

REMERCIEMENTS

Avant toute chose, je souhaite profiter de ce mémoire pour remercier les personnes qui ont donné de leur mieux pour m'enrichir de leur savoir et qui ont fait de mon cursus une véritable période d'apprentissage tant au niveau professionnel que personnel.

Je témoigne ma gratitude aux responsables, collaboratrices et collaborateurs de l'Institut de Financement et de Développement de Maghreb Arabe (IFID) pour leurs contributions au bon déroulement de mon cursus.

« Notre stage nous apporte beaucoup et nous permet de grandir chaque jour, merci à vous toutes et tous ! »

Je tien à adresser mes sincères remerciements à mon encadreur, M. Sami GUELLOUZ, qui a supervisé, avec clairvoyance et rigueur, la préparation de ce mémoire de fin d'études. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Par ailleurs, mes remerciements s'adressent à Mr. NAOURI pour nous avoir bien accueillie et aussi à toute l'équipe de ma Compagnie de parrainage à savoir CASH Assurances pour avoir été là pour m'orienter en particulier M.BOUDJERA notre promoteur et M.SELLAK, Mme MOUSSI ainsi que le personnel de service réassurance qui m'a accompagné tout au long de cette expérience, et pour le temps qu'ils ont bien consacré pour moi.

Mes reconnaissances s'adressent également à toutes les personnes qui ont soutenu mes efforts et contribué à ce que ce travail se réalise, je citerai en particulier: M. SATOUR, M.DJEDIS, Mlle ZAIDI et M.CHATBI.

Je remercie, enfin, les membres de jury qui ont accepté d'évaluer ce mémoire.

DEDICACES

A mes parents

A qui je dois ce que je suis, qu'ils trouvent ici le fruit de leur sacrifices et témoignage de ma gratitude ainsi mon grand amour.

A

Mon frère Mouloud et mes deux sœurs Lynda et Lamia.

A

Toute la grande famille

A

Mes ami(e)s

Résumé

Une compagnie d'assurance est exposée à des risques liés à des événements ou à des erreurs humaines qui engendrent des dommages importants. De ce fait, les engagements que prennent les assureurs sont de plus en plus importants et complexes et peuvent mettre en péril cette compagnie.

Pour s'en protéger, les assureurs recourent aux techniques de division du risque qui sont : la coassurance et la réassurance.

Toute compagnie d'assurance est tenue de déterminer avec prudence, au départ de son activité puis au fur et à mesure de son évolution, une politique de réassurance en adéquation avec son profil de risque. Cette politique doit définir les orientations prises par la compagnie en matière de traités de réassurance choisis. Il existe deux types de traités : la réassurance proportionnelle matérialisée par le traité en quote part et le traité en excédent de plein, et la réassurance non proportionnelle avec : les traités en excédent de sinistres et en excédent de perte annuelle.

Le sujet de ce mémoire est la tarification des traités de réassurance non proportionnelle en excédent de sinistres pour la branche Incendie de la Compagnie CASH Assurances et cela par les deux

approches de la tarification : Tarification par l'approche déterministe sur la base de l'expérience en utilisant la méthode de Burning Cost, et l'approche actuarielle, en utilisant la méthode de Pareto.

Ces deux méthodes seront appuyées par la méthode de 'Exposer Rating' qui sera utilisée comme outil pour déterminer le prix optimal à appliquer pour la couverture d'un traité de réassurance en excédent de sinistres.

Pour mener à bien notre étude, nous avons opté pour le plan suivant :

Le chapitre I, est consacré aux différentes définitions et concepts de base de la réassurance et surtout la réassurance non proportionnelle en Excédent de Sinistres (XL).

Le chapitre II est réservé à la présentation d'une manière théorique des méthodes de tarifications, de Buning Cost (déterministe), Pareto (actuarielle) et Exposer rating (exposition).

Enfin le chapitre III, est dédié à l'application des méthodes présentées ci-haut pour l'optimisation du prix de réassurance en excédent de sinistres par risque de la branche Incendie de la CASH Assurances.

Table des Matières

REMERCIEMENTS

DEDICACES

Liste des Tableaux.....	I
Liste des Figures.....	III
INTRODUCTION GENERALE.....	V
CHAPITRE I : LA REASSURANCE EN EXCEDENT DE SINISTRES	8
Section 01 : La réassurance	10
1. Notion de risque et d'assurance :	10
1.1. L'homogénéité des risques :.....	10
1.2. La dispersion des risques :	10
1.3. La division des risques :.....	11
2. Techniques de divisions du risque :	11
2.1. La coassurance :	11
2.2. La réassurance :	11
3. Définition de la réassurance :	12
4. Utilité de la réassurance :	12
4.1. La stabilisation du résultat annuel	12
4.2. L'augmentation de la capacité de souscription :	13
4.3. La gestion de la marge de solvabilité :.....	13
4.4. L'allègement de la trésorerie	13
4.5. Un support technique	13
5. Les techniques de la réassurance :.....	13
5.1. Les modes de la réassurance (Classification juridique) :	13
5.1.1. La réassurance obligatoire (Conventionnelle).....	14
5.1.2. La réassurance Facultative	15
5.1.3. La réassurance facultative obligatoire (Fac-Ob ou Open Cover).....	15
5.2. Les formes de réassurances	16
5.2.1. La réassurance Proportionnelle	16

5.2.2. La réassurance non-proportionnelle	19
Section 02 : La réassurance non proportionnelle en Excédent de sinistres.....	20
1. Définition :	20
1.1. La réassurance en excédent de sinistre :.....	21
1.1.2. Excédent de Sinistres par Risque	22
1.1.3. Traité en Excédent de sinistres par Evénement :.....	24
1.1.4. Excédent de sinistres Catastrophique (Cat-XL)	25
1.2. Notion de « tranche Travaillante » et la « tranche non travaillante »	25
2. Les principales clauses d'un traité en Excédent de sinistres	26
2.1. La clause de reconstitution de garantie :	26
2.2. La clause de franchise 'Agregate'	26
2.3. La clause d'indexation :	27
2.4. La clause de stabilisation.....	28
3. La réassurance non proportionnelle en Excédent de Perte Annuelle (Stop loss).....	29
Section 03 : La réalité du marché international de la réassurance	30
1. Le marché mondial de la réassurance :	30
2. Structure de marché mondial de la réassurance	31
2.1. Origine des cessions	31
2.2. Origine des acceptations.....	31
2.3. Concentration de marché de la réassurance	31
2.4. Les principaux réassureurs mondiaux et leur notation par Standars & Poor's et AM & Best :.....	32
Section 04 : Le marché algérien de la réassurance.....	33
1. La supervision de l'activité de la réassurance	33
1.1. Lois Régissant le Secteur Algérien des Assurances	33
1.2. Agrément des sociétés d'assurances et/ou de réassurance	34
1.2.1. Cession Obligatoire	34
1.2.2. Cession à l'AFRICA RE	34
1.2.3. Rating minimum du réassureur choisi.....	34
1.2.4. Les courtiers agréés de travailler en Algérie	34
2. L'activité du marché de la réassurance en Algérie.....	35
2.1. Cession en réassurance.....	35
CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITE EN EXCEDENT DE SINISTRES.....	38
Section 01 : Cotation d'un traité en excédent de sinistres.....	40

1. Détermination du taux de prime	40
2. Présentation des modèles	41
3. Les facteurs de tarification	41
3.1. Environnement socio-économique	41
3.2. Politique de souscription de la cédante	41
3.3. Profil de risque	41
3.4. Définition des garanties accordées	42
3.5. Assiette de prime	42
4. Historique sinistre	42
4.1. L'actualisation de la statistique	42
4.2. Le redressement de la statistique	42
4.3. La revalorisation de la statistique	42
Section 02 : Aspects théorique de tarification par la méthode « Burning Cost »	43
1. Mise en place d'une statistique As-If	44
2. Détermination des indices primes et sinistres	45
2.1. L'indice des sinistres	45
2.2. L'indice des primes	45
3. Les facteurs de la tarification	46
3.1. L'environnement socio-économique	46
3.2. La politique de souscription de la cédante	46
3.3. Le profil du portefeuille de la cédante	46
4. La prime de réassurance d'un traité non proportionnel en excédent de sinistre	47
4.1. Tarification des branches à développement court	47
4.1.1. Détermination de la charge de l'Excédent de Sinistres	47
4.1.2. Calcul du Burning Cost Moyen (BCM)	48
4.1.3. Calcul de la prime de risque	48
4.1.4. Calcul de la prime pure	49
4.1.5. Calcul de la prime commerciale	49
4.2. Tarification des Branches à développement long	50
4.2.1. La méthode de Chain Ladder	50
4.2.2. Calcul de la prime commerciale :	52
Section 03 : Aspects théorique de tarification par la méthode stochastique « Méthode de PARETO »	52
1. Principe de la méthode de Pareto	53

1.1. Fonction de répartition de la loi de Pareto	54
1.2. Fonction de densité.....	55
1.3. Estimation du paramètre α par la méthode du Maximum de vraisemblance	55
1.4. Test d'adéquation	56
2. Application de la tarification avec le modèle stochastique	57
2.1. Modélisation des lois.....	57
2.1.1. Calibrage des paramètres	58
2.2. Calcul de la prime commerciale.....	58
2.2.1. Calcul de la prime de risque.....	58
2.2.2. Calcul de la prime pure	59
2.2.3. La prime commerciale.....	59
Section 04 : Optimisation de la prime de l'XS par la méthode « Exposer Rating »	59
1. Définition :	60
2. Présentation du modèle :	60
3. Les démarches de tarification d'un traité de réassurance en Excédent de sinistre par Risque (WXL/R)	62
3.1. Détermination de la distribution des sinistres	62
3.2. Détermination de la courbe d'exposition	62
3.3. Détermination du profil de risque	62
3.3.1. Les informations par classes.....	63
3.3.2. Quelques indications	63
4. La procédure de tarification dans la pratique :	63
5. Modèle de courbe d'exposition	64
CHAPITRE III : TARIFICATION D'UN TRAITE EN EXCEDENT DE SINISTRES DE LA BRANCHE INCENDIE : CAS DE LA CASH ASSURANCES.....	66
Section 01 : Présentation de la Cash Assurances et de la branche Incendie	68
1. Présentation de la Cash Assurances :	68
1.1. Présentation générale.....	68
1.2. Activité technique de la CASH	68
1.2.1. Primes émises.....	68
1.2.2. Structure du Portefeuille de la CASH	69
1.2.3. Sinistres et indemnisations	70
1.3. La Réassurance.....	71
1.3.1. Politique de réassurance de la CASH.....	71

1.3.2. Les partenaires de la CASH en matière de la réassurance	72
1.3.3. La cession en réassurance.....	72
1.3.4. Acceptations en réassurance.....	73
1.3.5. Les commissions de réassurance.....	73
1.3.6. Indemnisations	74
1.3.7. Programme de réassurance de la CASH	74
2. Présentation du portefeuille à étudier.....	75
2.1. La branche Incendie de la CASH au sein de marché	75
2.1.1. Part de la branche par rapport au marché.....	75
2.1.2. Positon de la Branche par Rapport à la concurrence.....	75
2.2. Structure du portefeuille Incendie de la CASH.....	76
2.2.1. Production	76
2.2.2. Charge des sinistres.....	77
3. Structure de la base de données utilisée.....	78
Section 02 : Tarification d'un traité XL/R par la méthode de Burning Cost	78
1. Présentation des données.....	78
1.1. Présentation des données communiquées par la CASH Assurances :	78
1.1.1. Les assiettes de primes	79
1.1.2. L'historique des sinistres.....	79
2. Application de la méthode de Burning-Cost au portefeuille incendie de la CASH Assurances :.....	81
2.1. Démarche de tarification	81
2.1.1. Revalorisation des primes et des sinistres (AS-IF)	82
2.1.2. Détermination de la charge de l'excédent de sinistre.....	84
2.1.3. Calcul de taux pur	85
2.1.4. Calcul de la Prime Commerciale PC.....	88
Section 03 : Tarification du traité XL/R par la méthode de Pareto.....	91
1. Modélisation de la loi des montants de sinistres	92
1.1. Présentation de l'échantillon	92
1.2. Estimation du paramètre (α) par la méthode du Maximum de Vraisemblance.....	93
1.2.1. Calcul du paramètre α	93
1.3. Test d'adéquation : (Test de KHI-DEUX)	94
1.4. Estimation de la statistique E	94
1.4.1. Détermination des bornes de classes de sinistres	94

1.4.2. Calcul de la statistique E	95
1.4.3. Résultat du test	95
2. Calcul de la prime de risque	95
2.1. Estimation de la fréquence de sinistre fx.....	96
2.2. Estimation de la charge des sinistres XS.....	96
3. Calcul de la Prime Pure	97
4. Calcul de la prime commerciale.....	97
4. Comparaison entre les deux méthodes de tarification.....	101
Section 04 : Essai de tarification du traité XL/R par la méthode « Exposer Rating »	102
1. Présentation de l'échantillon	102
1.1. Détermination des classes de risques	102
1.2. Détermination de nombre de risques.....	102
1.3. Calcul des primes totales.....	103
1.4. Calcul du Loss Ratio (S/P).....	103
2. Les démarches de tarification d'un traité de réassurance en excédent de sinistres par risque (WXL/R)	104
2.1. Calcul de la somme assurée	104
2.2. Calcul de la priorité en % de la SA Moyenne	104
2.3. Calcul de la prime conservée au sein de la compagnie	105
2.4. Calcul du Plafond en % de la Somme Assurée Moyenne	106
2.5. Calcul de la prime par rapport au plafond.....	106
2.6. Calcul de la portée en % de la Somme Assurée Moyenne.....	107
2.7. Calcul de la Prime de la Tranche	108
2.8. Calcul de la Prime de Risque	108
CONCLUSION GENERALE	109
BIBLIOGRAPHIE	
LISTE DES ABREVIATION ET GLOSSAIRE	
ANNEXES	

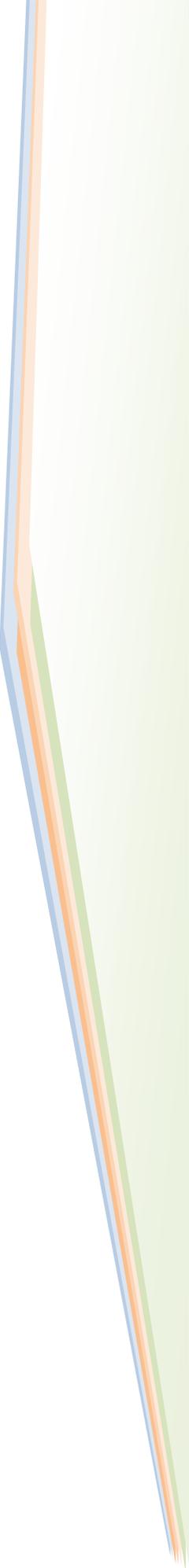
Liste des Tableaux

Tableau 1: Les avantages et inconvénients de la Réassurance Obligatoire	14
Tableau 2: Les avantages et inconvénients de la réassurance Facultative	15
Tableau 3 : Les avantages et les inconvénients de traité en quote-part.....	17
Tableau 4 : Les avantages et les inconvénients de traité en Excédent de plein	19
Tableau 5 : Les avantages et les inconvénients du traité en excédent de sinistres.....	22
Tableau 6 : La répartition de l'offre de réassurance mondiale.....	31
Tableau 7 : La répartition mondiale des acceptations	31
Tableau 8: « Les principaux réassureurs mondiaux et régionaux »	32
Tableau 9: Primes cédées par branche en 2016.....	36
Tableau 10: Les différents modèles de tarification	41
Tableau 12: Les courbes Y de Swiss Re	64
Tableau 1 : Parts de marché de la CASH (2014-2016)	69
Tableau 2 : « La situation du bilan des sinistres au 31/12/2016 »	71
Tableau 3: Programme des traités de réassurance 2017.....	75
Tableau 4: Part de marché de la branche Incendie de la CASH.....	75
Tableau 5: Evolution des primes Emises par produits	77
Tableau 6: Evolution de la charge des sinistres et du S/P	77
Tableau 1 : Options de programme à tarifer.....	79
Tableau 2 : Les assiettes de primes de la branche Incendies	79
Tableau 3: Historique des sinistres retenus de la branche Incendie	80
Tableau 4: Profil de la sinistralité brute par tranche	80
Tableau 5 : Evolution de l'indice d'inflation	82
Tableau 6: Indices de revalorisation 2007-2017	83
Tableau 7 : Assiettes de primes indexées (Asif)	83
Tableau 8: Evolution des montants de priorités 2007-2017.....	84
Tableau 9: La charge de l'excédent de sinistres.....	85
Tableau 10 : Charge de l'XS	85
Tableau 11: Calcul de Burning Cost Annuel	86
Tableau 12: Calcul de Burning Cost Moyen	86
Tableau 13 : Calcul de la Prime de Risque	87
Tableau 14: Moyenne et Ecart type de BCA.....	87
Tableau 15 : Calcul de chargement de sécurité aux différents seuils.....	88
Tableau 16 : Calcul de la PP avec différents seuils de confiance	88
Tableau 17: Calcul de Burning Cost Moyen	89
Tableau 18 : Calcul de la Prime de Risque	89
Tableau 19 : Moyenne et Ecart type de BCA.....	90
Tableau 20: Calcul du chargement de sécurité aux différents seuils	90
Tableau 21: Calcul de la PP avec différents seuils de confiance	90
Tableau 22 : Prime de risque, prime pure et prime commerciale selon les deux options	91

Tableau 23 : Effectif de chaque classe de sinistre.....	92
Tableau 24 : Les bornes et fréquences de chaque classe de sinistre	95
Tableau 25 : Calcul de la statistique E	95
Tableau 26: Calcul de f_{x0}	96
Tableau 27: Calcul de la fréquence f_x	96
Tableau 28: La prime Pure aux différents chargements.....	97
Tableau 29 : Calcul de la prime commerciale.....	97
Tableau 30 : Niveau de franchise et nombre de sinistres à la charge de l'XS	98
Tableau 31: Présentation du niveau de sinistre max et min	98
Tableau 32 : Effectif de chaque classe de sinistre.....	98
Tableau 33: La prime pure avec différents chargements de sécurité	100
Tableau 34: Calcul de la prime commerciale avec différents chargements	100
Tableau 35: Prime de risque, prime pure et prime commerciale selon les deux options	101
Tableau 36 : Comparaison entre les deux méthodes de tarification	101
Tableau 37: Procédure de tarification de la méthode « Exposer Rating »	102
Tableau 38: Classe de risques des sommes assurées de la branche Incendie.....	103
Tableau 39: Somme assurée moyenne par défaut	104
Tableau 40: Priorité en % de la SA Moyenne	104
Tableau 41: La prime conservée par l'assureur.....	105
Tableau 42: Plafond du traité en % de la SA Moyenne	106
Tableau 43: Prime conservée en % du Plafond.....	106
Tableau 44: Couverture/tranche	107
Tableau 45: Les primes totales conservées	108
Tableau 46: Calcul de la Prime de Risque	109

Liste des Figures

Figure 1: Schéma représentatif de traité en Quote-Part.	17
Figure 2: Schéma représentatif de traité en Excédent de Plein.	18
Figure 3: Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres.....	21
Figure 4 : Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres par risque	23
Figure 5 : Schéma représentatif de la combinaison d'un traité en excédent de sinistres par risque avec un traité proportionnel en excédent de plein	24
Figure 6: Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres par événement	25
Figure 7: Répartition des primes entre la branche vie et non vie (en milliards USD)	32
Figure 8: Volume des primes émises pour les 10 premiers réassureurs mondiaux (en milliards USD).....	32
Figure 9: Taux de cession en assurance vie et non vie en 2016.....	35
Figure 10: Taux de cessions par branche	35
Figure 11 : Part des cessions par société en 2016 Figure 12 : Taux de cession par société en 2016.....	36
Figure 13: Processus de la Tarification basé sur l'expérience	44
Figure 14 : Processus de la Tarification probabiliste	53
Figure 15 : fonction de répartition pour $x_{min} = 1$	54
Figure 16: Les courbes Y de Swiss Re.....	64
Figure 17: Distribution des primes entre l'assureur et le réassureur	64
Figure 1: Les actionnaires de la CASH.....	68
Figure 2: Evolution du chiffre d'affaires de la CASH (Mds DZD)	69
Figure 3 : Règlement et Evolution des provisions pour SAP.....	71
Figure 4 : Partenaires de la CASH en matière de couverture en réassurance	72
Figure 5: « Primes cédées et primes retenues ».....	73
Figure 6 : Structure des cessions en réassurance.....	73
Figure 7: Evolution des commissions de réassurance	74
Figure 8: Evolution des indemnisations 2011-2015.....	74
Figure 9 : Position de la branche par rapport à la concurrence	76
Figure 10 : Evolution des primes émises de la CASH	76
Figure 11: Fréquence des sinistres en %	80
Figure 12: Diagramme de Pareto	92
Figure 13: Diagramme de PARETO pour l'option 50M XS 75M.....	99
Figure 14 : Nombre de risque par classe de sommes assurées.....	103



INTRODUCTION GENERALE

L'histoire du risque est aussi ancienne que celle de l'homme sur terre. Durant son existence, l'homme est exposé à plusieurs risques et il lui arrive, par ses actions notamment, d'exposer son environnement à des risques aussi. De ce fait, les besoins en assurance n'ont cessé d'augmenter et les risques pris par l'assureur sont devenus de plus en plus importants et complexes.

Dans certains cas, un ou plusieurs sinistres couverts peuvent mettre en jeu des millions, voire des milliards de dinars, ce qui peut menacer l'équilibre financier de la compagnie d'assurance et sa trésorerie. Pour se prémunir contre ces situations, la compagnie d'assurances a recours à des techniques de partage ou de transfert de risques, comme la coassurance et la réassurance.

La réassurance est un moyen efficace de transfert vertical du risque. Elle constitue un degré supplémentaire pour se prémunir contre le risque en général. Cette « assurance de second niveau » est généralement mise en place afin d'éviter que des sinistres trop fréquents ou de grande ampleur impactent trop fortement les résultats des organismes d'assurance ou menacent leur solvabilité. En contrepartie de ce transfert de risques, la compagnie d'assurance renonce à une portion de ses primes au profit du réassureur.

La réassurance est pratiquée par de nombreuses compagnies de réassurance spécialisées dans le monde, ce qui offre aux compagnies d'assurance la possibilité de couvrir notamment des événements à caractère catastrophique tels que des ouragans ou des séismes.

La société d'assurance doit choisir la couverture qui lui convient en choisissant le rapport qualité/prix optimal compte tenu de son degré d'exposition aux risques. A cet effet, il existe différentes formes de réassurance qui permettent aux compagnies d'assurances de dompter ses risques et de s'adapter aux réglementations des marchés de plus en plus exigeantes. Il y a d'une part les couvertures en réassurance proportionnelle avec ses deux types : la réassurance en quote-part et la réassurance en excédent de plein. Cette forme de couverture est connue par sa simplicité et son dispositif automatique de partage de sort entre la cédante et le réassureur. Les sinistres payés par le réassureur y sont proportionnels aux primes perçues. Il y a d'autre part les couvertures en réassurance non proportionnelle avec aussi ses deux types : la réassurance en Excédent de sinistres et la réassurance en Excédent de perte annuelle. En réassurance proportionnelle, le réassureur intervient à partir d'un certain seuil appelé priorité et son engagement est limité à ce qu'on appelle la portée. La réassurance non proportionnelle protège ainsi des risques de sévérité et de fréquence et l'intervention du réassureur n'est en rien proportionnelle au portefeuille cédé.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous concentrerons sur le traité de réassurance en excédent de sinistres. En effet, ce type de couverture permet une grande souplesse dans sa définition et son fonctionnement. Contrairement aux traités proportionnels, la prime de réassurance revenant à la couverture non proportionnelle n'est pas fixée mécaniquement par une règle de partage prédéfinie. En d'autres termes, le partage du sort entre réassureur et

INTRODUCTION

assureur n'est plus aussi discret que dans les cas de la première forme. Pour cette raison, le fonctionnement des traités non proportionnels et plus particulièrement du traité en excédent de sinistres admet une tarification individualisée du contrat, c'est-à-dire indépendante de la tarification originale des risques ou polices couvertes. La forme de réassurance non proportionnelle en Excédent de Sinistres (XS) offre aux cédantes, des protections contre des risques et sinistres extrêmes qui, par définition, se sont rarement, voire exceptionnellement, réalisées par le passé.

Au fur et à mesure du développement de ce secteur d'activité, les réassureurs ont fait face à de nouvelles problématiques, souvent avec peu ou pas de données historiques. Ils ont dû donc faire évoluer leurs méthodes de modélisation et de tarification des risques vers des méthodes de tarification alternatives basées sur des calculs stochastiques actuariels de plus en plus sophistiquées.

Le sujet de ce mémoire s'inscrit dans ce cadre et traite de l'optimisation de la tarification d'un traité de réassurance en excédent de sinistres par l'utilisation de méthodes empiriques et stochastiques.

« Quelle est la méthode de tarification la plus adéquate pour optimiser le prix de la réassurance en excédent de sinistres pour la branche Incendie de la CASH Assurances ? »

Cette problématique ne saurait être développée sans prendre le soin d'apporter quelques éléments de réponses aux interrogations suivantes :

- ✓ Qu'est-ce que la réassurance ? L'utilité de la réassurance ?
- ✓ Les différents types de la réassurance ?
- ✓ Quel est le cadre législatif et règlementaire de la réassurance ? ;
- ✓ Quelles sont les techniques de tarification dans la réassurance en excédent de sinistres ?
- ✓ Quels sont les avantages et les inconvénients de chaque méthode ?

Pour apporter des éléments de réponses à ces interrogations, nous allons d'une part utiliser la tarification par expérience, à travers la méthode du Burning Cost, qui s'appuie sur une sinistralité historique. Nous allons d'autre part utiliser l'approche actuarielle à travers la méthode de Pareto. Ces deux méthodes vont être renforcées par une troisième approche appelée tarification par exposition ou 'Exposer Rating', véritable outil d'aide à la décision dans le but de nous orienter d'une manière plus proche vers le prix optimal de traité en excédent de sinistres.

Pour mener à bien notre étude, nous avons subdivisé notre travail en trois chapitres :

Le chapitre I, sera consacré aux différentes définitions et concepts de bases de la réassurance et surtout la réassurance non proportionnelle en Excédent de Sinistres (XL) qui constitue le sujet de notre mémoire.

Le chapitre II est réservé à la présentation d'une manière théorique les méthodes de tarifications, où nous proposons la tarification par expérience présentée par l'approche déterministe à savoir Burning Cost et l'approche actuarielle présentée par la méthode de Pareto. Ces deux méthodes seront ensuite consolidées par un essai de tarification par la méthode d'Exposer Rating qui constitue un outil de référence et d'appui à l'autre approche.

Enfin le chapitre III, est dédié à l'application des méthodes présentées dans le chapitre précédant et cela dans le but d'optimiser le prix de réassurance en excédent de sinistres de la branche Incendie de la CASH Assurances.



*CHAPITRE I : LA REASSURANCE
EN EXCEDENT DE SINISTRES*

Les transformations rapides auxquelles nous assistons de nos jours sur tous les plans qui concernent la vie et l'activité humaines ont tendance à amplifier et diversifier les risques connus et à en créer de nouveaux. Pour s'en protéger, les individus, risquophobes par nature, recourent, depuis plusieurs siècles, aux couvertures d'assurance pour combler leur besoin de sécurité.

De même qu'en souscrivant un contrat d'assurance un assuré protège son patrimoine contre les pertes accidentelles potentielles, un assureur se réassure pour couvrir le risque d'insolvabilité ou de ruine auquel il pourrait faire face en cas de sinistralité trop importante et/ou trop fréquente. La réassurance est considérée comme une technique qui permet à un Assureur direct de se décharger d'une partie des risques qu'il souscrit auprès d'une autre Société, appelée Réassureur, moyennant le paiement d'un prix appelée Prime de Réassurance. Peu connue du grand public, la réassurance est un secteur économique transnational indispensable à la survie et au développement de toute activité soit économique ou d'assurance.

Dans ce premier chapitre, nous commencerons par présenter les bases techniques et juridiques de l'activité de réassurance. Ensuite, nous introduirons de manière plus détaillée la réassurance non proportionnelle en Excédent de Sinistres, et enfin nous terminerons par donner un aperçu du marché international et le marché algérien de la réassurance.

Section 01 : La réassurance

Cette première section vise à présenter succinctement les concepts et les mécanismes fondamentaux associés à la réassurance en général. Nous allons tout d'abord rappeler certains principes de l'assurance puisque l'assurance est la « matière première » de la réassurance. Par la suite, nous mettrons l'accent sur les techniques de division du risque, la définition de la réassurance, son utilité et ses techniques.

1. Notion de risque et d'assurance :

La notion du risque et la notion de l'assurance sont étroitement liées ; Le péril commun en assurance est le risque. Il peut être tout événement menaçant les individus dans leurs personnes ou dans leurs biens. C'est pourquoi, on peut définir le risque comme : « une idée d'un danger, d'un péril ou d'un événement malheureux qui peut arriver à quelqu'un. En assurance, le risque est un **événement futur, aléatoire, et indépendant de la volonté des parties** »¹.

Les risques dont les conséquences peuvent être évaluées en unité monétaire font l'objet de l'assurance. L'assurance peut donc être définie comme étant : « L'engagement envers un tiers à verser une somme d'argent suivant des règles prédéfinies, au cas où se réalise, dans des conditions prédéterminées, le risque contre lequel le tiers veut se prémunir. En contrepartie, le tiers s'engagera de la même façon à l'égard de ceux qui l'assurent moyennant le paiement d'une prime »².

La fonction de l'assureur est de gérer une multitude de risques. Dans ce sens, elle est basée sur la *loi des grands nombres*. Conformément à cette loi, l'assureur va collecter le plus grand nombre de primes sur des risques similaires de façon à être capable de payer les quelques sinistres qui surviendraient, c'est le principe de la **mutualisation**.

Pour arriver à une bonne mutualisation des risques, il faut respecter certains principes, à savoir :

1.1. L'homogénéité des risques : Pour permettre la compensation des risques, il faut réunir un grand nombre de risques, semblables si possible, ou au moins homogènes, qui ont les mêmes probabilités de se réaliser et qui sont susceptibles d'occasionner des déboursements du même ordre de grandeur. Dans le cas contraire, l'équilibre de la compagnie peut être menacé à cause du mélange des risques (incomparables et trop hétérogènes) : exemple d'un portefeuille incendie de logements résidentiels serait déséquilibré si on y inclurait une raffinerie de pétrole ou une grande usine.

1.2. La dispersion des risques : La compensation des risques assurés ne pourrait avoir lieu si ces derniers se réalisaient en même temps. La dispersion des risques est une règle qui

¹ Michel Denuit ; Arthur Charpentier ; « *Mathématique de l'assurance non vie* » ; TOME I; Economica ; 2004.

² MAURICE RAMEL ; « *La réassurance Aspect Théorique et Pratique* » ; Dulac et Cie (édition II), 1980 ; page 10.

consiste, pour l'assureur, à refuser de prendre en charge les risques qui peuvent se réaliser tous à la fois à cause d'un seul événement, ce qui va entraîner l'assureur dans une situation d'insolvabilité ; Un assureur est ainsi moins exposé à cette situation lorsqu'il assure une seule maison dans chaque quartier que lorsqu'il assure un quartier entier d'une même ville qui peut être dévasté par une tempête ou un séisme.

1.3. La division des risques : l'assureur doit éviter de prendre en charge de gros risques dont la survenance mettrait les ressources de la mutualité en danger. Il doit donc composer son portefeuille d'un grand nombre de petits risques plutôt qu'avec quelques gros risques. L'idéal est que les risques soient divisés entre le plus grand nombre d'assurés et qu'ils relèvent de catégories différentes pour ne pas survenir tous en même temps. Dans la pratique, cette division n'est jamais vraiment réalisée. Les assureurs ne peuvent systématiquement pas refuser les risques importants pour des raisons commerciales. Les assureurs doivent donc se rapprocher le plus près possible de la division idéale³.

Pour ce faire, ils recourent à deux techniques de division des risques : la **Coassurance** et la **Réassurance**.

2. Techniques de divisions du risque :

Afin d'éliminer ou minimiser le risque de déséquilibre de la mutualité des risques c'est-à-dire réduire le risque de ruine, les assureurs recourent à plusieurs techniques de division des risques. Ces techniques permettent de pulvériser le risque et le rendre supportable et compatible avec la capacité financière de l'assureur. Parmi ces techniques on citera la coassurance et la réassurance.

2.1. La coassurance : «La coassurance consiste en un partage proportionnel d'un même risque entre plusieurs assureurs où chaque assureur accepte un certain pourcentage du risque. Il reçoit en échange ce même pourcentage de la prime, en cas de sinistre, il sera tenu au paiement de la même proportion des prestations dues »⁴.

