément clé pour garantir l'efficacité du modèle. Donc, ces inputs doivent donner une image fidèle des engagements de la compagnie et des flux de ses revenus. Elles doivent également permettre d'identifier les risques auxquels elle est exposée. De ce fait, ces données devront être exhaustives, exactes et pertinentes. Les Inputs comportent également les hypothèses relatives aux paramètres du modèle.

Le générateur de scénarii économiques constitue l'élément de base d'un modèle DFA. Son objectif est de fournir une série de réalisations des variables aléatoires représentant l'activité de la compagnie. Pour assurer l'efficacité des scénarii générés, le gestionnaire doit garantir la fiabilité des données spécifiques à la compagnie, des hypothèses concernant les paramètres du modèle ainsi que des choix stratégiques de la compagnie pour chaque scénario. Selon Kaufmann et al (2001), un générateur de scénarios efficace devrait se focaliser uniquement sur les résultats qui présentent un intérêt particulier pour le top management.

Une fois que les outputs du modèle sont recueillis, l'étape suivante consiste à les interpréter en fonction du problème étudié et des hypothèses fixées d'avance. Cette étape permet de faire apparaître l'influence des facteurs de risque et de certaines décisions stratégiques sur la performance de l'entreprise. Donc, les résultats du modèle DFA sont analysés afin d'affiner et d'ajuster le modèle initial et de proposer de nouvelles hypothèses stratégiques. Cette étape est itérée plusieurs fois jusqu'à ce que les décideurs soient convaincus de la supériorité d'une stratégie sur toutes les autres en fonction du niveau de performance souhaité et l'appétence au risque de l'entreprise.

II. Le champ d'application de la DFA

Comme nous l'avons montré précédemment, les modèles de type DFA sont un outil incontournable de gestion stratégique de l'entreprise (2001). L'objectif principal de ce type de modèle est de constituer un support d'analyse et d'aide à la décision moyennant une évaluation « holistique » de différents risques auxquels les entreprises d'assurance sont confrontées.

Eling et al (2006), Kaufmann et al (2001), ainsi que Wiesner et Emma (2000) considèrent qu'un modèle DFA permet à l'entreprise de simuler, de manière stochastique, les éléments de l'actif, les éléments du passif et les relations entre les deux pour optimiser la qualité de ses décisions notamment en matière de :

- Structure de la réassurance,
- Besoin en capital,
- Allocation du capital entre les catégories de risques,
- Développement de produits et de marché,
- Allocation stratégique des actifs,
- Planification stratégique,
- Mesure de performance,
- Tarification...

Dans notre cas, le modèle à développer aura pour objectif d'optimiser l'allocation stratégique d'actifs. Cependant, moyennant quelques aménagements et quelques fonctionnalités complémentaires à développer, il pourra être utilisé pour répondre aux autres objectifs ci-dessus.

Selon Kaufman et al (2001), un modèle DFA doit être en mesure de répondre aux attentes de toutes les parties prenantes de l'entreprise. Pour cela, le gestionnaire de risque doit identifier, dès le début, qui sont les principaux bénéficiaires de l'analyse et quelles sont leurs attentes. A titre d'exemple, si l'entreprise se focalise uniquement sur l'intérêt des actionnaires c'est-à-dire à maximiser le retour de leur investissement, il n'est pas nécessaire d'intégrer dans le modèle des paramètres reflétant les attentes des autres parties prenantes. Si le souci des acteurs de l'entreprise est de garantir sa solvabilité et sa capacité à honorer ses engagements, l'étude sera focalisée sur des paramètres tels que la capitalisation de la compagnie, la qualité de son portefeuille. Dans ce cas, la situation financière de la compagnie est analysée du point de vue des assurés et des autorités de tutelles contrairement au premier cas qui ne s'intéresse qu'aux actionnaires.

Dans ce même cadre, le « Committee on Stochastic Programming » de la « Casualty Actuarial Society » a mis l'accent sur l'utilité des modèles de type DFA pour l'entreprise. Ce comité considère que « *Le but de la DFA n'est pas de prévoir le futur, mais plutôt de donner aux dirigeants une vision sur la gestion financière de leur société. À l'aide d'outils DFA, les dirigeants devraient pouvoir améliorer leur positionnement en vue de bien absorber les risques assurés, tout en concevant une juste rémunération du capital et en minimisant le risque d'insolvabilité* »

Afin de mieux comprendre l'utilité de cette nouvelle approche pour le processus décisionnel de la compagnie, nous présentons dans ce qui suit une figure inspirée de l'article de Philbrick et Painter (2001). Ce schéma montre que la DFA offre à la compagnie la possibilité de gérer simultanément l'ensemble de ces décisions stratégiques, contrairement à l'approche classique où les décisions sont prises d'une manière indépendante ou par « silos ».

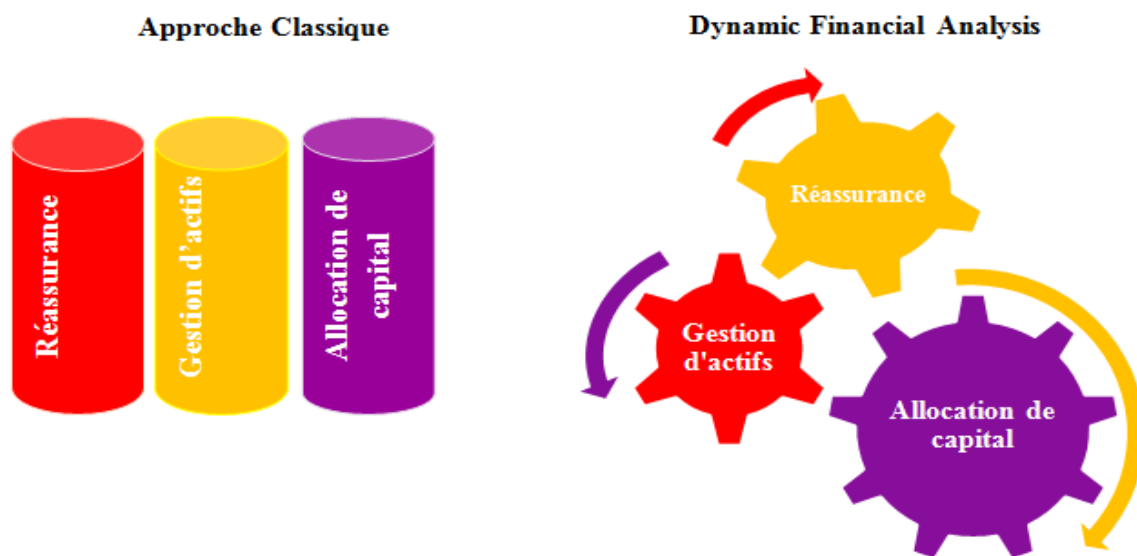


Figure 2: Comparaison entre la prise de décision selon l'approche classique et selon l'approche DFA

Selon ce schéma, la prise de décision selon l'approche classique est généralement par silo, sans prendre en compte l'impact conjoint des différentes décisions sur la situation globale de l'entreprise. C'est à dire que chacune des décisions est prise indépendamment des autres. Donc, la DFA permet à l'assureur d'améliorer l'efficacité du processus de prise de décision et de conférer à l'organisation un avantage concurrentiel. Philbrick et Painter (2001) considèrent qu'avec la complexité croissante de l'activité des compagnies d'assurances, l'intensification des risques et la multiplication des interactions entre ces différents risques, il devenait nécessaire de recourir à cette nouvelle approche scientifique qui assure une vision plus globale

des phénomènes. Pour Pauling et al (2008), la mise en place de cet outil sophistiqué s'explique par la recherche de trois objectifs principaux qui sont :

- Assurer une croissance durable et la pérennité de la compagnie.
- Réduire l'exposition de l'entreprise au risque systémique¹⁸.
- Garantir une allocation optimale des capitaux propres tout en préservant la solvabilité de l'entreprise

Wiesner et Emma (2000) ont également analysé l'apport de la DFA pour le processus décisionnel de la compagnie. Ils ont insisté sur la nécessité de garantir la cohérence entre les objectifs de l'étude et les paramètres du modèle. Par exemple, si l'objectif de l'Entreprise est de maîtriser son risque de souscription, la mesure de risque la plus appropriée pour suivre le respect de cet objectif est le ratio « Sinistres/Prime : S/P ». Si elle cherche à assurer un niveau minimum de rémunération pour ses actionnaires, il est judicieux de suivre l'évolution du ratio retour sur capital investis ou encore la rentabilité des fonds propres « *return on equity* : ROE ».

III. Les facteurs fondamentaux du modèle

Kaufmann et al (2001) et Hettinger (1997) ont mis l'accent sur la démarche de conception d'un modèle de type DFA. Selon ces auteurs, la mise en place de ce type de modèle nécessite la définition de trois principaux facteurs : un « facteur d'optimisation », un « facteur de rentabilité » et un « facteur de risque ». Le « facteur d'optimisation » est défini en fonction de la problématique traitée. Il est exprimé sous la forme d'une fonction « objectif ». La fonction « objectif » la plus utilisée est la fonction qui consiste à maximiser la rentabilité de l'entreprise tout en respectant le niveau de risque toléré par la compagnie. Elle fixe le cadre de la gestion stratégique de la compagnie et définit les mesures de rentabilité et de risque utilisées pour optimiser le couple rendement-risque de la compagnie. La majorité des travaux de recherche présentés par la « *Casualty Actuarial Society* » dans le « *Dynamic Financial Analysis Website* » traitent des problématiques telles que l'allocation stratégique d'actifs, la réassurance optimale, la tarification, l'allocation de capital. A titre d'exemple, Kaufmann et al (2001) ont étudié dans leur article un problème d'allocation d'actifs. Pour ce problème, le facteur d'optimisation est « les placements » de la compagnie. Le choix de cette variable comme facteur d'optimisation a

¹⁸ Risque systémique ou le Risque non diversifiable correspond au risque incompressible attribué à la volatilité du marché. Ce risque n'est pas diversifiable par une optimisation d'un portefeuille de titres. Donc ce risque est rémunéré par les investisseurs sur le marché.

été expliqué en se référant à la théorie moderne de portefeuille de Markowitz, et plus particulièrement à la notion de « frontière efficiente ». Burkett et al (2001) ont également proposé un modèle DFA destiné à optimiser les stratégies de gestion d'actifs et de réassurance. Dans ce cas, les facteurs d'optimisation sont « les placements » et « le programme de réassurance » de la compagnie. Philbrick et painter (2001) ont travaillé sur le problème de détermination du « capital économique » d'une compagnie d'assurance. Le « facteur d'optimisation » dans ce cas est le niveau de capitalisation de la compagnie.

En ce qui concerne le « facteur de rentabilité », le gestionnaire est confronté à un choix parmi un nombre important d'indicateurs de rentabilité. Parmi ces indicateurs nous citons :

- **Return on Equity « ROE »** : C'est le rapport entre le résultat et le capital disponible de l'entreprise pour une période donnée. D'un point de vue économique, ce ratio peut être interprété comme étant la croissance du surplus de l'entreprise sur la période.
- **Risk-Adjusted Return on Capital « RAROC »** : ou encore la « rentabilité ajustée des fonds propres » est le rapport entre le résultat d'une période donnée et le capital ajusté aux risques de la compagnie.
- **Le Surplus Economique** : Il correspond à la différence entre la valeur de marché des actifs et la « fair value » des passifs de la compagnie d'assurances (voir chapitre1).
- **Le Ratio de Couverture de Risque ou « Risk Coverage Ratio – RCR »** : c'est un indicateur de performance rendement/risque utilisé pour suivre la performance financière de la firme.

En général, les entreprises ont tendance à privilégier une mesure de la performance basée sur le résultat comptable. Ce choix est plus aisé car le management de l'entreprise est habitué à gérer la compagnie sous la contrainte d'atteindre un niveau de résultat comptable exigé par la direction. La mesure du risque reflète la variabilité du résultat de l'entreprise. Une mesure de risque efficace devrait respecter certains critères comme la stabilité, la cohérence, la facilité de calcul et surtout la possibilité d'interprétation en termes économiques. Dans la plupart des modèles financiers, le risque est mesuré par la variance de la valeur économique de l'entreprise. Cette mesure de risque est très utilisée, depuis que Markowitz (Markowitz, 1959) a introduit le concept de la « frontière efficiente » et développé la notion d'optimisation du couple « rendement-risque ». Bien qu'elle soit simple à calculer, il n'est pas facile de l'interpréter. De plus, dans le domaine de l'assurance, cette mesure n'est pas satisfaisante car

elle ne prend pas en compte l'information contenue dans la queue de distribution. Il est donc nécessaire de recourir à d'autres mesures de risque pour quantifier les risques inhérents à l'activité de l'assureur. L'entreprise se doit également de choisir des indicateurs clés nécessaires pour le suivi de ses risques. Lors du choix de la mesure de risque et de ses indicateurs clefs, l'entreprise devrait privilégier ceux qui peuvent être facilement intégrés dans le modèle. Pour le choix de ces facteurs, elle devrait garantir que les indicateurs choisis captent les sources de rentabilité et de risque de la compagnie. En pratique, après la sélection de ces paramètres, le rôle d'un modèle DFA sera de résoudre le problème d'optimisation en associant à chaque valeur du paramètre d'optimisation un couple « rentabilité-risque ».

Pour récapituler, le tableau ci-dessous présente quelques exemples de paramètres d'un modèle DFA.

Facteur d'optimisation	Facteur de rentabilité	Facteur de risque
<ul style="list-style-type: none"> ▪ La stratégie d'allocation d'actifs, ▪ Le programme de réassurance, ▪ La politique de tarification, ▪ Le rating... 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Surplus économique attendu à l'horizon considéré ▪ ROE économique moyen sur la période ▪ MCEV à l'horizon considéré ▪ Résultats comptables moyens sur la période ▪ ROE comptable... 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ecart-type (ou semi-écart type) moyen du surplus économique sur la période ▪ Capital at risk (CaR) à 90% ou à 95% du surplus à l'horizon choisi ▪ Tail VAR à 99.5% à 99 % du surplus économique...

Figure 3:Les paramètres d'un modèle DFA

A titre d'exemple, dans le modèle proposé par Kaufmann et al (2001), le recours à la frontière efficiente permet à la Direction d'analyser les résultats des différents scénarii testés. En fonction des mesures de rendement et de risque choisies, les combinaisons optimales d'actifs sont représentées graphiquement dans la figure ci-dessous.

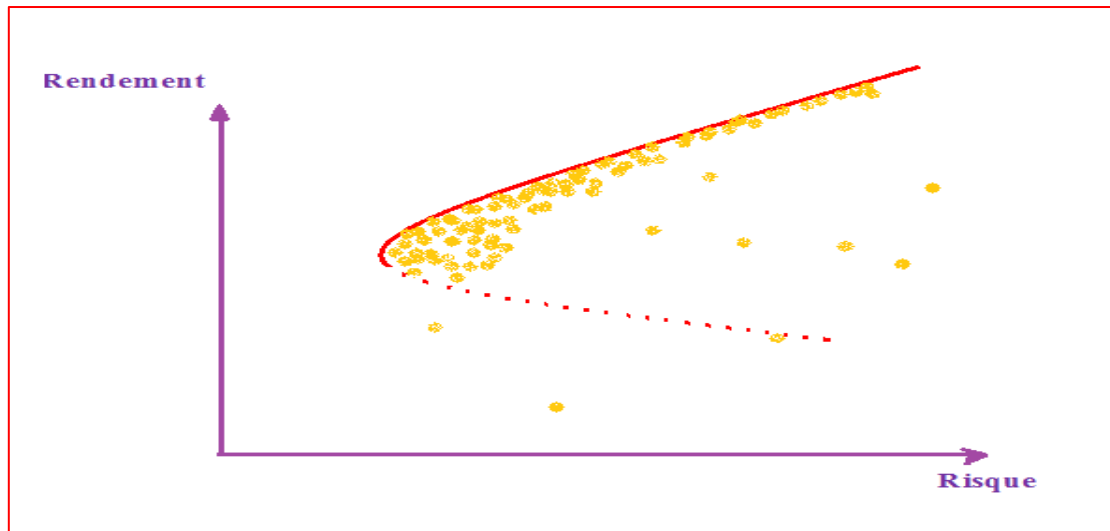


Figure 4:La frontière efficiente

Selon Markowitz (1959), chaque point du graphique correspond à une stratégie. L'allocation stratégique d'actifs est obtenue à travers le choix du meilleur couple rendement-risque. Dans ce cas, la stratégie optimale est la stratégie qui maximise la rentabilité de l'entreprise tout en restant dans le cadre de l'appétit au risque.

SECTION 3 : LES ETAPES D'ELABORATION D'UN MODELE DFA

L'objectif de cette section est de décrire le processus d'élaboration d'un modèle DFA. Nous allons nous focaliser sur le choix des variables de l'étude, l'horizon temporel ainsi que les objectifs stratégiques de la firme. Pour bien comprendre ces étapes, le schéma ci-dessous illustre les étapes permettant d'aboutir à mettre en place un modèle DFA. Ce processus est extrait de l'article de Philbrick et Painter (2001).

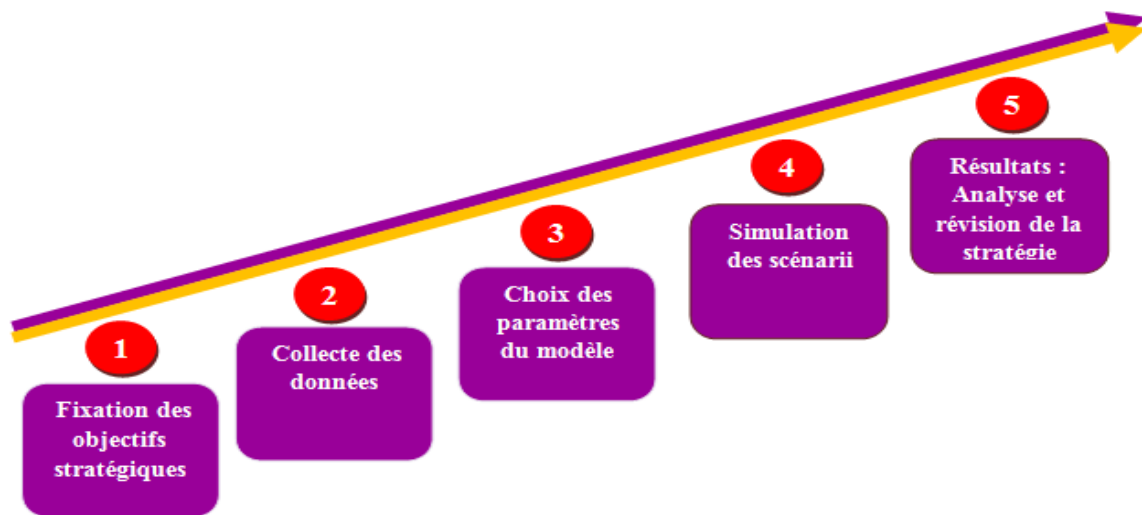


Figure 5: Les étapes d'élaboration d'un modèle DFA

I. La fixation des objectifs stratégiques de la Compagnie

Le plan stratégique de l'entreprise est un ensemble d'orientations dont le rôle est d'encadrer l'activité des directions opérationnelles. Ce sont les objectifs stratégiques à atteindre à des échéances déterminées compte tenu des moyens disponibles et en cohérence avec la vision de l'entreprise. Ce plan couvre en général une période comprise entre trois et cinq ans. Selon de cadre de management des risques « COSO2 », « *En définissant des objectifs, le management peut identifier des critères de mesure de performances en se focalisant sur les facteurs clés de succès.* »¹⁹. En général, le top management définit les objectifs, choisit la stratégie pour les atteindre et décline cette stratégie en objectifs opérationnels.

Dans le cadre de ce travail, la fixation des objectifs stratégiques constitue la première étape d'élaboration d'un modèle prospectif de gestion d'actifs de type DFA. L'importance accordée à cette étape s'explique par le fait que la fixation des objectifs appropriés est un facteur de réussite de toute organisation. Car c'est en fonction de ces objectifs que la compagnie identifie les risques qui peuvent menacer sa pérennité et prend les actions nécessaires pour les maîtriser ou au moins les encadrer faute de pouvoir les maîtriser totalement.

¹⁹ COSO 2, «Le management des risques de l'entreprise - Cadre de références techniques d'application», IFACI, PWC & LANDWELL, éditions d'organisation.

Pour cela, la fixation de ces objectifs stratégiques devrait être orientée vers la satisfaction des intérêts de toutes les parties prenantes internes et externes de la compagnie et particulièrement les actionnaires, les assurés, les salariés, les autorités de tutelles et les agences de notation. Ces acteurs ont des statuts et des rôles différents au sein ou vis-à-vis de l'organisation. En fonction de ces statuts, leurs intérêts peuvent converger et les pousser à poursuivre les mêmes objectifs. Néanmoins, il existe en général un conflit d'intérêts entre ces intervenants à cause de la divergence de leurs intérêts. Par conséquent, l'entreprise devrait prendre en compte ce conflit au moment de l'élaboration de sa stratégie. Donc, elle est amenée à faire un arbitrage entre les attentes de ces acteurs. Le schéma ci-dessous illustre clairement le problème de multiplicité des intérêts des différents intervenants.

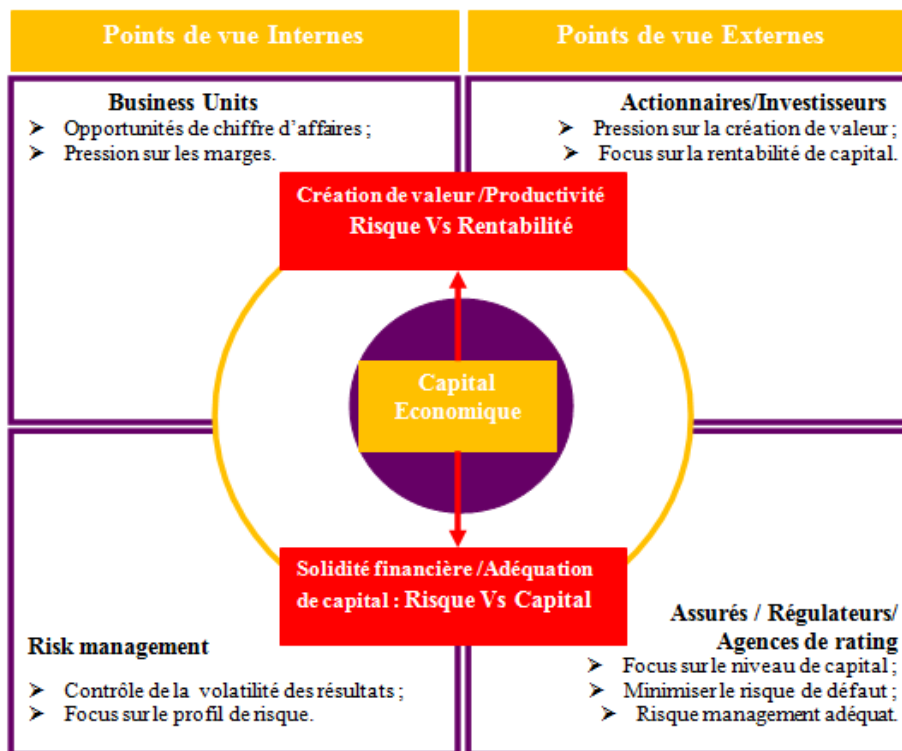


Figure 6: Equilibre des intérêts des parties prenantes internes et externes

Les différents intervenants ont donc leurs objectifs propres. Ceci rend complexe le processus de planification stratégique. En effet, les actionnaires et les investisseurs s'intéressent, en général, à la capacité de l'entreprise à fournir un bon retour sur leur

investissement. Ils cherchent également à garantir la création de la valeur à long terme²⁰. Les autorités de tutelles interviennent pour protéger les intérêts de la partie faible du contrat (les assurés et les bénéficiaires). À ce titre, elles cherchent à s'assurer que l'entreprise est suffisamment capitalisée et que ses provisions sont suffisantes. Les agences de notation s'intéressent également à la capacité de la compagnie à honorer ses engagements vis-à-vis des assurés. Ils attribuent une notation en fonction des facteurs liés à la performance et la maîtrise de risque de l'entreprise.

La détermination des orientations stratégiques de la compagnie exige donc un équilibre entre les attentes d'intervenants qui peuvent être souvent en contradiction. A titre d'exemple, une forte rentabilité exigée par les actionnaires incite l'entreprise à prendre parfois des risques excessifs. Or, cette stratégie agressive menace la solvabilité de l'entreprise et sa capacité à honorer ses engagements. Elle est donc en contradiction avec les attentes des assurés des autorités de tutelles et des agences de notation. En général, cet équilibre sera déterminé en fonction du poids accordé par l'entreprise aux différentes parties prenantes internes et externes.