Donc, l'assureur doit se mettre d'accord avec des concurrents triés sur le volet et dévoiler certaines informations sur sa clientèle. En outre, les assureurs directs impliqués dans la coassurance doivent veiller tout particulièrement à ce que les assurés ne soient pas désavantagés par les modalités de cette prise en charge des risques. En pratique, la coassurance est surtout utilisée pour les risques spéciaux ou les très gros risques.

2.2. La réassurance : La réassurance est définie comme l'assurance de l'assurance. C'est une opération par laquelle une société d'assurance (**la cédante**) transfère, moyennant une somme convenue, une partie des risques qu'elle a pris en charge à une autre société (**le réassureur ou cessionnaire**). En d'autres termes, la cédante s'assure elle-même auprès d'une

³ François Couilbault ; Constant Eliashberg ; « les grands principes de l'assurance » ; Edition L'argus de l'assurance 9^{ème} édition ; France ; 2009 ; page 60.

⁴ Christian Partrat ; Jean-Luc Besson ; « Assurance non-vie Modélisation, Simulation » ; Edition Economica ; France ; 2005 ; page13.

autre société pour une partie des risques qu'elle a souscrits et dont elle continue à être juridiquement responsable. L'assuré n'a aucun recours légal contre le réassureur.

3. Définition de la réassurance :

La réassurance est considérée comme une technique de répartition verticale du risque. Ce risque est transféré par un individu ou une entreprise en passant par un assureur direct, vers le réassureur grâce à la réassurance. De manière lapidaire, elle pourrait être qualifiée de « **l'assurance de l'assureur** » ou d'« **assurance de deuxième échelon** ».

De manière plus précise, la réassurance peut être définie comme suit :

- **Economiquement** : « comme une politique de transfert de risque qui répond à la nécessité de protection des fonds propres de l'assureur. De même qu'un assuré sait consciemment ou non ce qu'il peut supporter et ce contre quoi il doit se prémunir, une compagnie d'assurance doit rendre sa ruine 'pratiquement impossible' ».
- **Juridiquement** : « comme un contrat par lequel un réassureur (le cessionnaire), s'engage, vis-à-vis d'un assureur (le cédant), qui répond seul vis-à-vis des assurés, moyennant une rémunération, à rembourser à un assureur dans des conditions prédéterminées en termes de seuil d'intervention et de limite de couverture, toutes ou une partie des sommes dues ou versées par l'assureur à ses assurés à titre de sinistres »⁵.
- **Picard (1912)** a défini la réassurance : « comme une opération d'assurance greffée sur le contrat d'assurance primitif et étrangère à l'assuré, par laquelle l'assureur atténue dans la mesure nécessaire les inconvénients résultant des écarts statistiques »⁶.

4. Utilité de la réassurance :

Traditionnellement, les compagnies d'assurances font appel aux réassureurs pour les raisons suivantes :

4.1. La stabilisation du résultat annuel : La réassurance apporte à l'assureur direct une plus grande stabilité des résultats lorsque des sinistres inhabituels et importants se produisent.

Une cession en réassurance permet d'atténuer les effets du caractère volatil de la sinistralité et du caractère cyclique du résultat de la compagnie d'assurance.

Pour une entreprise cotée en bourse, il est judicieux de limiter les variations du résultat annuel car les investisseurs n'apprécient guère les résultats trop volatils. L'évolution du cours de la bourse peut dès lors être améliorée en achetant de la réassurance, en ayant pour objectif de limiter la volatilité du résultat annuel.

On peut en déduire que, toute société d'assurance, cotée ou non, voit dans l'utilisation de la réassurance un moyen d'atteindre des objectifs de rentabilité que ses dirigeants ou ses éventuels actionnaires lui ont fixés. Le transfert des écarts de sinistralité que peut apporter une protection de réassurance engendrent une diminution de la volatilité des résultats de la cédante.

⁵Christiant Partrat; Jack Blondeau ; « La réassurance approche technique » ; Edition Economica ; France ; 2003 ; Page 10.

⁶Jean-François WALHIN ; La réassurance ; Edition Larcier ; France ; 2007 ; page 2.

4.2. L'augmentation de la capacité de souscription : Lorsqu'une compagnie d'assurance souhaite souscrire des grands risques, elle peut en être dissuadée dès lors que le risque est trop important pour le conserver pour son propre compte. Une solution classique consiste alors à recourir à la coassurance qui sert à partager le risque avec les concurrents. Montrer son portefeuille et en servir une fraction aux concurrents peut être considéré comme une mauvaise stratégie. C'est la raison pour laquelle il est souvent plus judicieux pour l'assureur de céder une portion du risque à un réassureur.

La réassurance permet à l'assureur d'augmenter son plein de souscription et par conséquent, de défendre ou d'accroître ses parts de marché et son volume d'affaires sans augmenter de manière excessive ses frais généraux ni son besoin de couverture de la marge de solvabilité, donc de ses fonds propres.

4.3. La gestion de la marge de solvabilité : Céder une portion des affaires en réassurance permet de diminuer la marge de solvabilité requise par la réglementation pour un volume d'affaires donné, ou libérer une partie du capital destinée à couvrir de nouveaux risques. Le rôle de la réassurance est généralement reconnu par les différentes autorités de contrôles nationales⁷.

4.4. L'allègement de la trésorerie : Lors de la survenance d'un sinistre important, la compagnie d'assurance peut avoir des difficultés de liquidité pour payer ce sinistre. Le réassureur apporte une solution en mettant immédiatement à la disposition de la cédante la liquidité nécessaire et ce par l'appel au comptant.

4.5. Un support technique : Les réassureurs disposent généralement d'une expérience et d'une expertise parfois inaccessible aux compagnies d'assurances ; La tarification des risques aggravés et des grands risques industriels peut s'avérer difficile ou coûteuse pour un assureur qui n'est que rarement confronté à ce type de risques. Le réassureur pourra offrir des solutions et des services de prévention ou de gestion des sinistres grâce à son expérience et à sa maîtrise des risques non standards et à sa vision globale du marché.

Grace à la maîtrise technique des compagnies de réassurance, les cédantes peuvent développer des branches existantes de leurs portefeuilles ou même lancer des nouvelles.

5. Les techniques de la réassurance :

Il existe deux manières de classer les techniques de la réassurance : Les modes de la réassurance (Classification juridique) et les formes de la réassurance.

5.1. Les modes de la réassurance (Classification juridique) :

Les besoins spécifiques des assureurs directs sont aussi variés que les solutions de réassurance. Ils peuvent relever du secteur nouveau de la réassurance financière, de la réassurance obligatoire classique ou d'une combinaison des deux. L'assureur direct et le

⁷ Dans le cadre de la législation algérienne c'est le ministère des finances qui s'occupe de la gestion et du contrôle de l'activité de l'assurance.

réassureur concluent un contrat de réassurance qui appartient en général à l'un des trois modes de réassurance traditionnelle suivants : Obligatoire, Facultative et Facultative-obligatoire.

5.1.1. La réassurance obligatoire (Conventionnelle)

Elle représente le mode de réassurance le plus important en volume d'affaires. Dans le cas de la réassurance obligatoire, le traité concerne un portefeuille de risques déterminé. La cession se fait automatiquement pour tout le portefeuille répondant aux conditions contractuelles. La cédante ne se demande pas, pour chaque risque, si elle désire le céder ou non. Elle s'engage à céder la totalité de son portefeuille. Pour le réassureur non plus, il n'est pas question d'accepter les risques au cas par cas. Le réassureur est contractuellement tenu d'accepter l'intégralité du portefeuille.

Ainsi les principes retenus dans ce mode sont :

- La couverture d'un portefeuille de risques ;
- Couverture attachée à la totalité des risques ;
- Obligation pour la cédante et le réassureur ;

L'existence d'exclusions demandées par le réassureur ainsi que l'obligation de céder des parts sur des risques qu'il pourrait retenir pourraient être considérées comme des inconvénients pour l'assureur (Voir Tab 1 ci-dessous). Pour le réassureur, l'inconvénient principal réside surtout dans l'obligation d'accepter des risques potentiellement mal appréciés et négociés par l'assureur même si le principe de la bonne foi est de rigueur comme dans toute l'activité d'assurance⁸.

- **Les avantages et inconvénients pour la cédante de la réassurance obligatoire**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients pour la cédante de la réassurance obligatoire :

Tableau 1: Les avantages et inconvénients de la Réassurance Obligatoire

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Capacité et couverture automatique ; - Gestion administrative simple et rapide ; - Dans le cas d'un traité proportionnel, le réassureur verse une commission à la cédante en contrepartie des frais qui seront supportés directement par l'assureur (frais d'acquisition et d'administration). 	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de liberté de choix ; - Conditions fixes du traité, s'appliquent à tous les risques de la même façon (rétention, limite, commission, etc.) ; - Dans le cas d'un traité en quote-part, une large partie des primes sont cédées, ceci représente un inconvénient si le portefeuille est rentable.

Source : Wided BELHOUCHE ; Cours de « Traité de réassurance » ; page 10

⁸ SwissRe ; « introduction à la réassurance » ; 7^{ème} édition ; suisse ; 2003 ; page 20

5.1.2. La réassurance Facultative

Il s'agit de la première forme de réassurance qui a existé jusqu'au 19ème siècle. Ces affaires sont offertes par les cédantes et font l'objet d'une étude par le réassureur au cas par cas. L'assureur et le réassureur sont respectivement libres de céder ou d'accepter un risque en totalité ou en partie. Elle peut s'appliquer en théorie à toutes les branches d'assurances. En pratique, elle se rencontre surtout dans l'assurance des risques les plus lourds tels que les grands risques industriels, les risques spéciaux faisant appel à des connaissances particulières et les risques technologiques. La réassurance facultative est aussi utilisée dans la couverture des risques qui n'entrent pas dans le cadre des traités obligatoires.

Ce type de réassurance donne au réassureur une liberté de souscription et une totale maîtrise de ses engagements. Ceci peut entraîner pour l'assureur des difficultés à trouver preneur pour certains risques. Par contre, le risque d'anti sélection, étant donné qu'il ne reçoit que les risques que l'assureur décide de lui céder, existe ce qui rend le rendement du portefeuille du réassureur incertain. En outre, le réassureur, tout comme l'assureur, doit supporter, une gestion lourde car elle se fait risque par risque⁹

- **Les avantages et les inconvénients pour la cédante de la réassurance facultative :**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients pour la cédante de la réassurance facultative :

Tableau 2: Les avantages et inconvénients de la réassurance Facultative

Les avantages	Les inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Liberté de l'assureur d'offrir tout risque, et liberté du réassureur d'accepter ou de décliner ; - L'assureur bénéficie des connaissances du réassureur ; - Opportunité pour les deux parties de développer une relation professionnelle et fructueuse. 	<ul style="list-style-type: none"> - Les risques sont étudiés individuellement ; - Coût administratif élevé ; - Grande influence du réassureur sur l'assureur et sa façon de souscrire ; - Le réassureur peut perdre le contrôle de la gestion du risque (par rapport aux risques les plus lourds).

Source: Wided Belhouchet, OPCIT; page 08.

5.1.3. La réassurance facultative obligatoire (Fac-Ob ou Open Cover)

Il s'agit d'une convention de réassurance facultative pour la cédante et obligatoire lorsqu'elle est utilisée par le réassureur. Ainsi, le réassureur s'engage à accepter toutes les affaires que l'assureur décide de lui céder.

Cette facilité pour l'assureur permet d'éviter le recours fréquent à la réassurance facultative dont le coût de gestion est élevé et la réalisation de l'affaire est subordonnée à la confirmation des réassureurs.

Ce traité ne prévoit pas souvent de conservation pour la cédante et sa limite est exprimée par risque en valeur absolue avec la précision de la base de la cession, c'est pour cela les conditions de ce type sont souvent restrictives.

⁹SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT; page 20

Ce mode de réassurance donne la possibilité à la cédante de souscrire de façon plus flexible, car elle bénéficie d'une plus grande liberté de cession en réassurance. En contrepartie le réassureur court le risque d'avoir un portefeuille déséquilibré, dont la composition peut être exceptionnellement risquée. Enfin, la gestion d'un tel traité demeure assez lourde. De ce fait, le poids de la réassurance facultative-obligatoire dans la réassurance en général reste traditionnellement limité.

5.2. Les formes de réassurances

Le transfert de risque de la cédante vers son ou ses réassureur(s) peut s'effectuer par le biais de deux formes de réassurance.

5.2.1. La réassurance Proportionnelle

La proportion est l'élément clé du traité de réassurance proportionnelle. Ainsi, l'engagement du réassureur sur tout risque, la prime qu'il reçoit et la part de sinistre qu'il paie se calcule à partir d'elle.

Deux types de traités proportionnels existent : Le traité en Quote-part et le traité en Excédant de pleins.

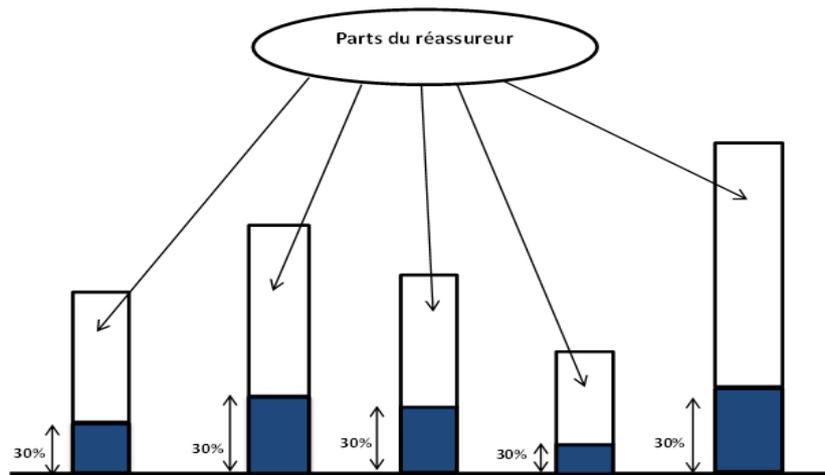
5.2.1.1. Le traité en quote-part

Dans la réassurance en Quote-part appelée aussi traité en participation pure, le réassureur prend en charge un pourcentage fixe, librement convenu, dans toutes les polices d'assurance souscrites par l'assureur direct. Cette quote-part détermine la répartition de la responsabilité, des primes et des sinistres entre l'assureur direct et le réassureur. Cette forme se caractérise par l'égalité entre la proportion des primes reçues par le réassureur et la proportion du coût des sinistres transférés au réassureur¹⁰.

$$\frac{\text{Prime de réassurance}}{\text{Primes totales perçues par la cédante}} = \frac{\text{Montant des sinistres à la charge du réassureur}}{\text{Montant brut des sinistres à la charge de la cédante}}$$

¹⁰SwissRe ; ibid ; page 22

Figure 1: Schéma représentatif de traité en Quote-Part.



Source : Elaboré par nos soins

• **Avantages et inconvénients pour la cédante de traité en Quote-part :**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients pour la cédante du traité de la réassurance en quote-part :

Tableau 3 : Les avantages et les inconvénients de traité en quote-part

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - S'utilise en début d'activité : la cédante a besoin de se constituer un portefeuille susceptible de supporter des écarts majeurs. Puis réduction progressive de la cession jusqu'à ne plus rien céder en quote-part lorsque le portefeuille arrive à la maturité (du point de vue de la loi des grands nombres). - En début d'activité, la cédante pourra faire appel à son réassureur qui lui fournira des éléments techniques tels que tarif, modèles de polices, suivi de la sinistralité. - Le traité en Quote-part permet de réaliser une stabilisation absolue du résultat de l'assureur. - La gestion d'un traité en Quote-part est assez simple puisqu'une même proportion de chaque prime et de chaque sinistre est cédée au réassureur. 	<ul style="list-style-type: none"> - Le traite quote-part réduit la portion des risques de l'assureur et ne permet pas une homogénéité du portefeuille. - L'augmentation de la capacité de souscription est limitée. - Il est inadéquat pour l'accumulation de petits sinistres très fréquents. - Les garanties portant sur des capitaux faibles sont réassurées dans la même proportion que celle portant sur des capitaux élevés. - Le réassureur n'a pas d'action directe sur son résultat. Les résultats dépendent de la politique suivie par la cédante.

Source : BOUREGHOUD Bilal ; Opcit ; page 09

• *L'utilité de la réassurance en quote-part :*

Ce traité est utile pour les entreprises d'assurance jeunes, en développement ou celles bien établies qui veulent pratiquer de nouvelles branches.

5.2.1.2. Le traité en Excédent de plein

Dans les traités de réassurance en Excédent de plein, le réassureur n'est pas exposé à l'ensemble des risques, comme c'est le cas dans la réassurance dans les traités en Quote-part ; En effet, l'assureur direct prend en charge l'ensemble des risques dont la somme assurée est inférieure à un certain montant (plein de rétention de l'assureur). Ce plein de rétention peut être différent pour chaque catégorie de risque.

Les engagements dépassant le plein de rétention sont couverts par le réassureur. Ce dernier n'est pas tenu d'accepter le risque au-delà d'un excédent donné, généralement défini comme un nombre convenu de pleins.

Pour chaque risque réassuré, le ratio de la rétention rapportée à la cession détermine la répartition de la responsabilité, des primes et de l'ensemble des sinistres entre l'assureur direct et le réassureur¹¹.

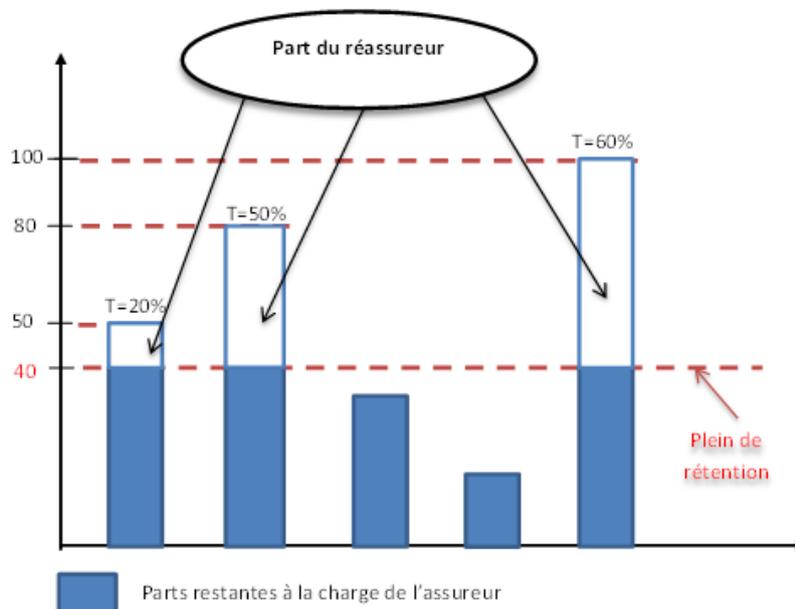
Soit **C** le capital souscrit et **P** le Plein de Conservation.

Le nombre de pleins est donc : $N = C/P$

La part de l'assureur dans l'affaire est : P/C

Et celle du Réassureur est $(C-P)/C$ (dans les primes et dans les sinistres).

Figure 2: Schéma représentatif de traité en Excédent de Plein.



Source : *Elaboré par nos soins.*

¹¹SwissRe « introduction à la réassurance » ; OPCIT ; Page 22

• **Avantages et inconvénients pour la cédante de traité en Excédent de Plein pour la cédante :**

Le tableau ci-après illustre les avantages et les inconvénients pour la cédante du traité de la réassurance en excédent de plein :

Tableau 4 : Les avantages et les inconvénients de traité en Excédent de plein

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - La réassurance en Excédent de plein permet à l'assureur de constituer un portefeuille plus homogène. - Grâce à l'excédent de plein, l'exposition maximale par risque est limitée au plein. - La cession des primes est moindre avec un Excédent de plein qu'avec un traité proportionnel, ce qui est sans doute souhaitable. 	<ul style="list-style-type: none"> - La réassurance en Excédent de plein est complexe dans son fonctionnement et lourde dans sa gestion. - Une grosse fraction de primes est cédée au réassureur. - La réassurance en Excédent de plein ne peut fonctionner qu'avec des branches d'assurances pour lesquelles la somme assurée est déterminée. - Ce type de réassurance reste inadéquat contre le risque d'accumulation de petits sinistres très fréquents.

Source : *BOUREGHOUD Bilal ; OPCIT ; page 10*

• **L'utilité de la réassurance en Excédent de plein :**

- ✓ Il est indispensable dans la branche automobile et accident étant donné la diversité des risques assurés ;
- ✓ Il confère une capacité de souscription élevée pour les compagnies d'assurance modestes, et leur permet ainsi de se maintenir dans un marché compétitif.

5.2.2. La réassurance non-proportionnelle

On dit que la réassurance est non proportionnelle lorsque l'assureur détermine le montant limite qu'il est prêt à assumer soit par rapport à la charge des sinistres, soit par rapport à sa perte définie comme la part excédentaire étant prise en charge par le réassureur. Il existe deux types de traites dans cette catégorie :

- La réassurance dite en Excédent de sinistres, dans laquelle le réassureur intervient pour chaque sinistre dépassant un certain montant.
- La réassurance dite en Excédent de pertes dans laquelle le réassureur intervient lorsque l'ensemble des sinistres d'une année dépasse un certain pourcentage des primes encaissées.

La réassurance non proportionnelle est caractéristique des assurances de responsabilité. Ce type de traité fera l'objet d'un traitement plus détaillé dans la section qui suit.

Section 02 : La réassurance non proportionnelle en Excédent de sinistres

La réassurance non proportionnelle est souvent définie comme étant l'engagement du réassureur de participer aux sinistres pour un montant maximum, préalablement arrêté, au-delà de la somme conservée par l'assureur (priorité) et moyennant une prime calculée globalement par le réassureur pour l'ensemble du portefeuille couvert.

Dans cette section, nous allons donner, dans un premier temps, une définition de la réassurance non proportionnelle avec ses deux types de traités. Nous mettrons par la suite l'accent sur le traité en Excédent de sinistres qui constitue le sujet de ce mémoire.

1. Définition :

En réassurance non proportionnelle, il n'existe aucune fraction contractuellement fixée qui donne suite à un partage proportionnel de prime et de sinistre. C'est le montant de ce dernier qui détermine le niveau d'engagement du réassureur. L'assureur et le réassureur se mettent d'accord sur le montant de la franchise appelé '**priorité**' au-delà de laquelle le réassureur prendra en charge le montant de sinistre survenu relatif au risque objet du contrat à concurrence d'un certain seuil appelé '**plafond**'. La prime est calculée par le réassureur, en fonction de l'historique de la sinistralité, des coûts de gestion et de la rémunération exigée par les actionnaires. De ce fait il n'y a aucun lien de proportionnalité entre, d'une part, la prime d'assurance et de réassurance, d'autre part, les montants des sinistres originaux et la responsabilité du réassureur dans ces montants de sinistres.

La cédante paye un prix appelé '**prime de réassurance**' au réassureur pour la couverture qu'il lui accorde. Cette prime fait l'objet d'une tarification spécifique. Elle s'exprime souvent sous forme d'un taux de prime à appliquer à l'encaissement de l'assureur. En effet au début d'année, l'exposition exacte du traité n'est pas encore connue. Cette dernière est plus au moins bien représentée par l'encaissement de la prime de l'assureur. Il est donc logique de lier la prime de réassurance à cet encaissement de prime. En pratique, la cédante paye une prime provisionnelle généralement en début d'année, sur la base d'un encaissement estimé. Ensuite la prime définitive est adaptée lorsque l'encaissement de l'assureur est connu à la fin de l'année.

Quelquefois, la prime de réassurance s'exprime en fonction de l'exposition totale du portefeuille et elle n'est pas en fonction du tarif original appliqué par la cédante. Le cas de la réassurance des catastrophes naturelles par exemple. De même, parfois la prime de réassurance en responsabilité civile automobile est exprimée sous la forme d'un montant monétaire à appliquer par véhicule assuré.

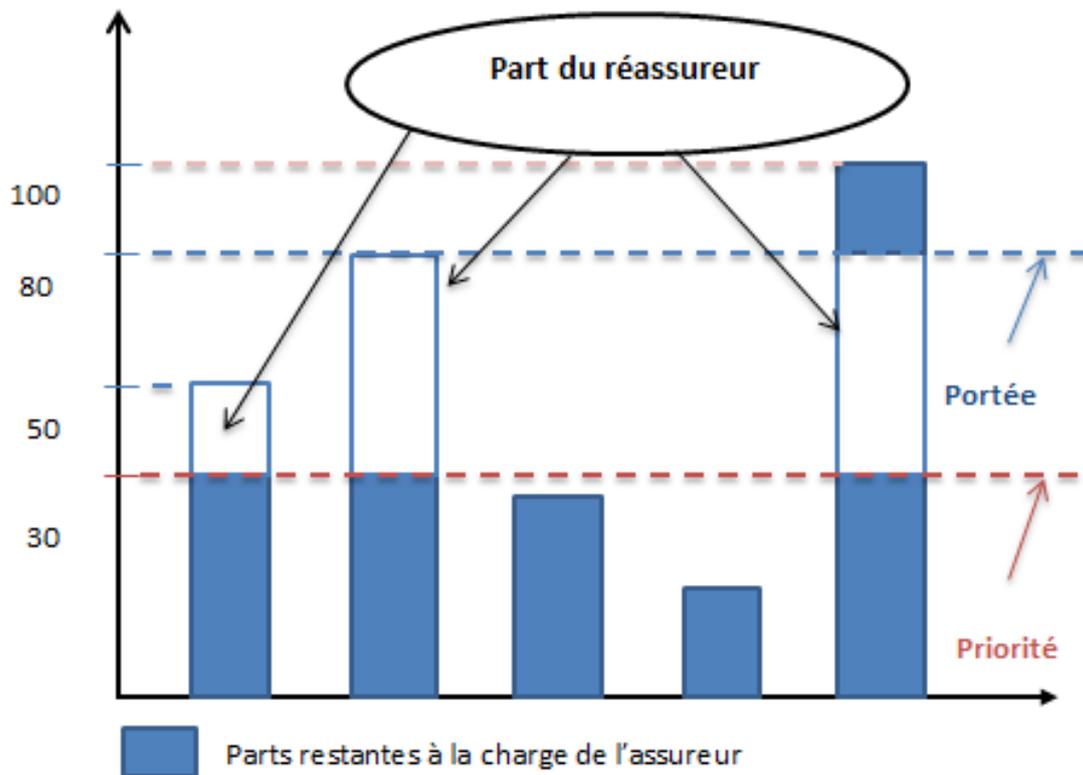
Dans ce type de traité, le réassureur doit, pour déterminer la prime de réassurance, anticiper la sinistralité, ce qui requiert une démarche sophistiquée mettant souvent en œuvre des modèles

actuariels. Le réassureur reçoit de la part de l'assureur plus d'informations car les sinistres sont modélisés individuellement et cela dans le but de se faire une idée de la sinistralité prospective qui sera à la charge du traité. Dans le cadre de la réassurance non proportionnelle deux types de traites existent : Les traités en Excédent de Sinistres (*Excess of loss*) et les traites en Excédents de Perte Annuelle (*Stop loss*)¹².

1.1. La réassurance en excédent de sinistre :

Le traité en Excédent de sinistres couvre la part de chaque sinistre dépassant un seuil donné, appelé '**priorité**'. Le réassureur limite son intervention à un montant donné par sinistre appelé **portée**. La limite (ou **plafond**) du traité est obtenue en additionnant la priorité et la portée. Les réassureurs utilisent habituellement la terminologie suivante : **Portée XS (excess) Priorité**.

Figure 3: Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres



Source : Elaboré par nos soins

¹² Jeans François Walhin ; « La réassurance » ; 2^{ème} Edition Larcier ; Bruxelles-Belgique ; 2012 ; Pages 74-75

- **Avantages et inconvénients pour la cédante de la réassurance en excédent de sinistres :**

Tableau 5 : Les avantages et les inconvénients du traité en excédent de sinistres

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Il ne couvre pas les petits sinistres, d'où la prime cédée au réassureur est limitée. - Il coupe les pointes (les grands sinistres), ce qui permet l'homogénéité de la rétention. - En réassurance en excédent de sinistre par événement, l'exposition maximale par événement est limitée. - Son administration est simple puisqu'il suffit de fixer la prime avant le renouvellement et de suivre uniquement les sinistres dépassant la priorité. - Il ne se base pas sur les sommes assurées. - Diminution considérable des frais généraux ; - Révision annuelle du taux de prime et de la priorité. - Protection efficace en cas de sinistre majeur. 	<ul style="list-style-type: none"> - La prime qu'il reçoit est très faible comparée à son engagement en cas de sinistre. - Il doit disposer de statistiques fiables pour pouvoir coter une telle couverture. - La fixation de la prime de réassurance est parfois malaisée. - Le résultat du réassureur peut être instable. - La fixation de la limite du traité s'avère difficile dans le cas de la réassurance en excédent de sinistre par événement. - Il est inadéquat contre une déviation défavorable du nombre de sinistre.

Source : BOUREGHOUD Bilal ; OPCIT ; page 15

Il convient de faire la distinction entre trois types de traités en excédent de sinistres suivant la définition que l'on donne au sinistre :

- Un traité en excédent de sinistres par risque couvrant les sinistres police par police.
- Un traité en excédent de sinistres par événement qui couvre les sinistres agrégés résultant d'un même événement qui peut être une catastrophe naturelle telle que les tremblements de terre ou les inondations.
- Un traité en excédent de sinistre catastrophique pour les catastrophes naturelles dépassant le délai d'un évènement.

1.1.2. Excédent de Sinistres par Risque :

✚ Exemple 01 :

Soit un traité en excédent de sinistres par risque ayant les caractéristiques suivantes :

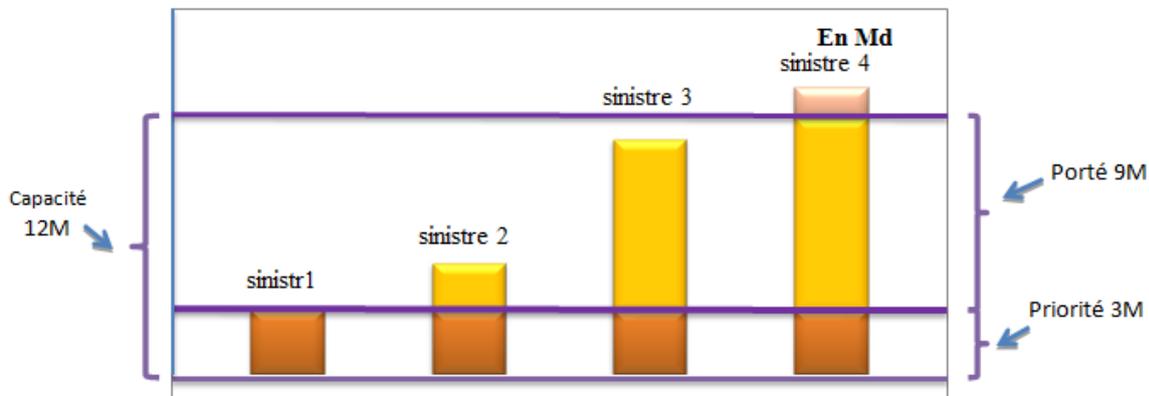
- Priorité : 3 millions ;
- Portée : 9 millions ;
- Capacité : 12 millions.

Si un sinistre touche 4 polices réassurées dans le cadre de ce traité avec les montants suivants :

- Police N° 01 : 3 millions ;
- Police N° 02 : 5.2 millions ;
- Police N° 03 : 11 millions ;
- Police N° 04 : 13.5 millions.

Le schéma suivant illustre le partage des montants de ces sinistres entre assureur et réassureur :

Figure 4 : Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres par risque



Source : Etabli par nos soins

Exemple 02 :

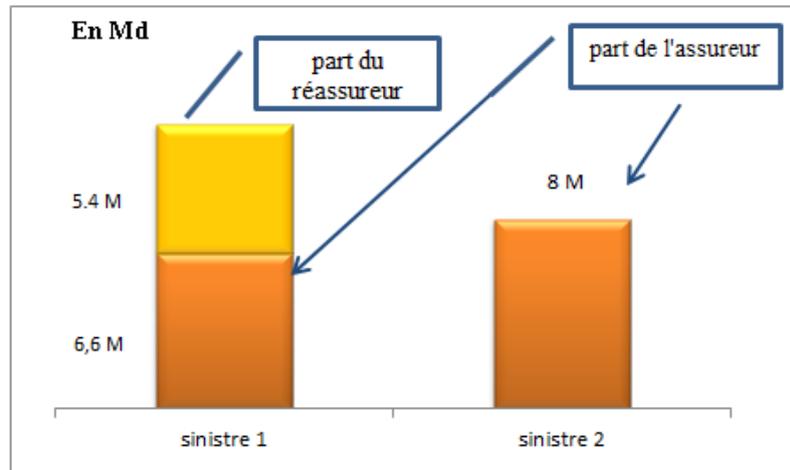
L'exemple suivant illustre la manière de combiner le traité en excédent de sinistres par risque avec la réassurance proportionnelle.