Dans le contexte actuel, la Directive « Solvabilité 2 » et le référentiel « COSO 2 » exigent que les objectifs stratégiques de l'entreprise soient cohérents avec son appétence au risque. C'est-à-dire, il faut aligner l'appétence pour le risque avec la stratégie de l'organisation. L'utilisation d'une modélisation de type DFA dans ce cas est recommandée car ce modèle s'appuie sur une approche intégrée qui permet d'appréhender les problématiques de toutes les parties prenantes. Cependant, avant l'élaboration de ce modèle, il faut délimiter son champ d'application. En général, ceci dépend des objectifs stratégiques de l'entreprise. Par exemple, si le plan d'action de l'entreprise est axé sur des objectifs de solvabilité et de disponibilité de capital, un modèle DFA devrait répondre à la question suivante : « Avec quelle fréquence la société risque-t-elle de se trouver dans une situation financière préoccupante ? ». Si l'entreprise élabore un modèle DFA afin d'optimiser son plan de réassurance, le modèle devrait être établi afin de répondre à la question « Quelle est la stratégie optimale de réassurance ? ».

II. Le choix des paramètres du modèle

L'une des étapes primordiales d'élaboration d'un modèle DFA est le choix des paramètres du modèle et principalement l'horizon temporel et les variables de l'étude. Le choix

²⁰ Ceci concerne les actionnaires qui ont une optique à long terme, qui cherchent à garantir la pérennité de l'entreprise contrairement aux actionnaires ayant vision orientée vers le court terme n'ayant pas des perspectives de développement à long terme.

de l'horizon temporel est une décision qui a une importance particulière pour garantir l'efficacité de tout travail de modélisation. Selon Kaufmann et al (2001), ce choix dépend de deux préoccupations principales. D'un côté, la période de projection doit être assez longue afin d'assurer la fiabilité de résultats. Ceci s'explique par le fait qu'une période de projection courte (de 1 à 2 ans) ne permettrait pas d'aboutir à des conclusions intéressantes. De l'autre côté, une trop longue période de projection (20 ans par exemple) augmente considérablement l'erreur du modèle et réduit donc la fiabilité des résultats. Par conséquent, il existe un consensus entre les chercheurs sur le fait que la période de projection « optimale » se situe aux alentours de 10 ans. Cet horizon temporel garantit le meilleur compromis entre l'utilité opérationnelle du modèle et la fiabilité de résultats. En général, la période de l'étude couvre la même durée que le plan d'action de l'entreprise. Elle dépend donc de la volonté de l'entreprise en termes de pilotage des risques. Selon Kaufman et al (2001), la période de projection optimale est comprise entre 5 et 10 ans. Cependant, ceci n'est pas toujours le cas car pour évaluer certains risques comme la retraite, la dépendance, l'assurance construction, le choix d'un horizon plus éloigné est recommandé.

Choisir les variables du modèle nécessite également beaucoup de réflexion pour garantir l'efficacité de celui-ci. En effet, un modèle est une représentation d'un phénomène dans un cadre idéalisé en se basant sur des hypothèses et des règles qui vont servir à sa construction. Il s'agit d'une représentation simplifiée de la réalité. De ce fait, tous les risques ne sont pas nécessairement modélisés. Le choix des risques à modéliser dépend fortement de la situation de l'entreprise ainsi que ses orientations stratégiques. En général, la démarche de sélection des variables de l'étude commence par l'identification de sources de risques. Puis, le gestionnaire du risque doit décider s'il convient de modéliser tous ces facteurs ou uniquement quelques variables parmi eux et de quelle manière. Il doit également analyser les relations éventuelles qui peuvent exister entre ces variables. Selon Kaufamnn et al (2001), pour que le modèle soit acceptable, il doit au minimum prendre en compte les risques suivants :

- Le risque de souscription,
- Le risque de liquidité,
- Le risque financier,
- Le risque de catastrophe.

Selon Théron et al (2011), l'avantage de ce modèle réside principalement dans sa flexibilité et sa capacité à prendre en compte un nombre important des risques. Ils ont montré qu'un modèle DFA donne la possibilité à l'entreprise d'intégrer d'autres catégories de risques comme les le risque de crédit et de change.

Donc, dans le cadre de ces modèles, tous les risques qui affectent l'actif, le passif, la souscription et les investissements financiers doivent être analysés. Toutefois, seuls les facteurs les plus significatifs sont généralement retenus. Kaufmann et al (2001), ont donné une attention particulière au risque de taux. Ce risque se traduit par la vulnérabilité de la compagnie d'assurance à une évolution défavorable des taux d'intérêt. En effet, les mouvements des taux d'intérêt affectent les bénéfices de la compagnie en modifiant le rendement des placements ainsi que les autres revenus et charges sensibles à la variation du taux. Ce risque est particulièrement critique pour les assureurs à cause des montants importants investis en titre à revenu fixe. De plus, dans le cadre de notre problématique d'allocation d'actifs, la modélisation des produits de taux est plus complexe que celle des autres actifs financiers. Donc, la compagnie d'assurance doit être capable de gérer d'une manière prudente ce risque pour garantir sa solidité financière. Blum et al (2004), Théron et al (2011) et Philbrick et Painter (2001) ont également insisté sur la nécessité d'accorder une attention particulière à la modélisation du risque de taux pour augmenter la résistance de la compagnie aux chocs du taux d'intérêt. Après l'identification des variables de l'étude, l'étape suivante consiste à choisir les éléments qui auront une nature variable et ceux qui seront retenus comme étant déterministes.

Comme l'un des objectifs de la DFA est de projeter le bilan et les états financiers de l'institution financière, il est essentiel d'identifier les variables permettant de refléter la valeur réelle de compagnie. Donc, tous les risques qui affectent l'actif, le passif, la souscription et les investissements financiers doivent être pris en compte. Néanmoins, seuls les facteurs les plus significatifs seront généralement retenus en pratique.

Après le choix des variables, nous devons choisir, pour chacune d'elles, le modèle le plus approprié en fonction des objectifs fixés. Cette étape constitue l'objet du chapitre suivant.

III. Les simulations

Ces dernières années, les méthodes stochastiques sont de plus en plus utilisées en tant qu'outil de modélisation des flux financiers des institutions financières. Reconnaissant le rôle important des méthodes stochastiques, en particulier en matière de conformité à la nouvelle réglementation prudentielle, les entreprises d'assurance doivent déployer un effort considérable pour maîtriser ces méthodes.

En effet, les simulations sont des techniques puissantes pour évaluer le degré d'exposition aux risques d'un instrument financier. Ces techniques se basent sur des modèles qui reflètent l'incertitude de variables comme le taux d'intérêt, la fréquence des sinistres, etc. Elles génèrent

un nombre important de scénarii pour les variables sous-jacentes, ce qui permet d'avoir une distribution de probabilité des variables étudiées. Elle présente donc l'avantage de décrire clairement et d'une manière pertinente le profil « rendement-risque » de la compagnie.

En ce qui concerne les modèles DFA, le recours aux méthodes de simulations est inéluctable. Ceci est nécessaire pour la modélisation des risques inhérents aux différents éléments du bilan de la compagnie, à savoir l'inflation, le taux d'intérêt, les provisions, etc. De plus, cette technique fournit beaucoup plus d'informations que d'autres méthodes comme le « scénario testing ». Contrairement à ce dernier qui projette dans le futur les résultats obtenus à partir d'une sélection de scénarii déterministes, la DFA offre à l'entreprise la possibilité d'analyser un nombre important de scénarii d'une manière stochastique.

CONCLUSION

Les compagnies d'assurances sont confrontées de nos jours à de nouveaux défis. Ces défis sont liés principalement à l'intensification et l'émergence des nouveaux risques, le changement de la réglementation et la nécessité de restructuration de l'offre de produits. Donc, l'environnement actuel, en pleine mutation, pousse les assureurs à modifier leur stratégie. De plus, cette transformation profonde nécessite une forte capacité d'adaptation afin de garantir la pérennité de la compagnie. Eu égard à ces changements, l'étude de la résistance de la compagnie nécessite une analyse rigoureuse des facteurs de risque et de liens de dépendance entre ces derniers. Pour ce faire, la gestion de ces risques devrait être menée selon une approche intégrée permettant d'optimiser les décisions stratégiques de l'entreprise et notamment la décision d'allocation d'actifs qui fait l'objet de ce travail.

Dans ce chapitre, et dans le cadre d'une tentative d'optimiser la gestion d'actif-passif de notre compagnie de parrainage GAT Assurances, nous avons présenté une méthode sophistiquée de modélisation des états financiers d'une compagnie d'assurances non-vie : la DFA. Cette approche s'appuie sur une modélisation de l'actif et du passif de la compagnie et simule ses cash-flows futurs afin de proposer la meilleure stratégie de gestion d'actifs. En nous inspirant des travaux de Kaufmann et al (2001), nous avons exposé l'architecture générale du modèle. Selon ces derniers, l'un des principaux atouts de la DFA est sa capacité à fournir une évolution holistique de différents risques inhérents à l'activité de la compagnie. Ainsi, nous avons présenté les différents aspects relatifs à l'élaboration d'un modèle DFA, à savoir le choix de l'horizon temporel et des variables d'étude. Nous avons également essayé de montrer l'utilité de ce type de modèle, en tant qu'outil incontournable d'aide à la décision, pour optimiser l'activité d'une compagnie d'assurance.

Nous consacrerons les chapitres suivants à la présentation de l'architecture détaillée du modèle DFA .

PARTIE EMPIRIQUE

CHAPITRE 3 : MODELISATION DES PROVISIONS ET DU RISQUE DE PROVISIONNEMENT DU PORTEFEUILLE AUTOMOBILE CORPOREL

INTRODUCTION

La modélisation du bilan d'une compagnie d'assurance soulève plusieurs difficultés que ce soit en termes des variables à intégrer, de la qualité des données utilisées, de la méthode utilisée pour le calibrage des paramètres des modèles stochastiques envisagés pour la projection, de la validité des hypothèses fixées ou de la fiabilité des résultats obtenus. C'est un travail considérable tant dans la construction que dans la collecte de données et l'alimentation du modèle. Il nécessite une connaissance parfaite des caractéristiques de l'entreprise.

Notre travail consiste à essayer d'élaborer un modèle DFA permettant d'optimiser la gestion d'actifs de notre organisme de parrainage. Il s'agit d'un objectif très ambitieux et difficile à atteindre dans une seule tentative. Compte tenu de cette contrainte, nous proposons un modèle simplifié qui modélise les risques inhérents à une seule ligne d'activité, « Automobile-Risques corporels ».

Dans ce premier chapitre de la partie empirique, nous allons nous concentrer uniquement sur la modélisation du passif du bilan², notamment, les provisions pour sinistres à payer rattachées à la ligne d'affaires étudiée. Cet intérêt accordé à la modélisation du passif du bilan s'explique principalement par le poids important que représentent les provisions de sinistres dans le bilan de la compagnie.

Dans la première section, nous commencerons par analyser la situation actuelle de l'entreprise et de ses principaux indicateurs d'activité afin d'expliquer le choix de la ligne d'activité « auto-corporel ». Dans la deuxième section, nous allons nous concentrer sur la modélisation du risque de provisionnement de cette branche. Pour y arriver, nous utiliserons trois méthodes de provisionnement: la méthode de « Chain ladder », la méthode de « Mack » et la méthode de « Bootstrap ».

SECTION 1 : LA SITUATION INITIALE DE LA COMPAGNIE

I. La structure du chiffre d'affaires

La composition du chiffre d'affaires du GAT assurance est représentative de la tendance générale du marché d'assurance tunisien. En 2016, le chiffre d'affaires de la compagnie a enregistré une croissance de 3% par rapport à 2015 pour atteindre 138.2 millions de dinars. Comme le montre la figure ci-dessous, la structure du chiffre d'affaires se caractérise par la prédominance de la branche automobile qui représente plus de la moitié des primes émises et acceptées (48 %) en 2016. L'assurance santé (groupe maladie) occupe la deuxième place avec un pourcentage de 20% en 2015. La 3^{ème} place est occupée par la branche incendie.

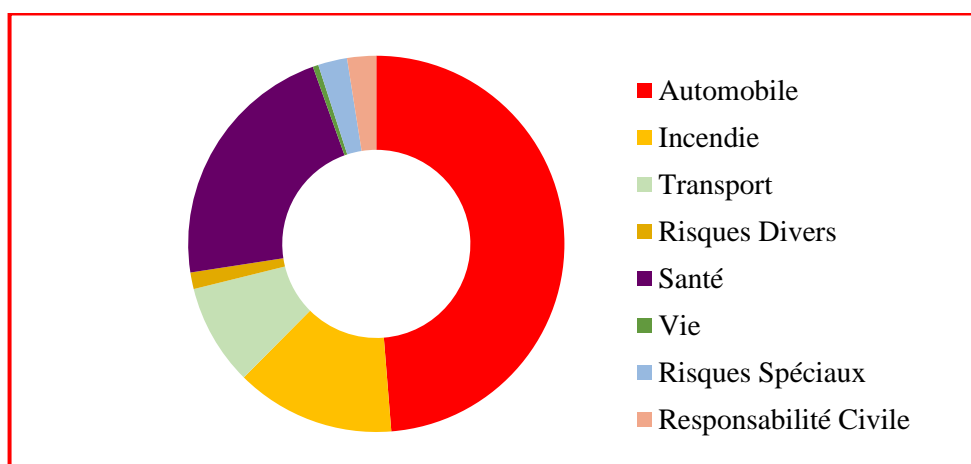


Figure 7: Répartition du chiffre d'affaires de la compagnie en 2016

II. La Structure des provisions

En 2016, les provisions techniques de la compagnie ont atteint 207,6 millions de dinars. Elles constituent la principale rubrique du passif du bilan. Selon la figure ci-dessous, nous remarquons que la compagnie respecte la réglementation en vigueur²¹, relative aux conditions de représentation des provisions techniques.

²¹Arrêté du ministre des Finances du 27 février 2001,

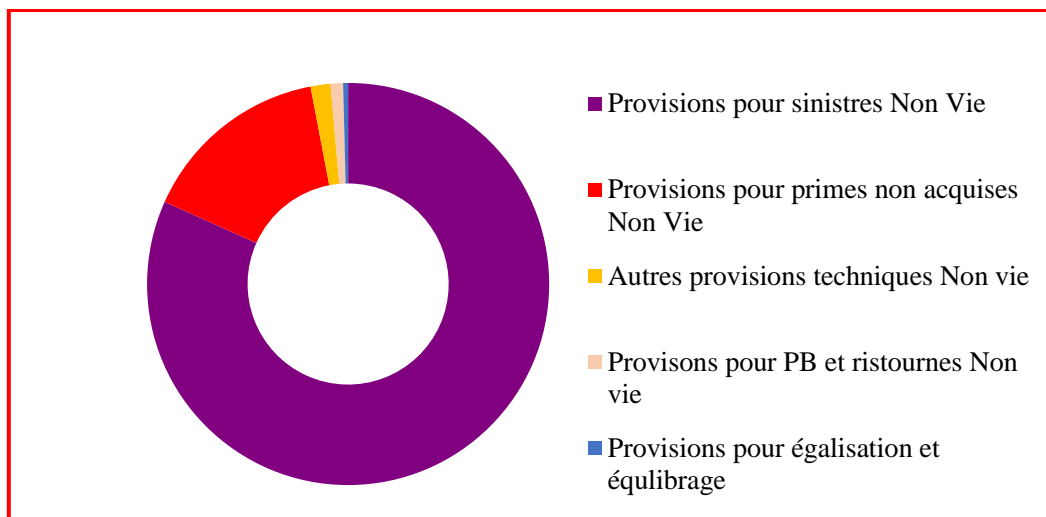


Figure 8: Répartition des provisions de GAT assurances au 31/12/2016

Nous remarquons que la PSAP représente la part la plus importante (80%) des provisions techniques. Ces montants colossaux sont destinés à couvrir les engagements de la compagnie vis-à-vis des assurés et des bénéficiaires de contrats d'assurance. La deuxième catégorie des provisions qui représente un pourcentage non négligeable des provisions techniques de la compagnie sont les provisions pour primes non acquises.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons uniquement à la détermination du montant des provisions pour sinistre à payer qui représente l'essentiel des provisions techniques à constituer par la compagnie.

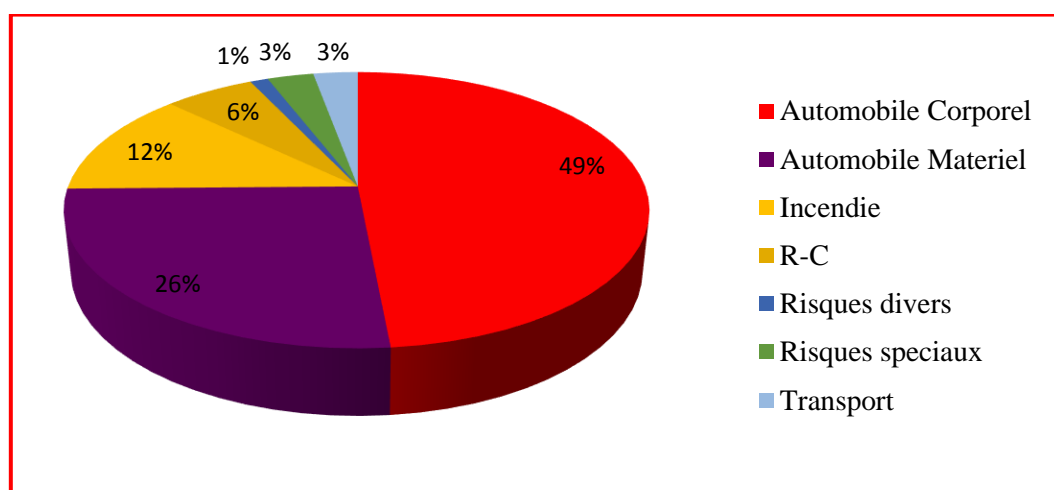


Figure 9: Répartition des PSAP par branche au 31-12-2016

La figure ci-dessus montre la structure des provisions pour sinistres à payer de la compagnie au 31/12/2016. Nous remarquons que la branche auto-corporel absorbe la moitié de

ces provisions. Par ailleurs, plus de 75% de ces provisions sont destinées à couvrir l'engagement de la compagnie pour faire face à ses sinistres automobiles (matériel et corporel). Donc, dans l'objectif de proposer un modèle qui tente de reproduire la structure des provisions de la compagnie, nous allons nous focaliser sur la détermination du montant des PSAP de la ligne « auto-corporel ».

III. Structure des placements

Les placements du GAT assurance ont atteint 235 799 milles DT à fin 2016, soit une augmentation de 6.6 % par rapport à 2015. Conséquence de cette évolution, le résultat des placements s'est situé à 12,8 millions de dinars contre 9,4 millions en 2015 soit, une augmentation de 3.4 millions de dinars ou de 3.17 %. Ce montant important est réparti entre les différentes classes d'actifs prévues par le catalogue de placements tel que défini par l'arrêté du ministre des Finances du 27 février 2001 et modifié le 28 mars 2005 et le 3 mars 2012.

Comme le montre le graphique ci-dessous, les actifs obligataires, les actions cotées et les placements monétaires représentent la part la plus importante des placements de la compagnie. Ces actifs absorbent 90% des investissements de la compagnie.

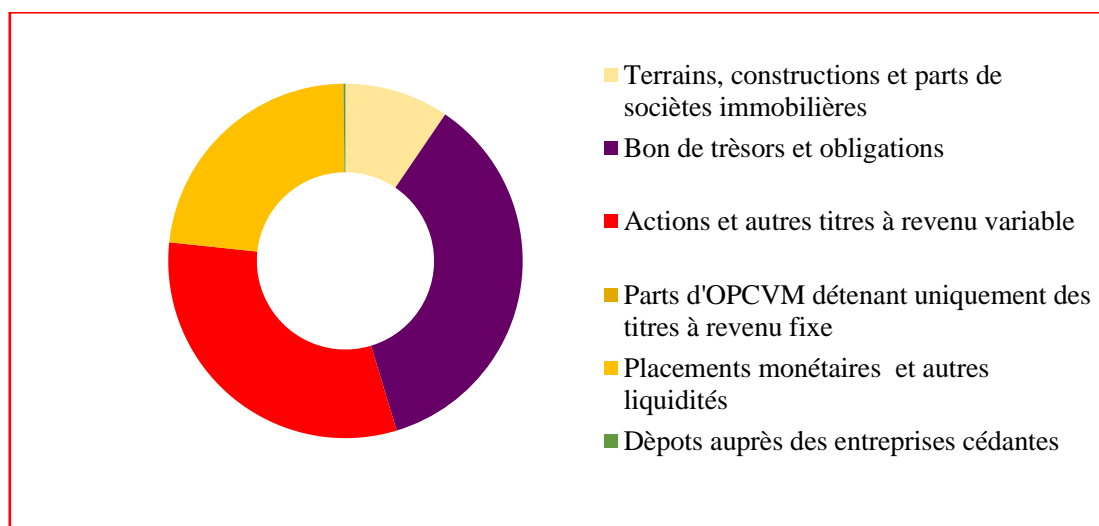


Figure 10: Structure du portefeuille placement par catégorie de titre à fin 2016

Le graphique ci-dessous montre que le portefeuille de la compagnie reflète une structure de placement stable. La proportion des placements monétaires et autres liquidités dans le portefeuille de la compagnie a fortement augmenté sur les six dernières années. Cette

proportion était de l'ordre de 12% en 2009. Elle a été multipliée par deux pour atteindre 23.2% en 2016. Parallèlement, l'immobilier, qui représentait 15% en 2009, représente actuellement moins de 10% des placements de la compagnie.

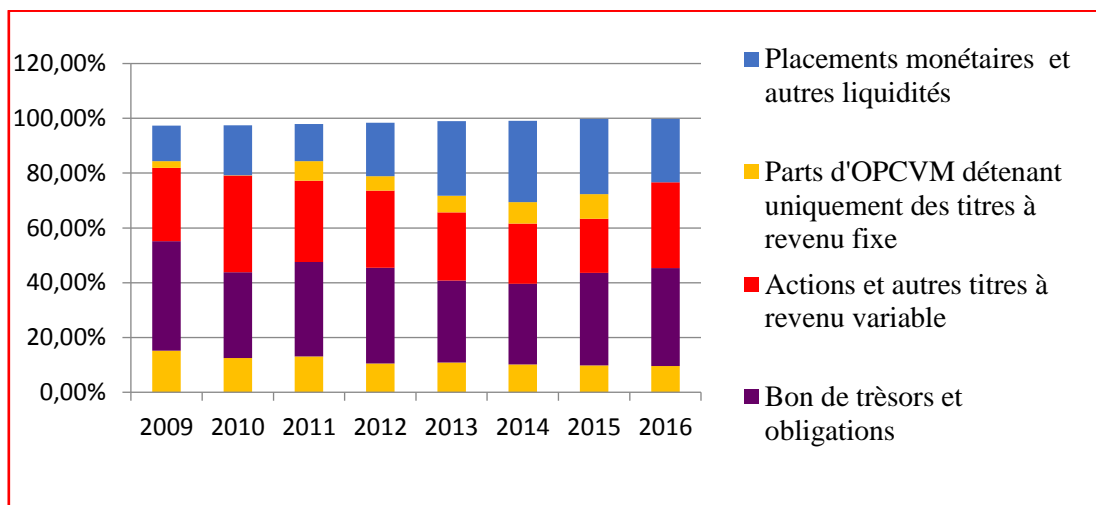


Figure 11: Evolution de la structure de placement de la compagnie entre 2009 et 2016

Le total de ces actifs placés en représentation des provisions techniques permet à la compagnie de garantir un taux de couverture de l'ordre de 116,25 % en 2016 contre 104.2 % en 2015. Nous pouvons donc dire que cette allocation garantit à la compagnie la sécurité requise en matière de récurrence des revenus et de rentabilité attendue tout en respectant la contrainte réglementaire.

SECTION 2 : MODELISATION DU PASSIF

Le passif du bilan d'une compagnie d'assurance est composé principalement de provisions techniques. Donc, dans une démarche de modélisation dynamique de l'entreprise, nous devons connaître les spécificités des risques liés à ces provisions. Dans le cadre de ce travail, nous nous limiterons à l'étude du 'risque de provisionnement' lié à une seule ligne d'activité qui est l'« auto-corporel » qui absorbe la moitié des provisions pour sinistres à payer de la compagnie en 2016. Nous avons jugé judicieux de travailler sur un seul portefeuille à cause du caractère hétérogène des lignes d'activité. En effet, l'assurance non vie englobe des risques très hétérogènes. Les modéliser de manière agrégée n'est donc pas optimal.

Pour modéliser le 'risque de provisionnement' et déterminer la charge ultime de sinistres, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Le montant des provisions est

souvent calculé par des méthodes déterministes prudentes fondées sur des hypothèses restrictives d'estimation des charges ultimes des sinistres comme les méthodes de « Chain ladder », de « London-Chain », de « Bornhuetter-Ferguson », etc. Cependant, dans le contexte actuel, il est nécessaire de faire appel à des méthodes stochastiques plus sophistiquées, comme la méthode « Mack », « Bootstrap » et « GLM », pour l'estimation de la charge ultime des sinistres, etc.