L'assureur se réassure sur une base proportionnelle en excédent de plein pour les risques dont l'engagement dépassant un (1) plein. Le plein étant égal à 11 millions. Sa réassurance proportionnelle s'élève à 10 pleins, c'est-à-dire 110 millions au maximum. L'assureur est prêt à payer lui-même les sinistres atteignant 3 millions sur chaque risque et s'adresse à un réassureur pour la couverture en excédent de sinistre par risque du montant restant c'est-à-dire 8 millions.

Supposons que deux sinistres ont eu lieu (les chiffres sont exprimés en millions) :

- ✚ **Sinistre N° 01 :** Somme assurée 20 millions et sinistre brut de 12 millions.
 - Sinistre à la charge de l'assureur (avant WXL/R) : $12 * 11 / 20 = 6.6$ millions ;
 - Sinistre à la charge de réassureur proportionnelle : $12 * 9 / 20 = 5.4$ millions.
- ✚ **Sinistre N° 02 :** Somme assurée : 10 millions et sinistre brut de 8 millions ;
 - Sinistre à la charge de l'assureur (avant WXL/R) : $8 * 10 / 10 = 8$ millions ;
 - Sinistre à la charge de réassureur proportionnelle : 0.

Figure 5 : Schéma représentatif de la combinaison d'un traité en excédent de sinistres par risque avec un traité proportionnel en excédent de plein



Source : Etabli par nos soins

1.1.3. Traité en Excédent de sinistres par Evénement :

L'événement qui constitue le sinistre n'est plus limité à une police mais à un ensemble de polices appartenant à une même branche et sinistrée par une seule et même cause.

La couverture en excédent de sinistres par événement (en anglais « Per event Working Excess of Loss cover » et en abrégé « WXL/E ») garantit à la cédante le règlement des sinistres si leur somme dépasse la priorité contractuelle quel que soit le nombre de polices touchées par un événement. Cette couverture est conçue pour parer à d'éventuels cumuls de nombreux sinistres dus à une même cause dommageable.

L'événement est défini contractuellement :

- **Par sa nature** : tempête, tremblement de terre, inondation, feu de forêt etc.
- **Dans l'espace** : la zone géographique où se produit l'événement couvert est bien précisée.
- **Dans le temps** : La durée maximale pendant laquelle les dommages imputables à une même cause sont pris en compte dans l'événement ; Si une même cause provoque des dommages pendant une durée supérieure à celle stipulée dans le traité (par exemple, 72 heures consécutives), on considère qu'il s'agit de deux événements.

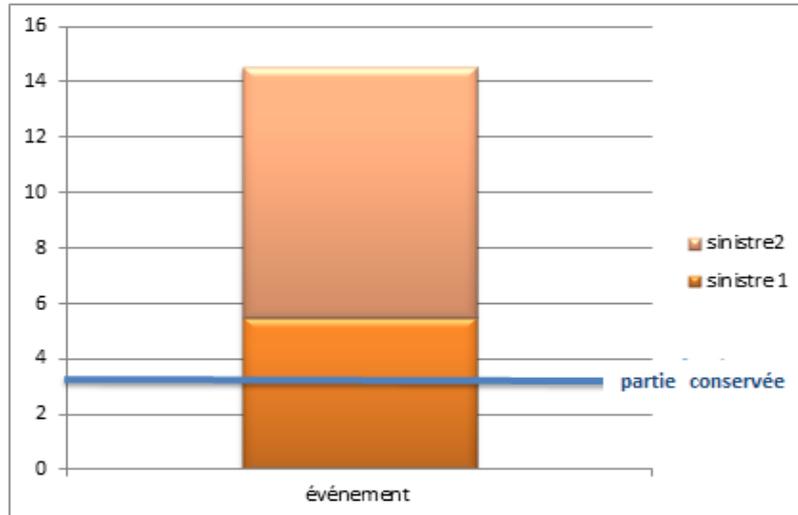
✚ Exemple :

Après avoir tenu compte de la réassurance proportionnelle, les deux sinistres suivants impactent le traité en excédent de sinistres par événement :

- **Sinistre N° 01 : 5.5 millions**
- **Sinistre N° 02 : 9 millions**

La réassurance en excédent de sinistres est conclue par événement et non par risque, l'assureur direct ne déboursa que 3 millions qui correspondent à sa priorité tandis que le réassureur versera 11.5 millions.

Figure 6: Schéma représentatif de traité en excédent de sinistres par événement



Source : Etabli par nos soins.

Dans cet exemple, avec une couverture définie par événement, l'assureur direct obtient du réassureur une participation plus importante que dans le cas d'une WXL/R.

1.1.4. Excédent de sinistres Catastrophique (Cat-XL)

Cette forme de traité est spécialement conçue pour pallier à des éventuels cumuls de sinistres dus à une même cause dommageable comme une catastrophe naturelle. En effet, un tremblement de terre ou un ouragan affecte l'ensemble des risques assurés sur une même zone géographique. Les assureurs ne peuvent pas échapper à cette exposition à un cumul de sinistres causé par un de ces événements et doivent se réassurer.

1.2. Notion de « tranche Travaillante » et la « tranche non travaillante »

Une tranche travaillante, en anglais '**Working Layer**', est une tranche basse qui est fréquemment touchée parce que sa priorité est peu élevée (cas classique des XL Auto). Une tranche non travaillante, en anglais '**Cat Layer**', est une couverture Catastrophe : Contrairement à la tranche travaillante, la Cat-Layer est une tranche haute, qui est rarement touchée, il s'agit d'un XL par événement en général (un sinistre affectant une seule police ne peut pas faire jouer le traité. Autrement dit, il faut au minimum que deux polices soient impactées par un même événement), elle sert à protéger l'assureur contre les cumuls inconnus suite à un même événement.

NB : Dans la plupart des cas, la tranche travaillante est un XL par risque, tandis que la tranche non travaillante est un XL par événement, mais il ne faut pas confondre ces notions : le fait de fonctionner par risque ou bien par événement est une définition juridique ; Le fait d'être une tranche « travaillante » ou « non travaillante » est une constatation technique.

2. Les principales clauses d'un traité en Excédent de sinistres¹³

2.1. La clause de reconstitution de garantie :

Elle sert à reconstituer la couverture après un sinistre, autrement dit, à maintenir pour la cédante le même niveau de protection, pour qu'elle ne se trouve pas à découvert si jamais un second, voire un troisième sinistre survenaient et absorbaient toute la portée.

En effet, elle s'applique dès que la portée a été partiellement ou totalement absorbée par un sinistre. Cette reconstitution peut être gratuite mais se fait souvent au moyen d'une prime additionnelle, définie comme un certain pourcentage de la prime initiale, au prorata des capitaux absorbés (prorata capita) et plus rarement au double prorata de la durée restant à couvrir et des capitaux. La prime additionnelle est donc toujours proportionnelle au montant de couverture absorbé, et éventuellement au temps restant à couvrir sur la période de référence.

Le calcul de la reconstitution de garantie et le paiement de la prime additionnelle doivent se faire dès que l'XL est touché afin que les caractéristiques du traité demeurent inchangées jusqu'à la fin de l'année.

+ Exemple :

- 10 Milliards XS 2 Milliards
- Prime 100 millions DA
- Sinistre 5 Milliards, survenu le 1er Avril.

a) Clause de reconstitution : 1 à 50%, prorata capita :

Sinistre à charge de l'XL : 3 Mds

Prime de reconstitution : $100 \times 50\% \times (3 \text{ Mds} / 10 \text{ Mds}) = 15$ prorata capital

b) Clause de reconstitution : 1 à 100%, double prorata :

- Sinistre à charge de l'XL : 3 Mois
- Prime de reconstitution : $100 \times 100\% \times (3 \text{ Mds} / 10 \text{ Mds}) \times (9 / 12) = 22,500$ millions.
- Prorata capita prorata-temporis.

2.2. La clause de franchise 'Agregate'

Il arrive que la cédante souhaite augmenter sa rétention annuelle, en fonction de ses possibilités financières. La clause de franchise Aggregate a pour but de restreindre l'engagement du réassureur, et donc de diminuer le coût de la réassurance. Elle se comporte comme une franchise annuelle, appliquée à la somme des montants qui seraient normalement dus par le réassureur sans l'application de cette clause : la cédante garde à sa charge le ou les premiers sinistres supérieurs à la priorité de l'XL, jusqu'à ce que leur cumul dépasse le montant de la franchise annuelle. Cette franchise annuelle (Aggregate) peut être exprimée soit en montant soit en pourcentage de l'assiette.

¹³ **La réassurance : aspects théoriques et pratiques** Ramel, Maurice/ Rueff, Jacques (pref), Dulac et Cie, Paris, 1980, 2^{ème} éd., 1980, 344 p

✚ Exemple :

- Soit un XL : **500 XS 250**
- Clause Aggregate de 1,5%, et une assiette de 30 000.
- On enregistre les sinistres suivants : 300, 500, 700, 900 et 100.

Sans clause Aggregate :

Charge du réassureur : $50 + 250 + 450 + 500 + 0 = 1\ 250$

Avec clause Aggregate :

La franchise annuelle vaut : $1,5\%$ de 30 000 = 450

Charge du réassureur : $1\ 250 - 450 = 800$

Remarque :

Le mot 'Aggregate' employé seul et souvent confus, parce qu'il peut prendre deux significations : 'AAD' ou 'AAL'.

- **AAD : Aggregate Annual Déductible** : il s'agit de la clause de franchise annuelle.
- **AAL : Aggregate Annual Limit**: il s'agit de la limite annuelle d'engagement sur la tranche, autrement dit $(N+1) \times$ portée, N étant le nombre de reconstitutions.

2.3. La clause d'indexation :

Elle permet de conserver le niveau économique des bornes (priorité et portée) du traité pour des exercices de survenance successifs. En effet, avec le temps, les bornes du traité perdent leur signification à cause de l'érosion monétaire. Afin de conserver une même couverture au fil des années, on peut donc indexer les bornes du traité sur un indice économique correspondant à l'évolution des coûts des sinistres dans la branche considérée. Par exemple : indice des salaires pour un traité Individuelle Accident, indice du coût de la construction pour un traité Incendie.

✚ Exemple :

- Traité XL Incendie : 2 000 XS 1 000 en 2015 (indice 100)
- Indice en 2016 : 110
- Priorité : $1\ 000 \times 110 / 100 = 1\ 100$; Portée : $2\ 000 \times 110 / 100 = 2\ 200$
- **L'XL devient donc : 2200 XS 1100 en 2016.**

Considérons l'exemple suivant : 1 250 XS 750

Charge de l'XL				
Sinistres à la base		Traité non indexé		Traité indexé
		Franchise = 750		franchise = 900
Sans inflation	Inflation 20%	Sans inflation	Avec inflation	Avec inflation
700	840	0	90	0
750	900	0	150	0
900	1080	150	330	180
1000	1200	250	450	300
1500	1800	750	1050	900
2000	2400	1250	1250	1500

Nous voyons que l'impact de l'inflation est encore plus grand pour le réassureur que pour l'assureur. En effet, le traité non indexé est touché par des sinistres qui ne l'auraient pas concerné sans inflation. Le traité indexé, par contre, n'est touché que par les sinistres après inflation qui, de toute façon, l'auraient touché sans inflation s'il n'avait pas été indexé.

• **Sans clause d'indexation : Avec clause d'indexation :**

- | | |
|------------------|---|
| - Priorité : 750 | Priorité : $750 \times 120 / 100 = 900$ |
| - Portée : 1 250 | Portée : $1\ 250 \times 120 / 100 = 1\ 500$ |

La clause d'indexation présente aussi un intérêt pour la cédante : si le traité n'était pas indexé, la portée resterait à 1 250 et la cédante se trouverait à découvert pour les sinistres supérieurs à 2 000.

L'indexation permet donc à la cédante de maintenir le niveau de protection qu'elle avait initialement acheté et de garantir au réassureur que le traité ne se dégrade pas du fait de l'inflation. Cette clause d'indexation s'applique aussi bien aux XL par risque qu'aux XL par événement.

2.4. La clause de stabilisation

Si dans certaines branches les sinistres sont réglés rapidement, il y en a d'autres, comme la Responsabilité Civile par exemple, pour lesquelles le règlement d'un sinistre est échelonné dans le temps, sur 10, 20 ou 30 ans.

Compte tenu de ce long délai entre la survenance et le règlement définitif du sinistre, il se produit une augmentation du coût liée à l'évolution économique, ainsi qu'à l'évolution de la jurisprudence.

La clause de stabilisation permet de conserver dans le partage du sinistre entre l'assureur et le réassureur la même proportion que si ce sinistre avait été réglé immédiatement après sa survenance. Grâce à cette clause, la charge supplémentaire due à l'inflation est répartie équitablement entre l'assureur et le réassureur.

✚ Exemple :

Soit un excédent de sinistre de **500 XS 100** en 2014, avec un sinistre survenu en 2016 : le sinistre est réglé totalement en 2016 pour un montant de 200.

- **Charge de l'assureur = 100**
- **Charge du réassureur = 200 - 100 = 100**

Le même sinistre survenu en 2014 est réglé en 2016 pour un montant de 250, dû à l'évolution économique et juridique entre 2014 et 2016, correspondant à une inflation de 12% par an.

❖ **Sans clause de stabilisation :**

- **Charge de l'assureur = 100**

- **Charge du réassureur = 150**, donc un accroissement de charge de 50%, entièrement supporté par le réassureur.

❖ **Avec clause de stabilisation :**

- Valeur de l'indice : 100 en 2014, 112 en 2015, 125 en 2016.
- La franchise applicable au sinistre devra être revalorisée.
- Valeur du sinistre réglé en 2016 : 250
- Valeur du sinistre vu en 2014 : $250 \times 100 / 125 = 200$
- **Charge de l'assureur : $100 \times 250 / 200 = 125$**
- **Charge du réassureur : $(200 - 100) \times 250 / 200 = 125$**

L'augmentation de charge est ainsi équitablement répartie entre l'assureur et le réassureur.

3. La réassurance non proportionnelle en Excédent de Perte Annuelle (Stop loss)

Cette forme de Réassurance est venue pour palier à l'un des principaux inconvénients de l'excédent de sinistres du fait que cette formule ne procure pas de protection contre une augmentation de la fréquence des sinistres. Dans ce cas, l'intervention du Réassureur est déterminée par le taux de sinistre à savoir le rapport du montant des sinistres d'une période donnée au montant global des primes encaissées pendant la même période.

La réassurance en 'Stop Loss' consiste donc à fixer une borne supérieure au taux de sinistre pour une période et une branche d'activité spécifiée, soit S_0 cette borne

Soit $S = \frac{S_t}{P_t}$ le taux de sinistre de la période t.

Alors si $S_0 \leq S$ le Réassureur n'intervient pas ;

Si $S_0 \geq S$ le Réassureur intervient et règle les sinistres pour un montant X de manière à ce que $S_0 = \frac{(S_t - X)}{P_t}$ L'intervention du Réassureur sera donc d'un montant de :

$$X = S_t - P_t S_0$$

Le paiement du Réassureur est donc une variable aléatoire dépendant du taux de sinistre subi par la cédante, du taux maximum inscrit dans le traité et du volume des primes encaissées par la cédante.

Dans ce cas, la prime de Réassurance est définie par un certain pourcentage de la prime totale du portefeuille réassuré. Ce pourcentage dépend de la probabilité que le taux de sinistre dépasse le taux limite prévu dans le traité.

Section 03 : La réalité du marché international de la réassurance

Après avoir pris connaissance des concepts qui constituent la base de tout travail en réassurance, nous présenterons succinctement dans cette section le marché mondial et le marché algérien de la réassurance.

Cette section sera consacrée au marché international de la réassurance ainsi qu'à sa structure : Origine des cessions, origine des acceptations, concentration du marché de la réassurance, les principaux réassureurs mondiaux et leur notations par les agences internationales de notation telles que Standars and Poor's et AM Best).

1. Le marché mondial de la réassurance :

Les caractéristiques de l'activité d'assurance et ses spécificités nécessitent souvent l'intervention des réassureurs surtout dans le cas des événements importants ou le marché mondial de réassurance sera sensible à ce genre d'événement d'où sa réaction rapide et considérable.

La différence et le poids des grands réassureurs influence grandement le comportement du marché. L'insolvabilité des grands réassureurs entraîne souvent des problèmes systémiques et un déséquilibre au niveau de fonctionnement du marché.

Au 20^{ème} siècle, le marché de la réassurance était en état de déséquilibre car la demande de la réassurance était très importante par rapport à l'offre. Les réassureurs ont dû faire face à de plusieurs événements catastrophiques le cas des tempêtes de l'hiver 1990 en Europe, le typhon Mireille au Japon (1991) et surtout l'ouragan Andrew aux USA (1992). Les cinq sinistres les plus importants de (1989) à (1992) ont ainsi coûté (USD 29 milliards) aux réassureurs dont (USD 15 milliards) pour le seul ouragan Andrew.

Ces montants sont à comparer aux longues décennies précédentes où aucune année n'avait enregistré des sinistres supérieurs à (USD 5 milliards). Cela a provoqué la faillite de nombreux réassureurs et la crise des Lloyd's (Années 1990). Par ailleurs, cela a favorisé l'émergence de nouvelles sociétés spécialisées aux Bermudes et surtout la raréfaction des capacités de réassurance, plusieurs réassureurs ayant déclaré faillite.

En 2015, le volume des primes encaissées dans le monde ont totalisé 4554 milliards USD soit une évolution en terme réel de 3.8% par rapport à 2014. Ce chiffre est réparti à raison de 2534 milliards USD en assurance vie, soit une progression de +4% et 2019 milliards USD en assurance non vie soit une évolution de +3.6% par rapport à 2014. Seule 4.58% de ce volume a été réassuré, soit 204 milliards USD¹⁴.

Selon le rapport 2015 de Standars and Poor's, la capacité de réassurance est offerte par 250 réassureurs professionnels en plus de nombre important de réassureurs régionaux.

Le volume mondial des primes cédées en réassurance en 2015 s'établit à 208 Mds \$ dont :

Une part pour l'assurance vie de 69 milliards USD soit 2.6% de la prime mondiale vie.

En assurance non vie les primes en réassurance ont totalisé un chiffre de 135 milliards USD soit 6% de la prime mondiale de l'assurance dommage.

¹⁴ SWISS RE SIGMA ; Mars 2016

A fin 2016, les fonds propres des réassureurs ont totalisé 595 milliards de \$ soit +5% par rapport à 2015 et +55% par rapport à 2006. Les fonds propres des 31 premiers réassureurs du monde ont totalisé à la fin décembre 2016 aux environs de 337 milliards de \$ soit 63% des disponibilités mondiales¹⁵.

2. Structure de marché mondial de la réassurance

2.1. Origine des cessions

Le tableau suivant représente la répartition des primes de réassurance offerte dans le monde (les primes cédées) de l'année 2015 :

Tableau 6 : La répartition de l'offre de réassurance mondiale (En %)

Pays	Pourcentage %
Amérique du nord	51%
Europe	37%
Asie	8%
Autres	4%

Source : Revue « S&P GRH » ; 2015 ; page 13

Nous constatons que les réassureurs Européens et les réassureurs Américains restent les leaders dans l'offre de réassurance dans le monde avec une part de marché atteignant respectivement 51% et 37%.

2.2. Origine des acceptations

Le tableau suivant nous présente la répartition des acceptations mondiales des primes de réassurance :

Tableau 7 : La répartition mondiale des acceptations (En %)

Amérique du nord	44%
Europe	55%
Asie	1%
Autres	0,77%

Source : Revue « S&P GRH » ; 2015 ; page 13

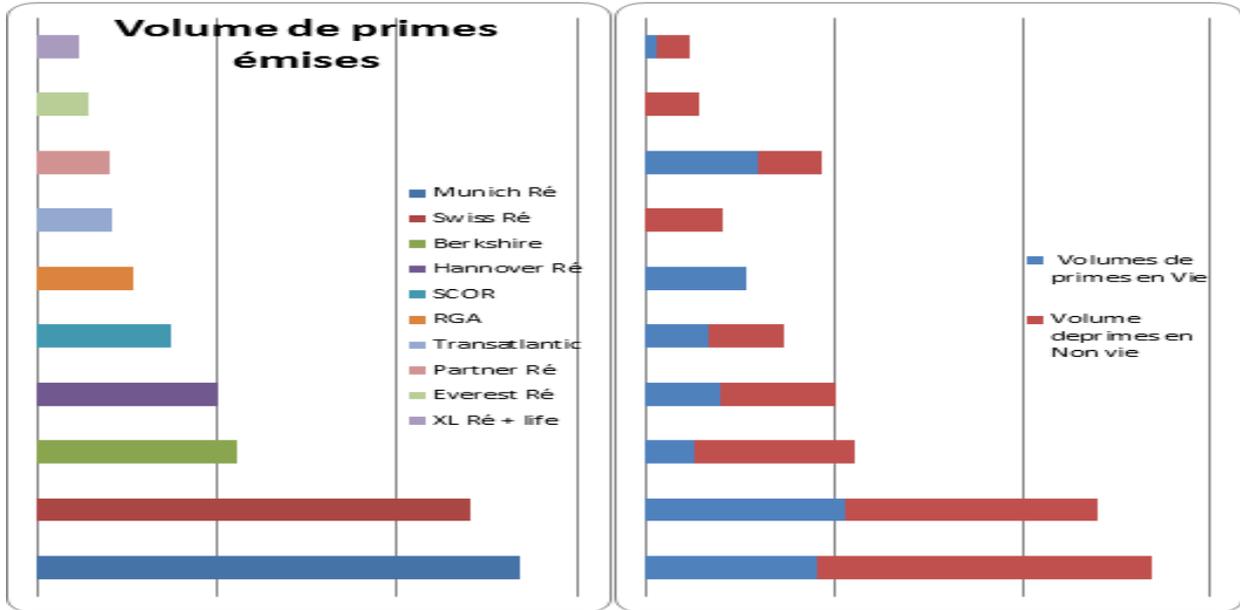
2.3. Concentration de marché de la réassurance

Ci-après les graphes qui montrent le classement des 10 premiers réassureurs et le volume des primes en réassurance vie et non vie :

¹⁵ Cours module la Réassurance ; Enseignant : Mr Béchir ELLOUMI ; IFID ; Avril 2017.

Figure 8: Volume des primes émises pour les 10 premiers réassureurs mondiaux (en milliards USD)

Figure 7: Répartition des primes entre la branche vie et non vie (en milliards USD)



Source : Standars and Poor's

Les 10 premiers réassureurs ont réalisé plus de la moitié du volume des affaires mondiales et les 30 premiers ont atteint 80% de ce volume. Nous remarquons que **Munich Ré** et **Swiss Ré** dominant le marché de la réassurance, avec des montants de respectivement jusqu'à 27.8 et 34.90 milliards USD.

2.4. Les principaux réassureurs mondiaux et leur notation par Standard & Poor's et AM & Best :

Tableau 8: « Les principaux réassureurs mondiaux et régionaux »

Réassureur	Origine	Notation
HANNOVER RE	Allemagne	AA-
MUNCHEN RE	Allemagne	AA-
ARCH RE	Bermudes	A+
AXIS RE	Bermudes	A+
EVREST RE	Bermudes	A+
PARTNER RE	Bermudes	A+
RENAISSANCE RE	Bermudes	AA-
TRANSALANTIC RE	USA	A+
CCR FR	France	AA
SCOR	France	AA-
LLOYDS	Royaume uni	A+
SWISS RE	Suisse	AA-

SOMPO	Japon	A+
TRUST INT	Bahreïn	A- AM BEST
ARABE RE	Liban	B+ AM BEST
CCR ALG	Algérie	B+ AM BEST
TUNIS RE	Tunisie	B+ AM BEST
AFRICA RE	Nigeria	A- AM BEST
SCR MAR	Maroc	BBB

Source: Standard and Poor's; Septembre 2016

Nous constatons que la pluparts des réassureurs mondiaux ont une note relativement bonne et cela grâce aux services de qualité qu'ils offrent et au haut niveau de solvabilité qu'ils affichent.

Nous constatons également que les réassureurs régionaux nationaux ont également une note relativement respectable.

Section 04 : Le marché algérien de la réassurance

Dans cette section nous allons présenter brièvement le marché algérien de la réassurance

1. La supervision de l'activité de la réassurance

L'activité de l'assurance et de la réassurance en Algérie, est sous la tutelle du ministère des finances, au niveau de la Direction des Assurances. Elle englobe les trois aspects de contrôle et de supervision, à savoir : la réglementation (Sous-Direction de la Réglementation), le contrôle sur pièces (Sous-Direction de l'Analyse), et le contrôle sur place (Sous-Direction du Contrôle).

La réglementation laisse aux organismes d'assurance une grande latitude pour le choix de la politique de réassurance. Toutefois les assureurs doivent maintenir à tout moment une couverture de réassurance suffisante, En effet l'assureur doit communiquer à l'autorité de tutelle des informations détaillées sur les couvertures de réassurance et les réassureurs utilisés. Lorsqu'une politique de réassurance inadéquate affecte la capacité de l'assureur à régler les sinistres à cause d'une insuffisance de la couverture ou d'une mauvaise qualité du réassureur ou encore due au non-respect des contraintes réglementaire en vigueur, l'organisme de surveillance intervient pour des mesures correctives¹⁶.

1.1. Lois Régissant le Secteur Algérien des Assurances

L'ordonnance 95-07 promulguée le 25 janvier 1995, est considérée comme le texte fondateur de la configuration actuelle du secteur des assurances. Elle a été complétée et modifiée par la loi 06-04 du 20 février 2006.

¹⁶ L'ordonnance 95-07 du 25 janvier 1995 complétée et modifiée par l'ordonnance 06-04 du 20 février 2006

1.2. Agrément des sociétés d'assurances et/ou de réassurance

Pour l'octroi d'un agrément d'une société de réassurance, la réglementation précise les conditions à vérifier par dirigeants et les employés. Dans son alinéa 10.2 l'article cité ci-dessus fixe les principales directions que la société se propose de suivre en matière de réassurance, notamment (le niveau de rétention en adéquation avec ses capacités financières, le plan de réassurance, la liste et les qualités des réassureurs avec lesquels elle compte établir des relations d'affaires)*.

1.2.1. Cession Obligatoire

Les compagnies d'assurance sont obligées conformément à la réglementation en vigueur de céder une partie de 50% de leur portefeuille réassuré à la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR), et ce pour l'ensemble des branches.

1.2.2. Cession à l'AFRICA RE

Conformément aux dispositions de l'article 27 alinéa 2 de l'accord portant sur la création de la société de réassurance (AFRICA RE) dont l'Etat algérien est membre, les compagnies d'assurance et/ou de réassurance exerçant sur le territoire algérien, sont tenues de céder 5% au moins de leurs traités de réassurance à cette société et au conditions accordées aux réassureurs les plus favorisés.

1.2.3. Rating minimum du réassureur choisi

Les placements de réassurance à l'étranger doivent être effectués auprès des réassureurs dotés d'une notation minimum de BBB** par les agences de notation, sauf dans le cas où l'Etat algérien est actionnaire, soit directement ou indirectement, dans le capital du réassureur¹⁷.

1.2.4. Les courtiers agréés de travailler en Algérie¹⁸

L'exercice de l'activité de courtage sur le marché algérien des assurances, est autorisé moyennant un agrément délivré par la Commission de Supervision des Assurances (CSA) aux courtiers de réassurance étrangers, cet agrément, d'une durée de 3 ans renouvelable, leur permet de participer dans les traités ou les cessions de réassurance des sociétés d'assurance et/ou de réassurance agréées et des succursales de sociétés d'assurance étrangères agréées en Algérie.

En effet, les opérateurs d'assurances agréés en Algérie (nationaux et étrangers) ne peuvent recourir qu'aux courtiers de réassurance étrangers ayant obtenu cette autorisation et dont la liste est transmise par la Commission de Supervision des Assurances.

¹⁷ BOUREGHOUD Bilal ; opcit, page 24

* *Le capital social minimum pour les sociétés par actions exerçant toutes les branches d'assurance ainsi que la réassurance y compris la cession en réassurance à l'étranger, ne doit pas être inférieur à 450 millions de DA.*

** *Une notation est une appréciation en temps et en heure de risque de solvabilité financière de la compagnie la catégorie la plus élevée est AAA est la catégorie minimum est BBB.*

¹⁸ www.cna.dz/Acteurs/Courtiers-de-reassurance; 11/09/2017 (11 :10)

2. L'activité du marché de la réassurance en Algérie¹⁹

L'activité de réassurance est exercée essentiellement par la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR) qui demeure le seul opérateur spécialisé en matière de réassurance sur le marché algérien.

2.1. Cession en réassurance

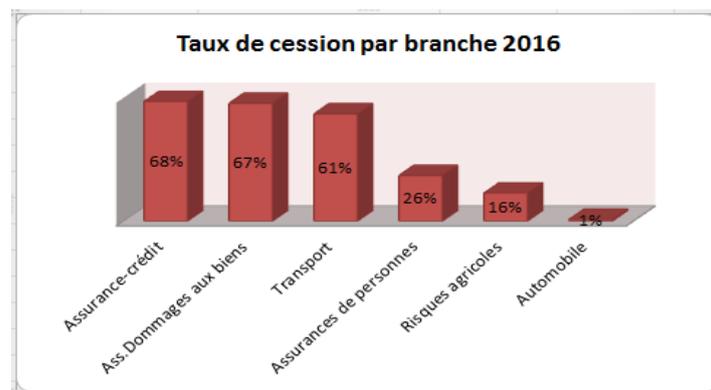
Les primes cédées en réassurance ont atteint un montant de 37,7 Milliards de DA en 2016, en hausse de 2,6% par rapport à l'exercice précédent. Ce qui représente, comme en 2015, un taux de cession moyen de 29%. 62% des primes cédées ont été transférés à la CCR en sa qualité de réassureur national, et le reste, soit 38%, a été cédé au marché international, contre 40% en 2015. Les cessions en réassurance ont concerné essentiellement jusqu'à la fin de l'exercice 2016 les assurances dommage avec un taux de 92%, soit un montant de 34,8 Milliards de DA. Quant aux assurances de personnes, les primes cédées au titre de l'exercice 2016 ont enregistré une évolution de 12% par rapport à l'exercice précédent, en passant de 2.6 milliards de DA en 2015 à 2.9 milliards de DA en 2016.

Figure 9: Taux de cession en assurance vie et non vie en 2016 (En %)



Source : Rapport d'activité des assurances en Algérie « Ministère des Finances » ; 2016.

Figure 10: Taux de cessions par branche (En %)



Source : Rapport d'activité des assurances en Algérie « Ministère des Finances » ; 2016.

¹⁹ Rapport Annuel 2015 de la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR)

Tableau 9: Primes cédées par branche en 2016

En M DZD

Branches	Primes cédées	Part en %	Primes émises	taux de cessions %
Automobile	484,00	1%	65 158,00	1%
Ass.dommmages aux biens	29 853,00	79%	44 242,00	67%
Transport	4 009,00	11%	6 614,00	61%
Risques agricoles	372,00	1%	2 256,00	16%
Assurances de personnes	2 966,00	8%	11 240,00	26%
Assurances –crédit	34,00	0%	50,00	68%

Source : Rapport d'activité d'assurance « Ministère des Finances » ; 2016.

Figure 11 : Part des cessions par société dans les cessions du marché en 2016

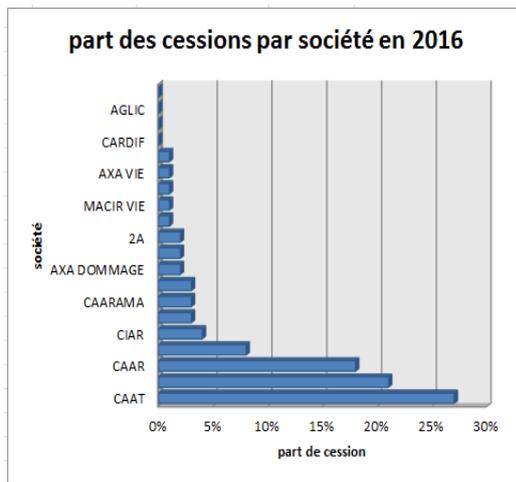
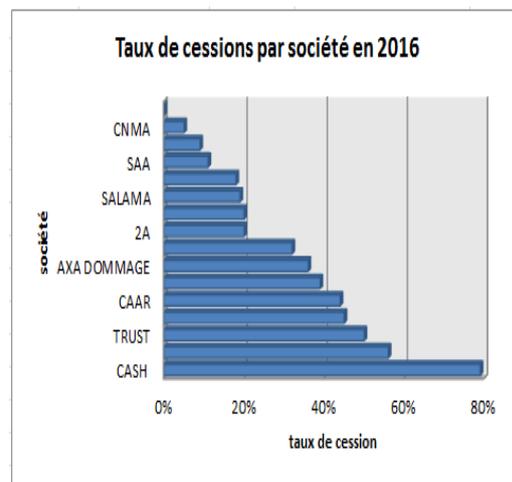


Figure 12 : Taux de cession par société en 2016



Source : Rapport d'activité « ministère des finances » ; 2016.