Dans notre étude, nous avons utilisé la méthode de Chain ladder²². Il s'agit d'une méthode déterministe fréquemment utilisée qui s'applique sur les données historiques des sinistres (triangles de paiements cumulés ou triangles de charges). Cette méthode nous a permis uniquement d'avoir une idée sur le montant espéré (en moyenne) des provisions sans prendre en compte la volatilité des valeurs de ces dernières. Puis, pour avoir une idée sur l'incertitude inhérente à cette prévision, nous avons utilisé des méthodes stochastiques de provisionnement. De nombreuses méthodes stochastiques ont été développées depuis les années 80. Ces méthodes complètent les méthodes déterministes afin d'estimer l'incertitude liée aux résultats fournies par les premières. L'utilisation de ces techniques, naguère facultative, est devenue une incontournable après la mise en place du dispositif de solvabilité 2 qui exige une marge de prudence supplémentaire sur les provisions techniques afin de maîtriser le risque lié à sa volatilité. Outre la méthode de Chain ladder, nous avons donc utilisé les méthodes stochastiques de Mack et de Bootstrap pour une estimation prudente de la charge ultime liée au portefeuille étudié.

Avant de passer à la détermination du montant des provisions de la branche étudiée, nous expliquons dans le paragraphe suivant la composition des provisions techniques de la compagnie.

I. La composition des provisions techniques de la compagnie

Les provisions des sinistres à payer se décomposent comme suit :

²² Chain ladder standard sans aucune exclusion et sans facteur de queue.

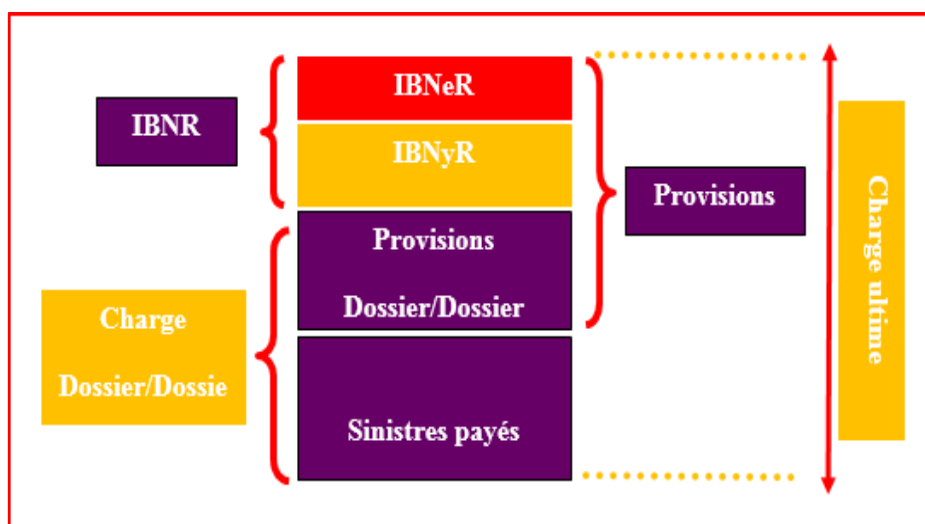


Figure 12: Répartition de la charge ultime des sinistres

Comme le montre le graphique ci-dessus²³, la charge ultime de sinistres d'une compagnie d'assurance à une date donnée est répartie en quatre éléments :

- Les provisions « dossier/dossier » pour les sinistres survenus « Incurred Claims », constituée à l'ouverture d'un dossier sinistre par le gestionnaire de sinistres suite à chaque déclaration²⁴ et selon le processus de gestion des sinistres de la compagnie.
- Les sinistres payés correspondent aux montants déjà réglés au fur et à mesure de la vie d'un dossier sinistre.
- Les IBNeR « Incurred But Not enough Reported » sont des provisions constituées pour faire face aux besoins liés aux sinistres déclarés mais non suffisamment provisionnés. Elles sont destinées à compléter l'insuffisance du montant des provisions dossier par dossier.
- Les provisions IBNyR « Incurred But Not yet Reported » sont des provisions constituées pour faire face à des sinistres tardifs survenus mais non encore déclarés jusqu'à la date de l'inventaire.

La somme de ces éléments donne la charge ultime de sinistres. Ainsi, à chaque date d'évaluation des provisions, l'entreprise peut réaliser un boni ou un mali de provisionnement

²³Inspiré du mémoire « méthode d'évaluation stochastique des provisions techniques d'une entreprise d'assurance dommages par une approche ligne à ligne » de Phi-Hung LE et Gael VIROT-INSAE Paris

²⁴ Pour les dossiers acceptés.

en fonction de l'évolution du montant de la charge ultime entre deux exercices. Le montant de boni ou mali est déterminé conformément au graphique²⁵ ci-dessous :



Figure 13: Mali de liquidation de la charge Dossier par Dossier de sinistres estimés entre t et t+1

Selon ce graphique, le boni ou mali de liquidation correspond à la différence de la charge ultime de sinistres constatée entre deux dates différentes. C'est le gain (la perte) lié au sur-provisionnement (sous provisionnement) constaté au moment de la réestimation des provisions dossier-dossier lors de l'estimation du coût réel ou le réajustement du montant de la provision constituée. Il correspond également à l'écart enregistré entre le montant de l'indemnité versée à l'assuré et la valeur constituée pour ce dossier sinistre. En général, un Boni reflète une politique de provisionnement prudente.

Dans cette partie, nous avons expliqué quelques notions de base liées à la composition des provisions pour sinistres à payer d'une compagnie d'assurance dommage pour avoir une idée précise sur la provision à estimer. Dans ce qui suit, nous allons présenter les méthodes de provisionnement qui seront utilisés dans ce travail. Nous présentons trois méthodes de provisionnement : la méthode de Chain ladder, la méthode de Mack et la méthode de Bootstrap.

²⁵ Même source que le graphique précédent.

II. La méthode Chain Ladder

1. Présentation de la méthode

C'est la méthode de provisionnement la plus ancienne²⁶ et la plus utilisée par les compagnies d'assurance du fait de sa simplicité et de sa capacité à donner un résultat satisfaisant. Elle constitue la méthode de référence sur laquelle reposent plusieurs autres méthodes actuarielles. Son avantage majeur est qu'elle ne fait aucune hypothèse sur la loi des sinistres. Elle est fondée sur la notion de « facteur de développement » ou « Link-ratio »²⁷, ce facteur f_j est déterminé par la formule suivante :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}$$

Avec i les années de survenance et j les années de développement, variant de 1 à j .

L'application de cette méthode nécessite le respect des hypothèses suivantes :

- ◆ Pour $j = 1, 2, \dots, n$, les facteurs de développement $\frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}}$ sont indépendants de l'année de survenance de sinistre i ,
- ◆ $\forall j \in (0, 1, \dots, n - 1)$, les facteurs de développement respectent l'égalité suivante :

$$\frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}} = \frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \dots = \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}}$$

Avant d'utiliser cette technique, nous avons vérifié la validité de ces hypothèses. Les résultats des tests de validation des hypothèses se trouvent en annexe A.

Les données utilisées pour mener cette étude sont les triangles de la branche Auto- corporel (RC automobile) et plus particulièrement le triangle de charges. Il s'agit de triangles des cumuls de paiements et des sinistres à payer (SAP). Afin de disposer de suffisamment de recul, les données utilisées sont relatives aux années de survenance 2002 à 2016.

²⁶La première application de cette méthode remonte aux années 30.

²⁷Un Link ratio est coefficient de passage entre les différentes années de développement.

2. Résultat et interprétation

La première étape de cette étude consiste à calculer les facteurs de développement. Ils se calculent comme présenté dans la formule ci-dessus afin de traduire le mécanisme de passage d'une année de développement à un autre, ils sont les suivants :

Année	\hat{f}_j en %	Année	\hat{f}_j en %
1	170.53	8	99.46
2	110.32	9	99.27
3	100.90	10	98.97
4	99.78	11	99.29
5	99.62	12	98.77
6	98.38	13	99.67
7	99.09	14	99.99

Tableau 1: Link Ratio de Chain ladder par année de développement

A partir de ce tableau, nous observons une décroissance de facteurs de développement après les trois premières années de développement. Ceci reflète, que, pour un sinistre donné, l'entreprise a tendance à régler ses assurés les premières années. En effet, numériquement, un coefficient de développement supérieur matérialise une croissance de la charge de sinistres (et vice versa). En revanche, un link ratio inférieur à 1 (sauf pour les trois premières années), reflète une décroissance de la charge ultime au fil du temps.

Etant donnée qu'il existe une relation entre le facteur de développement et la cadence de règlement, Nous avons calculé les cadences de règlement de cette branche. Pour une année d'origine i , la cadence de règlement s'obtient à partir des ratios de développement de chaque branche comme suit :

$$Cadence_i = \frac{1}{f_j * \dots * f_{n-1}}$$

L'analyse de cette information est particulièrement utile pour le gestionnaire d'actifs car elle impacte considérablement sa structure de placements. Une branche ayant une cadence de règlement courte requiert une structure de placement différente de celle qui est adaptée pour les branches caractérisées par une cadence longue. A titre d'exemple, si l'entreprise règle rapidement ses sinistres, le gestionnaire d'actifs doit s'orienter d'avantage vers les placements liquides et à court terme comme les placements monétaires, les actions avec une stratégie « *buy low sell high* » ou encore « *Sell In May And Go Away* » pour dégager une plus-value à court terme. Par contre, si la période séparant la date de survenance d'un sinistre et la date de règlement est longue, le gestionnaire d'actifs sera orienté vers des placements de longue durée, plus rentables et moins liquides, notamment, les placements immobiliers, les actions avec une stratégie « *Buy And Hold* » .

Dans notre cas, le développement de la charge ultime du portefeuille auto-corporel par année de survenance se présente comme suit :

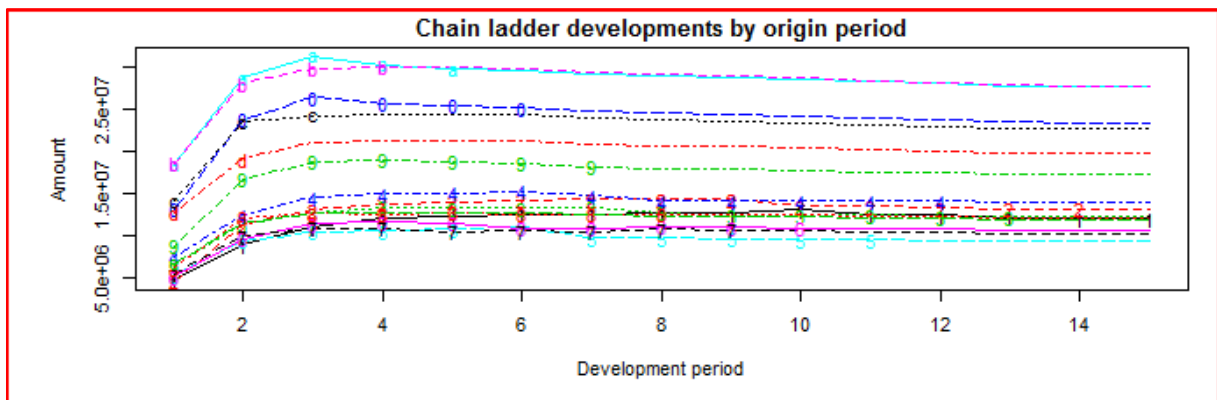


Figure 14: Évolution de la charge ultime de sinistres par année de survenance

Comme le montre cette figure, nous remarquons une stabilité de la structure de ce portefeuille. Nous observons que la charge constatée par l'entreprise la première année est relativement faible, elle augmente dans les trois années suivantes, puis elle a tendance à se stabiliser dans les exercices suivants. Ceci est confirmé à travers l'analyse du développement des charges par année de survenance.

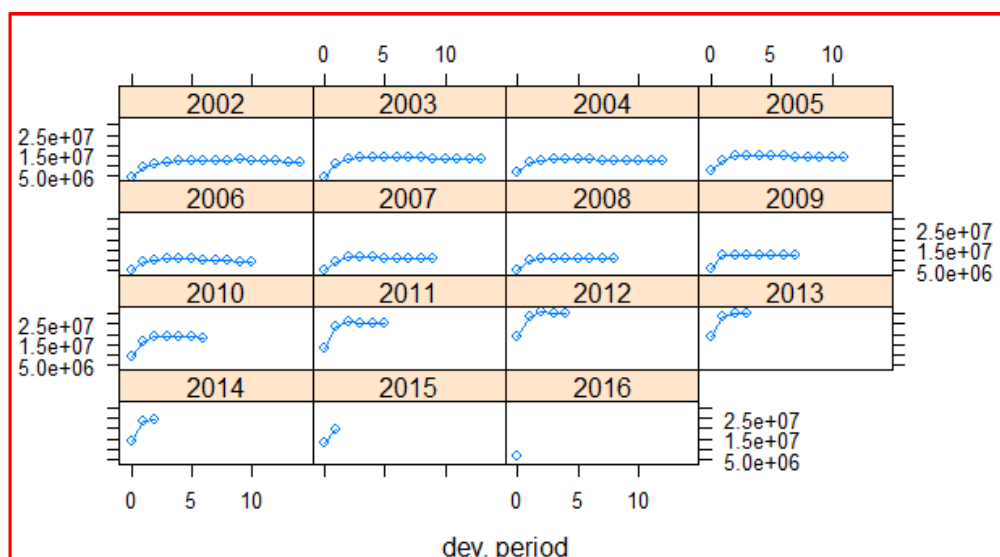


Figure 15: Analyse du développement des sinistres par année de survenance

Ce graphique confirme notre premier constat que les charges de sinistres évoluent de la même manière dans le temps. En outre, il fournit une information complémentaire sur cette évolution pour chaque année de survenance. En effet, nous remarquons, une légère augmentation du montant de la charge de sinistres en 2011, 2012 et 2013. Cette augmentation est expliquée par une augmentation du nombre de contrats automobiles souscrits par l'entreprise pour la branche automobile accompagnée notamment par une augmentation des dossiers sinistres. Cette augmentation s'est ralentie en 2013.

Après, la détermination et l'analyse des link ratio, nous avons déterminé le montant des charges ultimes de sinistres de cette branche. Nous avons calculé ce montant après avoir complété le triangle de charge. Nous avons réalisé ce travail à l'aide d'Excel. Puis, ces résultats ont été confirmés par le logiciel R. Les résultats obtenus sont exposés dans le tableau ci-dessus :

Élément	Montant
Charge ultime estimée 2017	244 267 766
Charge ultime 2016	249 124 657
Besoin actuariel	(4 856 891)

Tableau 2: L'estimation du montant de la charge ultime selon la méthode de Chain ladder

Comme le montre le tableau ci-dessus, le montant total estimé de la charge de sinistres, dossier par dossier, relatif aux contrats auto-corporel de la compagnie, à fin 2016, est égal à 244 267 766 DT alors que le montant constitué à la même date est de 249 124 657 DT . Donc, nous remarquons que la compagnie a dégagé un boni de liquidation sur les dossiers sinistres de cette branche.

L'analyse du montant de la charge par année de survenance montre que l'entreprise a dégagé un boni sur les provisions des premières années d'étude (les années éloignées par rapport à la date de l'étude). Ceci s'explique par le fait que l'entreprise constitue une provision largement suffisante durant les trois premières années. Ainsi, en général, les sinistres survenus dans ces années sont réglés. Par contre, cette charge est importante pour les sinistres survenus les deux dernières années afin de prendre en compte le montant des tardifs non encore déclarés et étant donné que la politique de l'entreprise consiste à provisionner avec prudence ses sinistres les premières années de développement.

Pour affiner le résultat de cette étude, nous avons estimé le montant des provisions pour les sinistres tardifs (IBNyR), à l'aide des triangles projetés. Nous avons trouvé que le montant estimé des sinistres tardifs est égal à 7 422 541 DT . Nous avons calculé ce montant en multipliant le nombre de sinistres tardifs par le coût moyen de la charge ultime de l'année de survenance à laquelle ces sinistres sont rattachés. Cependant, dans la suite du travail, nous allons projeter le montant de ces charges sans prendre en compte le montant des IBNyR.

Enfin, étant données les critiques adressées à cette méthode notamment à cause de son incapacité d'estimer l'incertitude liée au montant de la charge ultime, nous avons utilisé les méthodes stochastiques de provisionnement afin de pallier à cette limite et enrichir notre travail.

III. La méthode de MACK

1. Présentation de la méthode

Le modèle de Mack (Mack, 1993) est une technique stochastique de provisionnement qui est considérée comme la version stochastique de la méthode de Chain ladder car elle permet de déterminer la volatilité et la marge d'erreur liée au montant de la charge ultime estimée par la méthode de Chain ladder.

C'est la première méthode stochastique qui utilise les résultats de la méthode de Chain ladder pour mesurer la variance de la charge ultime. Son utilisation requiert la validation de trois hypothèses :

- Les années de survenance sont indépendantes, c'est-à-dire pour des années i et i' $(C_{i,j})_j \geq 0$ et $(C_{i',j})_j \geq 0$ sont indépendants les uns des autres.
- Le passage d'une année de développement à l'autre est décrit en termes d'espérance c'est-à-dire ; $E[C_{i,j+1}|C_{i,j}] = \lambda_j C_{i,j}$ avec les λ_j sont les facteurs de développement.
- Il existe un paramètre σ_j qui vérifie l'équation suivante :

$$Var[C_{1,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = \sigma_j^2 C_{i,j}$$

2. Résultats et interprétations

Après la validation de ces hypothèses (Voir annexe B), nous avons utilisé cette méthode pour l'estimation de la charge ultime de sinistres liés aux contrats auto-corporel de la compagnie en utilisant les mêmes données utilisées dans la partie précédente. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

	Auto corporel
Charge Actuelle	249 124 657
Ecart type	1.02
Charge ultime estimée	244 267 769
IBNR	-4 856 887
Mack SE	5 468 074
CV (IBNR)	-1.13

Tableau 3: Résultats de l'estimation selon la modèle de MACK

Le tableau ci-dessus résume les résultats obtenus par le modèle de Mack. Nous remarquons que la charge actuelle et la charge ultime projetée sont les mêmes que les valeurs fournies par la méthode de Chain ladder (il existe une légère différence). Le montant des IBNR constaté dans cette partie est égal à -4856887 DT. Cette valeur correspond au boni de liquidation déterminé dans la partie précédente. Ceci confirme notre premier constat que la provision dossier par dossier constituée par le gestionnaire de sinistres est prudente.

Cette méthode procure également une idée sur l'incertitude liée au montant estimé des provisions. Cette information va nous permettre d'analyser la précision de l'estimation fournie

par la première méthode. En effet, l'erreur de prédiction « *Mack Standard Error*²⁸ » de la distribution des provisions estimées est égale à 5 468 074 TD . Ce montant correspond à l'erreur totale commise sur l'estimation des IBNR. Ainsi selon cette méthode, l'écart type de la charge ultime est égal à 1.02. Il reflète la volatilité de la charge ultime. Pour le coefficient de variation²⁹, CV (IBNR), ce ratio correspond au rapport entre l'erreur de prédiction estimée et la moyenne des IBNR. La valeur de ce coefficient est négative dans notre cas car l'espérance de l'IBNR est négative.

En outre, pour comparer entre les règlements effectués par l'entreprise et son besoin actuariel, nous présentons ci-dessous un diagramme à barres. À chaque année de survenance correspond une barre. Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux montants de la charge ultime des sinistres, où une partie correspond aux règlements déjà effectués et l'autre aux prévisions déterminées à partir de la méthode de Mack.

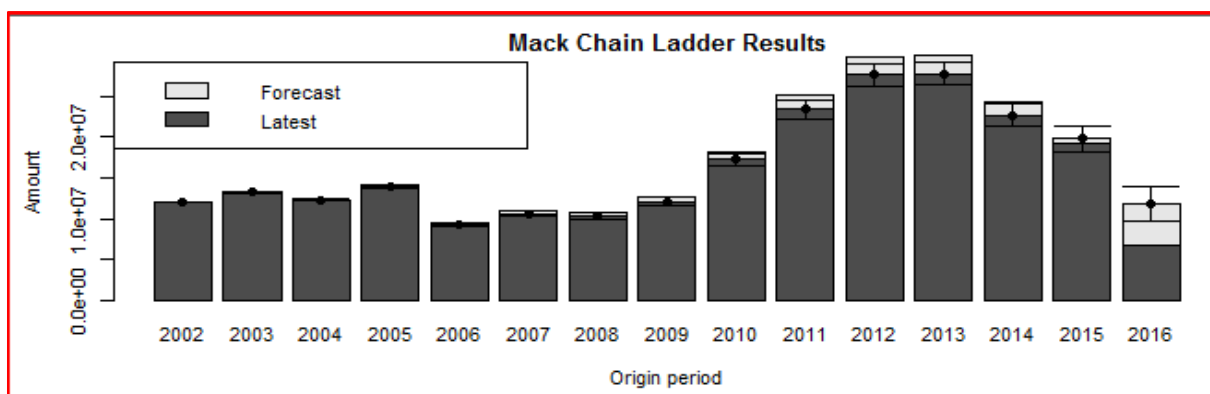


Tableau 4: Comparaison entre la charge finale estimée selon la méthode Chain ladder de la branche Auto-corporel

Nous remarquons à partir de ce graphique que pour les années éloignées, que le montant de la charge ultime est connu avec certitude. En revanche, pour la dernière année, il existe un écart important entre les charges constatées et les prévisions. C'est-à-dire, plus l'année de survenance est récente, plus l'incertitude liée à la charge ultime est élevée.

Pour analyser l'incertitude liée à l'estimation de la charge ultime par année de survenance, nous avons présenté la figure ci-dessous. Ce graphique donne une idée sur

²⁸Standard Error, elle mesure l'écart entre l'estimation du montant des provisions pour chaque année de survenance et sa valeur exacte conditionnellement aux données observables.

²⁹Nommé également l'écart type relatif, c'est une mesure de dispersion relative. Il permet de comparer le degré de variation d'un échantillon à un autre, même si les moyennes sont différentes.

l'intervalle de variation de la charge ultime de sinistres par année de survenance. Nous remarquons, plus nous approchons de 2016, plus l'étendue de l'intervalle augmente.

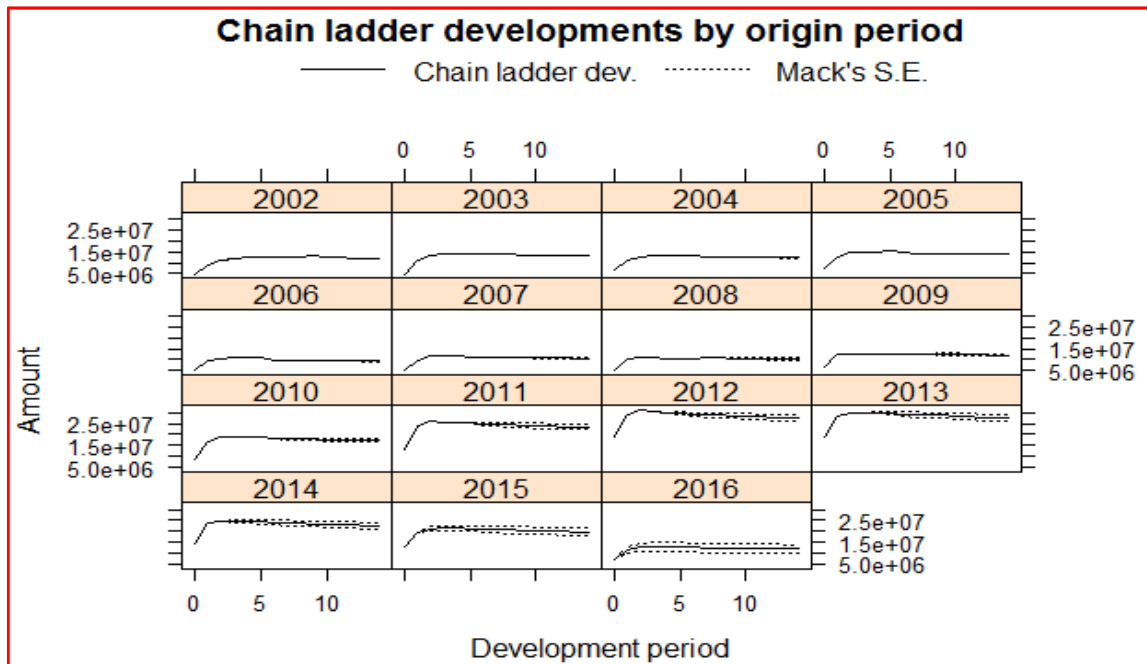


Figure 16: L'incertitude liée à la charge ultime de sinistres par année de survenance

En conclusion, l'atout de cette méthode repose sur sa capacité de faciliter le passage d'un univers déterministe à un univers stochastique prenant en compte la volatilité liée à l'estimation du montant des provisions. Néanmoins, comme il s'agit d'une méthode non paramétrique, elle ne donne pas une distribution complète de la charge ultime. Donc, elle ne permet pas de calculer les quantiles de la distribution, nécessaire dans le cadre de solvabilité².

Pour avoir une idée globale sur le risque de provisionnement relatif au portefeuille auto-corporel de la compagnie, nous utilisons dans la partie suivante, une deuxième méthode stochastique de provisionnement : la technique de Bootstrap.

IV. La méthode de Bootstrap

1. Présentation de la méthode

La méthode de Bootstrap³⁰ est une méthode stochastique de provisionnement qui a été proposée par Efron en 1979 dans son article « Bootstrap Methods : Another Look at the

³⁰ Le mot bootstrap provient de l'expression anglaise « to pull oneself up by one's bootstrap »(Efron, Tibshirani,1993)

Jackknife ». Cette technique non paramétrique est fondée sur le principe de rééchantillonnage en utilisant les simulations de Monte Carlo. Elle constitue une avancée spectaculaire en statistiques qui permet de donner à partir d'un échantillon observé d'autres échantillons. Le principe de cette technique consiste à utiliser les triangles historiques de charges pour simuler par tirage aléatoire de nouveaux échantillons de triangles. Les nouveaux triangles possèdent la loi sous-jacente des données initiales.

2. Résultat et interprétation

Dans notre cas, nous avons appliqué cette méthode sur les mêmes données utilisées dans les parties précédentes. En suivant la démarche proposée par Efron, nous avons simulé des triangles de données ayant les mêmes caractéristiques que le triangle de charges. Nous avons effectué les simulations à l'aide du logiciel R.

Nous avons effectué 1000 simulations à chaque tirage afin de déterminer la distribution et l'histogramme des IBNR.

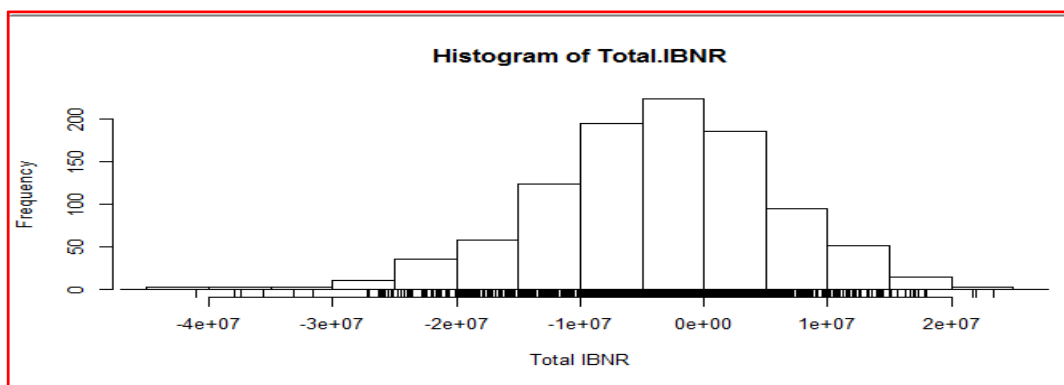


Figure 17: Histogramme des IBNR de la branche Auto-corporel

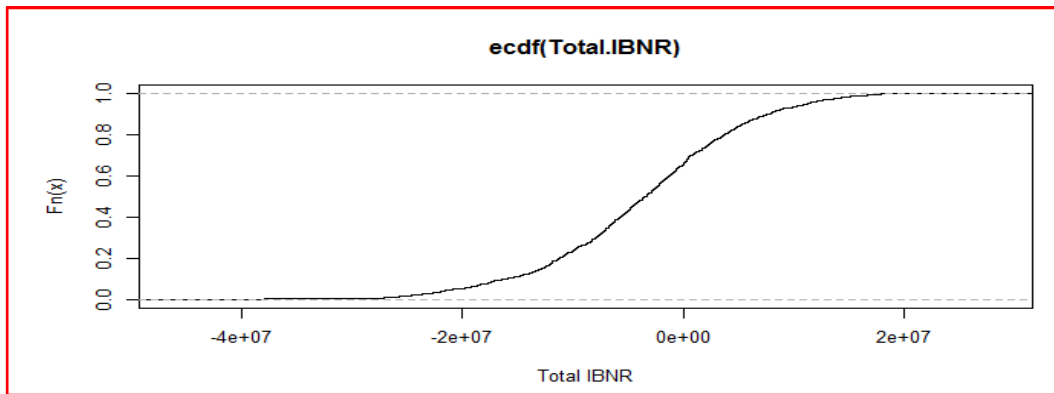


Figure 18:Fonction de répartition empirique de la branche Auto-corporel

L'utilisation de cette technique de provisionnement dans le cadre d'un modèle DFA est très recommandée car elle donne la possibilité de déterminer un intervalle de confiance selon les scénarios modéré (VAR³¹75%) et de stress (VAR90%) nécessaire dans le cadre de solvabilité 2. Le quantile 75% est recommandé pour la détermination du montant du best estimate des provisions et le quantile 95% permet de contrôler la probabilité de ruine de la compagnie à un an.

Dans notre cas, le quantile 75% de la distribution de la charge ultime de la ligne auto-corporel est égal à 2 569 574 DT. Autrement dit, pour être en conformité avec les dispositifs de solvabilité 2, l'entreprise devrait constater une provision de 2 569 574 DT pour la branche Auto-corporel.

Cette approche de modélisation des provisions techniques est très utile surtout dans le contexte réglementaire actuel. Or, dans le cadre de notre travail, nous nous concentrons dans la suite du travail uniquement sur les résultats obtenus par la méthode de Chain ladder. Nous avons opté pour ce choix car les résultats fournis par les trois méthodes sont convergents.

Une étude plus approfondie de ce risque consiste à choisir parmi plusieurs méthodes la meilleure méthode en tenant compte de nombreux paramètres. Dans notre étude, on se limite à la présentation des trois méthodes présentées précédemment pour avoir une idée générale sur le comportement de la sinistralité de l'entreprise.

SECTION 3 : LA PROJECTION DU MONTANT DES PROVISIONS ET DES DECAISSEMENTS

La détermination du montant de la dotation annuelle des provisions pour sinistres à payer et des règlements annuels à effectuer par l'entreprise est une étape primordiale de notre modèle DFA. Etant donnée la complexité de cette tâche et le temps imparti à la préparation de ce mémoire, nous avons projeté ces valeurs sous l'hypothèse « Run off » des provisions. Le Run off est une hypothèse clef qui consiste à se focaliser sur la gestion de sinistres de la compagnie tout en arrêtant la souscription des nouveaux contrats. Cette hypothèse vise à gérer le stock des provisions de l'entreprise jusqu'à épuisement. Cette méthodologie est en grande partie identique à celle utilisée par l'actuaire Xavier Agenos (Agenos, 2006) dans le cadre de son étude « *Appétit pour le risque et gestion stratégique d'une société d'assurance non-vie : Application aux stratégies d'investissements et de réassurance* ». Sous cette hypothèse et à l'aide des résultats obtenus dans la section précédente, nous avons déterminé le montant des prestations et des provisions à constater pour chaque année de projection.

Pour l'horizon de projection, nous allons travailler sur une période de 8 ans. Le choix de cet horizon de projection est arbitraire. Une alternative plus raisonnable consiste à projeter les flux futurs jusqu'à extinction du portefeuille en run off.

I. La projection du montant des PSAP

En appliquant la méthode de Chain Ladder sous l'hypothèse de Run off des provisions, le montant des provisions se présente dans le tableau ci-dessous.

Année	PSAP
2017	-14 926 773
2018	-13 687 247
2019	-9 693 958
2020	-6 268 755
2021	-4 424 834
2022	-3 469 331
2023	-2 793 516
2024	-4 589 434

Figure 19: Variation des PSAP en Run off projetée

Les valeurs présentées dans le tableau ci-dessus correspond à la variation du montant de la provision pour sinistres à payer. Cette variation correspond à la différence entre le montant de la provision en fin d'exercice et le montant de cette provision en début d'exercice. Nous remarquons que durant toute la période de projection, l'entreprise dégagera un boni de liquidation.

II. La projection des prestations payées

L'application de la méthode Chain ladder nous a permis également de déterminer le montant des prestations à payer par l'entreprise aux assurés et aux bénéficiaires des contrats d'assurance. L'estimation du montant des sinistres à régler pendant une période de projection se fait en se référant à la cadence³² de règlement observé à partir du triangle historique.

Année	Décaissement
2017	20 598 696
2018	13 654 699
2019	8 287 553
2020	4 726 925
2021	2 885 159
2022	2 010 919
2023	1 546 798
2024	1 229 610

Figure 20: Prestations payées par l'entreprise

Le montant de ces prestations est payé pour les différentes années de l'horizon temporel de l'étude en se référant à la cadence moyenne de règlement pour chaque année de survenance. Cette cadence est appliquée sur le triangle de charge projetée. Puis, grâce au triangle de prestation obtenu, nous avons calculé les prestations de chaque exercice ou chaque exercice correspond à la somme des éléments de la diagonale correspondant à cette année.

³² La cadence de règlement reflète le degré de transformation des SAP en sinistres réglés.

CONCLUSION

Tout au long de ce chapitre, nous avons étudié le risque de provisionnement du portefeuille automobile-corporel de la compagnie. Nous avons eu l'occasion d'appliquer plusieurs méthodes de provisionnement et de comparer les résultats obtenus avec la situation actuelle de la compagnie. Ceci nous a permis d'avoir une idée sur la politique de provisionnement prudente adaptée par l'entreprise.

En effet, dans le but d'obtenir le montant des provisions et des présentations futures, nous avons utilisé trois techniques de provisionnement : la méthode de Chain ladder, de Mack et la technique de Bootstrap. La méthode de Chain Ladder, la méthode de référence, nous a permis d'avoir la charge ultime de sinistres du portefeuille Auto-corporel. Les deux autres méthodes, plus sophistiqués, ont fourni une information sur l'incertitude liée à l'estimation de la charge ultime.

A partir des résultats obtenus, nous avons projeté le montant des prestations futures et la variation de la provision pour sinistres à payer en nous référant à la cadence moyenne de règlement du portefeuille. Ces résultats vont être utilisés dans le chapitre suivant pour la détermination d'une stratégie d'allocation d'actifs.

CHAPITRE 4 : MODELISATION DES ACTIFS ET APPLICATION DU MODELE DFA

INTRODUCTION

Après avoir présenté théoriquement les modèles de type DFA dans la partie précédente, nous avons eu au départ l'ambition de concevoir un modèle intégré qui simule la totalité des risques auxquels notre compagnie de parrainage est exposée. Mais, des contraintes pratiques nous ont fait prendre conscience des difficultés de la mise en place d'un tel modèle. De ce fait, nous avons décidé de mettre au point un modèle DFA simple dans le but de déterminer une structure optimale du portefeuille d'actifs pour la branche Auto-corporel de notre compagnie de parrainage.

Etant donné que la recherche d'une structure d'actifs pour un portefeuille donné nécessite avant tout une analyse approfondie et exhaustive des engagements contractés par l'entreprise, nous avons proposé dans le chapitre précédent une modélisation du passif de la compagnie. Pour respecter les « principes de saine gestion » qui constitue le fondement de la solvabilité des compagnies d'assurance, nous tentons dans le cadre de ce chapitre de déterminer la meilleure stratégie qui permettra à notre compagnie d'honorer tous ces engagements vis-à-vis des assurés et des bénéficiaires des contrats et d'assurer une trésorerie positive tout au long de la période de projection.

Nous allons tout d'abord, dans la première section, modéliser la dynamique des actifs admis en représentation des provisions techniques du portefeuille Auto-corporel. La deuxième section sera consacrée à la présentation des règles de gestion de ces actifs. Puis, la stratégie optimale d'allocation d'actifs sera présentée dans la troisième section.

SECTION 1 : MODELISATION DE L'ACTIF

L'objectif principal de ce travail étant de déterminer la stratégie optimale d'allocation d'actifs, il est important de choisir avec prudence les classes d'actifs à modéliser. Dans le premier chapitre empirique, nous avons montré que la structure globale du portefeuille d'actifs de la GAT se caractérise par la dominance de trois classes d'actifs : obligations, actions cotées et placements monétaire. Néanmoins, dans le cadre de ce travail, nous allons nous concentrer

uniquement sur la modélisation de deux classes : les actions et les produits monétaires. Nous avons été obligés de limiter notre travail à la modélisation de ces deux éléments pour respecter le caractère confidentiel des données relatives à la structure d'actifs de la compagnie et surtout à cause de la complexité de ce travail. En effet, la modélisation du portefeuille obligataire nécessite le recours aux techniques d'optimisation stochastique dont l'application est complexe. De plus, en général, les modèles utilisés demandent beaucoup de données relatives aux spécifications de la dynamique du portefeuille obligataire de la compagnie notamment le nombre d'obligations, le coupon annuel, le taux d'intérêt, l'échéance de chaque obligation, la durée et la durée de chaque obligation, la valeur nominale, etc. Or, il est difficile d'intégrer toutes ces données dans un seul modèle.

Il est important de signaler que, dans une première tentative, nous avons modélisé le portefeuille obligataire d'une manière agrégée conformément au travail de recherche d'Aurélien Cosma³³ « Application d'un modèle type DFA à la détermination d'une stratégie optimale d'allocation d'actifs ». Cependant, cette tentative a abouti à des résultats incohérents avec la dynamique du portefeuille de la compagnie. Donc, nous avons décidé de ne pas intégrer cette classe d'actifs dans notre modèle. La modélisation du portefeuille obligataire de la compagnie, nécessitant une réflexion plus approfondie et une période de préparation plus longue, pourrait faire l'objet d'une étude dédiée ou un développement ultérieur de ce mémoire.

Pour les placements immobiliers, bien que leur part ne soit pas négligeable, nous avons décidé de ne pas les intégrer pour deux raisons. D'un côté, l'indice de prix de l'immobilier est le seul indicateur utilisé dans la littérature pour modéliser cette classe d'actifs. Or, c'est uniquement depuis 2015 que l'INS a commencé de publier cet indice. Donc, le nombre d'observations disponibles ne suffit pas pour mener une étude sur la performance de cette classe d'actifs. Par ailleurs, la modélisation de l'immobilier est complexe car il existe une grande variété des placements immobiliers (selon la nature, la localisation, etc.) et il est difficile d'apprécier les revenus provenant de ces investissements.

Nous avons supposé que la stratégie de placement de l'entreprise est une stratégie agressive. Sous cette hypothèse, nous avons négligé les impératifs de sécurité auxquels les compagnies d'assurance sont confrontées notamment à travers l'existence d'un catalogue de placement imposé par la loi.

³³ Une thèse d'Aurélien Cosma au Lobo SAF « Laboratoire de Sciences Actuarielle et Financière » de l'institut de science financière et d'assurance ISFA.

Dans la modélisation des actifs, nous avons retenu les hypothèses principales suivantes qui sont en ligne avec les hypothèses utilisées dans la théorie moderne de portefeuille³⁴ :

- Les classes d'actifs sont homogènes et liquides. Par conséquent, toute partie d'une classe d'actifs possède les mêmes propriétés de la classe (en termes de rendement, sensibilité, volatilité, etc.).
- Les actifs financiers sont parfaitement divisibles et il est possible d'acheter et de vendre, à tout moment, tout ou partie d'une classe d'actifs au prix du marché.
- Les revenus rattachés à une classe d'actifs (dividendes) sont réinvestis immédiatement dans la classe dont ils sont issus.

I. Placement monétaire

1. Présentation de la classe d'actif

Cette classe d'actifs représente le compte courant de l'entreprise. Son rendement dépend de l'évolution du taux d'intérêt à court terme où le rendement de ces actifs est indexé sur les hypothèses de taux court dont la dynamique est décrite par le modèle du taux retenu. Pour la détermination de la valeur de cette classe d'actifs à chaque date de projection, nous utiliserons la formule suivante :

$$M_{t+1} = M_t(1 + r_t) + \varphi_t$$

Avec M_t la valeur initiale de la classe d'actifs, φ_t les flux techniques liés à l'activité de l'entreprise, ces flux sont injectés dans la trésorerie de l'entreprise à la fin de chaque période dans le cas où l'entreprise dégage un excédent de trésorerie. La formule ci-dessus montre que la valeur des actifs monétaires en fin de période n'est que le montant initial de trésorerie de l'entreprise capitalisé sur la période de projection au taux donné par la structure par terme des taux d'intérêt auquel s'ajoutent les flux techniques de la période correspondante. Nous supposons que les flux liés à l'activité de la compagnie sont par convention imputés directement à la trésorerie.

³⁴ La théorie moderne du portefeuille est une théorie financière développée en 1952 par Harry Markowitz'. C'est la théorie de référence de la gestion des actifs financiers. Cette théorie a introduit le principe de sélection en fonction du couple : rendement-risque.

2. Modélisation de la dynamique d'évolution des actifs monétaires

Pour reproduire l'évolution des placements monétaires de la compagnie, nous devons commencer par la détermination de la structure par terme des taux d'intérêt. Ceci nécessite la mobilisation de la théorie de la « structure par terme des taux d'intérêt ». La littérature sur ce sujet étant très abondante, nous avons été confrontés à un choix entre plusieurs approches différentes. Selon Théron et al (2011), les modèles d'évaluation de la structure par terme des taux d'intérêt peuvent être classés en trois catégories :

- Les modèles d'équilibre partiel, comme le modèle de Vasicek (Vasicek, 1977), qui reposent sur un raisonnement d'arbitrage.
- Les modèles d'équilibre général fondés sur une description générale de l'économie comme le modèle de Cox, (Cox, Ingersoll, & Ross, 1985) Ingersoll et Ross.
- Les modèles de déformation qui partent de la structure des taux d'intérêt observés.

Notre premier choix a été de modéliser le taux d'intérêt à l'aide du modèle de Vasicek. Néanmoins, les résultats obtenus à l'aide de ce modèle sont incompatibles avec la réalité (un taux d'intérêt long supérieur au taux d'intérêt court, un taux d'intérêt négatif, etc.). Pour pallier aux incohérences rencontrées avec le modèle de Vasicek (1977), nous avons fait appel au modèle de CIR (1985) pour la modélisation de la dynamique du taux court. Ce modèle a été proposé par Cox-Ingersoll-Ross en 1985 dans leur article « *A theory of term structure of interest rate* ». Ces auteurs considèrent que le taux court « r » suit un processus d'Orstein-Uhlenbeck³⁵ où les taux d'intérêt ont tendance, au cours du temps, à retourner vers une moyenne de long terme lorsqu'ils s'en éloignent. Il s'agit d'un modèle mono factoriel où la structure par terme des taux d'intérêt est supposée gouverner par un seul facteur identifié au taux d'intérêt sans risque instantané. Ce processus de diffusion constitue la solution de l'EDS³⁶ suivante :

$$dr_t = b(a - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dZ_t$$

Avec Z_t est un mouvement brownien standard, les paramètres a et b représentent respectivement le taux moyen long terme et la vitesse de retour à la moyenne³⁷. Ces auteurs ont introduit la racine carrée afin d'éliminer la possibilité d'avoir des taux d'intérêt négatifs.

³⁵ C'est un processus stochastique connu également sous le nom de « mean-reverting process ». Il est décrit par l'équation différentielle stochastique

³⁶ Equation différentielle stochastique

³⁷ Un processus de retour à la moyenne est un processus qui tend à descendre lorsqu'on atteint un maximum ou à augmenter lorsqu'on atteint un minimum. Par exemple, les taux d'intérêt futurs ont

Selon ce modèle, le prix des Zéro coupon³⁸ se présente comme suit :

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$$

Avec les paramètres A(t,T) et B(t,T) qui sont exprimés selon les équations³⁹ suivantes:

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$A(t, T) = \left[\frac{2\gamma e^{(a+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2ab/\sigma^2}$$

$$\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

La structure par terme des taux d'intérêt dans ce cas est extraite à partir de la formule des zéro coupon P(t, T) en se basant sur la relation suivante :

$$R(r, t, T) = \frac{1}{T-t} \ln P(r, t, T) = \frac{B(t, T)r(t) - \ln A(t, T)}{T-t}$$

Nous avons choisi de modéliser le risque de taux par ce modèle car son utilisation est simple et il dispose d'expressions analytiques explicites pour les produits de taux standard comme les placements monétaires et les obligations. De plus, l'application de ce modèle est privilégiée car il capte plus de 80% de la volatilité induite par le risque de taux selon Marc Juillard (2014) dans son article « *Quel modèle de taux développer sous le Pilier 1* ».

3. Application numérique

Vu la complexité de résolution de l'équation différentielle stochastique, il est impossible de l'utiliser sans faire appel à une formule explicite de discrétisation. La forme discrétisée de l'équation de ce modèle a été proposée par Thérond et al (2011), dans l'ouvrage :

tendance à augmenter lorsque les taux d'intérêt actuels sont bas alors qu' ils ont tendance à diminuer lorsque les taux actuels sont hauts.

³⁸ Cette formule est extraite de l'ouvrage « *SOLVENCY2 : du projet de réforme à l'approche par les modèles internes* » de David Fitouchi-Edition Demos

³⁹ Cette équation est extraite du cours « *Modèles stochastiques de taux d'intérêts* » de Ioane Muni Toke - Ecole Centrale Paris- Option Mathématiques Appliquées

« *Modèles financiers en assurance : Analyse de risque dynamique* ». L'équation se présente comme suit :

$$\tilde{r}_{t+1} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\delta t * \varepsilon$$

En divisant ce modèle par $\sqrt{r_t}$, cette équation devient :

$$\frac{r_{t+1}}{\sqrt{r_t}} = ab \frac{1}{\sqrt{r_t}} + (1 - a) \frac{r_t}{\sqrt{r_t}} + \sigma * \varepsilon$$

Selon Thérond et al (2011), en appliquant cette formule, l'estimation peut être faite par la régression linéaire. L'application de cette formule rend le calibrage plus simple. Ce calibrage se fait à partir des données historiques en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires. Cette régression est appliquée à la série des taux courts.

Sur le marché financier tunisien, le taux court est donné par le taux moyen du marché monétaire (TMM). Nous avons collecté les séries mensuelles du TMM entre janvier 2001 et décembre 2016 à partir des statistiques publiées par la Banque Centrale de Tunisie (BCT). Pour la valeur initiale r_0 , nous allons utiliser la valeur du TMM à la date de projection (31/12/2016).

Conformément à la démarche proposée par Brigo et al (, 2007). L'estimation des paramètres de cette équation se fait en deux étapes :

La première étape consiste à estimer, à travers la méthode des moindres carrés ordinaires, les paramètres de l'équation en se basant sur l'équation suivante :

$$r_{t+1} = \beta_1 r_t + \beta_0 + \varepsilon$$

La deuxième étape consiste à revenir au modèle initial. Pour ce faire, il suffit de transformer les coefficients estimés de la manière suivante :

$$b = \frac{-\ln(\beta_1)}{\Delta_t}$$

$$a = \beta_0$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2b \text{var}(rt)}{a}}$$

Les paramètres de la première équation se présentent comme suit :

$$\hat{\beta}_1 = 0.976203$$

$$\hat{\beta}_0 = 0.04689$$

$$\hat{\sigma}_\xi = 0.006398$$

Avant d'utiliser les résultats de ce calibrage, nous avons testé la qualité d'ajustement et la normalité des résidus du modèle. Pour la qualité d'ajustement, le coefficient de détermination ajusté de ce modèle est de 96.5%. Il s'agit donc d'un bon ajustement. Le test de Fisher montre également que le modèle est globalement significatif. Ce résultat a été confirmé par les tests de significativité individuelle des paramètres du modèle.

Pour l'analyse des résidus du modèle, nous avons effectué le test de normalité des résidus. Ce test consiste à déterminer si le résidu suit une loi normale. Nous avons utilisé la statistique de Jarque-Bera pour conclure sur la normalité des résidus. Ce test a fourni une valeur (P-Value) égale à 0.357 strictement supérieure à la P-Value⁴⁰ α ($\alpha=5\%$), donc l'hypothèse H_0 de la normalité des résidus est acceptée.

De ce fait, nous pouvons conclure que toutes les conditions de validité de calibrage sont confirmées. Donc, nous pouvons utiliser les outputs de calibrage de ce modèle. A partir de ces paramètres de la première équation, nous avons calculé les paramètres de l'équation du modèle de CIR. Ces paramètres sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Paramètre	Intitulé	Valeur
B	Vitesse de retour à la moyenne	0,289017
A	Taux d'intérêt moyen de long terme	0,04689
Σ	Ecart type du modèle	0,022464

Tableau 5: Calibrage du modèle de CIR (1985)

⁴⁰ p-valeur est une estimation ponctuelle de la probabilité critique de se tromper en rejetant H_0 alors que H_0 est vraie avec H_0 est l'hypothèse que les résidus suivent une loi normale.

Pour mettre l'accent sur la dynamique proposée par Cox-Ingersoll-Ross, nous avons tracé quelques trajectoires possibles du taux court entre le 31/12/2016 et 31/12/2026. Ces trajectoires ont été établies à l'aide du logiciel R en utilisant la technique de Monte Carlo.