Les indemnisations à la charge des réassureurs ont atteint un montant de 14.5 Milliards de DA en 2016, contre 18.7 Milliards DA en 2015, soit une diminution de 22%. En outre, les commissions de réassurance ont enregistré une légère hausse en se chiffrant, au même titre qu'en 2015, à 6.5 Milliards de DA, soit un taux de commission moyen de 17% en 2016, contre 18% en 2015.

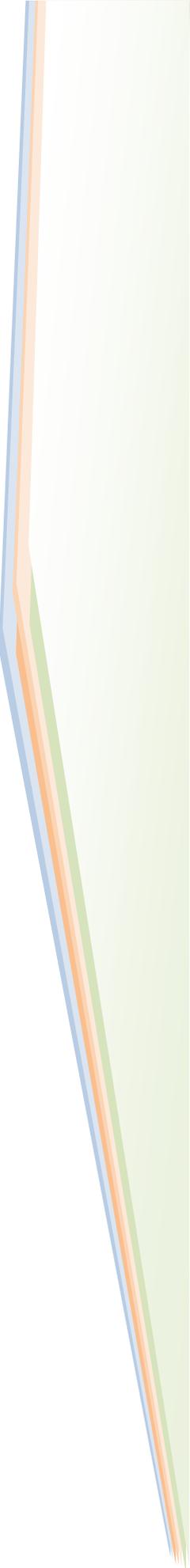
La réassurance est l'instrument financier le plus communément utilisé par les Compagnies d'assurances pour gérer leurs risques et leurs capitaux d'une manière optimale. Par la capacité financière qu'elle met à leur disposition, elle leur permet de développer leur portefeuille existant et de se diversifier avec de nouveaux types de risques.

Elle se base comme dans le cas de l'assurance sur la loi des grands nombres et permet aux cédantes une mutualisation et une dispersion verticales de leurs risques. Bien gérée, la réassurance permet à l'assureur de se développer de manière harmonieuse. Mal gérée, elle peut avoir un impact très négatif sur la solidité financière de l'assureur.

Chaque compagnie doit donc être capable d'évaluer pour chaque branche d'assurance le type de couverture de réassurance qui lui convient en termes de niveaux de rétention, de limites de couverture et de négocier avec le réassureur les meilleures conditions de couverture à savoir le prix de la réassurance.

En réassurance non proportionnelle, la définition la plus simple de la réassurance (l'assurance de l'assureur) prend toute sa dimension. En effet, le réassureur doit réellement étudier le risque qu'il prend, en l'occurrence la probabilité de dépasser la priorité du traité, selon les conditions de couverture qu'il a fixées.

Nous nous intéresserons à la tarification de ce type de traité dans le chapitre qui suit ; Nous traiterons ainsi des techniques de tarification qu'utilisent les réassureurs pour tarifier ce type de traité.



*CHAPITRE II : TARIFICATION
DES TRAITÉ EN EXCEDENT DE
SINISTRES*

La tarification des tranches de réassurance non proportionnelles en Excédent de Sinistres consiste à déterminer la prime pure associée à chaque traité. La détermination du prix de la réassurance s'appuie sur l'appréciation de la probabilité ou le potentiel de sinistres affectant la couverture de réassurance basée sur le postulat que le passé est en valeur actuelle à l'image du futur (la valeur actuelle probable des sinistres qui vont être payés au titre du traité). A cet effet, il existe plusieurs méthodes de calcul de la prime de réassurance non proportionnelle en excédent de sinistres. Nous trouverons généralement les deux approches suivantes : l'approche par expérience représenté par 'Burning Cost' et 'Pareto', et l'approche par exposition représentée par la méthode 'Exposer Rating'

La méthode par expérience reste influencée par le profil du risque des portefeuilles du passé.

La méthode par exposition tient compte uniquement des informations disponibles dans le portefeuille actuel à tarifer. Cette méthode est un excellent complément dans le processus de tarification d'un portefeuille dans la mesure où elle peut conforter, remplacer ou même parachever la tarification par les méthodes d'expérience.

Dans ce chapitre, nous allons présenter dans un premier temps les différents éléments de cotation d'un traité en excédent de sinistres. Par la suite nous allons présenter les trois formes de tarification : 'Burning Cost' dans la deuxième section, 'Pareto' dans la troisième section et 'Exposer Rating' dans la quatrième section.

Section 01 : Cotation d'un traité en excédent de sinistres

La tarification d'un traité XS repose sur l'analyse des statistiques passées en vue d'être utilisées dans la cotation de l'exercice en cours. Pour se faire, chaque élément de la statistique doit être actualisé pour tenir compte des évolutions des coûts, dus par exemple, à l'évolution de l'inflation.

En effet, les statistiques concernant les sinistres se présentent sous forme de triangulation montrant une évolution dans le temps de l'ensemble des sinistres pour chaque exercice de survenance.

Les éléments essentiels dans un traité en excédent de sinistres sont :

- **La priorité ou la franchise** : qui est la borne inférieure à partir de laquelle le réassureur intervient ;
- **La portée du traité** : c'est l'étendue de l'engagement de réassureur ;
- **La prime de réassurance** : il est important de définir l'assiette de primes selon qu'il s'agisse de primes encaissées globales ou conservées.

Dans cette section, nous indiquerons les étapes et les modèles nécessaires pour la cotation d'un traité en excédent de sinistres.

1. Détermination du taux de prime

Il peut être exprimé sous forme de deux manières différentes :

- **Taux fixe** : la cédante paye un pourcentage fixe de l'assiette de primes.
- **Taux variable** : il est défini par deux bornes entre lesquelles se situera le taux à appliquer et il est complété par un chargement, soient :

m : Borne inférieure ;

M : Borne supérieure ;

C : Chargement ;

T : Taux de prime ;

R : Taux variable calculé.

La comparaison du résultat obtenu aux bornes du taux variable se fait comme suit :

Si $R \leq m$ alors $t = m$;

Si $R \leq M$ alors $t = M$

Si $m \leq R \leq M$ alors $t = R$

2. Présentation des modèles

Les différents modèles de tarification rencontrés en réassurance non proportionnelle sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau 10: Les différents modèles de tarification

Catégorie	Nom du modèle
Modèles basés sur l'historique des sinistres	Tarification par expérience
	Modèle probabiliste
	Tarification par simulation
Autres modèles	Tarification sur exposition
	Modèle de régression

Source : Elaboré par nos soins

Le choix d'utilisation d'un modèle est conditionné par :

- **La nature de la réassurance considérée** : Traité conventionnelle ou facultative ;
- **La nature de la branche considérée** : Branche à développement court comme l'incendie par exemple et branche à développement long comme la responsabilité civile par exemple.
- **La nature de la tranche considérée** : Tranche travaillante (tranche touchée par l'historique des sinistres individuels) ou tranche non travaillante.

3. Les facteurs de tarification

La réassurance non proportionnelle écrête à partir de la franchise (ou priorité) et en répartit le coût dans le temps sous forme nivelée. C'est donc la sinistralité moyenne attendue au-delà de cette franchise qui traduit le prix de risque. C'est la prime pure ou taux de l'XS.

Parmi les principaux facteurs dont dépend cette sinistralité, on cite :

3.1. Environnement socio-économique

- Economie du pays ;
- Comportement de la branche sur un marché donnée ;
- Comportements sociaux vis-à-vis de l'assurance ;
- Législation en vigueur sur l'assurance.

3.2. Politique de souscription de la cédante

- Règles de souscription ;
- Composition de son portefeuille par rapport à la structure moyenne de marché ;
- Vulnérabilité plus ou moins grande des risques souscrit (effort de prévention).

3.3. Profil de risque

- Primes directes perçues
- Répartition des capitaux assurés ;
- Plein de souscription ;

- Nombre de risque.

3.4. Définition des garanties accordées

- Franchise de base ;
- Exclusions particulières.

3.5. Assiette de primes

- Des primes acquises ou émises ;
- Des primes globales ou conservés.

Lorsque le traité en excédent intervient en complément d'une réassurance proportionnelle, il est important de connaître si la prime est en propre rétention ou globale par exemple.

En outre, dans un traité non proportionnel, les garanties délivrées par le réassureur, ne sont connues qu'a posteriori ; Ce dernier touche une prime provisionnelle minimale déposée à raison de 90% en général, et en fin d'exercice, le réassureur procédera au calcul de l'ajustement de la prime. Dans ce cas, si la prime réalisée dépasse le taux escompté, la cédante procédera à la cession de la prime restante, dans le cas contraire, il n'y'aura pas de restitution de prime par le réassureur.

4. Historiques sinistres

Le meilleur reflet du comportement d'un portefeuille vis-à-vis des divers facteurs mentionnés est la sinistralité observée dans le passé (historique sinistre).

La prime XS sera donc le plus souvent déterminée sur la base de cet historique sinistre.

On cherche à estimer la charge future de réassurance compte tenu de la sinistralité passée dans la mesure où la tarification a pour but d'analyser la situation pour l'année à venir. La sinistralité passée doit donc être utilisée avec extrêmement de prudence et dument actualisée en 'as-if'.

4.1. L'actualisation de la statistique

Elle permet de gommer l'impact de l'inflation monétaire et de se positionner sur la base d'une unité monétaire constante.

4.2. Le redressement de la statistique

Il a pour but de constituer une base de portefeuille homogène dans le temps, compte tenu de l'évolution du profil du risque (capitaux, nombre de police) ou de la nature des garanties accordées (franchise de base, exclusion).

4.3. La revalorisation de la statistique

Elle a pour but de se placer sur la base d'un environnement homogène, compte tenu de l'évolution du risque (ex : évolution de prix des pièces de rechanges pour les sinistres matériels et l'évolution du SNMG pour les sinistre corporels).

L'actualisation, le redressement et la revalorisation de la statistique sont généralement mis en œuvre par la mise en place de deux indices :

- **Indice prime** : Il doit refléter l'évolution des tarifs et des garanties originaux, c'est-à-dire de la prime originale moyenne.

- **Indice sinistre** : Il doit refléter l'évolution du coût des sinistres, c'est à dire l'inflation de différentes composantes des sinistres.

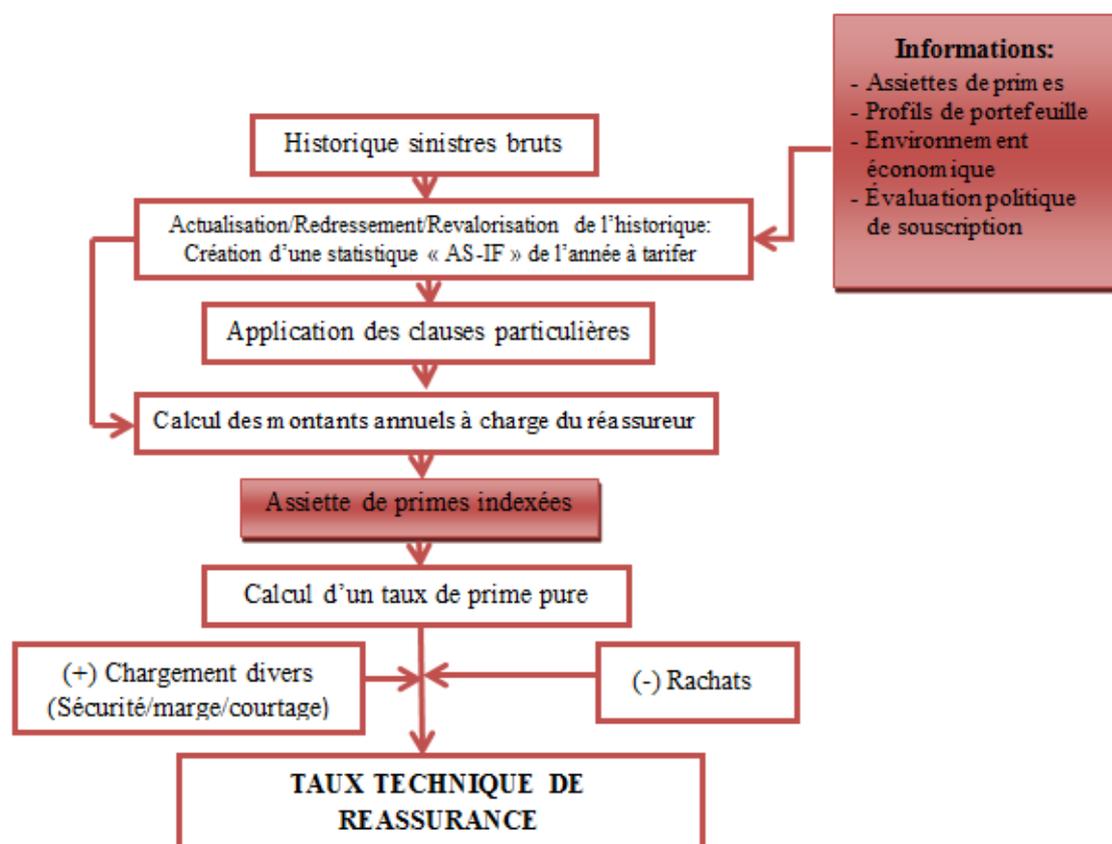
Section 02 : Aspects théorique de tarification par la méthode « Burning Cost »

La tarification par la méthode 'Burning Cost', suppose que la sinistralité historique est représentative du comportement du portefeuille cédé c'est-à-dire que celle-ci tient compte de la sinistralité passée, autrement dit du rapport entre les sinistres à une époque donnée et les expositions de l'époque. Elle consiste à identifier et traiter séparément les statistiques par classes de risques homogènes. D'un point de vue statistique, il s'agit d'une approche par la méthode des moments. Cette méthode constitue une référence incontournable de la perception du comportement statistique du traité non proportionnel et elle est présentée sous deux étapes.

La première étape du calcul consiste à redresser un échantillon de statistiques historiques appelé « As-If » pour simplifier les conditions de souscription et les conditions économiques de l'année de couverture à évaluer. La deuxième étape est la tarification relative en pourcentage d'une assiette contractuellement définie. Cette tarification ne s'exprime pas sous la forme d'un montant absolu de prime, mais sous la forme d'un taux appelé '**taux pur**' appliqué à une 'assiette', généralement le montant de primes de la branche considérée perçu à la source par la cédante.

Dans cette section, nous aborderons les principales étapes de calcul de la prime de réassurance non proportionnelle par la méthode 'Burning Cost' ou 'Taux de flambage' (Voir le schéma qui suit).

Figure 13: Processus de la Tarification basé sur l'expérience



Source : Elaboré par nos soins.

1. Mise en place d'une statistique As-If

La phase la plus importante de la tarification consiste dans la préparation des données. La cédante fournit une statistique composée des primes annuelles et des sinistres individuels supérieurs à un certain seuil. Dans le cas de la protection de la rétention d'un traité proportionnel, s'ajoutent à la statistique ci-dessus les charges annuelles de sinistres encourus et payés.

Avant toute modélisation il est nécessaire de transformer les données historiques en données « **As If** » en leur appliquant un coefficient. En effet, les données historiques des portefeuilles (les sinistres et les primes) doivent être escomptées par rapport à l'inflation monétaire (avec un taux d'actualisation), afin de rendre comparable les années entre elles.

Après avoir actualisé les données historiques, un redressement de ces données doit être effectué afin de rétablir une base de portefeuille homogène dans le temps, compte tenu de l'évolution du profil des risques. En outre, une revalorisation des statistiques doit être faite afin de prendre en compte les différents facteurs, par exemple, l'évaluation du coût du risque et le changement de l'environnement juridique. Cette revalorisation des données permet de se placer dans un environnement homogène.

L'indice de revalorisation pour une année donnée se calcul comme suit :

$$J_k = \frac{I_n}{I_k}$$

Avec : $k = 1, 2, \dots, n$.

I_n : l'indice de l'année n : Ces indices sont différents selon la branche à tarifier.

I_k : l'indice de l'année k .

A cet effet, le montant « **As If** » d'un sinistre représente le coût de celui-ci, s'il survenait avec les mêmes caractéristiques dans l'environnement présent à la date de l'étude. Par conséquent, le choix du coefficient d'actualisation est essentiel.

2. Détermination des indices primes et sinistres

Pour la construction d'une statistique «**As If**», on utilise les deux indices suivants :

- L'indice de prime déterminé par l'évolution de la prime moyenne, qui reflète l'évolution des tarifs et des garanties.
- L'indice de sinistres qui reflète l'évolution du coût du sinistre.

2.1. L'indice des sinistres²⁰

Dans le cadre de la procédure «**As-If**», l'indexation des sinistres provenant d'années de survenance différentes de l'année d'étude est primordiale. Pour calculer cet indice de manière rétrospective, on étudie l'évolution du coût des dossiers similaires au fil du temps et on en déduit une inflation annuelle. Pour la partie prospective de l'indice, il est nécessaire de définir des scénarios d'évolution future des différents postes de préjudice composant les sinistres.

On détermine la revalorisation des montants de sinistres comme suit :

$$S^{ik} = S_{ik} \times \frac{I_n}{I_k}$$

S_{ik} : Le sinistre n°(i) de l'année (k).

S^{ik} : Le sinistre actualisé n°(i) de l'année (k).

2.2. L'indice des primes²¹

L'indice des primes est utilisé pour ajuster la mesure d'exposition de chaque année de survenance pour tenir compte des fluctuations des primes originales. Cet indice est calculé sur la base des informations publiées par la FFSA (de marché français par exemple). Les variations de primes originales étant en général beaucoup plus faibles que l'inflation des

²⁰ Mirande ansleme

²¹ Idem

sinistres, l'indexation des primes revêt un caractère moins important que l'indexation des sinistres.

On détermine l'indexation des assiettes de primes comme suit :

$$P_k(\text{as} - \text{if}) = P_k \frac{I_n}{I_k}$$

$P_k(\text{As-if})$: Assiette de prime actualisée de l'année k.

P_k : Assiette de primes de l'année k.

3. Les facteurs de la tarification²²

La réassurance non proportionnelle écrête la sinistralité à partir de la priorité (la franchise) et répartit le coût dans le temps sous forme d'une prime nivelée. C'est donc la sinistralité moyenne attendue au-delà de cette franchise qui traduit le prix du risque. En plus des éléments quantitatifs, c'est-à-dire des éléments statistiques, d'autres facteurs qualitatifs sont d'une importance majeure pour l'appréciation des risques de la branche considérée.

3.1. L'environnement socio-économique

Plusieurs composantes constituent cet environnement dont :

- L'économie du pays (Niveau de l'inflation).
- Le comportement de la branche sur un marché donné.
- Les comportements sociaux vis-à-vis de l'assurance.
- La législation en vigueur sur les assurances (Existence ou non de limite pour les garanties tarifées, etc).

3.2. La politique de souscription de la cédante

- Les règles de souscription (critères de sélection, secteurs du marché ciblés...);
- La composition du portefeuille de la cédante par rapport à la structure moyenne du marché ;
- La vulnérabilité plus ou moins grande des risques souscrits (Efforts de prévention par exemple).

3.3. Le profil du portefeuille de la cédante

- Les primes directes perçues.
- La répartition des capitaux assurés.
- Le plein de souscription de la cédante.
- Le nombre de risques souscrits.
- La définition des garanties accordées.
- Les franchises de base appliquées.
- Les exclusions particulières appliquées.

²² La réassurance, approche technique, Jaques BLONDEAU-Christian PARTRAT

4. La prime de réassurance d'un traité non proportionnel en excédent de sinistres

La prime de réassurance en excédent de sinistres est déterminée par un taux multiplié par une assiette de prime. Elle est définie comme la prime originale de la partie du portefeuille protégée par le traité. Ce taux est commercial, c'est-à-dire majoré par divers chargements de gestion, il se décompose en deux parties :

- Taux de prime pure issu de la modélisation actuarielle de la charge moyenne des sinistres.
- Chargement de gestion destiné à couvrir les frais de gestion du réassureur.

En réassurance non proportionnelle, la prime se décompose en deux parties :

- **Prime fixe** : Exprimée comme un montant forfaitaire ou en pourcentage fixe de la mesure de volume (ex : assiette des primes de la cédante). La prime fixe de réassurance est définie lors de la conclusion du traité. Le montant de la prime est indépendant de la sinistralité à posteriori.
- **Prime variable** : elle représente, en général, le coût de l'application d'une clause de réassurance (Exemple : la prime de la reconstitution dépendante de la sinistralité observée sur la période couverte).

Pour la détermination de la prime de réassurance non proportionnelle en excédent de sinistres, il faut prendre en considération la nature de la branche. A cet effet, nous distinguons deux types de branches : des branches à développement court et des branches à développement long.

4.1. Tarification des branches a développement court

Les branches à développement court sont caractérisées par un règlement des sinistres relativement rapide comparé aux branches à développement long (Exemple : la branche incendie). Après avoir présenté et revalorisé les statistiques historiques des sinistres en nombre et en montant ainsi que l'assiette des primes (sur au moins cinq années), d'autres étapes se succèdent pour procéder à la tarification des traités en excédent de sinistres.

4.1.1. Détermination de la charge de l'Excédent de Sinistres

On calcule la charge de l'excédent de sinistres de la manière suivante :

- $CE = 0, si : S^i < P_0$;
- $CE = S^i - P_0, si : P_0 < S^i \leq (P_1 + P_0)$
- $CE = P_1, si : S^i \geq (P_1 + P_0)$

Avec:

CE: La charge sinistre du traité XL.

P₀: La priorité du traité XL.

P₁: La portée du traité XL.

P₂: Le plafond du traité : $P_2 = (P_1 + P_0)$.

S^i : Sinistre actualisé.

4.1.2. Calcul du Burning Cost Moyen (BCM)

Le prix du risque est calculé de telle manière que le réassureur est en mesure à long terme, de régler tous les sinistres qui lui incombent en vertu de ses obligations contractuelles. Une prime conforme au risque correspond donc à la charge moyenne des sinistres estimés pour la durée du traité (BCM).

On définit le BCM (prix du risque) de l'excédent de sinistres par le rapport de la moyenne des ratios sinistres revalorisés **as-if** (à la charge de l'XL) par l'assiette de primes revalorisées.

➤ On calcule le Burning Cost Annuel selon la formule suivante :

$$BCA_k = \frac{CE^k}{P^k}$$

Avec :

CE^k : La charge sinistre actualisée de l'année (k).

P^k : L'assiette de prime actualisée de l'année (k).

➤ Le Burning Cost moyen (taux de prime) se calcul selon la formule suivante :

$$BCM_{pur} = \frac{\sum_{i=1}^n CE^i}{\sum_{i=1}^n P^i}$$

Avec :

CE^i : La charge sinistre actualisée de l'année (i)

P^i : L'assiette de prime actualisée de l'année (i).

Le terme de « Burning Cost » s'emploie uniquement pour les charges de sinistres en excédent, il représente la moyenne pondérée de ratio **S/P** des réassureurs. La charge brute de sinistres concernés est définie comme le taux de sinistre.

4.1.3. Calcul de la prime de risque

En multipliant le BCM par l'assiette de prime estimée de l'année contractuelle (l'année de réalisation du traité), on obtient la prime de risque. Celle-ci est calculée pour couvrir le risque de fluctuation. Nous ajoutons un chargement de sécurité qui est estimé à environ de 20% du coefficient de la variation des taux. Ce coefficient correspond à l'écart type pondéré divisé par la moyenne modérée des taux purs des années historiques. On appelle cette prime la prime du risque.

$$PR = BCM \times P^t$$

Avec:

P^t : L'assiette de prime estimée de l'année contractuelle (t).

4.1.4. Calcul de la prime pure

➤ Application d'un chargement de sécurité

Le chargement de sécurité se justifie par les incertitudes qui entachent les estimations de la prime de risque. En pratique, le chargement de sécurité ne doit pas dépasser 25% de la prime du risque. Donc, le calcul de la prime pure s'établit selon un facteur de sécurité (c). Ce dernier est donné par la formule suivante :

$$c = M_{BCA} + (p \times \sigma_{BCA})$$

Avec :

M_{BCA} : La moyenne des Burning Cost annuels.

P : Le fractile de la loi normale $N(0,1)$ au seuil de confiance (α).

σ_{BCA} : L'écart type des BC annuels.

La prime pure correspond à la majoration de la prime de risque par le chargement de sécurité.

On obtient la prime pure selon la formule suivante :

$$PP = PR \times (1 + c)$$

Avec :

PR : Prime de risque.

C : Taux de chargement de sécurité.

4.1.5. Calcul de la prime commerciale

La prime commerciale est obtenue après l'application (majoration) des frais de gestion, de courtage et la marge bénéficiaire sur la prime pure.

La commission de courtage est en général de 10% de la prime commerciale. Pour les frais de gestion et le bénéfice les réassureurs appliquent un taux forfaitaire de 15% sur la prime pure.

La prime commerciale se calcule comme suit :

$$PC = \frac{PP}{(1 - FC) \times (1 - (FG + BF))}$$

Avec:

FC: Frais de courtage.

FG: Frais de gestion.

BF: Marge bénéficiaire..

4.2. Tarification des Branches à développement long

Les branches engendrant des sinistres, qui par leur nature, ont des règlements différés dans le temps c'est-à-dire qui s'étalent sur plusieurs années, sont dites à « développement long » (Exemple : RC Automobile, RC en général).

En effet, les paiements de sinistres peuvent s'étaler dans le temps pour des raisons judiciaires (détermination des responsabilités, des indemnités) ou pour des raisons intrinsèques (consolidation de sinistres corporels graves par exemple). A une date d'observation donnée (par exemple la date de tarification du traité), il reste des inconnues dont l'actuaire devra évaluer l'impact.

Les étapes de calcul sont sensiblement les mêmes que celles poursuivies pour la tarification des branches à développement court, sauf que dans la tarification des branches à développement long, et avant de déterminer la charge de l'excédent de sinistre, il faut estimer les sinistres non encore connus dont notamment:

- Les sinistres qui sont survenus mais ne sont pas encore déclarés à la date de tarification. Ils imposent la constitution de provisions dites IBNYR (Incurred But Not Yet Reported) ;
- Les sinistres qui sont survenus, déclarés à la date de tarification mais qui sont insuffisamment provisionnés (d'où la nécessité de constituer des provisions appelées Incurred But Not Enough Reserved = IBNER).

L'une des méthodes utilisées pour estimer la charge totale des sinistres en tenant compte des IBNR est : « la méthode de Chain Ladder ».

4.2.1. La méthode de Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder standard est un modèle de développement par cadences, basé sur le triangle des règlements cumulés. C'est la méthode la plus couramment utilisée par les compagnies d'assurance en raison de sa simplicité de compréhension et de mise en œuvre.

Le principe de cette méthode repose sur l'utilisation de facteurs de développement, encore appelés coefficients de passage, ou de, déroulement, entre les différentes années de développements.

Les hypothèses sous-jacentes à cette méthode sont les suivantes :

H1: Les années de survenance sont indépendantes entre elles.

H2: Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des sinistres futurs.

Ces hypothèses peuvent s'exprimer de façon plus simple :

Pour $j = 1, 2, \dots, n-1$, les ratios $f_{(i,j)}$ appelés facteurs de développement individuels sont indépendants de l'année d'origine i d' où :

$$f_{i,j} = \frac{c_{i,j+1}}{c_{i,j}}$$

Cette méthode consiste à supposer que les $(c_{i,j})_{j=0, \dots, n-1}$ sont liés par un modèle de type de la forme :

$$\hat{C}_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j} \quad \text{Pour tout } i=0, \dots, n-j-1$$

Où n représente le nombre total des exercices du triangle.

➤ *Estimation des facteurs de développement*

Les coefficients de développement communs \hat{f}_j peuvent être estimés à l'aide des règlements et charges cumulées observées par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{i,j}} \quad 0 \leq j \leq n-1$$

➤ *Estimation des règlements futurs*

Une fois ces facteurs de développement sont calculés, il est possible de compléter les valeurs du triangle inférieur. Les paiements futurs sont calculés comme suit :

$$\hat{C}_{i,j} = \prod_{j=n+1-i}^{j-1} \hat{f}_j C_{i,n+1-i}, 2 \leq i \leq n$$

Le tableau ci-dessous nous donne le rectangle des paiements après avoir estimé les $\hat{C}_{i,j}$:

Tableau : Rectangle des règlements complétés

Année de Survenance	Développement					
	1	2	J	N
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,j}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,j}$	$\hat{C}_{2,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
I	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	$\hat{C}_{i,j}$	$\hat{C}_{i,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	$\hat{C}_{n,j}$	$\hat{C}_{n,n}$

Source : Elaboré par nos soins

4.2.2. Calcul de la prime commerciale :

Une fois la charge définitive des sinistres est connue, l'établissement de la charge de l'excédent de sinistres se fait de la même manière que dans la démarche de Burning Cost pour le calcul de la prime de risque, de la prime pure et de la prime commerciale.

L'utilisation de la tarification basée sur l'expérience n'a de sens que si la branche concernée contient une quantité suffisante de données représentatives qui permettront de calculer une moyenne de S/P fiable.

Lorsque les données ne sont pas assez nombreuses ou lorsqu'il s'agit des sinistres rares et peu représentatifs, la tarification basée sur l'expérience doit être remise en question. En d'autres termes, les sinistres historiques peuvent ne jamais toucher ou consommer complètement la couverture de la réassurance. Dans ce cas, la tarification par expérience donnera un taux de prime nul. Or, les réassureurs ne fournissent jamais gratuitement cette couverture. Donc la partie de la tranche non touchée ne peut être tarifée que par les méthodes stochastiques (qui seront traités plus en détail dans la section suivante). La loi de Pareto est la mieux adaptée pour cette évaluation.

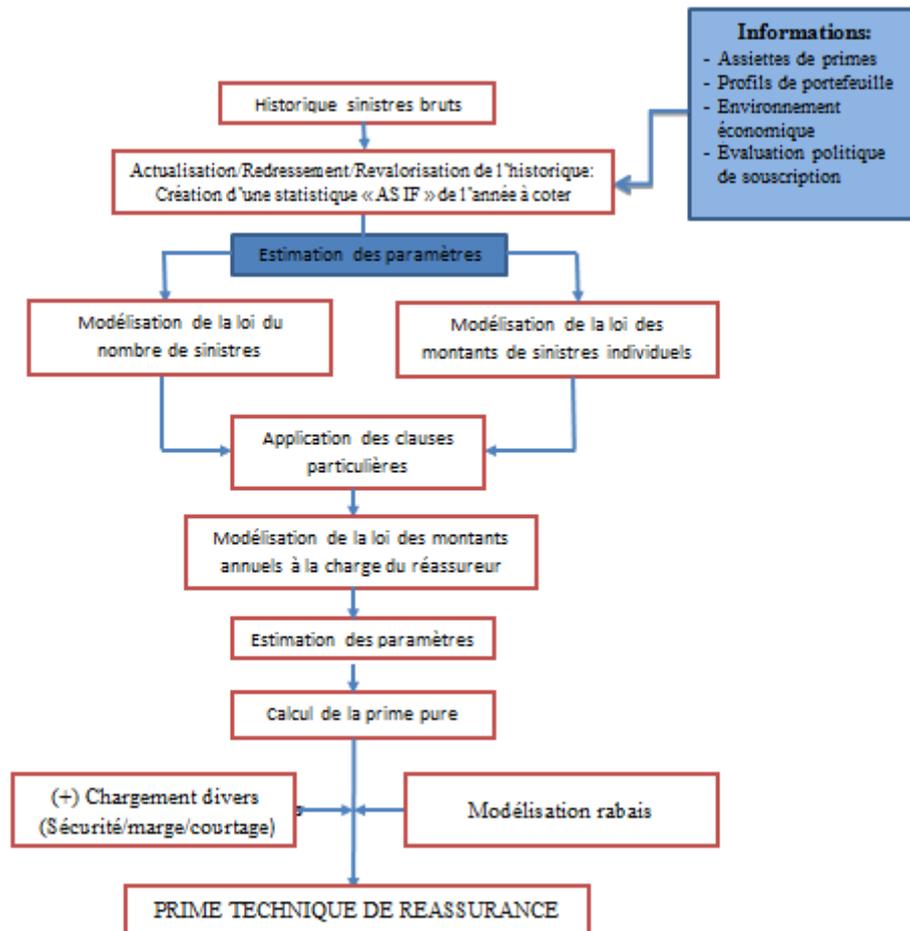
Section 03 : Aspects théorique de tarification par la méthode stochastique « Méthode de PARETO »

L'approche de Pareto comble les limites de la méthode de Burning-Cost que nous avons déjà citée dans la section précédente. En effet, cette dernière, comme toute approche déterministe, est purement subjective. Elle représente un réel frein pour le réassureur en cas d'absence de sinistres touchant la tranche excédentaire du traité (tranche non travaillante) car, sans la connaissance des montants de sinistres dépassant la priorité, les calculs du Burning-Cost ne peuvent pas être effectués.