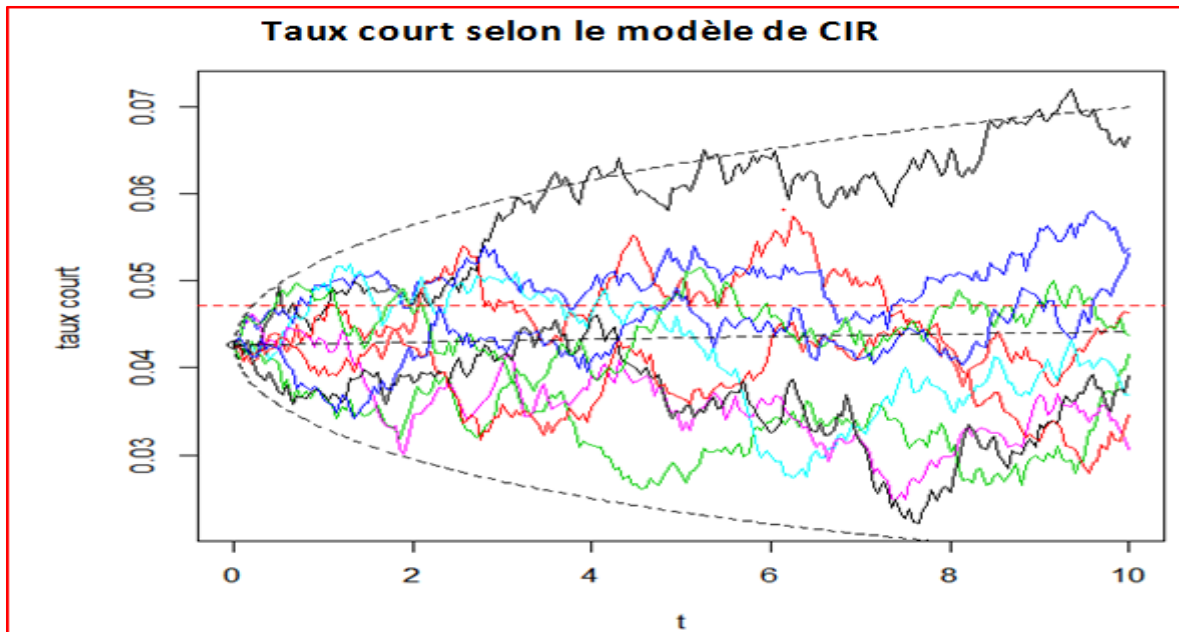


Figure 21: Simulation des trajectoires du taux d'intérêt à l'aide du modèle de CIR

II. La modélisation des actions

1. Présentation de l'approche

Il existe une littérature abondante sur la modélisation des actifs financiers. Dans notre cas, nous avons utilisé le modèle de Black et Scholes (1973). Ce modèle présente l'avantage d'être un modèle simple, facile à calibrer et à utiliser. Il s'agit du modèle de référence pour la modélisation de l'évolution du cours des actifs financiers (action, option, etc.). Son principe

consiste à supposer que les prix des actifs financiers suivent un mouvement brownien géométrique⁴¹.

L'équation de ce modèle se présente comme suit :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu S dt + \sigma dZ_T^S$$

Où μ est le drift et sigma est le coefficient de diffusion et Z_T^S est un mouvement brownien. La résolution de cette équation différentielle stochastique se fait à travers l'application du lemme d'Ito. La solution explicite de cette formule est la suivante :

$$S(t) = \exp \left\{ \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma Z_T^S \right\}$$

En dépit de ses avantages, ce modèle a été critiqué notamment à cause de ses hypothèses simplificatrices de la réalité. Ainsi, certains auteurs considèrent que les hypothèses assez restrictives sur lesquelles s'appuie ce modèle sont contredites par les observations empiriques. Par exemple, ils ont montré que la queue de distribution des rendements empiriques des actions est plus épaisse que celles d'une loi log-normale.

2. Application du modèle

Comme nous l'avons signalé précédemment, pour des raisons méthodologiques et pour respecter la contrainte de confidentialité des données relatives au portefeuille d'actifs de la compagnie, nous supposons que le portefeuille action de la GAT est composé uniquement de deux actions (action BIAT et action ATB) et que l'entreprise investit le même pourcentage de ses actifs dans les deux actions.

Bien qu'il s'agisse d'une hypothèse restrictive de la réalité du portefeuille de l'entreprise, nous avons été obligés de la supposer pour éviter la complexité liée à la modélisation d'un nombre important d'actions et étant donné le temps limité accordé à l'élaboration de ce travail.

⁴¹ Proposé par le biologiste Brown en 1928, Ce processus est généralement utilisé pour modéliser l'évolution des phénomènes erratiques dans plusieurs domaines comme la finance, l'économie, la biologie, etc.

Les données utilisées pour estimer les paramètres du modèle sont les cotations journalières de ces deux titres entre 2013 et 2016 (≈ 700 observations). Nous supposons que ces deux actions reflètent la tendance générale du portefeuille d'actions de la compagnie. Notre source de données est le site officiel de la Bourse de Tunis.

Nous avons calculé le rendement et la volatilité journalière des titres, puis nous avons annualisé les valeurs obtenues à l'aide des formules suivantes :

$$\text{Rendement annuel} = \text{rendement journalier} * N_j$$

$$\sigma_{\text{annuel}} = \sigma_j * \sqrt{N_j}$$

Avec N_j le nombre de jours de cotation durant la période de l'étude.

Donc, le rendement et la variabilité⁴² des actions se présentent comme suit :

	Rendement	Volatilité
Action BIAT	15,39%	16,29%
Action ATB	8,22%	31,33%

Tableau 6: Profil rendement-risque des deux actions

Pour visualiser l'évolution des deux titres, nous avons tracé 100 trajectoires simulées pour chaque action pendant 10 ans. Ces trajectoires ont été tracées à travers la simulation de Monte Carlo offerte par le logiciel R. Ces trajectoires sont présentées dans les graphiques ci-dessous.

⁴² Avant d'appliquer ce modèle, nous avons effectué le test de normalité de la série à l'aide de la statistique de Jacques-Bera. Ce test a confirmé la normalité des deux séries (P-value égale à 0.32 pour l'action ATB et 0.17 pour l'action BIAT)

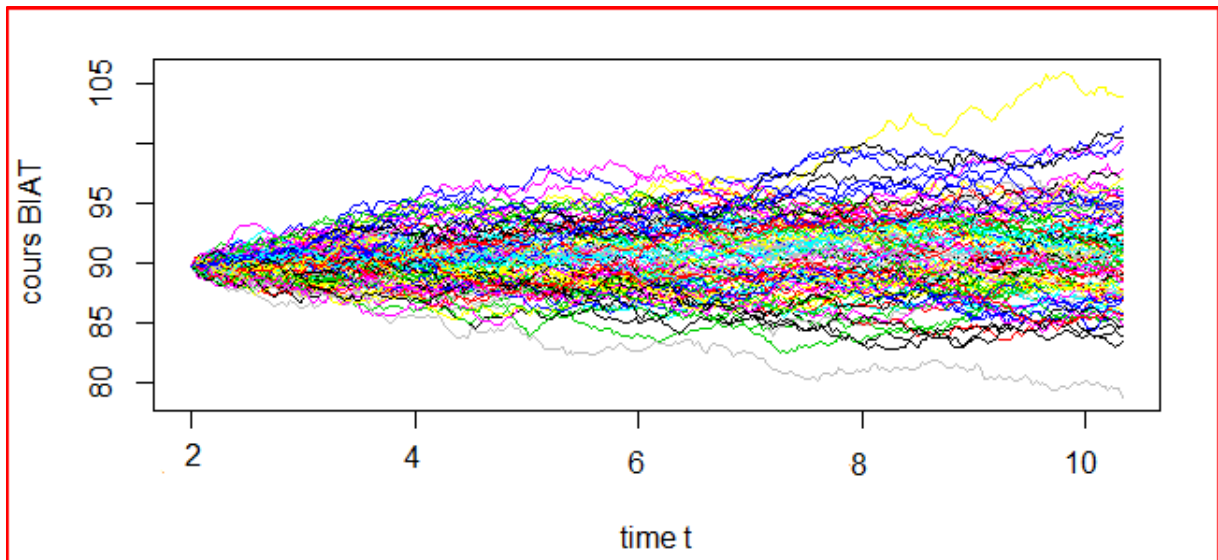


Figure 22: Simulation de l'évolution du cours de l'action BIAT

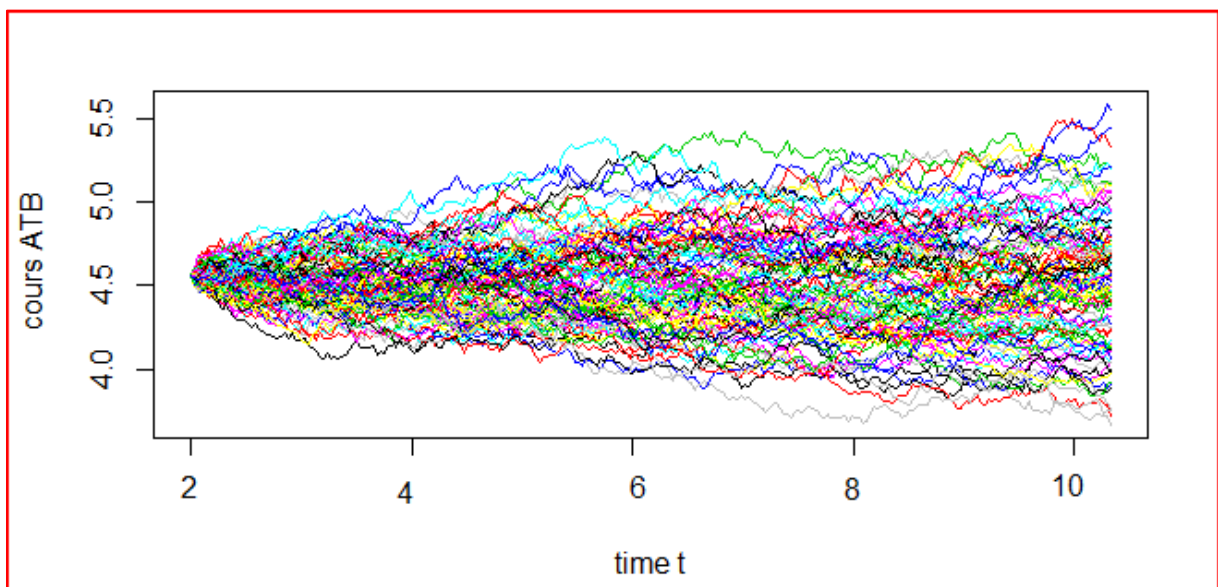


Figure 23: 100 trajectoires simulées du cours de l'action ATB

Les figures ci-dessous retracent 100 trajectoires simulées de l'évolution de l'action BIAT et ATB. A partir de ces graphiques, nous remarquons que le cours de l'action ATB est plus volatile que celui de l'action BIAT.

SECTION 2 : LES REGLES DE GESTION DU PORTEFEUILLE D'ACTIFS

Dans la partie précédente, nous avons étudié la dynamique d'évolution des actifs fictifs cantonnés au portefeuille Auto-corporel de la compagnie. Dans cette section, nous allons présenter les règles de gestion de ces actifs. Nous commencerons par une présentation de la situation initiale du portefeuille en t_0 . Puis, nous exposerons la dynamique d'évolution de ce portefeuille tout au long de la période de projection.

I. Dynamique d'évolution du portefeuille de la compagnie

De façon schématique, les placements de la compagnie durant une période évoluent comme suit :

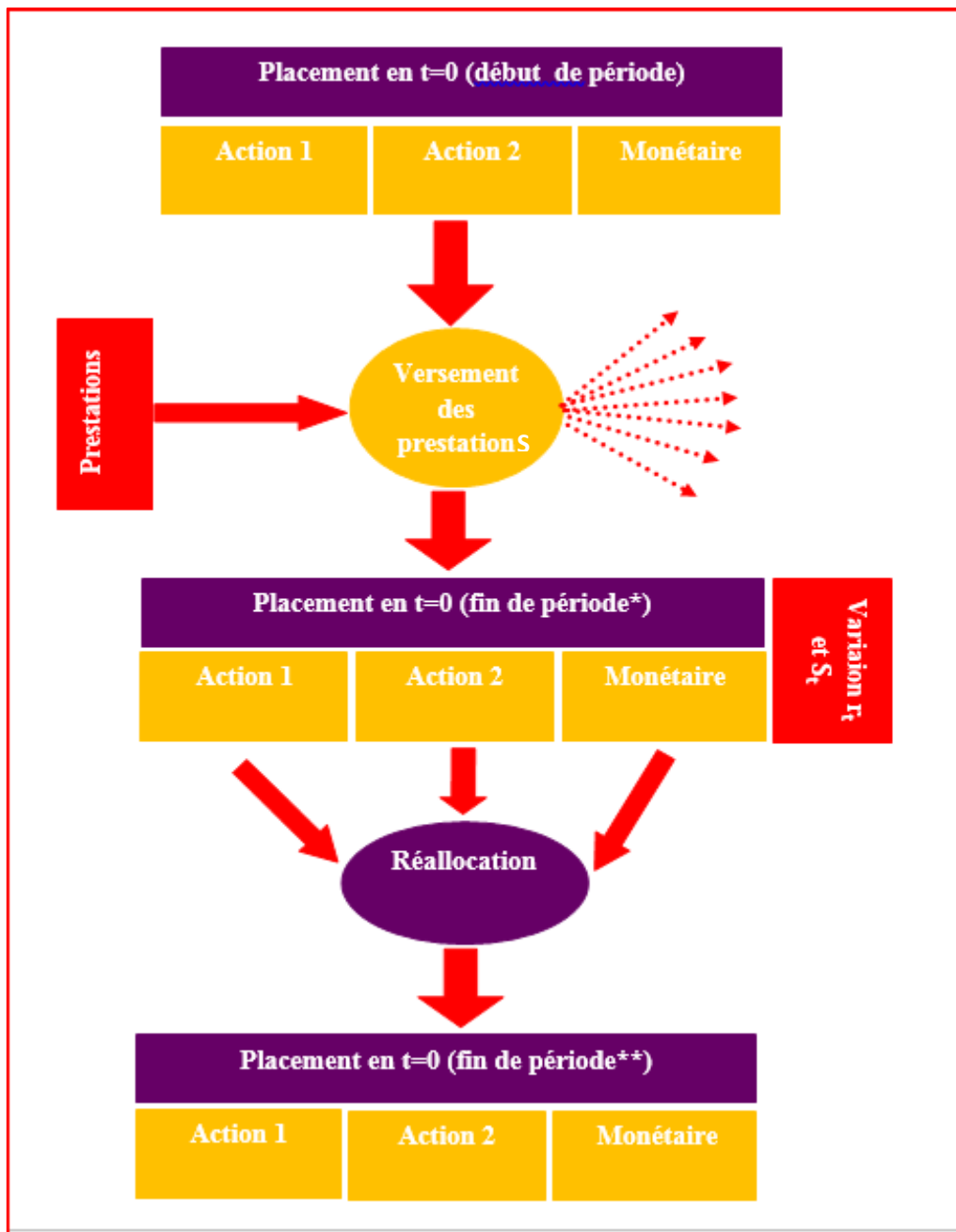


Figure 24: Dynamique d'évolution du portefeuille d'actifs

*correspond à la valeur du portefeuille après versement des prestations et avant réallocation d'actifs.

**correspond à la valeur du portefeuille après versement des prestations et réallocation d'actifs.

Le schéma ci-dessus présente une vue d'ensemble sur le processus de placement de l'entreprise : En début de période, l'entreprise possède un montant initial de placement en

représentations de ses engagements par rapport à son portefeuille Auto-corporel. Ce montant est réparti entre trois classes d'actifs : action 1, action2 et placement monétaire.

Nous supposons que l'entreprise verse les prestations au profit des assurés et des bénéficiaires des contrats en fin de période. Donc, la valeur du portefeuille en fin de portefeuille correspond à la valeur du placement initial (en valeur de marché en t_0), réajustée en fonction de changement de la valeur de marché des actifs auquel nous retranchons la valeur des prestations versées. Ces prestations sont effectuées selon la dynamique définie dans le chapitre précédent. Le reliquat sera placé selon une nouvelle structure.

La stratégie de détention des actifs dans notre cas est une stratégie « Bye and Hold ». La revente des titres s'effectue uniquement pour respecter la structure de portefeuille de chaque année de projection. Ce processus de gestion d'actifs et le même pendant toute la période de projection (8ans). Le réajustement de la structure du portefeuille est réalisé chaque année pour atteindre l'allocation cible. Pour mieux comprendre ce processus, nous présentons dans la partie suivante les formules permettant la valorisation des placements de l'entreprise à chaque période.

II. La valorisation du portefeuille

1. En début de période t_0

Nous supposons que la structure initiale du portefeuille de la compagnie est définie comme suit :

	Elément
$\lambda_{t_0}^{Ac1}$	Le pourcentage initial investi dans l'action BIAT dans le portefeuille de la compagnie.
$\lambda_{t_0}^{Ac2}$	Le pourcentage initial investi dans l'action dans le portefeuille de la compagnie.
$\lambda_{t_0}^{Mon}$	Le pourcentage initial des placements monétaires dans le portefeuille de la compagnie.

Tableau 7: La structure initiale du portefeuille

Le choix du portefeuille initial sera déterminé dans la section suivante. Le montant à attribuer à chaque classe d'actifs sera fixé en respectant la contrainte suivante :

$$\lambda_{t_0}^{Ac} + \lambda_{t_0}^{Ob} + \lambda_{t_0}^{Mon} = 100$$

$$\lambda_0^{Actif i} \geq 0$$

Ainsi, tout au long de cet exercice, nous devons respecter la contrainte suivante :

$$\lambda^{Ac1} + \lambda^{Ac2} + \lambda^{Mon} = 100$$

Aussi, nous devons garantir, à tout moment, que la structure du portefeuille choisie élimine les situations de Gap de trésorerie. Dans notre modèle, nous considérons qu'il y'a une situation de Gap de trésorerie si le montant des placements monétaires en fin e période est négatif. A partir d'une analyse des engagements pris par l'entreprise, nous avons défini une allocation cible à atteindre au bout de 8 ans. Etant donné que nous travaillons sous l'hypothèse de Run-off, nous avons supposé que l'entreprise cherche à atteindre, en fin de période, une stratégie conservatrice de placement avec un pourcentage des placements monétaire égal à 100%.

L'origine temporelle des simulations à effectuer est le 31/12/2016. A cette date, nous supposons que la valeur initiale des placements en représentation de l'engagement de la compagnie par rapport au portefeuille Auto-corporel est égale 60 000 000 DT. Ce montant est choisi d'une manière approximative en fonction de la valeur actuelle de la provision pour sinistres à payer destinée à couvrir l'engagement de la compagnie pour ses contrats Auto-corporel. Ce montant est réparti entre les actifs de l'entreprise en fonction des pourcentages λ_0^i .

	Elément	Formule
$M_{t_0}^{Ac1}$	Le montant initial investi dans l'action BIAT dans le portefeuille de la compagnie.	$\lambda_{t_0}^{Ac1} * P_{t_0}$ $= S_{t_0}^{Ac1} * N_{t_0}^{Ac1}$
$M_{t_0}^{Ac2}$	Le montant initial investi dans l'action ATB dans le portefeuille de la compagnie.	$\lambda_{t_0}^{Ac2} * P_{t_0}$ $= S_{t_0}^{Ac2} * N_{t_0}^{Ac2}$
$M_{t_0}^{Mon}$	Le montant initial des placements monétaires dans le portefeuille de la compagnie.	$\lambda_{t_0}^{Mon} * P_{t_0}$ $= P_{t_0} - M_{t_0}^{Ac1} - M_{t_0}^{Ac2}$

Tableau 8: la répartition du montant des placements de l'entreprise.

Avec

$S_{t_0}^i$: La valeur spot de l'action observée sur le marché.

$N_{t_0}^i$: Nombre d'actions i.

P_{t_0} : Le montant initial de placement de l'entreprise.

2. La valeur de portefeuille en fin de période

En fin de période et après le versement des prestations aux assurés, le montant des placements de l'entreprise avant affectation sera égal à :

$$P_{t_1} = M_{t_0}^{Mon} * (1 + r_t) - R_{t_0} + N_{t_0}^{Ac1} * S_{t_1}^{Ac1} + N_{t_0}^{Ac2} * S_{t_1}^{Ac2}$$

P_{t_1} : Le montant de placements de l'entreprise avant réaffectation.

R_{t_0} : Le montant réglé par l'entreprise à la fin de la première année. r_t : Le taux d'intérêt déterminé selon le modèle de CIR.

$S_{t_1}^i$: Le cours de l'action i en t+1, Il dépend de la dynamique du modèle de Black et Scholes .

Après règlement des prestations, ce montant sera réalloué entre les trois actifs selon les formules suivantes :

$$\begin{aligned} M_{t_1}^{Ac1} &= S_{t_1}^{Ac1} * N_{t_1}^{Ac1} \\ M_{t_1}^{Ac2} &= S_{t_1}^{Ac2} * N_{t_1}^{Ac2} \\ M_{t_1}^{Mon} &= P_{t_1} - M_{t_1}^{Ac1} - M_{t_1}^{Ac2} \end{aligned}$$

En suivant cette démarche, le portefeuille sera à chaque date d'inventaire valorisé en valeur de marché.

3. Le rendement du portefeuille

La rentabilité du portefeuille (les produits financiers), en fin de période est calculée selon la formule suivante :

$$Rent_t^{Port} = Rent_t^{Ac} + Rent_t^{Mon}$$

Selon cette formule le rendement total du portefeuille est la somme des performances de chaque classe d'actifs. Cette performance est déterminée comme suit :

	Dynamique	Rentabilité	Produits financiers
$Rent_t^{Mon}$	Taux d'intérêt donné par le modèle de CIR	ri	$M_{t_0}^{Mon} * r_0$
$Rent_t^{Act}$	Le cours de l'action est donné par le modèle de Black et Scholes.	$\left(\frac{S_{t+1} - S_t}{S_t}\right)$	$\left(\frac{S_{t_1}^i - S_{t_0}^i}{S_{t_0}^i}\right) * N_{t_0}^i$

Tableau 9 : La dynamique de rendement de portefeuille de la compagnie

SECTION 3 : PARAMETRAGE ET PRESENTATION DES RESULTATS

Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous allons tester différentes stratégies d'allocation d'actifs afin d'éliminer les situations possibles de gap de trésorerie. Pour trouver cette structure, nous allons tester plusieurs stratégies d'actifs.

I. Détermination de la structure optimale d'actifs

Pour déterminer l'allocation optimale d'actifs, nous allons tester l'évolution du rendement du portefeuille et le risque de Gap de trésorerie pour chaque structure testée. En effet, nous avons retenu un portefeuille d'actifs composé initialement de 90% d'actions et de 10% de monétaire. La stratégie cible consiste à atteindre un portefeuille totalement constitué des actifs monétaires au bout de 8 ans.

Pour chaque stratégie testée, nous avons effectué un grand nombre de simulations. Ces simulations retracent la dynamique d'évolution des actifs financiers. Les valeurs simulées sont intégrées directement dans le modèle pour déterminer la valeur des actifs financiers à chaque date de projection. L'outil utilisé pour réaliser les simulations dans ce travail est l'environnement EXCEL-VBA. Chaque tirage donne la valeur moyenne de 10 000 simulations.

Parmi les stratégies testées, nous citons la stratégie agressive. Cette stratégie consiste à investir initialement la totalité du montant disponible dans des actifs risqués (action 1 et action2). En appliquant cette stratégie au début de la période de projection, l'évolution du portefeuille se présente comme suit :

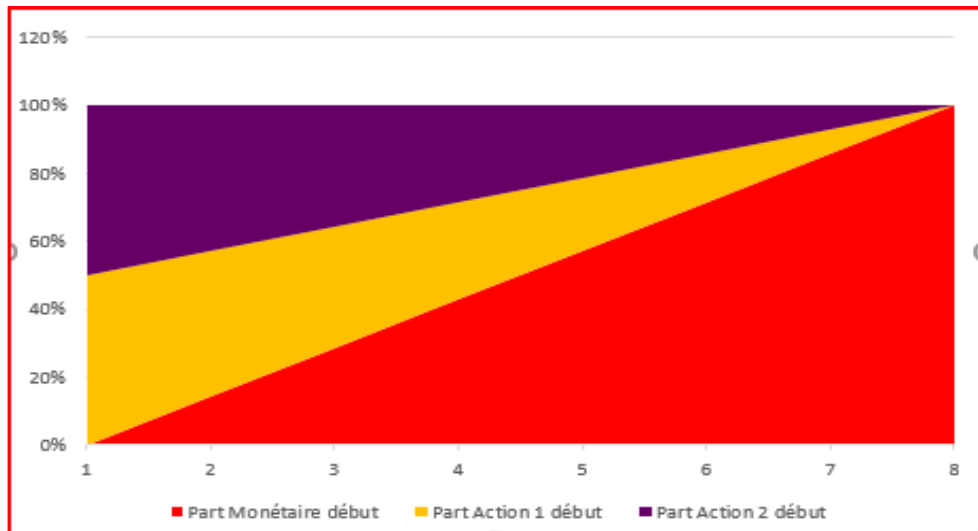


Figure 25: Structure agressive de placement

Les résultats obtenus, sous cette composition du portefeuille montre que cette structure n'est pas recommandée car elle augmente le risque de se trouver dans une situation de Gap de trésorerie. Pour l'un des scénarios simulés sous cette structure, le Gap de trésorerie se présente comme suit :

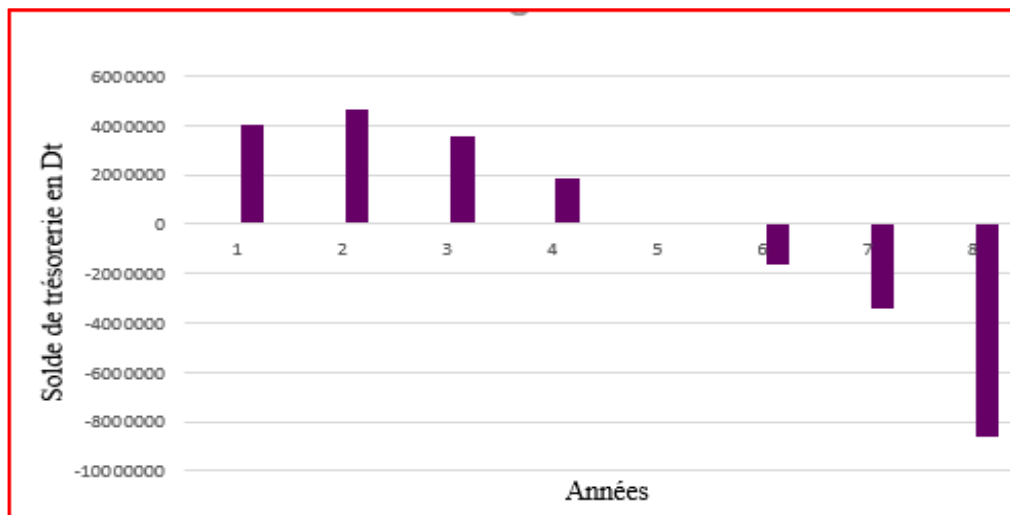


Figure 26: Gap de trésorerie sous une stratégie agressive

Cette stratégie augmente également le risque de réaliser un rendement de placement négatif étant donnée l'absence d'un effet de diversification entre les actifs. Ainsi, en réalisant un nombre important de simulations, nous avons remarqué que, même si le générateur de scénarios offre un scénario favorable de l'évolution d'actifs, le résultat de l'allocation est

négatif dans la majorité des cas testées (pour 10 tirages, plus que la moitié donne un rendement négatif). A titre d'exemple, dans le schéma ci-dessous, nous remarquons que le résultat de placement est négatif tout au long de la période de projection.

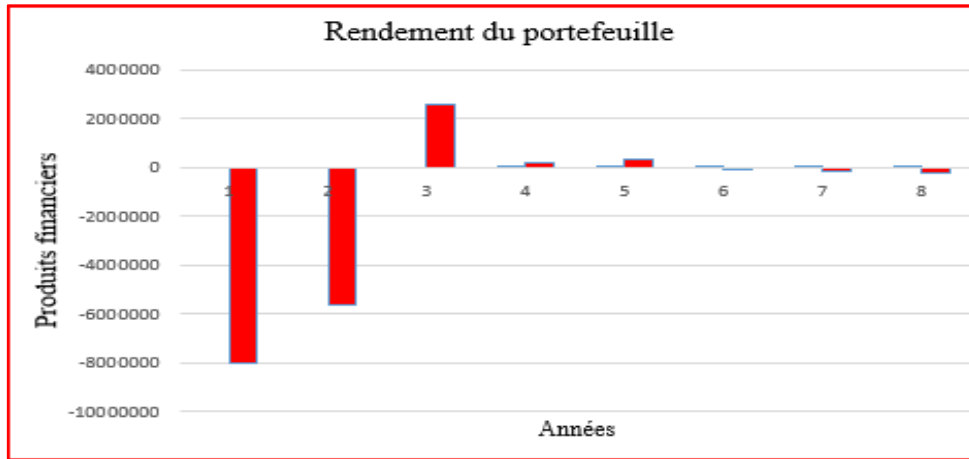


Figure 27: Produits financiers de la stratégie agressive

En effectuant un nombre important de simulations, nous avons constaté que la structure initiale optimale qui maximise le rendement du portefeuille de l'investisseur, compte tenu de l'engagement vis-à-vis des assurés et de la variation de la valeur de marché des trois actifs, est la suivante.

Actifs	Pourcentage
Action 1	34%
Action 2	34%
Monétaire	33%

Tableau 10: Stratégie optimale de placement

Cette stratégie présente l'avantage de maximiser le rendement de l'entreprise et de minimiser le risque de se trouver dans une situation de Gap de trésorerie. En adoptant cette stratégie, la structure du portefeuille évolue pendant la période de projection comme suit :

	Monétaire	Action 1	Action 2
2017	33%	34%	34%
2018	43%	29%	29%
2019	52%	24%	24%
2020	62%	19%	19%
2021	71%	14%	14%
2022	81%	10%	10%
2023	90%	5%	5%
2024	100%	0%	0%

Tableau 11: Evolution du portefeuille de la compagnie

La structure initiale de notre portefeuille est égale 33% pour les placements monétaires, 77% équirépartis entre les deux actions. Chaque fin de période, après versement des prestations, cette allocation initiale est réajustée en fonction du montant disponible et l'évolution de la valeur de marché de chaque classe d'actifs. Les investissements et les réinvestissements sont effectués pour atteindre la structure cible. Donc, la composition obtenue du portefeuille se caractérise par une baisse progressive du pourcentage d'actifs alloué aux actifs risqués (les actions). Le schéma d'évolution de cette structure est le suivant :

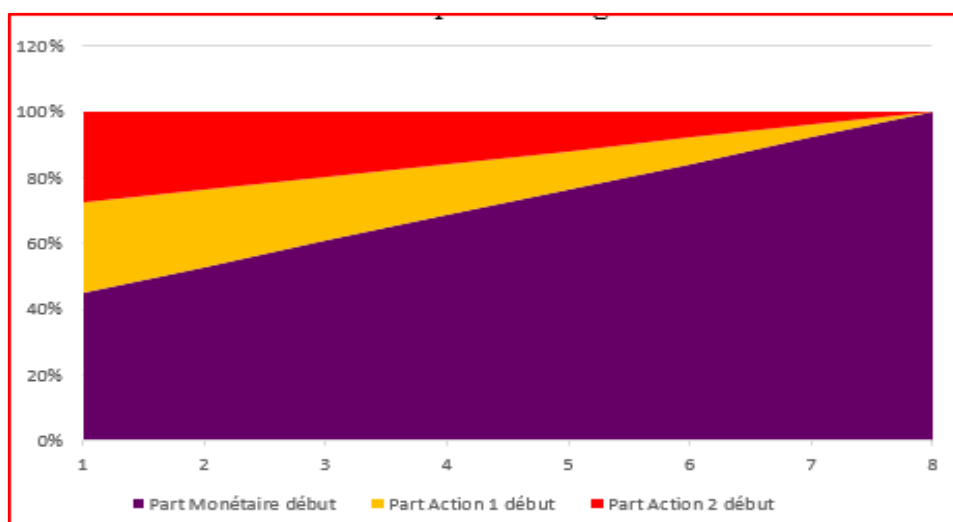


Tableau 12: Evolution de la structure de placement de la compagnie

Avec cette stratégie, l'entreprise se trouve dans une situation permanente d'excédent de trésorerie pendant toute la période de projection.

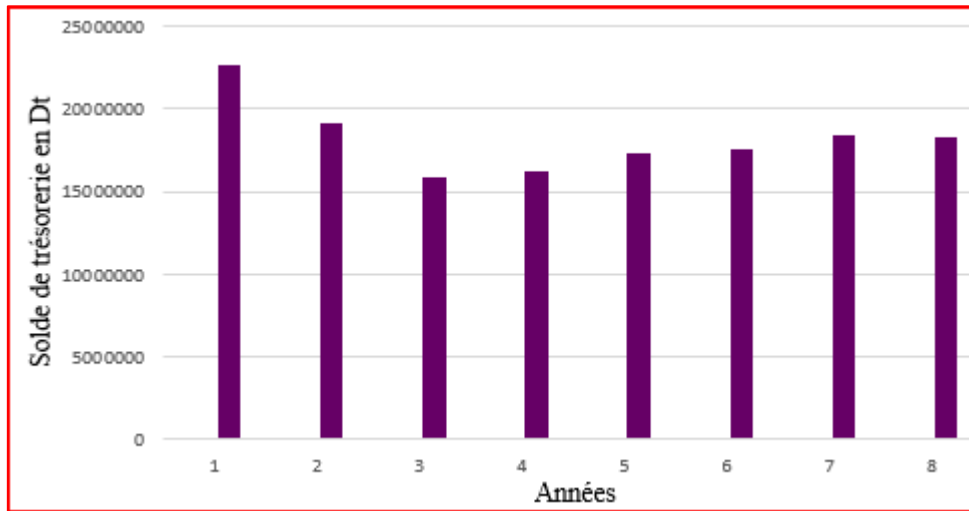


Figure 28: Excedent de trésorerie dégagée par l'entreprise

A partir de ce graphique, nous remarquons que cette stratégie est très favorable pour la trésorerie de l'entreprise, voir même plus favorable qu'une stratégie composée uniquement des placements monétaires. Les produits financiers réalisés par l'entreprise sous cette structure sont également très importants même dans le cas d'une évolution défavorable des variables exogènes (taux d'intérêt court et le cours des actions). La représentation graphique de ces rendements est la suivante :

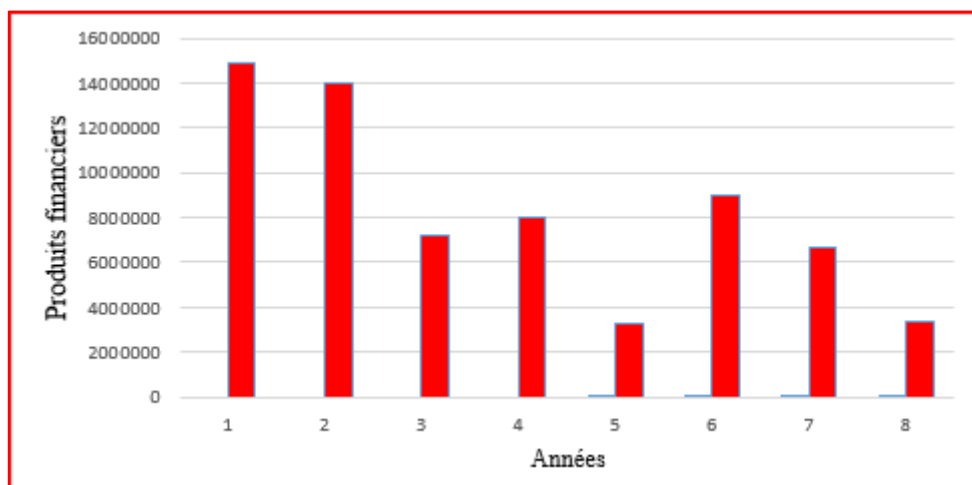


Tableau 13: Produits de placement générés par structure optimale d'actifs

II. Projection du résultat

A partir des différents paramètres modélisés précédemment et en se basant sur les hypothèses ci-dessous, nous avons projeté le montant de résultat sur les 8 prochaines années.

Les hypothèses de projection sont les suivantes :

- Le solde de souscription de réassurance est nul.
- Les primes non acquises de 2016 sont encaissés en 2017.
- Les charges financières représentent 1.5% du montant annuel des placements.

	Résultat
2017	16 108 276
2018	1 037 772
2019	1 992 315
2020	955 738
2021	899 305
2022	978 200
2023	874 461
2024	748 729

Tableau 14: Résultats projetés

Nous remarquons à partir de ce tableau que le résultat relatif au portefeuille automobile corporel de la compagnie est positif pendant toute la période de projection. Ceci est conforme à ce qui est attendu étant donné que la structure du portefeuille maximise les produits financiers de l'entreprise.

III. La prise en compte de l'inflation

L'inflation est une variable clé dans le cadre d'une modélisation de DFA car elle affecte à la fois l'actif et le passif de la compagnie. Pour des raisons méthodologiques, nous avons présenté un modèle « allégé » sans prendre en compte l'impact de l'inflation sur la valeur du bilan de la compagnie.

Pour tenir compte de l'impact de l'inflation sur la structure d'actifs de la compagnie, nous avons utilisé la formule suivante :

$$Préstation'_i = préstation_i * \prod_{k=1}^i Inflation_k$$

Les détails du modèle utilisé pour estimer le taux annuel d'inflation est présenté en annexe C.

En appliquant cette formule, nous avons observé que l'inflation n'a pas un grand impact sur la stratégie d'allocation d'actifs de la compagnie ; La structure optimale d'actifs est insensible à la variation de la valeur de l'inflation. En analysant l'origine de ce phénomène, nous avons trouvé que ceci s'explique par deux raisons. Il est plus efficace de prendre en compte l'inflation au moment de la constitution des triangles. Par ailleurs, étant donné que nous travaillons sur l'allocation d'actifs d'un seul canton contractuel, il est recommandé d'estimer les paramètres d'un modèle d'inflation relatif au portefeuille étudié.

IV. La nécessité de cantonnement des actifs

Actuellement, la gestion actif-passif au sein de la majorité des compagnies d'assurances tunisiennes se résume à regrouper les flux de primes provenant de tous les assurés, toutes branches confondues, et à les placer en respectant le catalogue règlementaire. Autrement dit, elles consistent à gérer les placements de manière globale, pour toute la compagnie, abstraction faite des spécificités de chaque branche.

Néanmoins, en réalisant ce travail nous avons pris conscience que la mise en place d'une structure de gestion actif-passif nécessite d'effectuer un travail long et fastidieux en amont. En effet, cette activité consiste à identifier, mesurer et maîtriser les risques d'inadéquation des flux pour protéger la valeur de la société, son image, ses actionnaires et les intérêts de toutes ses parties prenantes. L'atteinte de cet objectif passe par une maîtrise parfaite des risques auxquels l'entreprise est confrontée non pas seulement de manière globale, mais surtout en prenant en compte la spécificité de chaque segment du portefeuille de la compagnie afin de garantir une gestion actif-passif séparée pour chaque canton.

Ainsi, face au caractère hétérogène des risques acceptés par l'entreprise, les gestionnaires d'actifs sont appelés à s'y adapter en mettant en place une politique de gestion d'actif adéquate pour chaque segment. Cette démarche consiste à définir la quantité de risque tolérée par l'investisseur et le niveau de rendement espéré en contrepartie pour chaque canton afin de pouvoir garantir la solvabilité de l'entreprise.

Une telle approche fournit une solution plus concrète pour établir le lien entre les décisions d'allocation d'actifs et les spécificités techniques de chaque canton. Cependant, le succès de cette approche est conditionné par la mise en place d'une segmentation au sein de la

compagnie afin de garantir une gestion plus éclairée en fonction de la dynamique de chaque segment. Donc, il est nécessaire de déclencher cette démarche en amont pour avoir une vision plus réaliste sur le degré d'exposition du portefeuille de la compagnie. Ce travail est facilité, actuellement par le big data qui permet de compléter et d'enrichir les données de l'entreprise avec des données de sources externes afin d'affiner le travail de segmentation. Nous considérons que ce travail est un passage obligé avant de penser à implémenter un modèle DFA. En effet, après avoir effectué une analyse des risques par segment, par exemple en suivant l'approche que nous avons proposée dans le cadre de ce mémoire, l'entreprise pourra, à ce stade aborder la problématique d'organisation de sa gestion actif-passif.

En somme, le travail que nous avons mené tout au long de ce mémoire, doit être réalisé pour toute la compagnie, segment par segment, dans le but de construire, pour chaque segment, un modèle dans lequel les classes d'actifs soient représentées de manière cohérente avec les besoins de la gestion technique.

CONCLUSION

Ce dernier chapitre a été consacré à l'élaboration d'un modèle de gestion actif-passif du portefeuille automobile-corporel du GAT. Nous avons commencé par la présentation de la méthodologie suivie pour décrire la dynamique de l'actif. Puis, nous avons proposé un modèle simplifié qui nous permettra de déterminer l'allocation optimale d'actifs tout en contrôlant l'adéquation entre l'actif et le passif.

Etant donné que le passif à couvrir a été déterminé dans le chapitre précédent, dans cette partie, nous avons utilisé les résultats obtenus pour déterminer la stratégie d'allocation d'actifs. Contrairement au chapitre précédent où nous avons utilisé les données de la compagnie pour la modélisation des provisions techniques, dans ce chapitre, nous avons été obligés d'utiliser des données fictives à cause de l'absence d'un actif cantonné par branche⁴³.

En effet, le modèle proposé dans ce chapitre est inspiré de l'approche DFA. Il respecte la contrainte liée à l'adossement actif-passif, mais il n'intègre que deux types d'actifs : les actions et les placements monétaires. Pour décrire l'évolution de la valeur de marché de ces actifs, nous avons fait appel aux modèles les plus connus de la théorie financière : le modèle de Black et Scholes pour la modélisation de la dynamique des actions et le modèle de Cox, Ingersoll et Ross pour la modélisation de la dynamique du taux d'intérêt à court terme, conformément aux recommandations de la directive Solvabilité 2. Les résultats de ces modèles ont été ensuite utilisés pour analyser l'évolution du portefeuille d'actifs de la compagnie. Puis, nous avons développé un modèle qui nous a permis de simuler les différentes trajectoires possibles de l'évolution de la valeur de marché des actifs.

L'outil que nous avons développé dans ce chapitre présente l'avantage d'être un outil simple, capable de générer un nombre important de scénarios aléatoires et qui nous permet de tester plusieurs stratégies d'allocation d'actifs. Il constitue un outil d'aide à la décision qui donne au gestionnaire la possibilité de tester l'efficacité de la structure d'actifs choisie en prenant en compte les scénarii possibles d'évolution des valeurs de marché des actifs de son portefeuille. Cependant, ce modèle repose sur des hypothèses simplificatrices. Il faut donc interpréter avec prudence les résultats qu'il fournit.

⁴³ Au portefeuille automobile corporel dans notre cas.

Pour conclure, il est important de garder à l'esprit qu'aucun modèle, quel que soit sa nature, les hypothèses sur lesquelles il repose ou son utilité, ne peut reproduire parfaitement la réalité. Ainsi, « *un modèle n'est ni bon ni mauvais, un modèle est juste adapté ou pas à un usage* »⁴⁴. Il n'est pas développé pour être vrai, mais plutôt pour répondre un usage bien déterminé.

⁴⁴ Selon le statisticien Georges Box .

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire, nous avons abordé le problème de gestion des actifs au sein des compagnies d'assurances. Notre objectif était d'élaborer un modèle DFA permettant de déterminer une allocation stratégique d'actifs de notre entreprise de parrainage. Notre modèle était destiné à l'optimisation du portefeuille d'actifs de la compagnie en fonction de son passif.

Au départ, Ce mémoire avait pour objectif de proposer un modèle global qui intègre le passif total de la compagnie. Toutefois, en analysant le comportement de la provision pour sinistres à payer de quelques branches, nous avons pris conscience de l'inefficacité de cette approche notamment à cause de l'hétérogénéité de la cadence de développement des sinistres des branches. Nous avons donc décidé de travailler uniquement sur le portefeuille auto-corporel, ce choix ayant été motivé par le poids important des provisions pour sinistres à payer relatif à ce portefeuille dans le bilan de la compagnie.

Pour mener à bien ce travail, nous avons expliqué dans les deux premiers chapitres le cadre théorique de la gestion actif-passif dans les compagnies d'assurances. Dans le premier chapitre, nous avons mené une analyse théorique détaillée des méthodes les plus courantes d'allocation d'actifs. Une étude bibliographique sur ces méthodes a été rédigée pour décrire l'évolution de cette activité depuis les années 30. Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté d'une manière détaillée les modèles de type DFA. Nous avons mis l'accent sur l'utilité de ce type de modélisation pour les compagnies d'assurance dans le contexte actuel.

Dans la partie empirique, nous avons modélisé l'actif et le passif liés au portefeuille étudié. Conformément à ce qui a été annoncé par Wuthrich et Merz⁴⁵, à savoir que « *The model choice is probably one of the most difficult questions in any application in practice* », le choix de la méthode à utiliser pour la modélisation de chaque variable est l'une des difficultés majeures rencontrées au moment de l'élaboration de ce modèle. En effet, après avoir testé plusieurs approches, nous avons modélisé la dynamique des actions selon le modèle de Black et Scholes, les placements monétaires selon le modèle de CIR et, pour les provisions, nous avons opté pour trois méthodes : Le modèle de Chain ladder, le modèle de Mack et la technique de Bootstrap.

Pour élaborer une stratégie optimale d'allocation d'actif, nous avons programmé un outil simple d'allocation d'actifs pour un portefeuille composé de trois actifs : 2 actions et un placement de type monétaire. Le choix de cette composition est très loin de la réalité notamment

⁴⁵ Dans leur article « *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance* »

avec l'existence d'une réglementation qui encadre l'activité de placement des compagnies d'assurances. Néanmoins, nous avons été obligés de travailler sous cette hypothèse simplificatrice à cause de la complexité liée à l'intégration d'un nombre important d'actifs. Pour le critère du choix de la stratégie optimale, nous avons choisi d'axer notre objectif sur l'analyse de la série des impasses de trésorerie afin de contrôler l'adéquation entre l'actif et le passif du canton étudié.

Les résultats obtenus à partir de notre modèle sont satisfaisants, compte tenu de l'approche adaptée. Mais il est important de signaler que ces résultats comportent des limites notamment à cause de certaines hypothèses restrictives et à l'omission de certaines variables, jugées importantes pour décrire d'une manière fiable la situation de l'entreprise. La principale limite de ce modèle est qu'il traite un seul portefeuille de contrats. Les autres branches de la compagnie ne sont pas modélisées. En effet, au départ, notre logique consistait à travailler sur les branches une par une, dans une première étape, afin d'effectuer la stratégie l'allocation d'actifs adaptée aux spécificités de chaque canton, puis de généraliser ce travail sur tout le portefeuille de la compagnie. Faute de temps, nous avons privilégié l'élaboration d'un modèle DFA de gestion d'actifs complet pour l'Auto-Corporel à la couverture de tout le portefeuille.

Une amélioration possible de ce modèle consiste donc à réaliser ce travail pour toutes les branches de la compagnie, puis d'introduire l'interdépendance entre les branches par exemple à l'aide de la théorie de copules pour prendre en compte l'avantage lié à la diversification du risque. Une autre voie d'amélioration consiste à introduire les autres classes d'actifs, notamment les placements immobiliers et les obligations, afin de prendre en compte la contrainte réglementaire liée à l'existence d'un catalogue réglementaire des placements.

De plus, il est essentiel de prendre en compte certaines variables que nous n'avons pas intégrées dans notre modèle, mais qui constituent des éléments essentiels à la mise en place d'un modèle DFA. Parmi ces variables nous citons : la réassurance, le cycle de souscription, la sinistralité. Donc il est nécessaire de refaire ce travail dans un contexte de continuité d'exploitation, et non pas sous l'hypothèse de Run off et d'intégrer ces variables, pour obtenir un modèle plus adapté à la réalité de l'entreprise.

Nous pouvons penser également à la prise en compte de la contrainte liée au capital économique, car selon la directive solvabilité 2, il existe une relation étroite entre les exigences de capital réglementaire et les risques inhérents à l'activité de placement de l'entreprise. Selon cette directive, pour limiter la consommation du capital liée au risque de marché, les assureurs sont appelés, plus que jamais, d'optimiser la gestion de leur actif. Donc, une amélioration

possible de ce travail, consiste à introduire cette contrainte au moment de l'élaboration de la stratégie optimale d'allocation d'actifs.

Un autre point qui n'a pas été traité dans ce travail mais qui nécessite une attention particulière est la question de l'appétence au risque de la compagnie. Nous considérons qu'il est souhaitable d'enrichir ce travail par la prise en compte de ce nouveau concept car les dispositifs de solvabilité 2 accordent un rôle important à la prise en compte de l'appétence pour le risque au moment de l'optimisation des décisions stratégiques de la compagnie.

Enfin, nous pouvons dire que, depuis son apparition, l'approche DFA n'a pas fini de faire couler de l'encre et elle constitue aujourd'hui l'un des domaines de recherche les plus abordés par les actuaires des institutions renommées comme l'institut des actuaires car il est indéniable que le développement d'un modèle DFA constitue, pour les compagnies d'assurances, un atout majeur de son développement et de sa pérennité dans le contexte actuel.