Nous avons constaté par ailleurs, lors de la cotation, qu'il est important essentiellement d'évaluer la fréquence des gros sinistres à partir du niveau des sinistres ayant affecté le portefeuille à réassurer (la tranche à réassurer). Ce qui nous a amené donc à l'utilisation des méthodes plus sophistiquées (méthodes actuarielles). On utilise généralement dans le cas du traité en excédent de sinistre le modèle de Pareto ou log normal.

Dans cette section, nous allons présenter les principes de la méthode de Pareto ainsi que les différentes étapes à suivre pour la tarification d'un traité non proportionnel en excédent de sinistres. Ceci nous permettra de comparer ensuite cette méthode aux méthodes déterministes.

Figure 14 : Processus de la Tarification probabiliste



Source : élaboré par nos soins.

1. Principe de la méthode de Pareto²³

La distribution de Pareto est traditionnellement utilisée par les réassureurs en excédent de sinistres du fait de ses propriétés mathématiques intéressantes, notamment la simplicité des formules et donc de son application. Utilisée en général pour la tarification des tranches supérieures (hautes) c'est-à-dire au-delà des tranches XS travaillantes du traité en Excédent de Sinistres. Le principe de Pareto doit son nom à l'économiste italien Vilfredo Pareto (1848-1923). Ce principe est un phénomène empirique constaté dans certains domaines dont on peut citer le contrôle de qualité.

La distribution de Pareto est la formalisation de la loi de Pareto, aussi appelée principe des 80-20 ou 20-80, courbe ABC.

Cet outil d'aide à la décision détermine les facteurs (environ 20%) cruciaux qui influencent la plus grande partie (80%) de l'objectif.

²³ METTE RY'rGAARD (1989) Estimation of the Pareto Distribution; XXI Colloque; Astin fi New-York).

Les distributions de la probabilité de Pareto sont des distributions continues. La loi de ZIPF parfois nommée distribution ZETA, peut être considérée comme l'équivalent discret de la loi de Pareto.

Nous utilisons ce modèle pour prévoir des grands sinistres qui ne sont pas encore survenus, à partir des sinistres connus plus petits, chose que la méthode de Burning-Cost ne permet pas de faire.

En effet, sur la base de l'ajustement de la distribution des montants de sinistres, cette méthode permet d'établir le rapport entre le montant et la fréquence de sinistre et ensuite de procéder, par l'extrapolation de ces deux éléments sur l'année contractuelle, à la détermination de la charge des sinistres espérée du portefeuille à couvrir.

1.1. Fonction de répartition de la loi de Pareto²⁴

Soit X une variable aléatoire qui représente les montants des sinistres individuels indépendants et identiquement distribués, nous dirons que X est distribuée selon Pareto de seuil A et de paramètre α (notation $X \sim P_\alpha(A, \alpha)$) si sa fonction de répartition s'écrit comme suit :

$$P(X \leq x) = 1 - \left(\frac{x}{x_{min}}\right)^k$$

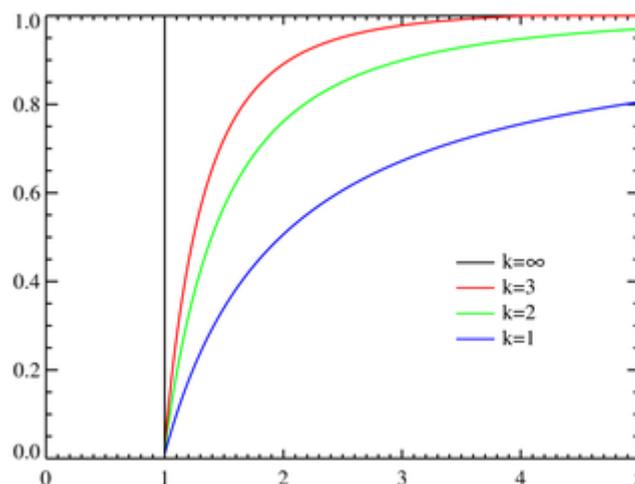
Pour tout $X \geq x_{min}$

Avec:

x_{min} : est la valeur minimale (positive) que peut prendre X ;

k : est un réel positif.

Figure 15 : fonction de répartition pour $x_{min} = 1$



Source : élaboré par nos soins.

²⁴ Mémoire-ISFA- ; Anselme Mirande ; juillet 2009.

1.2. Fonction de densité

La fonction de densité des coûts de sinistres par la méthode de PARETO est donnée comme suit :

$$f_X(x, k, x_{min}) = k \times \frac{x_m^k}{x^{k+1}} \quad \text{Pour } x \geq x_{min}$$

k : est souvent nommée « indice de PARETO ».

Les caractéristiques de la loi de Pareto sont :

- L'espérance mathématique :

$$E(X) = \frac{kx_m}{k-1}$$

- La variance :

$$Var(X) = \left(\frac{x_m}{k-1}\right)^2 \times \frac{k}{k-2}$$

1.3. Estimation du paramètre α par la méthode du Maximum de vraisemblance

On calcule le paramètre α à partir de la formule suivante :

$$L(x_1, \dots, x_n, k) = \prod_{i=1}^n f(x, k) = \prod_{i=1}^n k \times \frac{x_m^k}{x^{k+1}} \quad \text{Pour } x \geq x_m$$

$$L = K^n \times \prod_{i=1}^n \frac{e^{\ln x_m^k}}{e^{\ln x^{k+1}}}$$

Chercher le **k** qui va maximiser le **L** donc Log L revient à :

$$1. \frac{\delta}{\delta_k} (\ln L((x_i), k)) = 0$$

$$2. \frac{\delta^2}{\delta_k^2} \ln L(x_i, \hat{k}) < 0$$

Ainsi nous obtenons :

$$\hat{k} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_m}\right)}$$

Avec:

n: le nombre de sinistres dépassant la priorité (P_0).

1.4. Test d'adéquation²⁵

Les modèles que l'on peut établir sont issus d'un échantillon de population (montants des sinistres dépassant la franchise), comme on fait, l'hypothèse qu'ils suivent une loi Pareto, il faut vérifier la validité de cette loi.

Cette vérification est obtenue par un test d'adéquation. Pour cela, on admet dans l'utilisation des statistiques un risque d'erreur " β " petit, β est le niveau de signification (β est égale à la probabilité de se tromper en utilisant ce test).

✚ Test de khi- deux :

Il faut que le nombre d'observations soit supérieur ou égal à 50, ($n \geq 50$).

On utilise généralement des classes et dans chaque classe on doit obtenir un nombre d'observations supérieur ou égale à 5, l'intervalle de classe n'est pas forcément régulier.

Ce test est basé sur l'écart entre les valeurs observées et le modèle théorique ; une fonction indicatrice des écarts est établie de la manière suivante :

$$E = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

r : Le nombre de classes ;

n_i : Le nombre d'individus par classe ;

n : Le nombre d'individus total de l'échantillon ;

np_i : Le nombre d'individus attendu théoriquement dans la classe i ;

p_i : La probabilité de se trouver dans la classe ;

E : Suit approximativement une loi Khi-Deux à **v** degrés de liberté avec : **v = r-k-1** ;

k : Est le nombre de paramètre estimé pour le modèle théorique.

De ce qui précède on pourra écrire :

$$P(E > x_{v,1-\alpha}^2) = 1 - \alpha$$

Si :

$$E > x_{v,1-\alpha}^2$$

On rejette donc l'hypothèse du modèle théorique comme bonne.

²⁵ La maintenance mathématiques et méthodes. PATRICK LYONNET .ED technique et documentation Lavoisier 1992.

2. Application de la tarification avec le modèle stochastique²⁶

Il s'agit d'une méthode basée sur la modélisation de la fréquence des sinistres et la modélisation de la loi du montant des sinistres

Soit :

- X : Variable aléatoire réelle du montant du sinistre individuel ;
- Y : Variable aléatoire réelle du montant du sinistre individuel à la charge du réassureur ;

N : Variable aléatoire du nombre des sinistres durant une année donnée.

- $S = \sum_{i=1}^N Y_i$: Variable aléatoire réelle du montant total annuel à la charge de réassureur.

Nous supposons que les (X_i) sont indépendantes et identiquement distribuées, et que les variables (X_i) et N sont mutuellement indépendantes. Dans le cas d'un traité en excédent de sinistre, le montant de sinistres individuels à la charge de réassureur est tel que :

$$Y = w 1_{(X > w+p)} + (X - p) 1_{(p \leq X \leq w+p)}$$

Le processus de tarification suit 3 étapes :

- ✚ 1^{ère} étape : Création d'une statistique As-If ;
- ✚ 2^{ème} étape : Modélisation de la loi de fréquence et la loi de sévérité (montant) ;
- ✚ 3^{ème} étape : Détermination de la prime.

L'étape de la création d'une statistique *as-if* est identique à celle de la tarification basée sur l'expérience.

La modélisation des lois de la fréquence et du coût de sinistres repose sur un test d'adéquation, qui consiste à choisir une distribution probabiliste, à estimer les paramètres de la loi choisie (ex : la méthode du maximum de vraisemblance ou de l'estimateur des moments), à tester si la série statistique peut être considérée comme une réalisation de cette loi en utilisant un test d'adéquation. De manière générale, les comparaisons de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition théorique sont utilisées dans les tests d'adéquations.

2.1. Modélisation des lois

Les lois de fréquence de sinistres les plus usuelles sont la loi de Poisson et la loi Binomiale Négative. Les lois de coût les plus couramment utilisées en réassurance non proportionnelle sont la loi de **Pareto** (ces caractéristiques sont présentées ci-haut.) et la loi Log Normale.

Après avoir retenue la loi de fréquence et la loi du coût, la prime de risque du traité XS est obtenue en suivant les étapes suivantes :

²⁶ Yan CHEN ; détermination d'un programme de réassurance optimaux ; mémoire Paris Dauphine ;

2.1.1. Calibrage des paramètres

Les paramètres des lois de fréquence et du coût sont calibrés à partir de la statistique de sinistres *as-if* obtenue. La méthode d'estimation utilisée est la méthode de maximum de vraisemblance.

✚ Estimation du nombre de sinistres :

Après avoir obtenu la loi et avoir eu connaissance du nombre de sinistres survenus supérieur à A , on estime la valeur certaine f_A qui correspond à la moyenne du nombre de sinistres annuels dépassant A selon la formule suivante

$$f_A = \frac{n_A}{n}$$

Avec :

- n_A : le nombre de sinistres dépassant A ;
- n : nombre d'année de survenance ;

Par la suite on obtient l'estimation de la fréquence des sinistres f_x supérieurs à la priorité p_0 selon la formule suivante :

$$f(x) = f_A * \left(\frac{A}{p_0}\right)^\alpha$$

✚ Estimation du coût des sinistres XS :

Le coût moyen des sinistres dépassant la priorité est calculé selon la formule suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} CE = \frac{p_0}{1-\alpha} \times \left\{ \frac{p_0+p_1}{p_0} \right\}^{1-\alpha} - 1 \quad \text{Pour } \alpha \neq 1 \\ CE = p_0 \times \ln \left(\frac{p_0+p_1}{p_0} \right) \quad \text{Pour } \alpha = 1 \end{array} \right.$$

2.2. Calcul de la prime commerciale²⁷

La tarification probabiliste aboutit le montant de la prime pure de réassurance, contrairement à la tarification par expérience qui donne un taux de prime pure.

2.2.1. Calcul de la prime de risque

Après avoir estimé la fréquence et le coût de sinistre, on peut déduire la prime de risque de la manière suivante :

$$P_{\text{risque}} = f_X \times CE$$

²⁷ The PARETO model in property reinsurance ;Swiss Re ;2009

$$PR = \frac{n_A}{n} \times \left(\frac{A}{p_0}\right)^\alpha \times \frac{p_0}{1-\alpha} \left\{ \left(\frac{p_0+p_1}{p_0}\right)^{1-\alpha} - 1 \right\}$$

Pour $\alpha \neq 1$

$$PR = \frac{n_A}{n} \times \left(\frac{A}{p_0}\right)^\alpha \times p_0 \times \ln\left(\frac{p_0+p_1}{p_0}\right) = \frac{n_A}{n} \times A \times \ln\left(\frac{p_0+p_1}{p_0}\right)$$

Pour $\alpha = 1$

2.2.2. Calcul de la prime pure

Afin de passer à la prime pure, nous ajoutons un chargement de sécurité qui est en pourcentage (un coefficient de sécurité) à la prime de risque (déjà calculée) :

$$P_{pure} = PR \times (1 + c)$$

Avec :

c : Représente le coefficient de sécurité.

2.2.3. La prime commerciale

Pour le passage de la prime de pure à la prime commerciale, les étapes restent identiques à celles de la tarification par expérience. La prime pure est déterminée en rajoutant des frais de gestion, de courtage et de la marge bénéficiaire, et ce selon la formule suivante :

$$P_{commercial} = \frac{P_c}{(1-FC) \times (1-(FG+BF))}$$

Avec :

FC : Frais de courtage,

FG : Frais de gestion,

BF : marge bénéficiaire.

Section 04 : Optimisation de la prime de l'XS par la méthode « Exposer Rating »

La tarification par expérience consiste à agencer le prix des affaires en s'appuyant sur une information de la sinistralité du passé. Par contre la tarification par exposition repose uniquement sur les informations actuelles du portefeuille d'assurance cédé. Elle fait office d'alternative intéressante lorsque l'actuaire ne dispose pas de données représentatives des

sinistres pour effectuer une tarification basée sur l'expérience, ou une insuffisance liée à la bonne modélisation du comportement, il peut donc servir à venir confronter, remplacer, orienter ou même compléter sa tarification par la dérivation de la distribution de sinistralité par risque c'est-à-dire le portefeuille des risques à savoir : les sommes assurées, le nombre de polices par tranches de capitaux...ect.

1. Définition :

Le profil de risque est caractérisé par un découpage du portefeuille cédé en un ensemble de bandes ou classes de sommes assurés pour lesquelles les risques sont considérés comme homogènes. Cette hypothèse d'homogénéité permet de ne travailler qu'avec une seule distribution des sinistres individuels dans chacune des classes. Le regroupement des risques dans des classes de sommes assurées est inéluctable. Tant que les risques peuvent être nombreux, la modélisation du portefeuille de ceux-ci un par un s'avère en général irréalisable. En sus du découpage du profil de risque en n classes de sommes assurées, il est obligatoire de connaître l'allocation $\omega_{K=1,\dots,n}$ de la prime d'assurance totale P ainsi que les ratios de sinistres sur primes (S/P) les Loss Ratios $\{LR_{k=1,\dots,n}\}$. Ces deux données permettent ordinairement de calculer la Prime Pure PR_k comme l'espérance des sinistres annuels $E(S_k)$ dans chacune des classes :

$$PR_k = E(S_k) = P \omega_k$$

Les poids de primes ainsi que les loss ratios par classes sont considérés comme étant nets de franchises d'assurance.

2. Présentation du modèle :

L'objectif est de répartir la prime de chaque police entre l'assureur direct et le réassureur, en fonction du risque assumé par l'un et l'autre. L'utilisation des courbes dites d'exposition permet cette répartition.

En reprenant les notations dans le cas de tarification probabiliste et en tenant compte du traité $+\infty X S D$, nous avons :

- ✓ La prime Pure à la base :

$$PP = E(X) \times E(N) = ME(x \wedge 1)E(N)$$

- ✓ La prime Pure retenue par l'assureur :

$$PP_t = E(X \wedge D)E(N) = ME(x \wedge d)E(N)$$

Avec :

$x = \frac{X}{M}$ Appelé « taux de destruction »

$d = \frac{D}{M}$

Nous appelons «courbe d'exposition» G le rapport entre la Prime Pure retenue par l'assureur et Prime Pure à la base, représentant ainsi la part de la prime pure par la cédante pour une tranche $+\infty XS p$:

$$G: d \in [0, 1] \rightarrow G(d) = \frac{PP_t}{PP} = \frac{E[x \wedge d]}{E[x \wedge 1]}$$

Nous remarquons la fonction G est indépendante de la fréquence $E(N)$. Cette fréquence est prise en compte via la prime d'assurance qui est calculée à partir du produit de convolution $E(X) \times E(N)$ et auquel est appliqué $G(d)$.

Supposons que nous connaissons la fonction de la variable aléatoire du taux de destruction individuel x , nous la notons F_x . A partir de F_x , nous déduisons la fonction G .

$$E[x \wedge d] = \int_0^d t \times dF_x(t) + \int_d^{+\infty} d \times dF_x(t) = \int_0^d t \times dF_x(t) + d(1 - F_x(d))$$

Par intégration par partie, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_0^d t \times dF_x(t) &= \int_0^d t \times f(t) dt = [t(F_x(t) - 1)]_0^d - \int_0^d (F_x(t) - 1) dt \\ &= d(F_x(d) - 1) + \int_0^d (1 - F_x(t)) dt \end{aligned}$$

D'où

$$E[x \wedge d] = \int_0^d (1 - F_x(t)) dt$$

Donc :

$$G(d) = \frac{\int_0^d (1 - F_x(t)) dt}{E(x)}$$

De plus :

$$\begin{aligned} E[x \wedge 1] &= \int_0^1 (1 - F_x(t)) dt = E(x) = E \left[\int_0^x dt \right] = \left[\int_0^1 \mathbf{1}_{t \leq x} dt \right] = \int_0^1 E[\mathbf{1}_{t \leq x}] dt \\ &= \int_0^1 P(x \geq t) dt = \int_0^1 (1 - F_x(t)) dt \end{aligned}$$

Nous avons finalement :

$$G(d) = \frac{\int_0^d (1 - F_x(t)) dt}{\int_0^1 (1 - F_x(t)) dt}$$

La fonction G est une fonction strictement croissante et concave sur l'intervalle $[0, 1]$. Par définition, $G(0) = 0$ et $G(1) = 1$.

Ces équations montrent que la difficulté de la tarification sur exposition réside dans l'attribution d'une distribution de sévérité individuelle réaliste pour chaque classe de sommes assurées. Les marchés européens et américains, du fait de leurs spécificités (exemple : types de construction en incendie, limites d'assurance en accident) ont développé des fonctions de distribution de sévérité très différentes.

En incendie, la somme assurée est une bonne mesure de risque en ce sens que le niveau de destruction de la somme assurée est le meilleur indicateur du niveau de sévérité d'un sinistre touchant le risque. Il est par ailleurs communément admis l'hypothèse que les risques de même niveau de somme assurée, donc appartenant à la même classe de sommes assurées, ont des taux de destruction de la somme assurée identiquement distribués. En incendie, le taux de destruction des sommes assurées des risques d'une classe de sommes assurées, noté $\frac{X_k}{SA_k}$, est indépendant du risque.

SA_k : Correspond à la somme assurée la plus propre à refléter les sommes assurées des risques dans une classe. Il peut s'agir par défaut de la moyenne des sommes assurées des risques dans la classe²⁸.

3. Les démarches de tarification d'un traité de réassurance en Excédent de sinistre par Risque (WXL/R)

Dans le cas de couverture XS par risque uniquement, l'actuaire peut, s'il dispose des informations relatives au profil de risque du portefeuille, mener une tarification par exposition. Par défaut.

3.1. Détermination de la distribution des sinistres

Il consiste d'une part, à déterminer le degré de sinistre (X) par rapport à la somme assurée ou le SMP (Sinistre Maximum Possible). Il revient d'autre part, à calculer le pourcentage des sinistres avec un degré de sinistres inférieur ou égal à (X).

3.2. Détermination de la courbe d'exposition

Nous appelons «courbe d'exposition» G le rapport entre Prime Pure retenue par l'assureur et Prime Pure à la base, représentant ainsi la part de la prime pure retenue par la cédante pour une tranche $+\infty XS p$:

$$G: d \in [0, 1] \rightarrow G(d) = \frac{PP_t}{PP} = \frac{E[x \wedge d]}{E[x \wedge 1]}$$

3.3. Détermination du profil de risque

Pour déterminer le profil de risque il faut tenir compte des informations suivantes :

- ✓ Les affaires en vigueur à une certaine date ;
- ✓ Les profils individuels par catégorie de risque ;
- ✓ Indication sur la base de cession :

²⁸ Centre d'Etudes Actuarielles ; mémoire de Mathieu Poulin ; Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance ; 2012.

- Unité : risque individuel, police, top location ;
- Taille du risque : somme assurée, SMP
- ✓ Le profil net après une réassurance prioritaire (en cas d'un traité proportionnel, par exemple) ;
- ✓ Les classes ou intervalles correspondant à la taille du risque : classes larges, les intervalles supérieurs.

3.3.1. Les informations par classes

Pour déterminer les classes on a besoin des informations suivantes :

- ✓ Nombre de risques ;
- ✓ Primes totales ;
- ✓ Sommes assurées totales des risques dans l'intervalle ;
- ✓ Sommes assurées moyennes des risques dans l'intervalle ;
- ✓ Le taux de sinistralité (loss ratio) incendie du portefeuille net.

3.3.2. Quelques indications

1. Risques résidentiels :
 - ✓ somme assurée < 35 millions DA (300 000 €)
2. Petits risques commerciaux :
 - ✓ somme assurée < 90 millions DA (800 000 €)
3. Risques commerciaux :
 - ✓ somme assurée < 180 millions DA (1,6 million €)
4. Risques industriels :
 - ✓ somme assurée > 180 millions DA (1,6 million €).

4. La procédure de tarification dans la pratique :

La procédure de tarification d'un traité en Excédent de sinistres est résumée dans les 10 points suivants :

- ✓ Tenir compte de l'inflation dans le profil de risques pour refléter les conditions de l'année du traité ou indexer les tranches en retour ;
- ✓ Calculer la somme assurée moyenne ou le SMP moyen ;
- ✓ Exprimer la franchise et le pont de sortie (le plafond du traité) comme un pourcentage de la somme assurée/SMP moyens ;
- ✓ Choisir une courbe d'exposition par classe (selon la taille des risques, bases de cession...)
- ✓ Lire les primes de l'XS comme un pourcentage des primes nettes, à partir de la courbe ;
- ✓ Calculer les primes par classe ;
- ✓ Sommer les primes de toutes les classes ;
- ✓ Multiplier avec le taux de sinistralité incendie (Loss Ratio) ;
- ✓ Calculer le taux de prime.

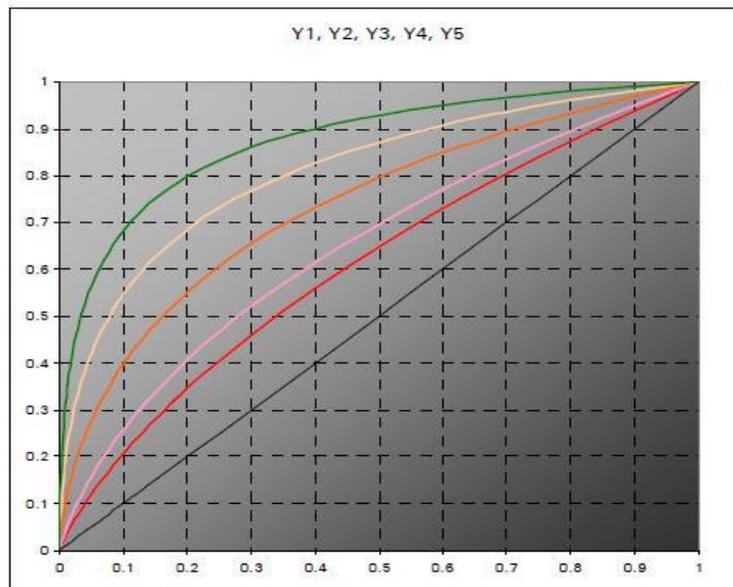
5. Modèle de courbe d'exposition

Tableau 11: Les courbes Y de Swiss Re

Y1 (Rouge)	Risques résidentiels
Y2 (Rose)	Petits risques commerciaux
Y3 (Orange)	Risques commerciaux moyens
Y4 (Jaune)	Grands risques commerciaux et industriels
Y5 (Vert)	Risques industriels top location SMP (Lloyd's)

Source : extrait de site de Swiss Re

Figure 16: Les courbes Y de Swiss Re

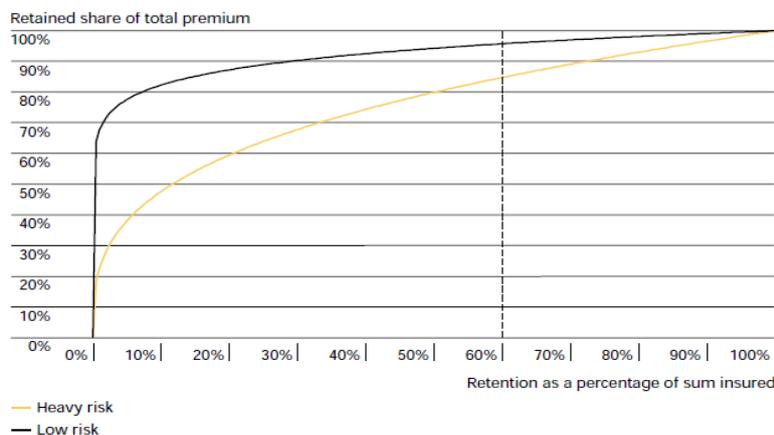


Source : Extrait du site de Swiss Re

Exemple :

Prenons l'exemple d'une courbe d'un risque industriel (Incendie).

Figure 17: Distribution des primes entre l'assureur et le réassureur

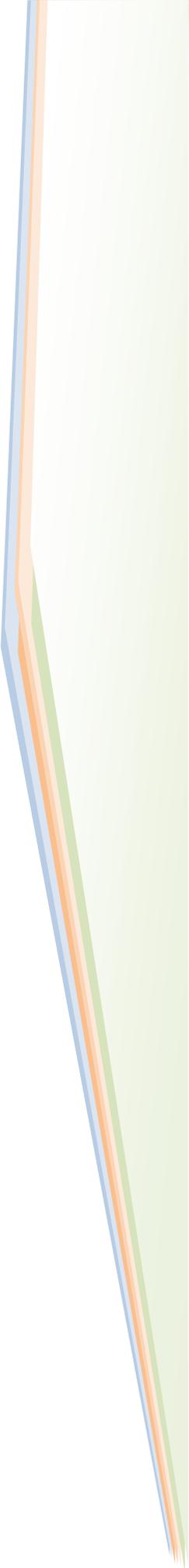


Source : Extrait du site de Swiss Re

La courbe de Swiss Re nous illustre que par exemple : pour une rétention de 60% de la somme assurée d'un risque lourd, l'assureur garde 85% de la prime et le réassureur reçoit 15% de la prime.

Pour le même niveau de rétention concernant un risque léger, l'assureur garde 95% de la prime et le réassureur reçoit 5%.

Plus la courbe est aplatie, plus la probabilité de survenance d'un sinistre sérieux est grande.



*CHAPITRE III : TARIFICATION
D'UN TRAITE EN EXCEDENT DE
SINISTRES DE LA BRANCHE
INCENDIE : CAS DE LA CASH
ASSURANCES*

Nous allons dédier la troisième et dernière partie de ce mémoire au traitement d'un cas pratique en utilisant les notions et les concepts introduits, de manière théorique, dans les deux premières parties. Il s'agira d'une application chiffrée des techniques déterministes et actuarielles de détermination du prix optimal de la réassurance en excédent de sinistres.

La présentation de l'organisme d'accueil, la CASH Assurances ainsi que de son portefeuille Incendie constituera l'objet de la première section de ce chapitre. La détermination du prix optimal de la réassurance en excédent de sinistres en utilisant la méthode du 'Burning Cost' et la méthode de 'Pareto' constituera l'objet respectivement des deux sections suivantes. Une quatrième section enfin sera dédiée à l'utilisation de la méthode de 'Exposer rating' considérée comme un outil de support aux deux premières méthodes dans la décision.

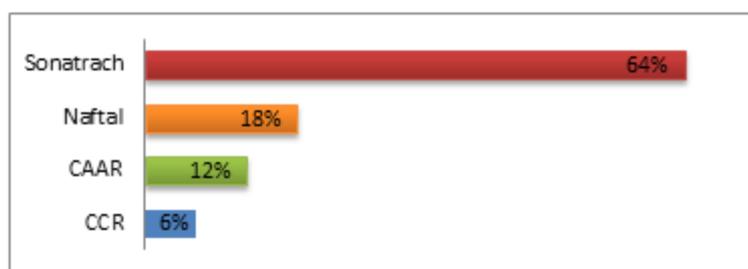
Section 01 : Présentation de CASH Assurances et de sa branche Incendie

1. Présentation de la Cash Assurances :

1.1. Présentation générale

La Compagnie Nationale d'Hydrocarbures ou CASH S.p.a. est une Compagnie d'assurances multi branches créée en 1999. Ses actionnaires ultimes sont le Ministère de l'Énergie et des Mines (82% du capital), à travers Sonatrach et Naftal, et le Ministère des Finances (18% du capital) à travers la CAAR et la CCR.

Figure 18: Les actionnaires de la CASH (En %)



Source : Elaboré par nos soins

Après une première période totalement orientée vers l'assurance des grands risques liés à l'énergie et aux hydrocarbures (2000-2006), la CASH a progressivement élargi ses activités vers l'assurance des risques des PME/PMI et dans une moindre mesure aux risques des particuliers. Classée 4^{ème} assureur par le total de ses primes émises, la CASH occupe la 2^{ème} position dans la couverture des risques des entreprises industrielles et commerciales du marché algérien (2016).

1.2. Activité technique de la CASH

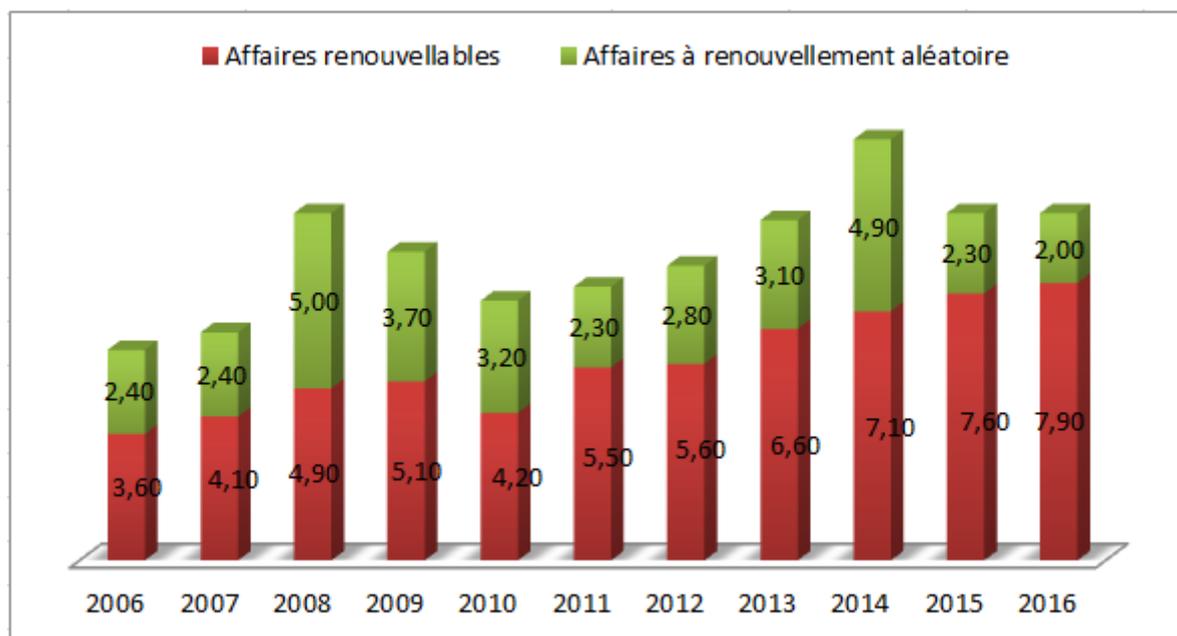
1.2.1. Primes émises

La compagnie a enregistré, au 31-12-2016, un total d'émissions de primes pour la branche non-vie (hors acceptations) égal à 9.887 Mds DZD contre 9.946 Mds DZD à la fin de l'exercice écoulé (-1%) enregistrant ainsi un taux de réalisation des objectifs internes de 94%.