Pour conclure, nous considérons que les résultats de ce travail constituent, pour nous, les bases d'un travail à poursuivre et à améliorer après l'entrée dans la vie professionnelle, notamment à travers l'intégration d'autres variables, d'autres risques, et notamment, après une analyse approfondie des pratiques actuelles de la gestion d'actif passif de notre compagnie de parrainage.

BIBLIOGRAPHIE

- Agenos, X. (2006). *Appétit pour le risque et gestion stratégique d'une société d'assurance non-vie: application aux stratégies d'investissements et de réassurance*. Centre d'études actuarielles.
- Berrada, S., & Mariuzza, D. (2015). *Allocation stratégique d'actifs dans le cadre de l'épargne retraite*. Paris: Thèse, ENSAE ParisTech.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of Options and corporate Liabilities. *Journal of political Economy*, 637-654.
- Blum.P, & Michel, D. (2004). DFA – Dynamic Financial Analysis. *m the Encyclopedia of Actuarial Science*. □ John Wiley & Sons, 1-14.
- Brigo, D., Dalessandro, A., Neugebauer, M., & Triki, F. (2007). A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management. *Journal of Risk Management for Financial Institutions*, 3-42.
- Burkett, J., McIntyre, T., & Sonlin, S. (2001). DFA Insurance Company Case Study, Part I: Reinsurance and Asset Allocation. *Casualty Actuarial Society Dynamic Financial Analysis Website: Swiss Re Investors*, 59-98.
- Cox, S., Ingersoll, J., & Ross, A. (1985). A theory of the term structure of interest rate. *Econometrica*, 385-407.
- Cumberworth, M., Hitchcox, A., McConnell, W., & Smith, A. (1999). Corporate Decisions in General Insurance: Beyond the Frontier. *Institute of Actuaries*.
- D'Arcy, S., Gorvett, R., & Hettinger, T. (1997). Using the public Access DFA model : a case study. *Causality actuarial society forum*, 1-40.
- Eling, M., Parnitzke, T., & Schmeiser, H. (2006). Management strategies and dynamic financial analysis. *Risk management and insurance*, 30-55.
- Felah.A. (2011). *Allocation stratégique d'actifs et ALM pour les régimes de retraite*. LYON 1: l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD.

- Feldblum, S. (1999). Underwriting cycles and business strategies. *Causality actuaries Society*, 175-235.
- Gorvett, R., & D'Arcy, S. (2004). The use of dynamic financial analysis to determine whether an optimal growth rate exists for a property -liability insurer. *The Journal of Risk and Insurance*, 583-615.
- Juillard, M. (2014). Quel modèle de taux développer sous le pilier 1:MCEV. *Actu d'actuaire*, 3-5.
- Kaufmann, R., Gadmer, A., & Klett, R. (2001). Introduction to dynamic financial analysis. *Austein Bulletin*, 213-249.
- Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimate. *Austin Bulletin* , 23-25.
- Markowitz, H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *John Wiley & Sons*, 281–296.
- Panning, W. (1987). Asset-Liability Management: Beyond Interest Rate Risk. *Financial Analysis of Insurance Companies*, 322-352.
- Pauling, B., Britt, S., Morin, F., & Mulvey, J. (2008). Dynamic Financial Analysis For Multinational insurance companies. *Handbook of Asset and Liability Management, Volume 2*, 544-590.
- Philbrick, S., & Painter, R. (2001). Dynamic Financial Analysis:DFA Insurance Company Case Study:Part II: Capital Adequacy and Capital Allocation. *Swiss Re Investors*, 110-165.
- Redington, F. (1952). Review of the principles of life office valuations. *Journal of the Institue of Actuaries*, 78:1-40.
- Théron, P., Planchet, F., & Juillard, M. (2011). *Modèles Financiers en assurance: Analyse de risque dynamique*. Economica.
- Vasicek, O. (1977). An Equilibrium Characterization of the term Sstructure. *Journal of Financial Economics*, 177-188.

- Wiesner, E., & Emma, C. (2000). A Dynamic Financial Analysis Application Linked to Corporate Strategy. *Linked to Corporate Strategy*, 26-52.
- Wilkie, A. D. (1986). A Stochastic Investment Model for Actuarial Use. *Transactions of the Faculty of Actuaries* 39, 341-403.

LISTE DES ANNEXES

Annexe A: La validation des hypothèses de la méthode de Chain ladder	106
Annexe B: La validation des hypothèses du modèle de MACK.....	108
Annexe C: Equation utilisée pour l'estimation de l'inflation	109

LES ANNEXES

Annexe A: La validation des hypothèses de la méthode de Chain ladder

Pour vérifier la première hypothèse qui consiste à supposer que les années de survenance sont indépendantes entre elles, nous avons montré que les $(n-j)$ couples $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$ pour $i \in (0,1,\dots,n-j-1)$ sont représentés par une droite passant par l'origine de la droite.

Cette hypothèse implique implicitement qu'il existe un facteur λ_j qui vérifie le respect de l'équation suivante :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} \quad \forall j = 0, 1, \dots, n-1$$

Nous avons vérifié cette hypothèse pour la série des $C_{i,j}$ pour toutes les années de développement. Pour ce faire, nous avons analysé le CC-plot pour les $(n-j)$ couples $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$.

Nous présentons ci-dessous a représentation graphique la CC-plot pour la première et la deuxième année de développement.

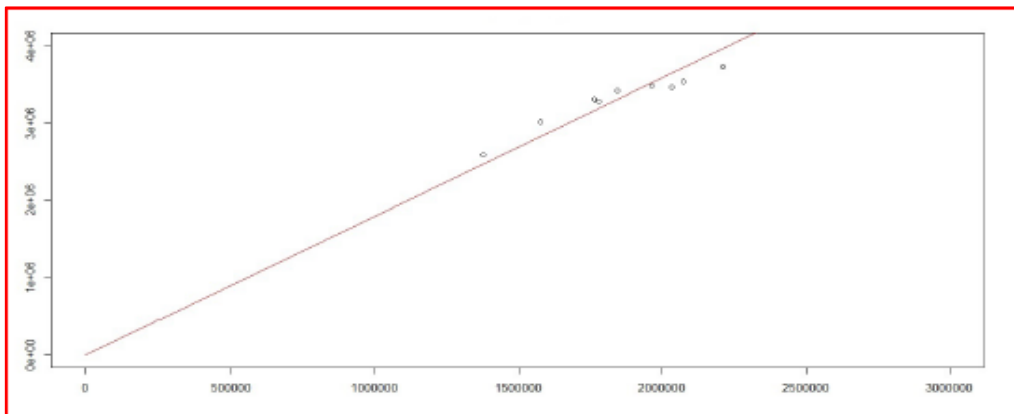


Figure 29: CC-plot pour $j=1$

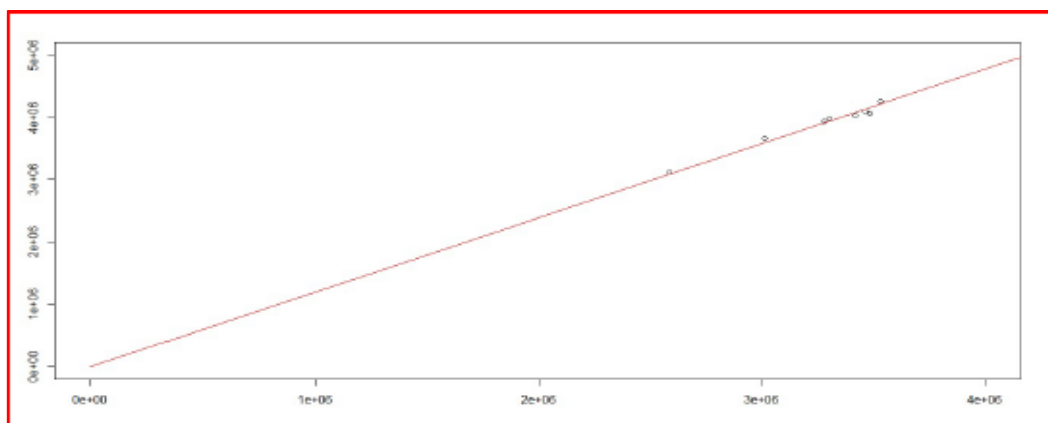


Figure 30:CC-plot pour j=2

A partir de ces deux graphiques, nous remarquons que les points semblent alignés sur la droite de régression qui passe par l'origine. Ceci est vérifié pour toutes les autres années de développement. Donc, nous pouvons dire que la première hypothèse du modèle de Chain ladder est validée.

Pour vérifier la deuxième hypothèse, nous avons calculé le D-triangle, ce triangle est composé des facteurs de développements individuels.

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

A partir de ce triangle, nous avons calculé quelques statistiques jugées les plus significatives : ces statistiques sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Facteur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Moyenne	178,00%	111,73%	101,86%	99,97%	99,72%	98,31%	99,32%	99,41%	99,35%	98,99%	99,28%	98,24%	99,66%
Ecart type	22,46%	5,76%	3,73%	1,89%	2,16%	3,85%	2,61%	1,10%	2,79%	1,85%	0,74%	0,71%	0,49%
C V⁴⁶	12,62%	5,16%	3,66%	1,89%	2,16%	3,92%	2,62%	1,11%	2,81%	1,87%	0,74%	0,72%	0,49%
Min⁴⁷	155,54%	105,96%	98,13%	98,08%	97,56%	94,46%	96,71%	98,30%	96,56%	97,14%	98,54%	97,53%	99,17%
Max⁴⁸	200,46%	117,49%	105,59%	101,86%	101,88%	102,16%	101,93%	100,51%	102,14%	100,84%	100,01%	98,95%	100,15%

Tableau 15:Les statistiques liées au D-triangle

⁴⁶Coefficient de variation

⁴⁷ Le facteur de développement individuel minimum

⁴⁸ Le facteur de développement individuel maximum

Pour vérifier la deuxième hypothèse, nous nous intéressons aux résultats donnés par le D-triangle. Dans notre cas, nous nous intéressons particulièrement à l'analyse de la moyenne, l'écart type et le coefficient de variation des colonnes du triangle.

A partir du tableau ci-dessus, nous observons pour $j=1,..13$ une variation maximale la deuxième année de développement avec un écart type égale à 22% et un coefficient de variation égale à 12%. Par contre, pour les autres années de développement, la variation est relativement faible. Donc, nous pouvons conclure que la deuxième hypothèse de la méthode de chain ladder est également respectée.

Annexe B:La validation des hypothèses du modèle de MACK

Pour la deuxième hypothèse du modèle de Mack, cette hypothèse a été validée graphiquement à travers les CC plot des facteurs de développement. Il s'agit de la même hypothèse que le modèle de Chain ladder.

Pour tester la validité de la première et la troisième hypothèse, nous avons analysé les représentations graphiques des résidus du modèle.

Pour la première hypothèse, il s'agit de tester l'existence d'un effet calendaire. Graphiquement, nous remarquons que, la variabilité de résidus est faible. En effet, en analysant la figure,31 nous observons l'absence d'un effet calendaire important, et que la variabilité des résidus du modèle est imputable à la croissance du portefeuille de la compagnie. Donc, nous pouvons accepter la première hypothèse.

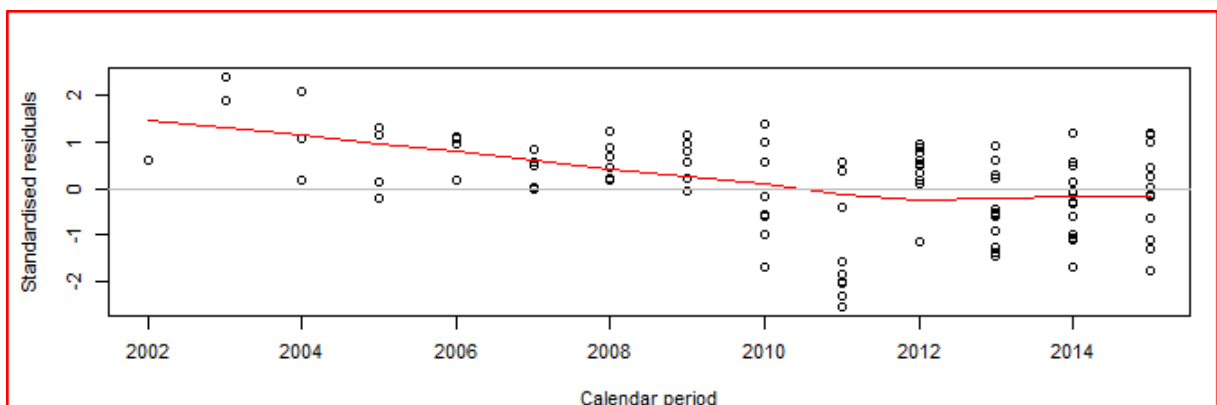


Figure 31:Analyse de l'effet calendaire

Pour la troisième hypothèse, elle consiste à tester la forme de la variance du modèle. Pour vérifier l'absence d'une tendance spécifique des résidus du modèle, nous avons présenté ci-dessous, à l'aide du logiciel R, les résidus du modèle, par année de développement et par année d'origine.

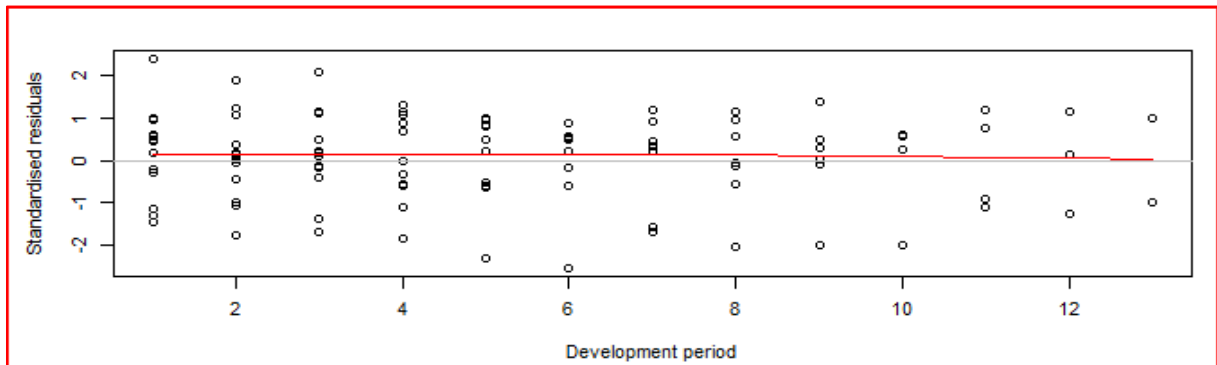


Figure 32: Analyse des résidus par année de développement

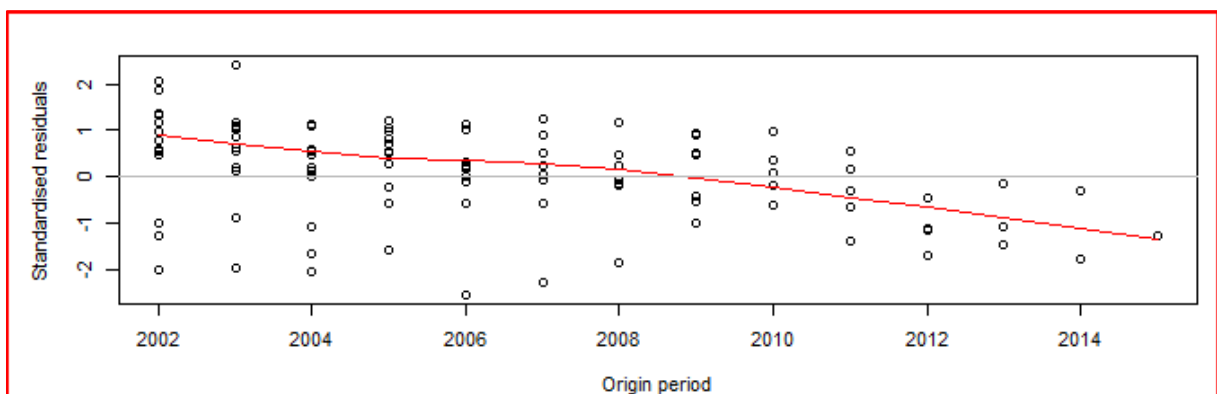


Figure 33: Analyse des résidus par année d'origine

A partir des deux représentations graphiques ci-dessus, nous remarquons que les résidus du modèle ne représentent pas une tendance spécifique, donc la troisième hypothèse est validée.

Annexe C: Equation utilisée pour l'estimation de l'inflation

Pour modéliser le taux d'inflation futur, nous avons utilisé le modèle de Wilkie (1986)⁴⁹. Ce modèle consiste à supposer que l'indice d'inflation suit un processus autorégressif du premier ordre AR(1) selon la dynamique suivante:

$$I_t - I_m = \alpha_I * (I_{t-1} - I_m) + \sigma_I + \varepsilon_{I,t}$$

⁴⁹ Dans son article : « A Stochastic Investment Model for Actuarial Use ».

Avec :

$I_t = \ln\left(\frac{Q_t}{Q_{t-1}}\right)$: Taux d'inflation instantané,

I_m : Taux d'inflation à long terme,

α_I : Coefficient de retour à la moyenne,

$\varepsilon_{I,t}$: Bruit blanc suivant une loi normale centrée et réduite,

σ_I : Écart type du bruit⁵⁰.

Nous avons estimé les paramètres de cette équation à l'aide de l'estimateur des moindres carrés ordinaires. Les données que nous avons utilisées dans ce travail sont tirées du site de l'Institut National de la Statistique. La série couvre la période de 2011 à 2016. Étant donné la faible taille de l'échantillon, nous avons travaillé sur la série mensuelle des taux d'inflation pour avoir un nombre suffisant d'observations (72 dans ce cas).

L'estimation des paramètres du modèle à l'aide de la méthode MCO a fourni les valeurs suivantes :

$$\mu_i = 0.0478581 = 4.78\%$$

$$\sigma_i = 0.0506$$

$$\alpha_I = 0.894835$$

Avant d'utiliser les résultats de ce calibrage, nous avons effectué des tests sur la qualité d'ajustement et la normalité des résidus du modèle. Nous avons trouvé que le modèle est globalement significatif. Donc, nous avons utilisé cette équation pour projeter les valeurs futures du taux d'inflation pendant la période de projection

50 Un bruit blanc est une fonction aléatoire gaussienne, stationnaire et de moyenne nulle

TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE	1
DEDICACES	2
REMERCIEMENTS.....	3
INTRODUCTION GENERALE	7
CHAPITRE 1 : ALLOCATION D’ACTIFS DANS LES COMPAGNIES D’ASSURANCES, UNE SYNTHESE DE LA LITTERATURE.....	11
INTRODUCTION	11
SECTION 1 : LES APPROCHES « D’IMMUNISATION DU PORTEFEUILLE »... 	12
I. L’adossement en flux de trésorerie : « <i>Cash-flow matching</i> »	13
II. L’adossement en « <i>Duration</i> »	14
SECTION 2 : LES METHODES D’ALLOCATIONS BASEES SUR LA NOTION D’« OPTIMISATION DU SURPLUS ».....	17
I. Modèle de Sharpe et Tint (1990).	18
II. Modèle de Leibowitz (1992)	20
III. Le modèle de Talfi (2008).....	21
SECTION3 : LES MODELES D’ALM DYNAMIQUES.....	21
I. Les limites de l’ALM statique	21
II. Techniques d’assurance de portefeuille.....	23
III. Les méthodes de programmation dynamique et stochastique.....	25
CONCLUSION	29
CHAPITRE2 : MODELISATION DE TYPE DFA	31
INTRODUCTION	31
I. La différence entre l’ALM en assurance vie et la « DFA »	32
I. Historique de la DFA.....	33
II. La définition de la DFA.....	34

SECTION 2:LA STRUCTURE ET LA DEMARCHE D'ELABORATION D'UN MODELE DFA	36
I. L'Architecture du modèle DFA	36
II. Le champ d'application de la DFA	37
III. Les facteurs fondamentaux du modèle.....	40
SECTION 3 : LES ETAPES D'ELABORATION D'UN MODELE DFA.....	43
I. La fixation des objectifs stratégiques de la Compagnie	44
II. Le choix des paramètres du modèle.....	46
III. Les simulations.....	48
CONCLUSION	50
CHAPITRE 3 : MODELISATION DES PROVISIONS ET DU RISQUE DE PROVISIONNEMENT DU PORTEFEUILLE AUTOMOBILE CORPOREL	52
INTRODUCTION	52
SECTION 1 : LA SITUATION INITIALE DE LA COMPAGNIE	53
I. La structure du chiffre d'affaires.....	53
II. La Structure des provisions	53
III. Structure des placements	55
SECTION 2 : MODELISATION DU PASSIF	56
I. La composition des provisions techniques de la compagnie	57
II. La méthode Chain Ladder.....	60
1. Présentation de la méthode.....	60
2. Résultat et interprétation.....	61
III. La méthode de MACK	64
1. Présentation de la méthode.....	64
2. Résultats et interprétations.....	65
IV. La méthode de Bootstrap	67
1. Présentation de la méthode.....	67

2. Résultat et interprétation	68
SECTION 3 : LA PROJECTION DU MONTANT DES PROVISIONS ET DES DECAISSEMENTS	70
I. La projection du montant des PSAP.....	70
II. La projection des prestations payées	71
CONCLUSION	72
CHAPITRE 3 : MODELISATION DES ACTIFS ET APPLICATION DU MODELE DFA	73
INTRODUCTION	73
SECTION 1 : MODELISATION DE L'ACTIF	73
I. Placement monétaire	75
1. Présentation de la classe d'actif.....	75
2. Modélisation de la dynamique d'évolution des actifs monétaires	76
3. Application numérique	77
II. La modélisation des actions	80
1. Présentation de l'approche	80
2. Application du modèle	81
SECTION 2 : LES REGLES DE GESTION DU PORTEFEUILLE D'ACTIFS	84
I. Dynamique d'évolution du portefeuille de la compagnie.....	84
II. La valorisation du portefeuille	86
1. En début de période t_0	86
2. La valeur de portefeuille en fin de période.....	88
3. Le rendement du portefeuille	88
SECTION 3 : PARAMETRAGE ET PRESENTATION DES RESULTATS.....	89
I. Détermination de la structure optimale d'actifs.....	89
II. Projection du résultat.....	94
III. La prise en compte de l'inflation.....	94
IV. La nécessité de cantonnement des actifs.....	95

CONCLUSION	97
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....	99
BIBLIOGRAPHIE	102
LISTE DES ANNEXES	105

RESUME

Le problème de l'allocation d'actifs des compagnies d'assurances fait actuellement l'objet d'un grand débat. Celui-ci n'est pas nouveau, mais il a pris de l'ampleur au fur et à mesure que la réglementation de l'activité de l'assurance et que le contexte économique a évolué. Dans ce contexte, le développement d'un modèle de gestion des actifs, véritable outil d'aide à la décision, est nécessaire pour garantir la pérennité des compagnies d'assurance.

La problématique que nous avons étudiée dans le cadre de ce travail s'inscrit dans cette perspective. Elle consiste à montrer comment les compagnies d'assurances non-vie peuvent optimiser leurs décisions d'allocation stratégique des actifs à travers l'utilisation d'une modélisation de type DFA.

Le modèle que nous proposons dans ce travail est un modèle simple qui s'inscrit dans une optique de compréhension du mécanisme des modèles DFA sans prendre en compte ni les impératifs de sécurité ni les contraintes réglementaires liées à l'existence d'un catalogue réglementaire de placements.

Pour bien comprendre les enjeux de la thématique que nous traitons, nous avons consacré la partie théorique à la présentation des aspects théoriques liés à la question d'allocation d'actifs et principalement les modèles de type DFA.

Dans le premier chapitre de la partie théorique, nous avons présenté une synthèse de la littérature traitant de ce sujet. Nous y avons exposé l'évolution des méthodes d'allocations d'actifs au sein des compagnies d'assurance depuis les années 30 et jusqu'à nos jours. Les principales méthodes citées sont les approches d'allocation d'actifs basées sur la théorie d'immunisation, les méthodes basées sur la notion de surplus et des méthodes d'ALM dynamiques.

Nous avons également mis l'accent sur les limites des méthodes d'ALM traditionnelles, en montrant qu'il existe actuellement un consensus et une reconnaissance de la part des intervenants dans le monde de l'assurance quant au fait que ces modèles traditionnels ne sont pas capables de donner des résultats robustes.

Le deuxième chapitre de la partie théorique a été consacré à la présentation de l'approche DFA qui constitue l'élément central de ce travail. Cette approche est considérée actuellement comme un levier de performance et de pilotage des risques des compagnies d'assurances. Son apparition remonte aux années 40. Elle a acquis une reconnaissance dans le monde de la finance et de l'actuariat en tant qu'outil incontournable de gestion d'actif-passif des assurances non-vie après les travaux des institutions renommées comme le « Casualty Actuarial Society » et la « Society of Actuaries ».