Les performances de l'année 2014 revêtaient un caractère exceptionnel, eu égard aux nombreux projets Engineering assurés par la CASH dans le cadre des investissements initiés par les pouvoirs publics. Ainsi, le recul du chiffre d'affaires affiché en 2016 était prévisible en raison d'une conjoncture nationale particulièrement défavorable ou le rythme de lancement des grands projets assurés habituellement par la CASH s'est trouvé ralenti. En revanche,

durant la même période, la CASH a réalisé une croissance annuelle de 4% en moyenne dans les autres catégories d'assurances.

Figure 19: Evolution du chiffre d'affaires de la CASH (En Mds DZD)



Source : Rapport d'activité 2016 de la CASH

1.2.2. Structure du Portefeuille de la CASH

Le portefeuille de l'année 2016, comme celui de 2015, est dominé par les branches Incendie, Engineering et Automobile. Les deux premières représentent plus des trois quarts du chiffre d'affaires de la CASH, tandis que la branche automobile pèse désormais plus de 14%, grâce à une production de 1.3 milliards DA, dont plus de 80% réalisés au titre de flottes d'entreprises.

Tableau 12 : Parts de marché de la CASH (2014-2016)

En Mds DZD

Marché	2016			2015			Variations
	CASH	Marché	Part de marché	CASH	Marché	Part de marché	
Automobile	1,3	65,3	2,0%	1,1	66,2	1,7%	+15%
Incendie	5,4	22,3	24,3%	5,3	21,3	24,8%	+2%
Engineering	2,0	10,5	19,1%	2,3	11,4	20,5%	-14%
Rc	0,3	2,8	10,1%	0,2	2,6	8,9%	+22%
Risques divers	0,1	3,8	1,5%	0,1	4,0	1,3%	+10%
Cat Nat	0,1	3,1	3,3%	0,1	2,4	5,0%	+17%
Transport	0,8	6,9	10,9%	0,8	5,7	14,1%	-6%
Total	10,0	114,7	0,7	9,9	113,6	0,8	

Source : Rapport d'activité de la CASH 2016

1^{er} assureur des risques de construction : Le marché de l'assurance des risques Engineering pèse en 2016 environ 10,5 milliards DZD. En raison d'une conjoncture moins favorable qu'en 2014, il a perdu en l'espace de deux années près de 20% de chiffre d'affaires. L'expérience avérée de la CASH dans l'assurance de ce type de risques lui a permis de conserver son leadership face à une concurrence de plus en plus acharnée, dès lors que beaucoup d'assureurs n'ayant pu retrouver dans la branche automobile leur traditionnel moteur de croissance, se sont lancés à la conquête de ce segment.

26,3%

De part de marché
moyenne entre
2014 et 2016
(19% en 2016)

2^{ème} assureur Incendie et risques annexes : L'assurance contre l'incendie et les risques annexes a procuré aux compagnies du marché un chiffre d'affaires de 22,3 milliards DZD en 2016, soit une évolution de 5% sur un an. Ce marché connaît certes une croissance relativement stable mais qui demeure en deçà du potentiel estimé. Quatre sociétés publiques se partagent 85% de ce marché.

24,8%

De part de marché
moyenne entre
2014 et 2016
(24,3% en 2016)

Avec beaucoup moins de moyens que la plupart des compagnies du marché, notamment en termes de réseau, la CASH parvient à consolider sa seconde position, en émettant près du quart de la production du secteur.

3^{ème} assureur Transport : Sévèrement impacté par la réduction drastique des importations, le marché des assurances Transport subit globalement la même tendance que celle observée par les assurances Engineering. En 2016, l'assurance des facultés maritimes perd encore 3% en passant sous la barre des 3 milliards DZD. La croissance surprenante enregistrée en 2016 (+21%), trouve exclusivement son origine dans l'assurance des satellites lancés par l'Algérie au mois de septembre de la même année. Plus des $\frac{3}{4}$ des primes émises au titre des assurances Transport sont concentrées au niveau de 3 sociétés publiques.

12,6%

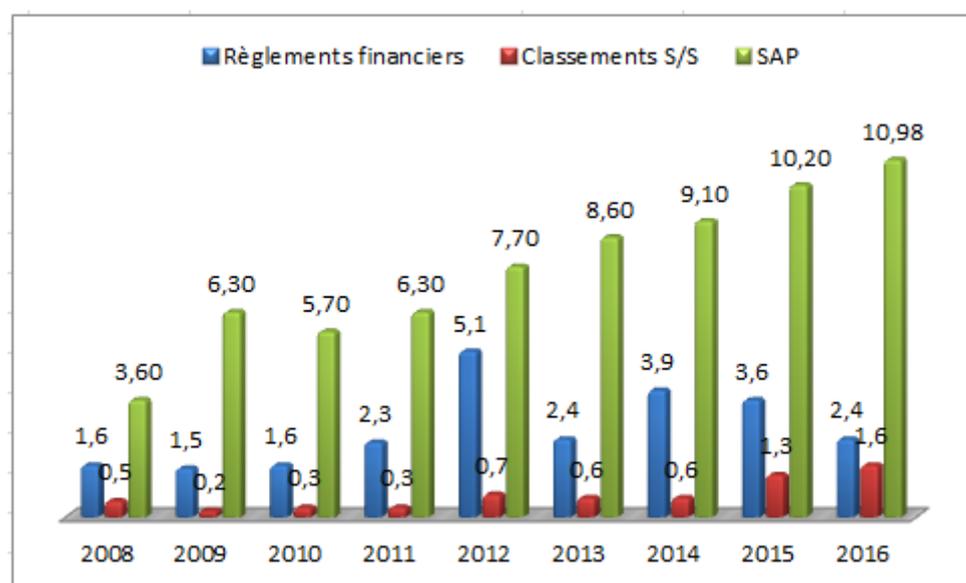
De part de marché
moyenne entre
2014 et 2016
(11% en 2016)

1.2.3. Sinistres et indemnisations

En 2016, plus de 4000 clients ont été indemnisés pour un montant total de 2,42 milliards DZD, tandis que plus de 9600 demandes d'indemnisation ont reçu une suite (favorable ou défavorable), ce qui correspond à près de 3 milliards DZD de provisions libérées. Le nombre de demandes d'indemnisation en cours de traitement s'est établi autour de 8800 dossiers, dont près de 3400 (soit environ 40%) au titre de sinistres survenus en 2016.

Environ 61% des sinistres déclarés en 2016 ont été réglés au courant de la même année. Et la CASH a payé près de 3.5 milliards DZD d'indemnisations en moyenne par an au cours des cinq derniers exercices. 93% des demandes d'indemnisation qui parviennent à la CASH sont honorées au bout de maximum 3 ans.

Figure 20 : Règlements et Evolution des provisions pour SAP (En Mds DZD)



Source : Rapport d'activité CASH 2016

Le tableau ci-après, résume, le bilan des sinistres arrêtés au 31.12.2016 (en Milliards Da) :

Tableau 13 : La situation du bilan des sinistres au 31/12/2016

En Mds DZD

	Sinistres en suspens au 31/12/2015		Dossiers déclarés (y compris repris)		Dossiers liquidées		Sinistres en suspens au 31/12/2016		(↑ ou ↓) SAP	
	Nombre	Provisions	Nombre	Provision	Nombre	Provision	Nombre	Provisions	Nombre	Provisions
Grands risques	2431	7,9	575	0,9	1165	2,3	1840	8,99	-24%	+13%
Risques d'entreprises	740	1,8	721	0,3	566	0,3	922	1,42	+25%	-20%
Automobiles et Risques divers	4917	0,5	8465	0,4	7906	0,4	6053	0,57	+23%	+26%
Total CASH	8088	10,2	9761	1,6	9637	3,1	8815	10,98	+9%	+8%

Source : Rapport d'activité 2016 de la CASH assurances

1.3. La Réassurance

1.3.1. Politique de réassurance de la CASH

Le portefeuille de la CASH est caractérisé par un chiffre d'affaires, certes important, mais généré par un nombre très réduit de contrats d'assurances et dominé par deux principales branches (Incendie et Engineering). De plus, celui-ci est composé essentiellement de grandes Entreprises et de projets impliquant des engagements importants. Ce portefeuille expose la

compagnie à une sinistralité élevée que seul le recours massif à la réassurance rend techniquement supportable.

Eu égard à la structure singulière de son portefeuille et des engagements qui en découlent, l'Entreprise continue d'adopter une politique de réassurance prudente ayant pour principaux fondements : la protection des engagements, le maintien de l'équilibre du bilan et la sauvegarde de la rentabilité technique.

Pour ce faire, les plans annuels de réassurance doivent respecter certains principes et critères dans le choix des réassureurs et des cabinets de courtage. C'est ainsi que, même si la crise financière mondiale a montré les limites de la notation, la CASH continue à ne recourir qu'à des réassureurs de premier rang en termes de rating. Elle s'efforce à veiller à une répartition des engagements sur un nombre important de réassureurs notamment pour les grands projets pour réduire au maximum l'impact d'une éventuelle insolvabilité d'un des réassureurs. La CASH fait également en sorte que toutes les capacités qu'offre le réassureur national soient utilisées avant tout recours à l'international.

1.3.2. Les partenaires de la CASH en matière de la réassurance

La CASH a continué en 2016 à solliciter, au-delà des minimums réglementaires, les capacités du réassureur national (CCR). Son programme annuel de réassurance s'est par ailleurs appuyé, comme pour chaque exercice, sur des réassureurs et courtiers en réassurance internationaux qui jouissent d'excellentes notations internationales.

La liste des intervenants sur le programme de réassurance conventionnelle de la CASH (traités de réassurance) est présenté dans le tableau suivant :

Figure 21 : Partenaires de la CASH en matière de couverture en réassurance

Compagnie de réassurance	Pays	Notation	Classement (2015)
	Algérie	B+ (AM Best)	4ème Continental
	Affrique	A ⁻ (Standard & Poors)/ A (AM Best)	1 ^{er} Continental
	Allemagne	AA- (Standard & Poors) / A+ (AM Best)	3 ^{ème} Mondial
	France	AA- (Standard & Poors) / A (AM Best)	5 ^{ème} Mondial
	France	AA (Standard & Poors) / (AM Best)	25 ^{ème} Mondial

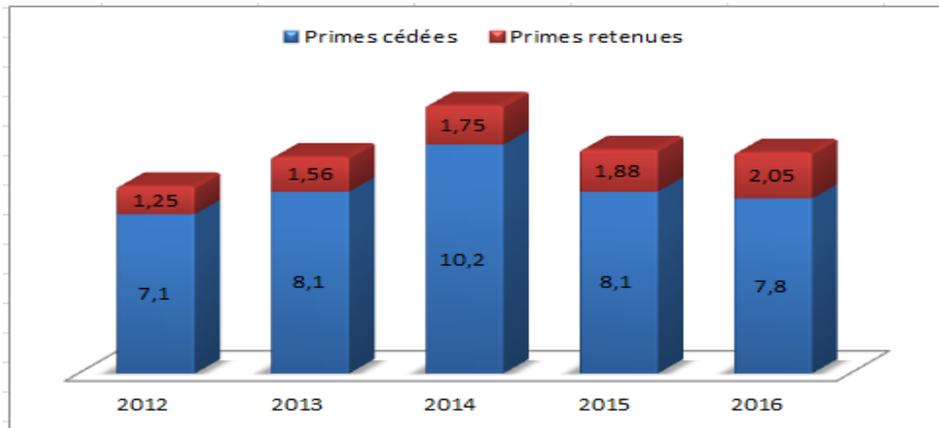
Source: Rapport annuel 2016; CASH Assurances

1.3.3. La cession en réassurance

En 2016, le taux moyen de cession des primes en réassurance s'est établi à 79% contre 81% en 2015, soit une baisse de 2%. Ceci a été rendu possible grâce à une meilleure diversification du portefeuille d'affaires par des risques non cédés en réassurance à l'instar de l'automobile, ou raisonnablement réassurés (essentiellement dans les traités) à l'image des assurances adressées aux entreprises de moyenne et de petite taille.

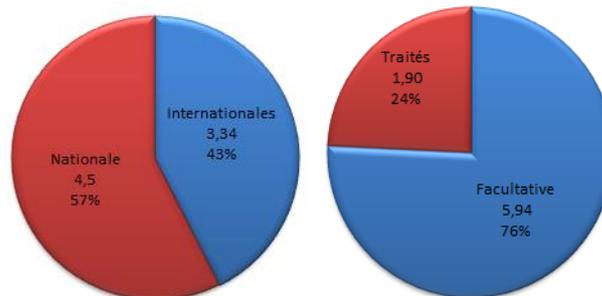
La CASH a gagné donc 2 points par rapport à 2015 sur le taux global de rétention des primes évalué à 21% grâce à de meilleurs niveaux de rétentions dans les branches (Engineering et Transport). Ci-dessous le graphe expliquant l'évolution des primes cédées et des primes retenues (en milliards de DZD) :

Figure 22: Primes cédées et primes retenues (En Mds DZD)



Source : Rapport annuel 2016 ; CASH assurance

Figure 23 : Structure des cessions en réassurance (En Mds DZD)



Source : Rapport annuel 2016 ; CASH Assurances

1.3.4. Acceptations en réassurance

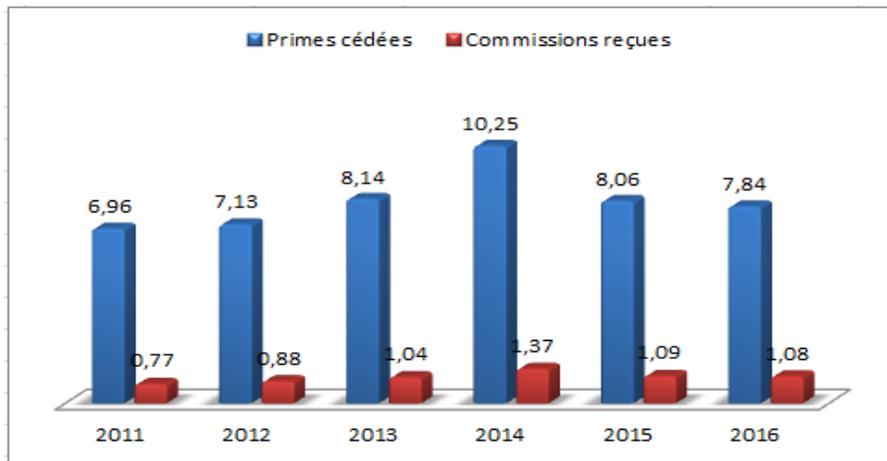
Les acceptations, exclusivement nationales, en réassurance au 31.12.2016 sont de l'ordre de 150 M DZD. Les rétrocessions sur acceptations s'élèvent à 82 Milliards DZD. Les commissions de réassurance avoisinent les 24 Milliards DZD tandis que les commissions versées au titre de ces acceptations sont de 19.5 Milliards.

1.3.5. Les commissions de réassurance

Même si le montant des commissions reçues recule de 1%, en raison de la baisse des primes cédées en réassurance (-3%), le taux moyen de commissions enregistre une amélioration appréciable, en passant de 13,5% en 2015 à près de 14% en 2016. La stratégie de la CASH consistant à optimiser l'alimentation des traités de réassurance, sensiblement plus avantageux en termes de rémunération, avant tout recours à la réassurance non conventionnelle (facultative), a favorisé cette performance.

Par ailleurs, les commissions reçues dans le cadre des traités à atteint 54% du total des commissions. Le taux moyen de la commission de réassurance sur les affaires réassurées s'élève à 14% (+0.3 point par rapport à 2015).

Figure 24: Evolution des commissions de réassurance (En Mds DZD)

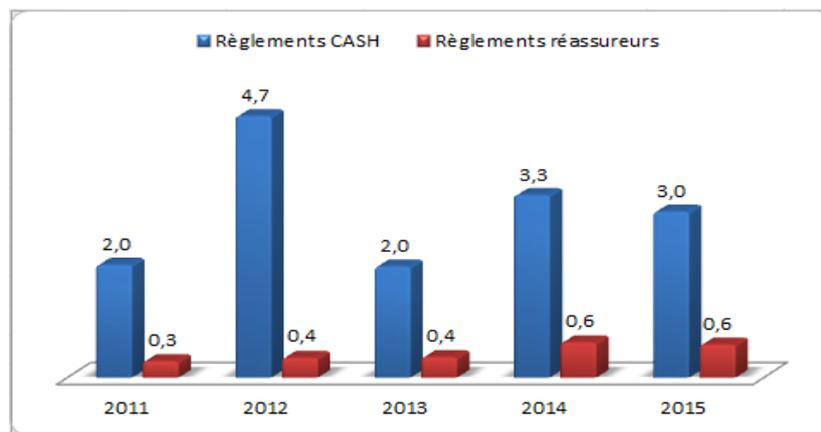


Source : rapport Annuel CASH ; 2016

1.3.6. Indemnisations

En termes de règlements, les réassureurs ont participé à hauteur de 83% dans les indemnisations de l'année de 2015 avec une légère baisse de 1% par rapport à l'année précédente. En effet le montant des indemnisations au titre de 2015 s'élève à 3 Milliards DZD contre 3.3 Milliards DZD en 2014.

Figure 25: Evolution des indemnisations 2011-2015 (En Mds DZD)



Source : Rapport d'activité CASH 2015

1.3.7. Programme de réassurance de la CASH

L'un des problèmes techniques les plus importants que pose la planification en réassurance de la CASH est la fixation à un juste niveau du plein de conservation pour chaque risque. En effet, la CASH fixe, pour chaque année et pour chaque branche, des niveaux de rétentions

différents. Ces derniers sont fixés en fonction de l'expérience, du portefeuille et selon des règles empiriques.

Voici un tableau récapitulatif de traité appliqué par la CASH pour l'année 2017 :

Tableau 14: Programme des traités de réassurance 2017

En Mds DZD

Branche		Plein de rétention	Capacité de souscription
Incendie	Dommmages matériels et Perte d'exploitation après incendie	400 millions Da	4,550 milliards Da sans la garantie PE
	TRC/TRM	300 millions Da	5,05 milliards de Da
Engineering	Bris de machines	120 millions de Da	2,150 milliards de Da
	perte d'exploitation après BM	50 millions Da	500 millions de Da
	pertes de produits en entrepôts frigorifiés	75 millions Da	275 millions de Da
	RC générale, RC professionnelle et RC Produit	100 millions de Da	800 millions de Da
RC	RC Employeur	100 millions de Da	500 millions de Da
			2.8 milliards de Da
RC Décennale			2,1 milliards de Da
CATNAT			
Transports	facultés maritimes	traité quote -part (%)	1,1 milliards de Da
	facultés terrestres et aériennes	traité quote part (%)	590 millions de Da

Source : Documents Interne de la CASH

2. Présentation du portefeuille à étudier

2.1. La branche Incendie de la CASH au sein de marché

2.1.1. Part de la branche par rapport au marché

Tableau 15: Part de marché de la branche Incendie de la CASH

En Mds DZD

Marché	2016			2015			2014		
	CASH	Marché	Part de marché	CASH	Marché	Part de marché	CASH	Marché	Part de marché
Incendie	5,4	22,3	24,3%	5,3	21,3	24,8%	5.1	20.1	25.3%

Source : Rapport Annuel CASH ; 2016

La part de marché de la CASH a diminué de 0,5% entre 2014 et 2015 et d'un autre 0,5% entre 2015 et 2016 passant de 25,3% en 2014 à 24,3% en 2016. L'augmentation de son chiffre d'affaires de 0,3 milliards DZD entre 2014 et 2016 n'a pas suffi à maintenir sa position relative au niveau du marché.

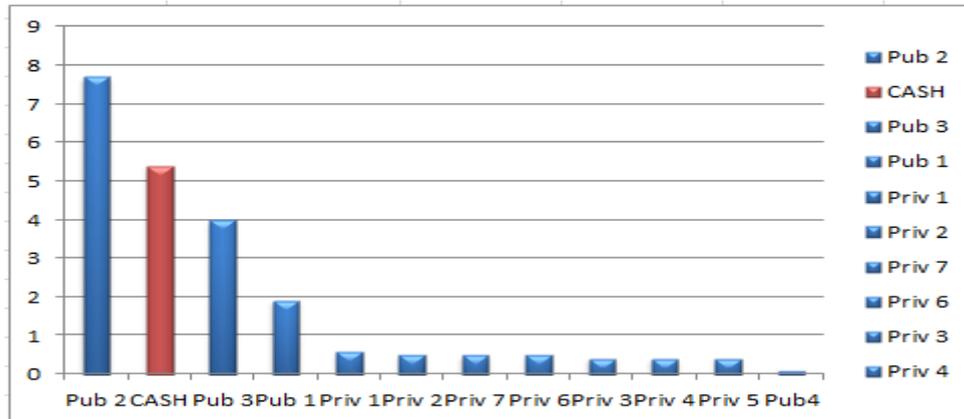
2.1.2. Positon de la Branche par Rapport à la concurrence

Le marché de l'assurance contre l'incendie et les risques annexes a procuré aux compagnies d'assurances algériennes un chiffre d'affaires de 22,3 milliards DZD en 2016, en augmentation de 5% par rapport à 2015. Ce marché connaît, depuis quelques années, une

croissance relativement stable mais qui demeure toutefois en deçà du potentiel estimé. Par ailleurs, 85% de ce marché est partagé par quatre sociétés publiques, dont la CASH. Avec beaucoup moins de moyens que la plupart des compagnies du marché, notamment en termes de réseau, la CASH parvient à consolider sa seconde position, en émettant près du quart de la production du secteur.

Figure 26 : Position de la branche par rapport à la concurrence

En Mds DZD



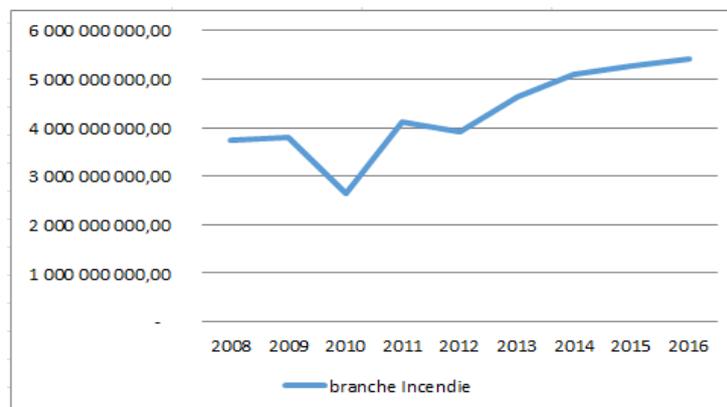
Source : Rapport annuel CASH ; 2016

2.2. Structure du portefeuille Incendie de la CASH

2.2.1. Production

En 2016, la branche incendie représente 54,5% des émissions globales, marquant une hausse de 1% par rapport à la même période de l'exercice 2015 soit 53,5%, avec la souscription de plus 1189 contrats (police et avenant), pour un niveau de primes cumulées dépassant les 5,4 Milliards Da.

Figure 27 : Evolution des primes émises de la CASH EN DZD



Source : Elaboré par nos soins

Du graphe précédent, il apparaît que les primes émises augmentent d'année en année sauf en 2010 et 2012. Ceci s'explique par la perte de grands clients.

Le tableau suivant nous montre l'évolution des primes émises de la branche Incendie par produit :

Tableau 16: Evolution des primes Emises par produits

En DZD

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Assurance Globale Risques Entreprise									6,64E+07
Incendie risque industriel.	3,64E+09	3,70E+09	2,52E+09	3,81E+09	3,48E+09	4,10E+09	4,46E+09	4,48E+09	4,70E+09
Incendie Risques simples	3,06E+07	3,16E+07	4,28E+07	2,88E+07	2,91E+07	4,13E+07	4,71E+07	6,17E+07	7,07E+07
Multirisque Industrielle	7,62E+07	6,87E+07	8,83E+07	2,75E+08	3,91E+08	4,77E+08	5,74E+08	7,29E+08	5,63E+08
Perte d'exploitation après Incendie	6,88E+05	2,11E+06	1,86E+06	7,01E+06	1,06E+07	5,92E+06	6,89E+06	6,71E+06	5,32E+05
Tous Risques Sauf									4,78E+06
Totale	3,75E+09	3,80E+09	2,65E+09	4,12E+09	3,91E+09	4,63E+09	5,09E+09	5,28E+09	5,41E+09

Source : Document Interne de la CASH

Nous constatons que la structure de la branche Incendie de la CASH est dominée par le produit 'Incendie Risque Industriel' avec près de 87% des émissions globales soit 4.7 Milliards DZD de primes émises en 2016. Vient ensuite le produit 'Multirisque Industrielle avec 0.563 milliards DZD', soit 10% des émissions globales. Enfin, les autres produits restent négligeables et se partagent 3% du total des émissions de primes.

2.2.2. Charge des sinistres

Tableau 17: Evolution de la charge des sinistres et du S/P

En DZD

Période	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Charge	2,79E+09	5,05E+07	1,19E+08	1,56E+09	2,34E+09	1,42E+09	2,36E+09	1,47E+09
Prime Acquise	3,32E+09	2,88E+09	3,32E+09	3,71E+09	4,18E+09	5,11E+09	5,14E+09	5,37E+09
Ratio S/P (comptable)	83,97%	1,75%	-3,59%	42,16%	55,95%	27,76%	45,95%	27,34%

Source : Documents interne de la CASH

La valeur particulièrement élevée de l'exercice 2009 s'explique par l'importance de la charge des sinistres qui s'est élevée à 2.79 milliards de DZD et qui est due à d'importantes

réévaluations pour règlement de sinistres antérieurs à 2009. Hormis l'exercice 2011 durant lequel une charge sinistre négative a été enregistrée est expliquée par une charge de sinistre d'un client important qui s'élevait à 470 Millions DZD qui a été classée sans suite. Le ratio relativement élevé de 2013 (55,95%), est expliqué par un incendie important qui a ravagé une unité industrielle de produits laitiers évalué à plus de 1.5 Milliards DZD. Le taux faible du ratio S/P enregistré en 2016 s'explique par le faible taux de la charge de sinistres durant cet exercice qui, rappelons-le, a été la plus faible de la période (1,4 Mds) et par un montant de primes acquises élevé, le plus important de la période (5.37 Milliards DZD).

3. Structure de la base de données utilisée

La CASH a mis à notre disposition une base de données de son portefeuille Incendie des années 2007 à 2017 sous la forme d'un bordereau de sinistres et d'un bordereau de production (primes émises). Pour chaque police des deux bordereaux, nous disposons des informations suivantes :

- ✓ L'assiette des primes ;
- ✓ Les montants de la charge des sinistres ;

Il est important de noter que l'analyse de cette base de données se fera selon le besoin de chacune des méthodes de tarification présentées précédemment et qui seront utilisées dans les sections suivantes.

Section 02 : Tarification d'un traité XL/R par la méthode de Burning Cost

La CASH Assurances utilise un traité de réassurance proportionnelle en quote-part pour la branche Incendie. Pour les besoins de notre étude, nous nous intéresserons aux traités de réassurance non proportionnelle en excédent de sinistres appliqué sur la partie conservée après cession en proportionnelle. Notre objectif sera donc de déterminer le prix optimal pour couvrir tout sinistre pouvant dépasser la priorité de la compagnie pour l'année 2018.

1. Présentation des données

1.1. Présentation des données communiquées par la CASH Assurances :

Nous disposons des données de l'assiette des primes ainsi que la charge des sinistres entre la période de (2007 au 3^{ème} trimestre 2017) de la Branche Incendie de la CASH Assurances. Ces informations englobent :

- Les dates des sinistres et des primes ;
- Les montants des sinistres totaux ;
- Les montants des sinistres à la charge de la compagnie ;
- Les montants des sinistres à la charge du réassureur ;

- Les montants de l'assiette des primes.

Nous cherchons à faire une cotation de la tranche ρ XS f avec la priorité (franchise) f et la portée ρ , deux options de cotation seront proposées dans cette étude :

Tableau 18 : Options de programme à tarifer

En DZD

Options	Priorité	Portée	Tranche à tarifer
1 ^{ère}	50 000 000	75 000 000	75 000 000 XS 50 000 000
2 ^{ème}	50 000 000	7 500 000	7 500 000 XS 50 000 000

Source : Documents interne de la CASH

Il est à noter que la première option n'est autre que celle du traité appliqué actuellement par la compagnie. Nous avons ajouté la deuxième option dans le but de comparer les résultats des deux options pour chacune des méthodes avant de procéder à la comparaison des méthodes entre elles.

1.1.1. Les assiettes de primes

Les encaissements des primes de (2007-2017) de la branche Incendie sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 19 : Les assiettes de primes de la branche Incendies

En DZD

Année	Assiette de primes
2007	2 623 000 000,00
2008	3 764 000 000,00
2009	3 799 000 000,00
2010	2 600 000 000,00
2011	4 100 000 000,00
2012	3 800 000 000,00
2013	4 627 000 000,00
2014	5 000 000 000,00
2015	5 200 000 000,00
2016	5 100 000 000,00
2017 (prév)	5 424 000 000,00

Source : CASH direction réassurance

1.1.2. L'historique des sinistres

L'historique des sinistres retenus (sinistres bruts après cession) de la branche Incendie pour la période de (2007-2017) est présenté dans le tableau ci-dessous :

Tableau 20: Historique des sinistres retenus de la branche Incendie

En DZD

Année	Nombre de sinistres	Montants des sinistres retenus
2007	22	66 750 541,26
2008	34	79 550 050,82
2009	32	29 728 469,92
2010	27	19 117 397,25
2011	70	35 250 492,83
2012	18	3 756 417,41
2013	60	51 038 566,12
2014	45	126 566 777,96
2015	47	34 030 840,39
2016	61	17 754 736,51
2017	28	20 092 599,62
Total	444	483 639 890,08

Source : CASH Direction réassurance.

Le tableau suivant donne le profil de la sinistralité par intervalle de sinistres c'est-à-dire le nombre de sinistres pour chaque tranche.

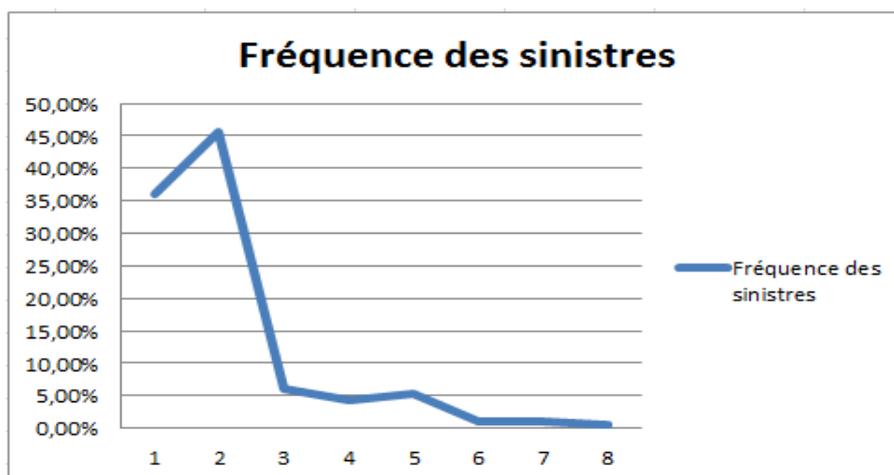
Tableau 21: Profil de la sinistralité brute par tranche

En DZD

N° d'intervalle	Intervalles des sinistres		Nombre de sinistres	nombre de sinistres en %
1	[0	100 000,00[153	36,17%
2	[100 000,00	500 000,00[193	45,63%
3	[500 000,00	1 000 000,00[26	6,15%
4	[1 000 000,00	2 000 000,00[18	4,26%
5	[2 000 000,00	5 000 000,00[23	5,44%
6	[5 000 000,00	10 000 000,00[4	0,95%
7	[10 000 000,00	5 000 000,00[4	0,95%
8	[50 000 000,00	110 000 000,00]	2	0,47%
		Totale	423	100%

Source : Cash Direction réassurances

Figure 28: Fréquence des sinistres (En %)



Source : *Elaboré par nos soins*

2. Application de la méthode de Burning-Cost au portefeuille incendie de la CASH Assurances :

Comme indiqué dans les chapitres précédents, cette méthode est utilisée lorsque les sinistres déjà survenus peuvent être considérés comme étant représentatifs des sinistres susceptibles de se produire durant l'année de tarification (l'année contractuelle). Ceci suppose que les conditions contractuelles restent fondamentalement inchangées.

En vue de calculer une prime de risque qui prend en compte suffisamment de facteurs essentiels, on utilise la méthode de Burning Cost.

On va développer dans ce qui suit les étapes de tarification du prix de traité en excédent de sinistre en se basant sur cette méthode.