La DFA est une technique de modélisation stochastique qui permet à l'entreprise d'intégrer le plus grand nombre possible de paramètres financiers de son activité afin de simuler, de manière stochastique, les éléments de l'actif, les éléments du passif et les relations entre les deux. Elle offre une image globale de la totalité des flux financiers liés à l'activité de la compagnie, à savoir les primes, les prestations, les produits financiers et les flux liés aux opérations de réassurance... Il s'agit donc d'un outil incontournable de gestion stratégique de l'entreprise qui peut être utilisé pour optimiser la qualité de ses décisions notamment en matière de structure de la réassurance, de besoin en capital, de développement de produits et de marché, d'allocation stratégique des actifs, de planification stratégique, de mesure de performance, de tarification... L'objectif principal de ce type de modèle est de constituer un support d'analyse et d'aide à la décision moyennant une évaluation « holistique » de différents risques auxquels les entreprises d'assurance sont confrontées.

La mise en place d'un modèle DFA soulève plusieurs difficultés, que ce soit en termes des variables à intégrer, de la qualité des données utilisées, de la méthode utilisée pour le calibrage des paramètres des modèles stochastiques envisagés pour la projection, de la validité des hypothèses fixées ou encore de la fiabilité des résultats obtenus. C'est un travail considérable tant dans la construction que dans la collecte de données et l'alimentation du modèle. Il nécessite une connaissance parfaite des caractéristiques de l'entreprise.

Notre travail a consisté à élaborer un modèle DFA permettant d'optimiser la gestion d'actifs de notre organisme de parrainage. Il s'agit d'un objectif ambitieux et difficile à atteindre dans une seule tentative. Ainsi, étant donné que les engagements au passif des compagnies d'assurances sont généralement répartis par branches ou par famille de contrats, la gestion actif-passif doit prendre en compte la spécificité de chaque branche (ou canton). Ce besoin de cantonnement est expliqué par la nature spécifique des engagements liés à chaque branche notamment en termes de cadence de règlement. Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la détermination d'une stratégie d'allocation d'actifs du

portefeuille Auto-Corporel vu qu'il absorbe la moitié des provisions pour sinistres à payer de la compagnie de parrainage.

Pour développer ce modèle, nous avons commencé par la modélisation des engagements de la compagnie par rapport à son portefeuille de contrats Auto-corporel. Puis nous avons utilisé les résultats obtenus pour projeter les flux relatifs à ses engagements tout au long de la période de projection. Enfin et après la modélisation du risque de marché et du risque de taux d'intérêt du portefeuille étudié, nous avons utilisé ces résultats pour élaborer une stratégie optimale d'allocation d'actifs qui permettrait à la compagnie de maximiser le rendement de son portefeuille en maîtrisant le risque de « Gap de trésorerie ».

I. La modélisation des provisions et du risque de provisionnement

Etant donné que la recherche d'une structure d'actifs pour un portefeuille donné nécessite avant tout une analyse approfondie et exhaustive des engagements contractés par l'entreprise, la modélisation du passif de la compagnie est une étape primordiale au moment de l'élaboration d'un modèle DFA.

Ce passif est composé principalement de provisions techniques, donc, dans une démarche de modélisation dynamique de l'entreprise, nous devons connaître les spécificités des risques liés à cet élément du bilan.

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, dans le cadre de ce travail, nous nous sommes limités à l'étude du 'risque de provisionnement' lié à un seul canton qui est l' Auto-Corporel car il absorbe la moitié des provisions pour sinistres à payer de notre organisme de parrainage en 2016. Nous avons jugé judicieux de travailler sur un seul portefeuille à cause du caractère hétérogène des branches non-vie.

Pour modéliser le 'risque de provisionnement' et déterminer la charge ultime de sinistres, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Dans notre étude, nous avons utilisé la méthode de Chain ladder, la méthode de Mack et la méthode de Bootstrap. La méthode de Chain ladder constitue la méthode de provisionnement la plus ancienne et la plus utilisée par les compagnies d'assurance du fait de sa simplicité et de sa capacité à donner un résultat satisfaisant. Avant d'utiliser cette technique, nous avons vérifié la validité de ses hypothèses. Les données utilisées pour mener cette étude sont les triangles de la branche Auto-corporel (RC automobile) et plus particulièrement le triangle de charges. Il s'agit de triangles des cumuls de paiements et des sinistres à payer (SAP). Afin de disposer de suffisamment de recul, les données utilisées sont relatives aux années de survenance 2002 à 2016.

A l'aide de la méthode de Chain ladder nous avons calculé le montant de la charge ultime de sinistres. Pour affiner les résultats obtenus, nous avons estimé le montant des provisions pour les sinistres tardifs. Nous avons constaté à partir des résultats obtenus à l'aide de cette technique que la politique de provisionnement de l'entreprise est prudente.

Etant données les critiques adressées à cette méthode notamment à cause de son incapacité à estimer l'incertitude liée au montant de la charge ultime, nous avons utilisé les méthodes stochastiques de provisionnement afin de pallier à cette limite et d'enrichir notre travail. Nous avons utilisé deux méthodes stochastiques de provisionnement : la méthode de Mack et la méthode de Bootstrap. La méthode de Mack est considérée comme la version stochastique de la méthode de Chain ladder car elle permet de déterminer la volatilité et la marge d'erreur liée au montant de la charge ultime estimée par la méthode de Chain ladder. C'est la première méthode stochastique qui utilise les résultats de la méthode de Chain ladder pour mesurer la variance de la charge ultime. Après la validation des hypothèses relatives à cette méthode, nous l'avons utilisée pour l'estimation de la charge ultime de sinistres liée aux contrats Auto-corporel de la compagnie en utilisant les mêmes données utilisées dans la partie précédente. Cette méthode nous a donné la même valeur de la charge ultime projetée que celle fournie par la méthode de Chain ladder (Il existe une légère différence).

Le montant des IBNR constaté à l'aide de cette méthode montre que l'entreprise a dégagé un boni de liquidation. Ceci confirme notre premier constat que la provision dossier-par-dossier constituée par le gestionnaire de sinistres est prudente.

En effet, l'atout de cette méthode repose sur sa capacité de faciliter le passage d'un univers déterministe à un univers stochastique prenant en compte la volatilité liée à l'estimation du montant des provisions. Toutefois, comme il s'agit d'une méthode non paramétrique, elle ne donne pas une distribution complète de la charge ultime. Donc, elle ne permet pas de calculer les quantiles de la distribution dont le calcul est devenu nécessaire dans le cadre de solvabilité 2 notamment.

Pour avoir une idée plus pertinente sur le risque de provisionnement relatif au portefeuille analyse et notamment de la distribution des IBNR, nous avons utilisé également une deuxième méthode stochastique de provisionnement : la technique de Bootstrap. C'est une méthode non paramétrique de provisionnement fondée sur le principe de rééchantillonnage en utilisant les simulations de Monte Carlo. Elle constitue une avancée spectaculaire en statistiques qui permet de donner à partir d'un échantillon observé d'autres échantillons. Le principe de

cette technique consiste à utiliser les triangles historiques de charges pour simuler par tirage aléatoire de nouveaux échantillons de triangles. Les nouveaux triangles possèdent la loi sous-jacente des données initiales. L'utilisation de cette méthode de provisionnement dans le cadre d'un modèle DFA est très recommandée car elle donne la possibilité de déterminer un intervalle de confiance selon les scénarios modéré (VAR⁵¹75%) et de stress (VAR90%) nécessaire dans le cadre de solvabilité 2 notamment. Cette méthode nous a permis également de tracer l'histogramme et la distribution des IBNR de portefeuille étudié.

Après la réalisation de cette analyse du risque de provisionnement relatif au portefeuille étudié, nous avons utilisé ces résultats pour la projection du montant futur de la charge ultime pour toute la période de projection. La détermination du montant de la dotation annuelle des provisions pour sinistres à payer et des règlements annuels à effectuer par l'entreprise est une étape primordiale de notre modèle DFA. Etant donnée la complexité de cette tâche et le temps imparti à la préparation de ce mémoire, nous avons projeté ces valeurs sous l'hypothèse de « Run off » des provisions. Le Run off est une hypothèse clef qui consiste à se focaliser sur la gestion de sinistres de la compagnie tout en arrêtant la souscription des nouveaux contrats. Cette hypothèse vise à gérer le stock des provisions de l'entreprise jusqu'à épuisement. Pour l'horizon de projection, nous avons travaillé sur une période de 8 ans. Le choix de cet horizon de projection est arbitraire.

En appliquant la méthode de Chain Ladder sous l'hypothèse de Run off des provisions, nous avons projeté le montant des provisions pour sinistres à payer. Puis, nous avons déterminé le montant de la dotation annuelle des provisions à travers le calcul de la différence entre le montant de cette charge en début de période et en fin de période.

L'application de la méthode Chain ladder nous a permis également de déterminer le montant des prestations à payer par l'entreprise aux assurés et aux bénéficiaires des contrats d'assurance. L'estimation du montant des sinistres à régler pendant une période de projection a été faite en se référant à la cadence de règlement observé à partir du triangle historique.

II. La modélisation de l'actifs

L'objectif principal de ce travail étant de déterminer la stratégie optimale d'allocation d'actifs, il est important de choisir avec prudence les classes d'actifs à modéliser. En analysant

la structure du portefeuille d'actifs de notre entreprise de parrainage, nous avons constaté que la structure globale se caractérise par la dominance de trois classes d'actifs: obligations, actions cotées et placements monétaire. Néanmoins, dans le cadre de ce travail, nous nous sommes concentrés uniquement sur la modélisation de deux classes : les actions et les produits monétaires. Nous avons été obligés de limiter notre travail à la modélisation de ces deux types d'actifs pour respecter le caractère confidentiel des données relatives à la structure d'actifs de la compagnie et surtout à cause de la complexité de ce travail.

De ce fait, nous avons proposé de modéliser un portefeuille fictif composé de deux classes d'actifs : actions et placement monétaire. Pour le placement en actions, nous avons supposé que l'entreprise investit uniquement dans deux actions : ATB et BIAT. Nous avons supposé également que la stratégie de placement de l'entreprise est une stratégie agressive. Sous cette hypothèse, nous avons négligé les impératifs de sécurité auxquels les compagnies d'assurance sont confrontées notamment à travers l'existence d'un catalogue de placements imposé par la loi. Dans la modélisation des actifs, nous avons retenu les hypothèses principales suivantes qui sont en ligne avec les hypothèses utilisées dans la théorie moderne de portefeuille :

- Les classes d'actifs sont homogènes et liquides. Par conséquent, toute partie d'une classe d'actifs possède les mêmes propriétés de la classe (en termes de rendement, sensibilité, volatilité, etc.).
- Les actifs financiers sont parfaitement divisibles et il est possible d'acheter et de vendre, à tout moment, tout ou partie d'une classe d'actifs au prix du marché.
- Les revenus rattachés à une classe d'actifs (dividendes) sont réinvestis immédiatement dans la classe dont ils sont issus.

En nous basant sur ces hypothèses, nous avons modélisé les deux classes d'actifs étudiées.

1. Placement monétaire

Cette classe d'actifs représente le compte courant de l'entreprise. Son rendement dépend de l'évolution du taux d'intérêt à court terme où le rendement de ces actifs est indexé sur les hypothèses de taux court dont la dynamique est décrite par le modèle du taux retenu. Pour reproduire l'évolution des placements monétaires de la compagnie, nous avons commencé par la détermination de la structure par terme des taux d'intérêt. Ceci a nécessité la mobilisation de la théorie de la « structure par terme des taux d'intérêt ». La littérature sur ce sujet étant très

abondante, nous avons été confrontés à un choix entre plusieurs approches différentes. Nous avons choisi d'utiliser le modèle de CIR (Cox, Ingersoll, & Ross, 1985) pour la modélisation de la dynamique du taux court. Le choix de ce modèle s'explique par sa simplicité car il dispose d'expressions analytiques explicites pour les produits de taux standard comme les placements monétaires et les obligations. Vue la complexité de résolution de l'équation différentielle stochastique, il est impossible de l'utiliser sans faire appel à une formule explicite de discrétisation. Donc nous avons fait appel à une formule de discrétisation proposée par Planchet et Thérond pour le calibrage des paramètres du modèle.

Avant d'utiliser les résultats de ce calibrage, nous avons testé la qualité d'ajustement et la normalité des résidus du modèle. Nous avons trouvé que la qualité d'ajustement est bonne. Donc nous avons utilisé les résultats de ce modèle pour la détermination de la dynamique du taux court. Puis à l'aide de cette dynamique, nous avons déterminé l'évolution du rendement et la valeur des actifs monétaires pendant la période de projection.

2. La modélisation des actions

Pour modéliser la dynamique des actions, nous avons utilisé le modèle de Black et Scholes. Ce modèle présente l'avantage d'être un modèle simple, facile à calibrer et à utiliser. Il s'agit du modèle de référence pour la modélisation de l'évolution du cours des actifs financiers (action, option, etc.). Son principe consiste à supposer que les prix des actifs financiers suivent un mouvement brownien géométrique.

Comme nous l'avons signalé précédemment, pour des raisons méthodologiques et pour respecter la contrainte de confidentialité des données relatives au portefeuille d'actifs de la compagnie, nous supposons que le portefeuille action du GAT est composé uniquement de deux actions (action BIAT et action ATB) et que l'entreprise investit le même pourcentage de ses actifs dans les deux actions. Bien qu'il s'agisse d'une hypothèse restrictive de la réalité du portefeuille de l'entreprise, nous avons été obligés de la supposer pour éviter la complexité liée à la modélisation d'un nombre important d'actions et étant donné le temps limité accordé à l'élaboration de ce travail.

Les données utilisées pour estimer les paramètres du modèle sont les cotations journalières de ces deux titres entre 2013 et 2016 (≈ 700 observations). Notre source de données est le site officiel de la Bourse de Tunis. La détermination de la dynamique du portefeuille action à l'aide de ce modèle, a pour objectif de tracer l'évolution du cours des actions durant la période de projection.

Après la modélisation de la dynamique de ces catégories d'actifs, l'étape suivante consistait à définir les règles de gestion de portefeuille.

3. La gestion de portefeuille de l'entreprise

En début de période, l'Entreprise possède un montant initial de placement en représentations de ses engagements par rapport à son portefeuille Auto-corporel. Ce montant est réparti entre trois classes d'actifs : action 1, action2 et placement monétaire.

Nous supposons que l'entreprise verse les prestations au profit des assurés et des bénéficiaires des contrats en fin de période. Donc, la valeur du portefeuille en fin de portefeuille correspond à la valeur du placement initial (en valeur de marché en t_0), réajustée en fonction de changement de la valeur de marché des actifs auquel nous retranchons la valeur des prestations versées. Ces prestations sont effectuées selon la dynamique définie dans le chapitre précédent. Le reliquat est placé selon une nouvelle structure.

La stratégie de détention des actifs dans notre cas est une stratégie « Bye and Hold ». La vente des titres s'effectue uniquement pour respecter la structure de portefeuille de chaque année de projection. Ce processus de gestion d'actifs est le même pendant toute la période de projection (8 ans). Le réajustement de la structure du portefeuille est réalisé chaque année pour atteindre l'allocation cible. Pour mieux comprendre ce processus, nous présentons dans la partie suivante les formules permettant la valorisation des placements de l'entreprise à chaque période. Après la définition des règles de gestion d'actifs, nous passons à la dernière étape de ce travail : la détermination d'une stratégie optimale d'allocation d'actifs pour le canton contractuel étudié.

III. L'application empirique du modèle DFA

Cette partie constitue l'étape fondamentale de notre travail. Nous avons utilisé les résultats obtenus dans les parties précédente pour établir une stratégie optimale d'allocation d'actifs du portefeuille automobile corporel de la compagnie.

Nous avons donc développé un outil VBA pour nous permettre de simuler la dynamique des variables étudiées. Pour chaque stratégie d'allocation d'actifs et afin de contrôler l'adéquation de l'actif et du passif, nous avons effectué un nombre important de simulations (10 000 pour chaque tirage) afin de tester la rentabilité de la stratégie choisie et le risque que l'entreprise soit exposée à un GAP de trésorerie.

Selon la méthodologie suivie, il y'a un GAP de trésorerie lorsque le montant des placements monétaire en fin de période est inférieur à zéro. Notre stratégie cible consiste à atteindre un portefeuille totalement constitué des actifs monétaires au bout de 8 ans.

Parmi les stratégies testées, nous citons la stratégie agressive. Cette stratégie consiste à investir initialement la totalité du montant disponible dans des actifs risqués (action1 et action2). Les résultats obtenus sous cette composition du portefeuille montre que cette structure n'est pas recommandée car elle augmente le risque de se trouver dans une situation de Gap de trésorerie. Elle augmente également le risque de réaliser un rendement de placement négatif étant donnée l'absence d'un effet de diversification entre les actifs. Ainsi, en réalisant un nombre important de simulations, nous avons remarqué que, même si le générateur de scénarios offre un scénario favorable de l'évolution d'actifs, le résultat de l'allocation est négatif dans la majorité des cas testées (pour 10 tirages, plus de la moitié donne un rendement négatif).

Puis, en testant un nombre important des stratégies, nous avons choisi une stratégie optimale qui consiste à investir en début de période le même pourcentage dans les trois actifs., Cette stratégie maximise le rendement du portefeuille (produit financier) et réduit le risque de se trouver confronté à une situation de Gap de trésorerie, principale source d'insolvabilité des assureurs.

Chaque fin de période, après versement des prestations, cette allocation initiale est réajustée en fonction du montant disponible et l'évolution de la valeur de marché de chaque classe d'actifs. Les investissements et les réinvestissements sont effectués pour atteindre la structure cible. Donc, la composition obtenue du portefeuille se caractérise par une baisse progressive du pourcentage d'actifs alloué aux actifs risqués (les actions).

Avec cette stratégie, l'entreprise se trouve dans une situation permanente d'excédent de trésorerie pendant toute la période de projection. Nous avons également calculé le résultat de l'entreprise en run off des provisions. Les résultats futurs sont positifs pour toute la période. Ce bénéfice provient de l'excédent dégagé par la politique prudente de l'entreprise (les reprises sur les provisions constatées au moment de l'ouverture du dossier sinistre).

Puis, nous avons testé l'impact de l'inflation sur l'évolution de la stratégie optimale d'allocation d'actifs de la compagnie. La prise en compte de cette variable au moment d'élaboration d'un modèle type DFA est importante car les compagnies d'assurances sont fortement sensibles à l'inflation. Le cout de sinistres et les frais de gestion des assureurs sont sensibles à l'évolution de l'inflation. Cependant, dans notre cas, nous avons constaté que

l'inflation n'a pas d'impact sur la stratégie optimale d'allocation d'actifs. Ceci s'explique par le fait que l'évolution des prix peut dépendre de la (sous-) branche considérée (par exemple, l'évolution des prix en Auto-Corporel n'est pas la même qu'en Auto-Dommages). Il n'est pas adéquat d'appliquer un même modèle d'inflation à toutes les branches.

IV. La nécessité de cantonnement

La pratique traditionnelle de gestion actif-passif se résume à regrouper les flux de primes provenant de tous les assurés, toutes branches confondues et à les placer en respectant le catalogue règlementaire et en fonction des objectifs de la compagnie. Autrement dit, elles consistent à gérer les placements de manière globale, pour toute la compagnie, abstraction faite des spécificités de chaque branche.

En réalisant ce travail, nous avons pris conscience que la mise en place d'une structure de gestion actif-passif nécessite d'effectuer un travail long et fastidieux en amont. En effet, il faut identifier, mesurer et maîtriser les risques d'inadéquation des flux pour protéger la valeur de la société, son image, ses actionnaires et les intérêts de toutes ses parties prenantes. L'atteinte de cet objectif passe par une maîtrise parfaite des risques auxquels l'entreprise est confrontée non pas seulement de manière globale, mais surtout en prenant en compte la spécificité de chaque segment du portefeuille de la compagnie afin de garantir une gestion actif-passif séparée pour chaque canton.

Ainsi, face au caractère hétérogène des risques acceptés par l'entreprise, les gestionnaires d'actifs sont appelés à s'adapter en mettant en place une politique de gestion d'actif adéquate pour chaque segment. Cette démarche consiste à définir la quantité de risque tolérée par l'investisseur et le niveau de rendement espéré en contrepartie pour chaque canton afin de pouvoir garantir la solvabilité de l'entreprise.

Une telle approche fournit une solution plus concrète pour établir le lien entre les décisions d'allocation d'actifs et les spécificités techniques de chaque canton. Cependant, le succès de cette approche est conditionné par la mise en place d'une segmentation au sein de la compagnie afin de garantir une gestion plus éclairée en fonction de la dynamique de chaque segment. Donc, il est nécessaire de déclencher cette démarche en amont pour avoir une vision plus réaliste sur le degré d'exposition du portefeuille de la compagnie. Ce travail est facilité, actuellement par le big data qui permet de compléter et d'enrichir les données de l'entreprise avec des données de sources externes afin d'affiner le travail segmentation. Nous considérons que ce travail est un passage obligé avant de penser à implémenter un modèle DFA complet.

En effet, après avoir effectué une analyse des risques par segment, en suivant l'approche que nous avons proposée dans le cadre de ce mémoire par exemple, l'Entreprise pourrait aborder, de manière efficace, la problématique d'organisation de sa gestion actif-passif. En somme, le travail que nous avons mené tout au long de ce mémoire, devrait être réalisé pour toute la compagnie, segment par segment, dans le but de construire, pour chaque segment, un modèle dans lequel les classes d'actifs soient représentées de manière cohérente avec les besoins de la gestion technique.

Conclusion

Les résultats obtenus à partir de notre modèle sont satisfaisants, compte tenu de l'approche adaptée. Mais il est important de signaler que ces résultats comportent des limites notamment à cause de certaines hypothèses restrictives et à l'omission de certaines variables importantes pour décrire d'une manière fiable la situation de l'Entreprise. La principale limite de ce modèle est qu'il traite d'un seul portefeuille de contrats. Les autres branches de la compagnie ne sont pas modélisées. En effet, au départ, notre logique consistait à travailler sur les branches une par une, dans une première étape, afin d'effectuer la stratégie l'allocation d'actifs adaptée aux spécificités de chaque canton, puis de généraliser ce travail sur tout le portefeuille de la compagnie. Faute de temps, nous avons privilégié l'élaboration d'un modèle DFA de gestion d'actifs complet pour l'Auto-Corporel uniquement.

Une amélioration possible de ce modèle consiste donc à réaliser ce travail pour toutes les branches de la compagnie, puis d'introduire l'interdépendance entre les branches par exemple à l'aide de la théorie de copules pour prendre en compte l'avantage lié à la diversification du risque. Une autre voie d'amélioration consiste à introduire les autres classes d'actifs, notamment les placements immobiliers et les obligations, afin de prendre en compte la contrainte réglementaire liée à l'existence d'un catalogue réglementaire des placements.

De plus, il est essentiel de tenir compte de certaines variables que nous n'avons pas intégrées dans notre modèle, mais qui constituent des éléments essentiels à la mise en place d'un modèle DFA. Parmi ces variables nous citons : la réassurance, le cycle de souscription, la sinistralité. Donc il est nécessaire de refaire ce travail dans un contexte de continuité d'exploitation, et non pas sous l'hypothèse de Run off et d'intégrer ces variables, pour obtenir un modèle plus adapté à la réalité de l'entreprise.

Nous pouvons penser également à la prise en compte de la contrainte liée au capital économique, car selon la directive solvabilité 2, il existe une relation étroite entre les exigences de capital réglementaire et les risques inhérents à l'activité de placement de l'entreprise. Selon cette directive, pour limiter la consommation du capital liée au risque de marché, les assureurs sont appelés, plus que jamais, à optimiser la gestion de leurs actifs. Donc, une amélioration possible de ce travail, consiste à introduire cette contrainte au moment de l'élaboration de la stratégie optimale d'allocation d'actifs.

Un autre point qui n'a pas été traité dans ce travail mais qui nécessite une attention particulière est la question de l'appétence au risque de la compagnie. Nous considérons qu'il est souhaitable d'enrichir ce travail par la prise en compte de ce nouveau concept car les dispositifs de solvabilité 2 accordent un rôle important à la prise en compte de l'appétence pour le risque au moment de l'optimisation des décisions stratégiques de la compagnie.

Enfin, nous pouvons dire que, depuis son apparition, l'approche DFA n'a pas fini de faire couler de l'encre et elle constitue aujourd'hui l'un des domaines de recherche les plus abordés par les actuaires des institutions renommées comme l'Institut des Actuaires car il est indéniable que le développement d'un modèle DFA constitue, pour les compagnies d'assurances, un atout majeur de son développement et de sa pérennité dans le contexte actuel.

Pour conclure, nous considérons que les résultats de ce travail constituent, pour nous, les bases d'un travail à poursuivre et à améliorer après l'entrée dans la vie professionnelle, notamment à travers l'intégration d'autres variables, d'autres risques, et notamment, après une analyse approfondie des pratiques actuelles de la gestion d'actif passif de notre compagnie de parrainage.