La cédante communique au réassureur, pour des besoins de tarification, les informations suivantes :

- Les limites du traité qu'elle souhaite conclure, à savoir la portée et la priorité ;
- Les assiettes de primes antérieures à l'exercice de tarification, ainsi que l'assiette de la prime estimée de l'année contractuelle ;
- L'historique des sinistres : en nombre et en montant dépassant la priorité du traité, ainsi que leurs développements sur les années en règlements et provisions constituées.

2.1. Démarche de tarification

Pour calculer le prix de la réassurance en excédent de sinistres de la branche incendie de la CASH Assurances correspondant à l'année contractuelle par la méthode de Burning Cost, nous allons adopter la démarche suivante:

Première étape:

2.1.1. Revalorisation des primes et des sinistres (AS-IF)

Dans cette étape, nous allons actualiser chaque assiette de primes ainsi que chaque montant des sinistres par exercice de survenance aux valeurs de l'exercice de 2017.

Pour cela, nous utilisons des indices qui diffèrent d'une branche à une autre. En réassurance Incendie, nous utilisons généralement l'indice de l'inflation monétaire au niveau national qui est obtenu de site du Conseil National des Assurances (CNA). Il est utilisé pour la revalorisation des montants des primes et des montants des sinistres.

L'indice de prix à la consommation de 2007 à 2017 est donné par le tableau suivant :

Tableau 22 : Evolution de l'indice d'inflation (En %)

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Taux d'inflation	3,7%	4,9%	5,7%	3,9%	4,5%	8,89%	3,25%	2,92%	4,78%	5,7%	6,4%

Source : CNA (Conseil National des Assurances)

N.B: Nous constatons que le taux d'inflation en 2012 s'est établie à 8,9%, contre 4,5% une année auparavant. Le taux a donc presque doublé. Un bond expliqué par la hausse des prix de certains produits de large consommation en Algérie

Pour actualiser les montants de sinistres et les assiettes de prime, nous devons calculer des coefficients de revalorisation (I_R) pour chaque année de survenance, à l'aide de la formule suivante :

$$I_R = I_n / I_t$$

Tel que :

I_n : L'indice de l'année contractuelle « 2017 »

I_t : L'indice de l'année de survenance.

Le taux d'inflation moyen est égal à la moyenne géométrique des taux d'inflation annuels, soit **4,733%**.

Sachant que l'année de base est celle de 2007 et que la moyenne géométrique des taux d'inflation annuels est égale à **4.733%**, les coefficients de revalorisation (I_R) sont obtenus en augmentant l'indice annuellement à partir de l'année de base c'est-à-dire de **4.733%**. Le tableau ci-dessous résume l'indice de revalorisation pour chaque année :

Tableau 23: Indices de revalorisation 2007-2017

(En Nombre)

Année	Indice (%)	Indice de revalorisation
2007	100,000%	1,496727273
2008	104,967%	1,425898982
2009	109,935%	1,361471289
2010	114,902%	1,302614089
2011	119,869%	1,248634874
2012	124,836%	1,198951355
2013	129,804%	1,153070372
2014	134,771%	1,110571475
2015	139,738%	1,071093994
2016	144,705%	1,034326783
2017	149,673%	1

Source : Elaboré par nos soins.

2.1.1.1. Revalorisation des assiettes de primes : L'assiette des primes est obtenue après application de la formule suivante :

$$PR (Asif) = P_t \times I_R$$

Tel que :

PR (as-if) : Assiette de prime actualisée de l'année de survenance « t ».

P_t : Assiette de prime de l'année de survenance « t ».

I_R : coefficient de revalorisation de l'année (t).

La CASH nous a communiqué l'assiette des primes de la période de (2007-2017) que nous avons revalorisée comme indiquée dans le tableau suivant :

Tableau 24 : Assiettes de primes indexées (As-if)

En DZD

Année	Assiettes de primes	Indices de revalorisations	Primes indexées
2007	2 623 000 000,00	1,496727273	3 925 915 636,36
2008	3 764 000 000,00	1,425898982	5 367 083 766,37
2009	3 799 000 000,00	1,361471289	5 172 229 426,91
2010	2 600 000 000,00	1,302614089	3 386 796 631,40
2011	4 100 000 000,00	1,248634874	5 119 402 983,40
2012	3 800 000 000,00	1,198951355	4 556 015 149,00
2013	4 627 000 000,00	1,153070372	5 335 256 611,39
2014	5 000 000 000,00	1,110571475	5 552 857 375,00
2015	5 200 000 000,00	1,071093994	5 569 688 768,80
2016	5 100 000 000,00	1,034326783	5 275 066 593,30
2017 (prèv)	5 424 000 000,00	1	5 424 000 000,00

Source : Elaboré par nos soins.

2.1.1.2. Revalorisation des sinistres : Les sinistres revalorisés sont obtenus à l'aide la formule suivante :

$$S'_{It} = S_{It} \times I_R$$

Tel que :

S'_{It} : Le sinistre revalorisé N° « i » de l'année (t).

S_{It} : Le sinistre N° « i » de l'année (t).

I_R : Coefficient de revalorisation de l'année (t).

Les montants de sinistres retenus revalorisés sont présentés dans **l'annexe n° 01**.

Deuxième étape :

2.1.2. Détermination de la charge de l'excédent de sinistre

La charge de l'excédent de sinistres est calculée par sinistre. Il représente le montant qui excède la partie conservée par la cédante.

Nous pouvons fixer deux niveaux de priorités pour pouvoir observer leur impact sur la charge de l'excédent de sinistres (XS).

L'approche de Burning Cost n'a pas de sens si la tranche concernée ne contient pas au moins un sinistre dépassant la priorité, c'est pour cela que nous allons nous limiter seulement à la première tranche.

Si la priorité est de 7.5 millions DZD, le nombre des sinistres qui impactent le traité XS et leur montant sont plus importants que si la priorité est de 75 millions de DZD. Ceci se reflète au niveau du taux de prime de risque qui diminue ou augmente selon le choix de la priorité.

L'historique des priorités des traites XS de la CASH pour les exercices (2007-2017) est le suivant :

Tableau 25: Evolution des montants de priorités 2007-2017

En DZD

Année	Priorités
2007	25 000 000
2008	50 000 000
2009	50 000 000
2010	50 000 000
2011	50 000 000
2012	50 000 000
2013	50 000 000
2014	50 000 000
2015	50 000 000
2016	50 000 000
2017	75 000 000

Source : Elaboré par nos soins par rapport aux données de la CASH

Pour tout programme quelconque : $P_1XS P_0$ tel que $P_0 + P_1 = P_2$

Avec :

P_1 : Le niveau de la portée ;

P_0 : Le niveau de la priorité ;

P_2 : Le niveau de Plafond.

La détermination de la charge de l'XS s'effectue comme suit :

Tableau 26: La charge de l'excédent de sinistres

Les sinistres actualisées (S'_{It})	La charge de l'excédent de sinistres (CH)
$S'_{It} \leq P_0$	Le sinistre ne dépasse pas la priorité (CH=0)
$P_0 < S'_{It} \leq P_2$	$CH = S'_{It} - P_0$
$S'_{It} \geq P_2$	$CH = P_1$

Source : Mémoire CHEN Yen ; tarification de traité en excédent de sinistres pour les branches non vie ; 2010

Première option : 50 000 000 XS 75 000 000

Après soustraction de la priorité des montants de sinistres retenus, les montants de la charge de l'excédent de sinistres sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau 27 : Charge de l'XS En DZD

Année	Charge de l'XS
2007	24 907 355,57
2008	68 561 826,54
2009	0
2010	0
2011	0
2012	0
2013	33 036 535,26
2014	0
2015	0
2016	0
2017	70 722 825,00

Source : Elaboré par nos soins selon les données de la CASH

Nous constatons que des sinistres nets indexés ont uniquement dépassé la priorité durant les années 2007, 2008, 2013 et 2017, s'expliquer par la valeur relativement élevée de la priorité.

Troisième étape

2.1.3. Calcul de taux pur

Pour avoir le montant de la prime pure, nous allons chercher d'abord le taux pur de l'XS qui sera appliqué à l'assiette de la prime prévisionnelle de 2018.

2.1.3.1. Calcul du taux de Burning Cost annuel

Le calcul de taux de Burning Cost annuel (BCA) est déterminé à l'aide de la formule suivante :

$$BCA = \frac{\text{charge des sinistres en XS de l'année (t)}}{\text{l'assiette de primes de l'année (t)}}$$

Le calcul des Burning Cost Annuels sont représentés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 28: Calcul de Burning Cost Annuel

En DZD

Exercices	Assiettes de prime revalorisées	Charge excédent de sinistre	Burning Cost Annuel (BCA)
2 007	3 925 915 636,36	24 907 355,57	0.6344%
2 008	5 367 083 766,37	68 561 826,54	1.2775%
2009	5 172 229 426,91	0	0
2 010	3 386 796 631,40	0	0
2 011	5 119 402 983,40	0	0
2 012	4 556 015 149,00	0	0
2 013	5 335 256 611,39	33 036 535,26	0.6192%
2 014	5 552 857 375,00	0	0
2 015	5 569 688 768,80	0	0
2 016	5 275 066 593,30	0	0
2 017	5 424 000 000,00	70 722 825,00	1.3039%

Source : Elaboré par nos soins selon les données de la CASH

2.1.3.2. Calcul de Burning Cost Moyen (BCM)

Le Burning Cost Moyen est calculé selon la formule suivante :

$$BCM = \frac{\sum \text{des charges des sinistres en excédent de l'année actualisée}}{\sum \text{des assiettes de primes actualisées}}$$

Le calcul de Burning Cost Moyen est représenté dans le tableau ci- dessous :

Tableau 29: Calcul de Burning Cost Moyen

En DZD

Somme des charges XS	497 228 542,38
Somme des assiettes de primes	20 052 256 014,12
Burning cost moyen BCM	0.9836%

Source : Elaboré par nos soins par rapport aux données de la CASH.

2.1.3.3. Calcul de la prime de risque (PR)

La prime de risque de ce programme est obtenue en multipliant le taux de Burning Cost Moyen (BCM) obtenue précédemment avec l'assiette de prime prévisionnelle de 2018 comme le montre la formule suivante :

$$PR = \text{Burning Cost Moyen} \times \text{assiette de primes estimée (2018)}$$

NB : L'assiette de prime prévisionnelle de l'année 2018 s'élève à 3 500 000 000,00 DA

Le tableau suivant illustre le calcul de la prime de risque **PR** :

Tableau 30 : Calcul de la Prime de Risque

<i>En DZD</i>	
BCM	0.9836%
Assiette de la prime estimée 2018	3 500 000 000,00
Prime du risque	3 442 504,91

Source : Elaboré par nos soins par rapport aux données de la CASH

2.1.3.4. Calcul de la Prime Pure (PP)

La prime Pure est obtenue par la formule suivante :

$$PP = PR \times (1 + c)$$

Tel que :

c : Le chargement de sécurité

✓ *Calcul des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α) :*

Les chargements de sécurité sont calculés par la formule suivant :

$$c = m_{BCA} + (p \times \delta_{BCA})$$

Tel que :

m_{BCA} : La moyenne des BC Annuels ;

p : Fractile de la loi normale centrée réduite ;

δ_{BCA} : L'écart type des BC annuels.

La Moyenne et l'Ecart type des BC Annuels sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau 31: Moyenne et Ecart type de BCA

Moyenne des BCA	0,0096
Ecart type BCA	0,003834737

Source : Elaboré par nos soins

En utilisant les fractiles de la table de la loi normale centrée réduite $N(0, 1)$ pour différents seuils de confiance (α), le tableau qui suit présente les différents niveaux de chargements de sécurité associée aux seuils de (α) :

Tableau 32 : Calcul de chargement de sécurité aux différents seuils (En %)

Seuil de confiance (α)	60%	70%	80%	81%	83%	90%	95%
Fractile de la loi N(0,1) : p	0,2715	0,5446	0.8669	0.904	0.9822	1,3225	1,7169
Chargement de sécurité c	1.063%	1.167%	1.291%	1.305%	1.335%	1.446%	1.617%

Source: Elaboré par nos soins

En analysant ce tableau, nous pouvons déduire que pour une marge d'erreur de 17% ($\alpha=83\%$) le chargement de sécurité associé est de **1.335%** de la prime de risque.

De ce fait, le calcul de la prime pure **PP** aux différents seuils de confiance (α) est donné par le tableau ci-dessous :

Tableau 33 : Calcul de la PP avec différents seuils de confiance

En DZD

Seuil de confiance (alpha)	Le chargement de sécurité c	Prime Pure
60%	1.063%	3 479 093.88
70%	1.167%	3 482 699.10
80%	1.291%	3 486 953.82
81%	1.305%	3 487 443.58
83%	1.335%	3 488 475.91
90%	1.446%	3 492 968.24
95%	1.617%	3 498 174.75

Source: Elaboré par nos soins

Nous pouvons constater également que pour une marge de tolérance de 17% (une probabilité $\alpha=83\%$), la prime pure correspondante à l'année 2018 du traité en excédent de sinistre (50 000 000 XS 75 000 000) de la branche incendie est égale à **3 488 475.91 DZD**.

2.1.4. Calcul de la Prime Commerciale PC

Pour obtenir la prime commerciale correspondante, nous devons rajouter à la prime pure des frais de gestion, de courtage et un chargement pour la marge bénéficiaire.

Son calcul est obtenu en appliquant la formule suivante :

$$PC = \frac{\text{Prime Pure}}{(1 - FC) \times (1 - (FG + MB))}$$

Avec :

FC : Frais de courtage ;

FG : Frais de gestion ;

MB : Marge bénéficiaire.

En réassurance non proportionnelle la commission de courtage est généralement égale à 10% de la prime commerciale. Pour les frais de gestion et la marge bénéficiaire, les réassureurs appliquent un taux forfaitaire de 15% sur la prime pure majorée de la commission de courtage, ce qui donne la prime commerciale suivante:

$$Prime commerciale = \frac{3\,488\,475.91}{(1 - 0.10) \times (1 - 0.15)} = 4\,560\,099,22$$

Conclusion :

Pour une probabilité de 83% (c'est-à-dire une marge de tolérance égale à 17%), la prime commerciale du traité de réassurance en excédent de sinistre (50 000 000 XS 75 000 000) pour la branche Incendie correspondant aux données de la CASH Assurances est égale à **4 560 099,22 DZD**

Deuxième option : 50 000 000 XS 7 500 000

En suivant les mêmes étapes que ce qui précède, nous obtiendrons les résultats suivant :

- ✓ **Revalorisation et détermination de la charge de sinistres retenus:(voir annexe N° 01)**
- ✓ **Revalorisation et détermination de l'assiette des primes :** (l'assiette des primes actualisées est identique à celle de l'option précédente).
- ✓ **Calcul du Burning Cost Moyen :**

Le calcul de Burning Cost Moyen est représenté dans le tableau ci- dessous :

Tableau 34: Calcul de Burning Cost Moyen

En DZD

Somme des charges XS	758 999 804,24
Somme des assiettes de primes	38 736 985 988,30
Burning Cost moyen BCM	1.9594%

Source : Elaboré par nos soins selon les données de la CASH

- ✓ **Calcul de la prime de risque PR :**

Le tableau suivant illustre le calcul de la prime de risque **PR** :

Tableau 35 : Calcul de la Prime de Risque

En DZD

BCM	1.9594%
Assiette de prime estimée 2018	3 500 000 000,00
Prime du risque	6 857 785,26

Source : Elaboré par nos soins selon les données de la CASH

- ✓ **Calcul de la Prime Pure :**

Comme déjà vu la Prime Pure est égale :

$$PP = PR \times (1 + c)$$

Ou :

c : est le chargement de sécurité

✓ *Calcul des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α) :*

Nous avons calculé la Moyenne et l'écart type des BC Annuels et ils sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau 36 : Moyenne et Ecart type de BCA

Moyenne des BCA	1.510%
Ecart type BCA	0.01554673

Source : Elaboré par nos soins

En utilisant les fractiles de la table de la loi normale centrée réduite pour différents seuils de confiance (α), le tableau qui suit présente les différents niveaux de chargements de sécurité associée aux seuils de (α) :

Tableau 37: Calcul du chargement de sécurité aux différents seuils (En %)

Seuil de confiance (α)	60%	70%	90%	97%	98%
Fractile de la loi N(0,1) : p	0,2663	0,5388	1,3106	1.9600	2.1701
Le chargement de sécurité c	1.9238%	2.3475%	3.5474%	4.5570%	4.8836%

Source: Elaboré par nos soins

De ce tableau, on déduit que pour une marge d'erreur de 3% ($\alpha= 97\%$), le chargement de sécurité associée est de 4.5570% de la prime de risque.

De ce fait, le calcul de la prime pure PP aux différents seuils de confiance (α) est donné par le tableau ci-dessous :

Tableau 38: Calcul de la PP avec différents seuils de confiance

En DZD

Seuil de confiance (alpha)	Le chargement de sécurité c	Prime Pure
60%	1.9238%	6 989 718.40
70%	2.3475%	7 101 771.30
90%	3.5474%	7 101 057.63
97%	4.5570%	8 915 120.84
98%	4.8836%	8 992 694.20

Source: Elaboré par nos soins

On peut constater qu'avec une marge de tolérance de 3% (une probabilité de $\alpha= 97\%$), la prime pure correspondante au traité en excédent de sinistre de la branche incendie est égale à **8 915 120.84 DZD**.

✓ *Calcul de la Prime Commerciale PC :*

La prime commerciale (PC) est donnée par la formule suivante

$$\text{Prime commerciale} = \frac{8\,915\,120.84}{(1 - 0.10) \times (1 - 0.15)} = 11\,653\,752.73$$

Conclusion

Avec une probabilité de 97% (marge de tolérance égale à 3%), la prime commerciale du traité de réassurance en excédent de sinistres pour la branche Incendie au sein de la CASH Assurances est égale à **11 653 752.73 DZD**

Résultat de l'application de la méthode

Le tableau suivant nous résume la prime de risque, la prime pure et la prime commerciale pour chacun des deux scénarios calculés précédemment.

Tableau 39 : Prime de risque, prime pure et prime commerciale selon les deux options

Options	Prime de risque	Prime Pure	Prime Commerciale
50 000 000 XS 7 500 000	6 857 785.26	7 170 294.15	11 653 752.73
50 000 000 XS 75 000 000	3 442 504.91	3 488 475.91	4 560 099.22

Source : Elaboré par nos soins

Ce tableau, montre que le prix du traité en XS est directement lié au niveau de la priorité. Il augmente quand elle diminue et vice versa.

Section 03 : Tarification du traité XL/R par la méthode de Pareto

Cette partie sera dédiée à l'application de la méthode probabiliste de « Pareto » en vue d'optimiser le prix du traité de réassurance non proportionnelle en excédent de sinistres de la branche Incendie de l'année contractuelle avec les deux options qu'on a vues dans la méthode précédente : à savoir le traité avec (50 000 000 XS 75 000 000) et le traité avec (50 000 000 XS 7 500 000).

Pour calculer le prix optimal, nous devons suivre les étapes suivantes :

Première option : Optimisation du prix avec le traité (50 000 000 XS 7 500 000) :

1. Modélisation de la loi des montants de sinistres

1.1. Présentation de l'échantillon

Nous avons un échantillon $n = 27$ (le nombre de sinistres retenus).

X_0 : 5 000 000 tel que : $X_0 : (2/3) * 7\,500\,000 = 5\,000\,000$ (qui représente le plus petit sinistre considéré).

$n_{x_0} = 12$ (Le nombre de sinistres dépassant la priorité).

Pour bien présenter notre échantillon, nous avons décidé de le partager en classes de sinistres. La détermination des classes de sinistres se fait comme suit :

Nous avons :

X_{max} : 138 222 825.00 (Le plus grand sinistre observé)

X_{min} : 460 349.12 (Le plus petit sinistre observé)

$X_{max} - X_{min} = 137\,762\,475.88$

Nombre de classes = $ENT \left(\frac{LOG(n_{x_0})}{LOG(2)} + 1 \right) = ENT \left(\frac{LOG(12)}{LOG(2)} + 1 \right) = 4$

Amplitude = $(X_{max} - X_{min}) / nbr\ de\ classe = 137\,762\,475.88 / 4 = 34\,440\,618.97$

NB : la charge de sinistre maximum et minimum est déterminée à partir du tableau de l'annexe n°02

Les données sont regroupées dans le tableau suivant :

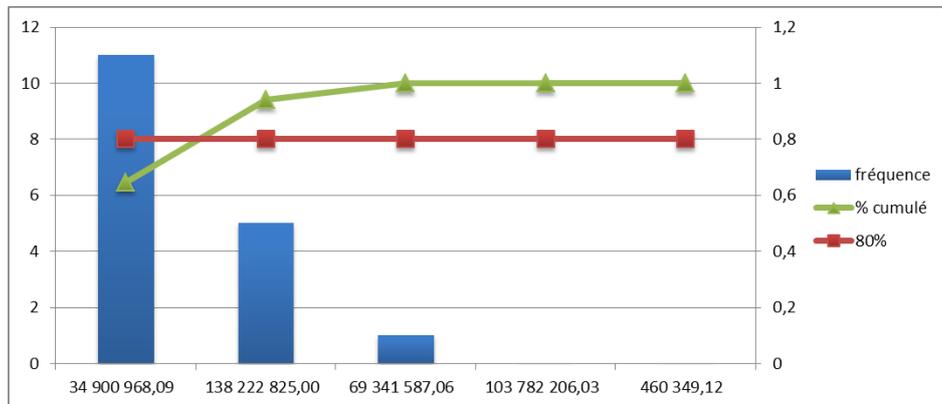
Tableau 40 : Effectif de chaque classe de sinistre

En DZD

Classes de sinistres		Fréquence	Fréquence Cumulée	Fréquence cumulée en %
[460 349,1191	34 900 968,09[7	7	0,583333333
[34 900 968,09	69 341 587,06 [5	12	1
[69 341 587,06	103 782 206,03 [0	12	1
[103 782 206,03	138 222 825,00 [0	12	1
Total		12		

Source : Elaboré par nos soins

Figure 29: Diagramme de Pareto



Source : Elaboré par nos soins

Hypothèse :

Nous posons, comme hypothèse de départ, les montants des sinistres à la charge du traité XL suivent une loi de PARETO de paramètre (α).

Ensuite, nous allons vérifier cette hypothèse à l'aide du test d'adéquation de KHI-DEUX pour pouvoir appliquer le Modèle de Pareto.

1.2. Estimation du paramètre (α) par la méthode du Maximum de Vraisemblance

On calcule le paramètre (α) à l'aide de la formule suivante :

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)}$$

- ✓ $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$: Cette formule nécessite le choix d'un montant du plus petit sinistre considéré. Dans notre application, on choisit $x_0 = 5\,000\,000$ (qui correspond au 2/3 du montant de la priorité) car il nous donne une prime pure suffisamment significative pour l'amélioration du résultat du ratio (S/P).

Le calcul de : $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$ est présenté (dans l'annexe n°03);

- ✓ x_i : Les sinistres extrapolés à la charge du traité XL (par sinistre).

1.2.1. Calcul du paramètre α

$$n = 27$$

$$n_{x_0} = 12$$

$$x_0 = 5\,000\,000, \text{ avec : } x_0 = (2/3) \times 7\,500\,000 = 5\,000\,000.$$

$$\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right) = 10,43185737$$

$$\hat{\alpha} = \frac{27}{10,43185737} = 2,588225572$$

1.3. Test d'adéquation : (Test de KHI-DEUX)

Le test d'adéquation de Khi-Deux consiste à vérifier si la statistique des montants de la charge des sinistres XS suit la loi de Pareto,

Le test d'hypothèse est présenté comme suit :

(H₀) : La charge des sinistres du traité XS suit une loi de PARETO de paramètre $\alpha = 2.59$

(H₁) : la charge des sinistres du traité XS ne suit pas une loi de PARETO.

Résultat :

On accepte l'hypothèse **H₀** si χ^2_{n-k-1}

Sinon, on rejette l'hypothèse **H₀**

Avec :

n : Le nombre de l'échantillon (nombre de sinistres n_{x_0})

k : Nombre de paramètre à estimer

n-k-1 : le degré de liberté de χ^2

1.4. Estimation de la statistique E

L'estimation de la statistique se fait par la formule suivante :

$$E = \sum \left[\frac{(n_i - n_{x_0} \times P_i)^2}{(n_{x_0} \times P_i)} \right] \text{ Pour } i = 1, \dots, k^{\text{ème}} \text{ classe de sinistre}$$

Avec :

n_{x_0} : Le nombre de sinistres à la charge XS supérieur à X_0 .

n_i : Le nombre de sinistres (effectif) de chaque classe de sinistre (i).

P_i : Probabilité de réalisation de sinistre de la classe (i).

Sachant que :

$$P_i = F(x_{i+1}) - F(x_i)$$

x_i : Les bornes de classes de sinistres (en montant).

$F(x_i) = 1 - \left(\frac{x_0}{x_i}\right)^\alpha$: Fonction de répartition de la loi de PARETO

1.4.1. Détermination des bornes de classes de sinistres (La détermination des classes a été vue lors de la présentation de l'échantillon).

Le tableau suivant nous présente les bornes des classes de sinistres :

Tableau 41 : Les bornes et fréquences de chaque classe de sinistre

En DZD

Classe des sinistres		Fréquence
[460 349,1191	34 900 968,09[7
[34 900 968,09	69 341 587,06 [5
[69 341 587,06	103 782 206,03 [0
[103 782 206,03	138 222 825,00]	0
Totale		12

Source : Elaboré par nos soins

1.4.2. Calcul de la statistique E

Il est a rappelé que la statistique E est calculée de la manière suivante :

$$E = \sum \left| \frac{(n_i - n_{x_0} \times P_i)^2}{(n_{x_0} \times P_i)} \right| \text{ Pour } i = 1, \dots, 4$$

Tableau 42 : Calcul de la statistique E

En Nombre

classe sinistres		n_i	P_i	$N \cdot P_i$	$n_i - N \cdot P_i$	$(n_i - N \cdot P_i)^2$	$(n_i - N \cdot P_i)^2 / N \cdot P_i$
[460 349,12	34 900 968,09[7	0,67	18,10	-11,10	123,10	6,802932951
[34 900 968,09	69 341 587,06[0	0,15	4,15	-4,15	17,23	4,150448995
[69 341 587,06	103 782 206,03[0	0,06	1,52	-1,52	2,30	1,515366429
[103 782 206,03	138 222 825,00]	5	0,12	3,21	1,79	3,19	0,993318978
			1,00			Somme	13,46

Source Elaboré par nos soins

1.4.3. Résultat du test

Nous constatons que le résultat obtenu est égal à $E = 13.46$

En se référant à la table de Khi-Deux (voir annexe n°04) nous déduisons que :

Au seuil de tolérance de 10% $\chi^2_{12-1-1} = 15.987 > E = 13.46$: On accepte l'hypothèse H_0

Donc :

La charge des sinistres au traité : (50 000 000 XS 7 500 000) suit la loi de PARETO de paramètre ($\alpha = 2.588$), par conséquent, on peut appliquer le modèle de PARETO pour la tarification de ce traité.

2. Calcul de la prime de risque

Après avoir vérifiée la statistique E, on peut à présent calculer la prime de risque par la formule suivante :

$$PR = f_x \times CE$$

Avec :

CE : Charge des sinistres XS espérés.

f_x : La fréquence des sinistres

Avec :

$f_x = f_{x_0} \times \left(\frac{x_0}{P_0}\right)^\alpha$: Cette formule représente l'estimation de la fréquence des sinistres supérieurs à la priorité P_0

2.1. Estimation de la fréquence de sinistre f_x

f_{x_0} : Représente la moyenne du nombre de sinistre dépassant x_0 . Elle est calculée par la formule suivante :

$$f_{x_0} = n_{x_0} / N$$

Avec :

n_{x_0} : Le nombre de sinistres dépassant l'XS

N : La moyenne de la fréquence des classes des sinistres.

Tableau 43: Calcul de f_{x_0}

n_{x_0}	12
N	3
f_{x_0}	4

Source : Elaboré par nos soins

Après avoir déterminé f_{x_0} , le tableau du f_x est présenté comme suit :

Tableau 44: Calcul de la fréquence f_x

f_{x_0}	4
$\left(\frac{x_0}{P_0}\right)^\alpha$	0,350135463
f_x	1,400541853

Source : Elaboré par nos soins

2.2. Estimation de la charge des sinistres XS

La formule du calcul de la charge des sinistres espérés est présentée comme suite :

$$CE = \left(\frac{P_0}{1 - \alpha}\right) \times \left[\left(\frac{P_0 + P_1}{P_0}\right)^{(1-\alpha)} - 1 \right]$$

$$CE = 4\,536\,387,55$$

La charge de sinistre espérée du traité (50 000 000 XS 7 500 000) s'élève à **4 536 387,55 DZD**.

Après avoir calculé la charge des sinistres espérés et la fréquence des sinistres, la prime de risque (PR) n'est autre que le produit de ces des deux résultats. Elle est présentée par la formule suivante :

$$PR = f_x \times CE$$

$$PR = 1.400541853 \times 4\,536\,387,55$$

$$PR = 6\,353\,400,63$$

La prime de risque est donc égale à : 6 353 400,63DZD

3. Calcul de la Prime Pure

La Prime Pure est donc égale à la prime de risque augmentée des chargements de sécurité. Elle est calculée selon la formule suivante :

$$PP = PR \times (1+c)$$

Le tableau suivant présente le calcul de la prime pure aux différents chargements de sécurité.

Tableau 45: La prime Pure aux différents chargements (En DZD)

C	30%	35%	40%	45%
Prime Pure	8 259 420,82	8 577 090,85	8 894 760,89	9 212 430,92

Source : Elaboré par nos soins

La compagnie choisit un chargement de sécurité compte tenu de son niveau d'aversion au risque. Si, par exemple, la cédante juge que le niveau de chargement de sécurité optimale est égale à 30%, la Prime Pure correspondante est égale à : **8 259 420,82 DZD**

4. Calcul de la prime commerciale

La prime commerciale est obtenue en rajoutant à la prime pure des frais de gestion, des frais de courtage et une marge bénéficiaire, elle est donc calculée par la formule suivante :

$$PC = \frac{PP}{(1 + FC) \times [(1 - (FG + BF))]}$$

On suppose que la compagnie applique les contraintes suivantes :

FC : 10%

FG + BF = 15%

La prime commerciale du traité 50 000 000 XS 7 500 000 avec différents niveaux de chargements de sécurité est donnée par le tableau suivant :

Tableau 46 : Calcul de la prime commerciale

(En DZD)

C	30%	35%	40%	45%
Prime Pure	8 259 420,82	8 577 090,85	8 894 760,89	9 212 430,92
Prime commerciale	10 796 628,53	11 211 883,47	11 627 138,41	12 042 393,36

Source : Elaboré par nos soins

Conclusion :

Avec un chargement de 10% comme frais de courtage ainsi que 15% entre les frais de gestion et la marge bénéficiaire, le tableau suivant nous montre que, pour un niveau d'aversion au risque correspondant à un chargement de sécurité égal à 30%, la prime commerciale du traité (50 000 000 XS 7 500 000) pour la branche incendie de la compagnie CASH Assurances est égale à **10 796 628,53 DZD**.

Deuxième options : 50 000 000 XS 75 000 000

Suivant les mêmes étapes et formules de l'option précédente on aura :

- ✓ Modélisation de la loi des montants de sinistres ;
- ✓ Présentation de l'échantillon.

Tableau 47 : Niveau de franchise et nombre de sinistres à la charge de l'XS

N	27
n_{x_0}	5
x_0	50 000 000,00

Source : Elaboré par nos soins

Tableau 48: Présentation du niveau de sinistre max et min

$X_{min}b$	49 907 377,21
X_{max}	95 722 825,00
$X_{max} - X_{min}$	45 815 447,79
Nombre de classes	3
Amplitude	15 271 815,93

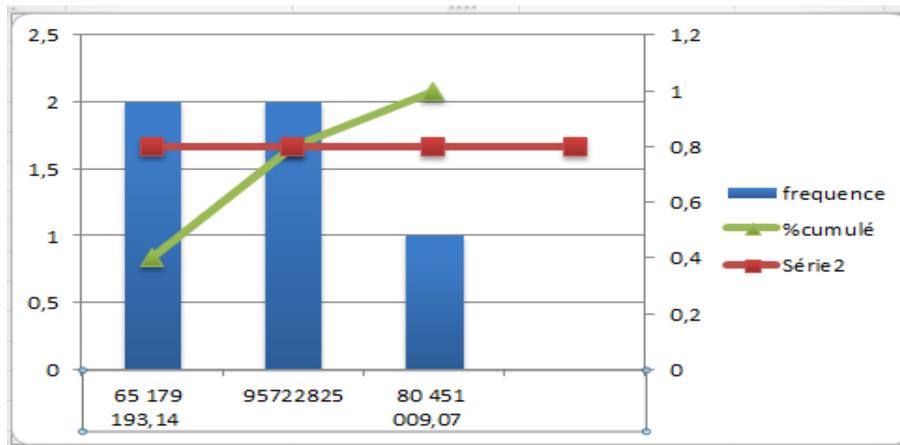
Source : Elaboré par nos soins

Tableau 49 : Effectif de chaque classe de sinistre

Classe de risque		Fréquence	Cumulée	% cumulée
[49 907 377,21	65 179 193,14[2	2	0,4
[80451009,07	95 722 825,00[2	4	0,8
[65 179 193,14	80 451 009,07]	1	5	1
Totale		5		

Source : Elaboré par nos propres soins

Figure 30: Diagramme de PARETO pour l'option 50M XS 75M



Source : Elaboré par nos soins

- ✓ Estimation du paramètre (α) par la méthode du Maximum de Vraisemblance :

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)}$$

- ✓ Calcul de paramètre α :

$$n = 27$$

$$n_{x_0} = 5$$

$$x_0 = 50\,000\,000, \text{ avec : } x_0 = (2/3) \times 75\,000\,000 = 50\,000\,000.$$

$$\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right) = 1.806887119 \text{ (Présenter en détail dans l'annexe N°05)}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{27}{10,43185737} = 2.767190019$$

- ✓ Test d'adéquation : (Test de KHI-DEUX) :

Après avoir suivi les mêmes étapes, nous avons trouvé que la statistique $E = 0.4404$

Au seuil de tolérance de 10% $\chi_{5-1-1}^2 = 6.251 > E = 0.4404$: alors, on accepte l'hypothèse H_0

Donc :

La charge des sinistres du traité : (50 000 000 XS 75 000 000) suit la loi de PARETO de paramètre ($\alpha = 2.767$). Par conséquent, on peut appliquer le modèle de PARETO pour la tarification de ce traité.

- ✓ Calcul de la prime de risque

Après avoir calculé la statistique E nous pouvons à présent calculer la prime de risque qui est égale à :

$$PR = f_x \times CE$$

En suivant les mêmes étapes de calculs nous trouvons que la prime de risque est égale à :

$$PR = 2\,464\,905,46$$

✓ **Calcul de la Prime Pure (PP)**

Nous savons que la formule de la prime pure est :

$$PP = PR \times (1+c)$$

Avec différents seuils de chargement de sécurité, nous trouvons :

Tableau 50: La prime pure avec différents chargements de sécurité

C	30%	35%	40%	45%
Prime Pure	3 204 377,10	3 327 622,37	3 450 867,64	3 574 112,92

Source : Elaboré par nos soins

Compte tenu de la contrainte de niveau d'aversion au risque, si la compagnie juge que le niveau de chargement de sécurité est de 30%, la prime pure déterminée est égale à : **3 204 377.10 DZD**

✓ **Calcul de la prime commerciale**

La prime commerciale est obtenue après rajout des frais de gestion, de courtage et une marge bénéficiaire à la prime pure, il est calculé à l'aide de la formule suivante :

$$PC = \frac{PP}{(1 + FC) \times [(1 - (FG + BF))]}$$

Supposons que la compagnie applique les contraintes suivantes :

FC : 10%

FG + BF = 15%

La prime commerciale du traité 50 000 000 XS 7 500 000 avec différents niveaux de chargements de sécurité est donné par le tableau suivant :

Tableau 51: Calcul de la prime commerciale avec différents chargements

C	30%	35%	40%	45%
Prime Pure	3 204 377,10	3 327 622,37	3 450 867,64	3 574 112,92
Prime commerciale	4 188 728,23	3 327 622,37	3 450 867,64	3 574 112,92

Source : Elaboré par nos soins

Conclusion

Avec un chargement de 10% comme frais de courtage et 15% comme chargement entre les frais de gestion et la marge bénéficiaire, le tableau suivant nous montre que, pour un niveau d'aversion au risque avec un chargement de sécurité de 30%, nous obtenons une prime commerciale égale à **4 188 728,23 DZD**.

Résultat de l'application de la méthode :

Le tableau suivant nous résume la prime de risque, la prime pure et la prime commerciale pour chacun des deux scénarii calculés précédemment.

Tableau 52: Prime de risque, prime pure et prime commerciale selon les deux options

En DZD

Options	Prime de risque	Prime Pure	Prime Commerciale
50 000 000 XS 7 500 000	6 353 400,63	8 259 420,82	10 796 628,53
50 000 000 XS 75 000 000	2 464 905,46	3 204 377,10	4 188 728,23

Source : Elaboré par nos soins

La prime baisse en augmente la priorité comme observée dans la méthode du Burning Cost.

4. Comparaison entre les deux méthodes de tarification

Tableau 53 : Comparaison entre les deux méthodes de tarification

En DZD

Options	PC par la méthode de BC	PC par la méthode de Pareto
50 000 000 XS 7 500 000	11 653 752.73	10 796 628,53
50 000 000 XS 75 000 000	4 560 099.22	4 188 728,23

Source : Elaboré par nos soins

Nous constatons que la prime commerciale obtenue par l'approche déterministe Burning Cost est supérieure à celle obtenue par l'approche actuarielle PARETO et cela pour les deux options en question. Donc, si le réassureur opte pour la prime commerciale de BURNING Cost, il augmentera ses revenus mais se heurtera à un problème de concurrence et de compétitivité. Par contre, s'il opte pour la prime de PARETO, cette dernière l'exposera à un risque de sous tarification mais bien évidemment elle lui permettra d'être plus compétitif. Par ailleurs, nous avons montré que la prime obtenue par les deux méthodes de tarification augmente si le niveau de priorité diminue et vice-versa.

Donc, pour le choix de la prime optimale, il est conseillé au réassureur d'appuyer son choix par d'autres outils d'aide à la décision en prenant en considération d'autres facteurs, soit qualitatifs (le niveau d'aversion aux risques, les relations commerciales avec la cédante... etc.) ou quantitatifs par d'autres études plus poussées par exemple l'étude du profil de risque de la cédante par la méthode d'Exposer Rating.

Section 04 : Essai de tarification du traité XL/R par la méthode « Exposer Rating »

Pour tarifier, par faute ou manque de données historiques par la cédante, le portefeuille de cette dernière est comparé à des portefeuilles-marché semblables en termes de risques dans le cadre de la méthode 'Exposer Rating'

Tableau 54: Procédure de tarification de la méthode « Exposer Rating »

Objectif	Calculer la charge des sinistres annuelle du traité
Situation	Pas de BC représentatif
Méthode	Analyse de l'exposition du traité en utilisant les statistiques du marché avec des ajustements individuels au portefeuille de la Cédante.
Besoin d'information	Profil de risque
Résultat	Prime de risque par classe de somme assurée

Source : Elaboré par nos soins

1. Présentation de l'échantillon

Le service de réassurance de la CASH Assurances nous a communiqué les informations suivantes :

- ✓ **Type de risque** : Incendie ;
- ✓ **Traité XS** Excédent de sinistre est de l'ordre de (**50 millions XS 75 millions**) ;
- **Priorité** : 75 000 000,00 DA ;
- **Portée** : 50 000 000,00 DA ;
- **Plafond** : 125 000 000,00 DA.

1.1. Détermination des classes de risques

Les classes de sommes assurées sont déterminées en s'appuyant sur la formule suivante :

X_{max} : La plus grande VTA observée

X_{min} : La plus petite VTA observée

$$\text{Nombre de classes} = ENT \left(\frac{\text{LOG}(n)}{\text{LOG}(2)} + 1 \right)$$

$$\text{Amplitude} = (X_{max} - X_{min}) / \text{nbr de classe}$$

1.2. Détermination de nombre de risques

Il correspond au nombre de dossiers ouverts dans chacune des classes de risques ci-dessus.

1.3. Calcul des primes totales

C'est la somme des primes encaissées pour chaque dossier de chacune des classes de risque ci-dessus.

1.4. Calcul du Loss Ratio (S/P)

Il est calculé par le rapport des montants de sinistres survenus trouvant leur origine dans la classe de risque correspondantes et la prime totale de cette classe.

Après calcul, nous avons déterminé les classes de risques, le nombre de risques, les primes et le Loss Ratio de la branche incendie de la compagnie de la manière suivante

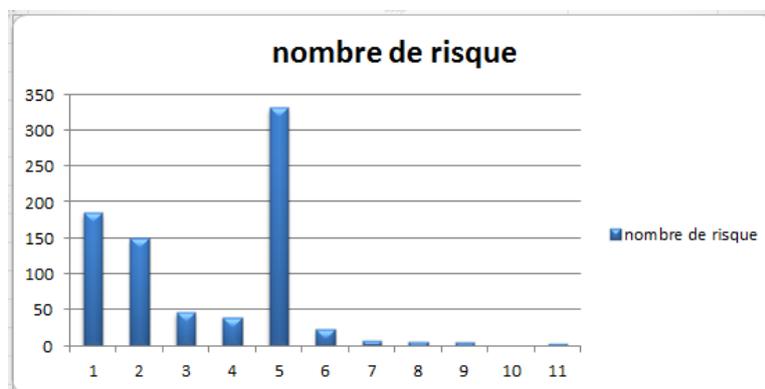
Tableau 55: Classe de risques des sommes assurées de la branche Incendie

En DZD

Classe	Min	Max	Nombre de risque	Prime	S/P
1	[0	25 000 000[186	14 864 143,00	39%
2	[25 000 000	100 000 000[150	56 848 728,98	42%
3	[100 000 000	150 000 000[47	10 544 872,00	34%
4	[150 000 000	200 000 000[40	10 640 342,00	24%
5	[200 000 000	400 000 000[332	142 720 216,00	45%
6	[400 000 000	600 000 000[23	6 246 156,00	36%
7	[600 000 000	800 000 000[8	6 774 524,00	28%
8	[800 000 000	1 000 000 000[7	978 154,00	35%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[6	2 030 256,00	30%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[0	-	27%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	4	2 075 818,00	25%
Somme			803	253 723 209,98	

Source : Elaboré par nos soins

Figure 31 : Nombre de risque par classe de sommes assurées



Source : Elaboré par nos soins

2. Les démarches de tarification d'un traité de réassurance en excédent de sinistres par risque (WXL/R)

2.1. Calcul de la somme assurée

Notée SA_k , elle correspond à la somme assurée la plus propre à refléter les sommes assurées des risques dans une classe. Il peut s'agir par défaut de la moyenne des sommes assurées des risques dans la classe. Elle est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$SA \text{ Moyenne} = (X_{max} + X_{min})/2$$

$$SA \text{ Moyenne} = \frac{200\,000\,000 + 150\,000\,000}{2} = 175\,000\,000$$

Les résultats obtenus en généralisant le calcul pour toutes les classes est présenté dans le tableau suivant :

Tableau 56: Somme assurée moyenne par défaut

En DZD

Classe	Min	Max	SA Moyenne
1	[0	25 000 000[12 500 000,00
2	[25 000 000	100 000 000[62 500 000,00
3	[100 000 000	150 000 000[125 000 000,00
4	[150 000 000	200 000 000[175 000 000,00
5	[200 000 000	400 000 000[300 000 000,00
6	[400 000 000	600 000 000[500 000 000,00
7	[600 000 000	800 000 000[700 000 000,00
8	[800 000 000	1 000 000 000[900 000 000,00
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[1 100 000 000,00
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[1 250 000 000,00
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	1 650 000 000,00

Source : Elaboré par nos soins

2.2. Calcul de la priorité en % de la SA Moyenne

Elle reflète le niveau de la priorité consommé par rapport à la somme assurée ; Elle est calculée à l'aide la formule suivante :

$$Priorité \text{ en } \% \text{ de la } SA \text{ Moyenne} = \frac{Priorité \text{ du traité}}{Somme \text{ Assurée Moyenne}}$$

Les résultats sont obtenus dans le tableau suivant :

Tableau 57: Priorité en % de la SA Moyenne

Classe	Min	Max	Priorité (50) en % de la SA moyenne
1	[0	25 000 000[100,00%
2	[25 000 000	100 000 000[100,00%
3	[100 000 000	150 000 000[60,00%
4	[150 000 000	200 000 000[42,86%
5	[200 000 000	400 000 000[25,00%
6	[400 000 000	600 000 000[15,00%
7	[600 000 000	800 000 000[10,71%
8	[800 000 000	1 000 000 000[8,33%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[6,82%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[6,00%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	4,55%

Source : Elaboré par nos soins

Nous constatons que, par exemple, pour la classe 4, une franchise (priorité) de **75 millions** représente **42.86%** de la SA Moyenne.

2.3. Calcul de la prime conservée au sein de la compagnie

En se référant à la courbe d'exposition de marché « courbe Y4 de Swiss Re », nous pouvons déduire qu'un niveau de priorité de 75 millions représente 42.86% de SA Moyenne. Ceci correspond en projetant ce pourcentage à une prime conservée par l'assureur de **82.6%** de la prime totale de la classe 4.

En généralisant les calculs pour aux autres classes de risques le tableau suivant résume les calculs comme suit :

Tableau 58: La prime conservée par l'assureur (En %)

Classe	Min	Max	Priorité (75) en % de la SA moyenne	Prime conservée par l'assureur (courbe 4Y)
1	[0	25 000 000[100,00%	100,00%
2	[25 000 000	100 000 000[100,00%	97,00%
3	[100 000 000	150 000 000[60,00%	89,50%
4	[150 000 000	200 000 000[42,86%	82,6%
5	[200 000 000	400 000 000[25,00%	73,10%
6	[400 000 000	600 000 000[15,00%	65,0%
7	[600 000 000	800 000 000[10,71%	66,10%
8	[800 000 000	1 000 000 000[8,33%	60,03%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[6,82%	47,2%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[6,00%	49,0%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	4,55%	41,0%

Source : Elaboré par nos soins

2.4. Calcul du Plafond en % de la Somme Assurée Moyenne

Elle reflète le niveau de la limite (plafond) consommée par rapport à la somme assurée ; Elle est calculée à l'aide la formule suivante :

$$\text{Plafond en \% de la SA Moyenne} = \frac{\text{Plafond du traité}}{\text{Somme Assurée Moyenne}}$$

Les résultats sont obtenus dans le tableau suivant :

Tableau 59: Plafond du traité en % de la SA Moyenne

Classe	Min	Max	Plafond en pourcentage de la SA Moyenne
1	[0	25 000 000[100,00%
2	[25 000 000	100 000 000[100,00%
3	[100 000 000	150 000 000[100,00%
4	[150 000 000	200 000 000[71,43%
5	[200 000 000	400 000 000[41,67%
6	[400 000 000	600 000 000[25,00%
7	[600 000 000	800 000 000[17,86%
8	[800 000 000	1 000 000 000[13,89%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[11,36%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[10,00%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	7,58%

Source : Elaboré par nos soins

Exemple :

Nous constatons que, par exemple, pour la classe 4, une limite (Plafond) de 125 millions représente **71.43%** de la SA Moyenne.

2.5. Calcul de la prime par rapport au plafond

A l'aide de la projection des plafonds en % des SA Moyenne dans la courbe de marché « courbe Y4 de Swiss Re », nous pouvons déduire les pourcentages de primes par rapport au plafond qui sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 60: Prime conservée en % du Plafond

Classe	Min	Max	Prime conservée par l'assureur par rapport au plafond (courbe 4Y)
1	[0	25 000 000[100%
2	[25 000 000	100 000 000[100%
3	[100 000 000	150 000 000[100%
4	[150 000 000	200 000 000[95%
5	[200 000 000	400 000 000[82%
6	[400 000 000	600 000 000[71%
7	[600 000 000	800 000 000[70,00%
8	[800 000 000	1 000 000 000[67%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[64%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[62%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	60,00%

Source : Elaboré par nos soins.

Nous constatons que, un plafond de **125 millions**, représente 71.43% de la SA Moyenne, ceci correspond à une prime conservée par l'assureur de **95%** de la classe 4.

2.6. Calcul de la portée en % de la Somme Assurée Moyenne

La portée correspondant à 50 millions, est comprise entre la priorité de 75 million et le plafond de 125 millions est calculé comme suit :

$$\text{La portée en \% de la SA Moyenne} = \left(\frac{\text{Prime conservé Plafond}}{\text{Prime conservée Priorité}} \right)$$

Les résultats sont présentés au tableau suivant :

Tableau 61: Couverture/tranche

Classe	Min	Max	Portée en pourcentage de la SA Moyenne
1	[0	25 000 000[0,00%
2	[25 000 000	100 000 000[3,00%
3	[100 000 000	150 000 000[10,50%
4	[150 000 000	200 000 000[12,40%
5	[200 000 000	400 000 000[8,90%
6	[400 000 000	600 000 000[6,00%
7	[600 000 000	800 000 000[3,90%
8	[800 000 000	1 000 000 000[6,97%
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[16,80%
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[13,00%
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	19,00%

Source : Elaboré par nos soins

La portée de **50 millions** qui est comprise entre la priorité (75 millions) et le plafond (125 millions) représente une prime de **(12.40%)** de la prime totale de la classe 4.

2.7. Calcul de la Prime de la Tranche

La couverture par rapport à la tranche correspond au % du niveau de la portée par rapport à la prime totale de la classe, elle est calculée comme suite :

$$\text{Prime de la Tranche} = \text{Prime totale de la classe} \times \text{Portée en pourcentage de la SA Moyenne}$$

Les résultats sont présentés au tableau suivant :

Tableau 62: Les primes totales conservées

En DZD

Classe	Min	Max	Couverture/tranche	Prime conservée
1	[0	25 000 000[0,00%	0
2	[25 000 000	100 000 000[3,00%	1 705 461,87
3	[100 000 000	150 000 000[10,50%	1 107 211,56
4	[150 000 000	200 000 000[12,40%	1 319 402,41
5	[200 000 000	400 000 000[8,90%	12 702 099,22
6	[400 000 000	600 000 000[6,00%	374 769,36
7	[600 000 000	800 000 000[3,90%	264 206,44
8	[800 000 000	1 000 000 000[6,97%	68 177,33
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[16,80%	341 083,01
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[13,00%	0
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	19,00%	394 405,42

Source : Elaboré par nos soins

Le tableau précédent nous donne les primes conservées par le réassureur pour chaque classe de somme assurée et quand tenue de pourcentage de la portée de chacune de ces classes.

2.8. Calcul de la Prime de Risque

Cette prime correspond à la partie de la prime prise en charge par le réassureur pour chaque classe quand tenu de la sinistralité de cette classe. Cette prime est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$\text{Prime de Risque} = \text{Loss Ratio} \times \text{Prime de la tranche}$$

Les résultats sont donnés par le tableau suivant :

Tableau 63: Calcul de la Prime de Risque

En DZD

Classe	Min	Max	Prime de Risque
1	[0	25 000 000[0,00
2	[25 000 000	100 000 000[716 293,99
3	[100 000 000	150 000 000[376 451,93
4	[150 000 000	200 000 000[316 656,58
5	[200 000 000	400 000 000[5 715 944,65
6	[400 000 000	600 000 000[134 916,97
7	[600 000 000	800 000 000[73 977,80
8	[800 000 000	1 000 000 000[23 862,07
9	[1 000 000 000	1 200 000 000[102 324,90
10	[1 200 000 000	1 300 000 000[0,00
11	[1 300 000 000	2 000 000 000]	98 601,36
Somme			7 559 030,24

Source : Elaboré par nos soins

Nous constatons que les primes de risque pour les deux classes 1 et 10 sont égales à 0, et cela est expliqué par la prise en charge de toutes les affaires appartenant à cette classe par la cédante.

Tandis que les primes de risques des autres classes représentent la partie transférée au réassureur (retenue par le réassureur).

Nous arrivons à un total de primes transférées par la cédante égal à : **7 559 030,24 DA**. Cela représente la partie des primes payées au réassureur pour le traité en excédent de sinistres (**50 millions XS 75 millions**) de la branche Incendie de la compagnie CASH Assurances.

Nous comparons le montant obtenu à la prime originale à l'aide de la formule suivante :

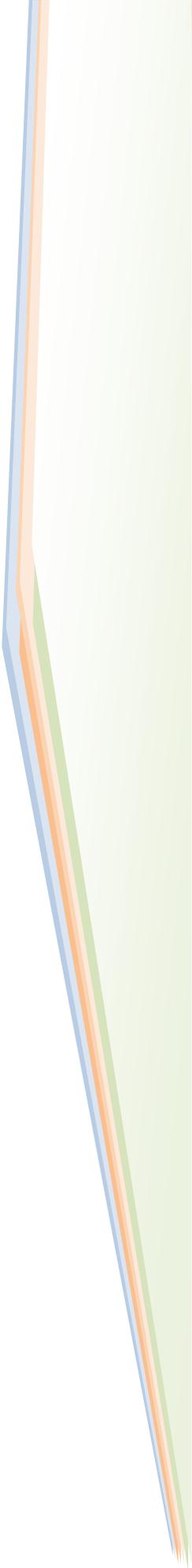
$$\text{Taux de prime} = \frac{\sum \text{Prime de risque}}{\sum \text{Primes}}$$

$$\text{Taux de prime} = \frac{7\,559\,030,24}{253\,723\,209,98}$$

$$\text{Taux de prime} = 2.98\%$$

La prime de risque représente un pourcentage de **2.98%** de la prime totale encaissée par la compagnie.

Déterminer un prix adapté au risque suppose que le réassureur puisse apprécier la sinistralité potentielle affectant sa couverture. Dans notre cas, nous avons calculé la prime de réassurance pour la couverture non proportionnelle en excédent de sinistres (Traite 50M XS 75M) de l'année pour laquelle est contracté ce traité. Nous avons constaté que le résultat obtenu par la méthode « Exposer rating » est du même ordre de grandeur que ceux obtenus par la méthode de « Burning Cost » et de « Pareto ». Ceci est un facteur qui conforte l'estimation basée sur l'expérience, de ces dernières car la méthode « Exposer Rating » utilise le profil des risques réassurés. Cette dernière estimation pourrait même être améliorée si la courbe d'exposition utilisée était celle de la CASH-Incendie ou au moins celle du marché algérien en lieu et place de la courbe 4Y de Swiss Re utilisée.



CONCLUSION GENERALE

Le rôle principal d'une politique de réassurance consiste en la réduction du risque d'assurance par le transfert d'une partie de celui-ci à un autre gestionnaire de risque.

Toute compagnie d'assurance est tenue de déterminer avec prudence une politique de réassurance en adéquation avec son profil de risque. Celle-ci doit en outre être réexaminée et revue en cas de changements dans la situation de la société.

La politique de réassurance doit définir les orientations prises par l'entreprise d'assurance en matière du choix du traité pour chaque branche commercialisée, notamment en ce qui concerne la nature et le niveau du risque auquel la compagnie est exposée. Par ailleurs un des buts de cette politique est de transférer ou partager avec le réassureur tous les engagements qui dépassent le niveau de la rétention de la compagnie fixé auparavant moyennant le paiement d'une prime de réassurance. Ainsi l'engagement pris par le réassureur et la prime de réassurance constituent les deux éléments essentiels du traité de réassurance.

L'objet de notre travail porte sur les formes de la réassurance non proportionnelle et plus particulièrement la réassurance en excédent de sinistres. En effet, cette dernière est essentiellement utilisée par les cédantes, tant dans les branches de Responsabilité Civile (Automobile et RC Générale) que dans les branches de dommages aux biens (Incendie, Transport...).

Le prix optimal pour ce type de traité en réassurance permet de répondre aux objectifs de gestion des risques poursuivis par la compagnie et qui consistent à ne pas se trouver d'une part face à un engagement plus important que sa capacité financière d'une part et à ne pas payer un coût de réassurance plus élevé que nécessaire. Dans ce mémoire, nous avons formulé quelques éléments d'aide à la décision pour optimiser le prix de la réassurance en excédent de sinistres pour la branche Incendie au profit de la CASH Assurances. Ces éléments ont nécessité des développements théoriques et pratiques empruntés d'abord aux méthodes de tarification par expérience qui supposent que la sinistralité historique est représentative du comportement du portefeuille cédé. Il s'agit des méthodes déterministes telles que Burning Cost, conçues à partir des règles d'or (règle de bases). Ces règles font en sorte que le prix de la couverture soit approprié à l'assiette des primes et à la charge des sinistres. Il s'agit aussi des méthodes actuarielles telles que la méthode de Pareto qui est fondée sur une analyse approfondie des risques souscrits et prend en considération le caractère aléatoire de l'activité d'assurance et ce à travers la modélisation des différentes variables représentées par le montant et le nombre de sinistres d'où l'avantage qu'elle détient par rapport à la méthode déterministe.

Ces éléments d'aide à la décision ont nécessité des développements théoriques et pratiques empruntés ensuite à la tarification par exposition symbolisée par la méthode d'Exposer Rating. Celle-ci renvoie à la théorie moderne de la réassurance dont l'objectif est de répartir la prime de chaque police entre l'assureur direct et le réassureur en fonction du risque assumé par l'un et l'autre. L'utilisation des courbes dites d'exposition permet cette répartition. L'application des deux approches de tarification n'a pas été aisée. En effet, nous

avons été confrontés à plusieurs contraintes qui ont fortement ralenti et alourdi notre travail. La première difficulté était due au fait que notre base de données a nécessité beaucoup de temps pour sa réorganisation et son traitement de façon à ce qu'elle réponde aux besoins de notre étude. La deuxième difficulté réside dans l'inadéquation du cadre pratique pour implémenter des méthodes actuarielles nécessitant un système d'information organisé en réseau.

Pour mener à bien notre étude, nous avons opté dans une première étape pour l'application de la tarification par expérience et ceci à travers les deux méthodes déjà citée à savoir : La méthode de Burning Cost qui constitue une référence incontournable pour la perception du comportement statistique du traité non proportionnel. Cette tarification ne s'exprime pas sous la forme d'un montant absolu de prime, mais sous la forme d'un taux appelé 'taux pur' appliqué à une 'assiette' qui est généralement le montant de primes de la branche considérée perçue à la source par la cédante. Par ailleurs, nous avons constaté, après application de cette méthode, que, comme toute approche déterministe, elle est purement subjective et elle représente un réel frein pour le réassureur en cas d'absence de sinistres touchant la tranche non travaillante du traité car, sans la connaissance des montants de sinistres dépassant la priorité, les calculs du Burning Cost ne peuvent être effectués. Les résultats de cette méthode ne demeurent pas assez fiables.

Nous avons remarqué lors de la tarification par Burning Cost qu'il est important d'évaluer la fréquence des gros sinistres à partir du niveau des sinistres ayant affecté le portefeuille à réassurer. Ce qui nous a amené au traitement des méthodes stochastiques plus sophistiqués dont le modèle probabiliste de Pareto qui est utilisé sur la base de l'ajustement de la distribution des montants de sinistres. Cette méthode permet d'établir le rapport entre les montants et les fréquences de sinistres pour ensuite procéder à l'extrapolation de ces deux éléments sur l'année contractuelle. Ainsi, comparées à la méthode de Burning Cost, nous avons montré que les méthodes actuarielles permettent de compenser les effets de hasard au niveau de la sinistralité des dernières années, notamment pour les gros sinistres.

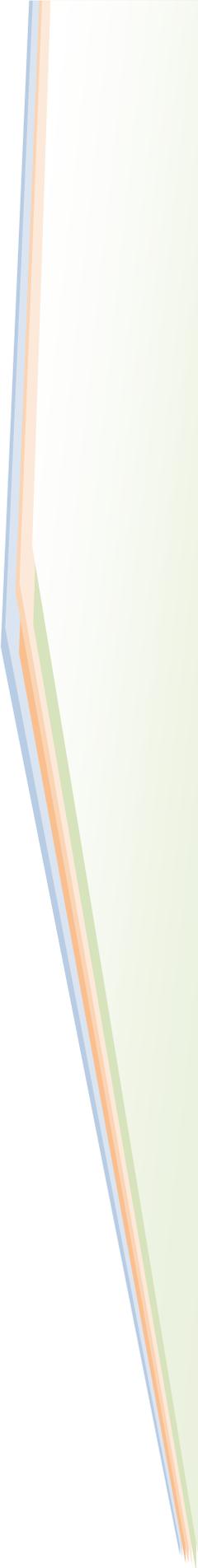
Pour le choix d'une prime optimale, nous avons utilisé une troisième méthode de tarification qui n'est pas basée sur l'expérience mais sur le profil du portefeuille souscrit à savoir la méthode d'Exposer Rating. Cette méthode repose uniquement sur des informations actuelles du portefeuille d'assurance cédé. Elle fait office d'une alternative intéressante lorsque l'actuaire ne dispose pas de données représentatives des sinistres pour effectuer une tarification basée sur l'expérience. Dans notre cas, la prime obtenue en appliquant la méthode 'Exposer Rating' sert comme référentiel de comparaison pour les résultats obtenus par les méthodes précédentes. L'application de cette méthode pourrait même être améliorée si la courbe d'exposition utilisée était celle de la CASH-Incendie ou au moins celle du marché algérien en lieu et place de la courbe 4Y de Swiss Re.

Enfin, notre travail nous a permis de mieux saisir la nécessité d'appliquer les techniques d'actuariat et d'essayer d'élargir nos connaissances théoriques dans le domaine de l'assurance en général et de la réassurance en particulier.

A cet effet, nous souhaitons que les points traités dans ce mémoire soient approfondies en vue d'enrichir nos compagnies d'assurance en favorisant l'utilisation des techniques actuarielles qui sont appelées à s'imposer et à se développer dans notre pays notamment :

- ✓ L'application de ces méthodes aux autres branches d'assurance ;
- ✓ L'optimisation du programme de réassurance en combinant diverses formes de traités.

L'utilisation de ces méthodes reste un outil capital pour le métier de réassurance.



BIBLIOGRAPHIE

Les ouvrages :

- ❖ Michel Denuit ; Arthur Charpentier ; « Mathématique de l'assurance non vie » ; Tome I; Economica ; 2004.
- ❖ MAURICE RAMEL ; « La réassurance Aspect Théorique et Pratique » ; Dulac et C^{ie} (édition II),1980.
- ❖ François Couilbault ; Constant Eliashberg ; « les grands principes de l'assurance » ; Edition L'argus de l'assurance 9^{ème} édition ; France ; 2009.
- ❖ Frédéric Morlaye ; « Risk management et Assurance » ; Edition Economica ; Paris ; 2006.
- ❖ Christian Partrat ; Jean-Luc Besson ; « Assurance non-vie Modélisation, Simulation » ; Edition Economica ; France ; 2005.
- ❖ Christian Partrat ; Jack Blondeau ; «la réassurance approche technique » ; Edition Economica ; France ; 2003.
- ❖ Jean-François WALHIN ; la réassurance ; 1^{ère} Edition Larcier ; France ; 2007.
- ❖ Jean-François Walhin ; « La réassurance » ; 2^{ème} Edition Larcier ; Bruxelles-Belgique ; 2012.
- ❖ Jacques BLONDEAU –Christian PARTRAT : La réassurance .approche technique.
- ❖ PATRICK LYONNET; La maintenance mathématiques et méthodes ; édition technique et documentation Lavoisier ; 1992
- ❖ La réassurance : aspects théoriques et pratiques Ramel, Maurice/ Rueff, Jacques (pref), Dulac et Cie, Paris, 1980, 2^{ème} édition, 1980.
- ❖ Marcel GROSSMANN ; manuel de réassurance ; l'argus ; France ; 1983.

Revues :

- ❖ SwissRe « introduction à la réassurance » ; 7^{ème} édition ; suisse ; 2003.
- ❖ Suisse Ré ; « le guide essentiel de la réassurance » ; suisse ; 2010.
- ❖ Swiss Re ; « The PARETO model in property reinsurance » ; 2009
- ❖ SWISS RE SIGMA ; Mars 2016.
- ❖ Revue n°1 ; problème de réassurance dans les pays en voie de développement.

- ❖ Véronique Partin ; « initiation à la réassurance » ; scor compus formation entreprise ; 2000.
- ❖ Hans schmitter ; Etablissement de rétentions de réassurance optimales ; Zurich ; 2005.
- ❖ Markus SCHMUTZ; Desining property reinsurance program the pragmatic approach; 1999.

Cours :

- ❖ Abdelaghani REHAL ; Cours de réassurance ; février 2012.
- ❖ Béchir ELLOUMI ; Cours module la Réassurance ; IFID ; Avril 2017.
- ❖ Wided Belhouchet ; Cours de « Traité en réassurance » ;

Colloque :

- ❖ METTE RY'r GAARD; Estimation of the Pareto Distribution; Astin fi New-York; 1989.
- ❖ M.BOURGHOUD Bilal; La réassurance technique et marché; Université Ferhat Abbas; 25-26 avril 2011.

Mémoire :

- ❖ Makram Ben Dbabis ; Modèles et méthodes actuarielles pour l'évaluation quantitative des risques en environnement Solvabilité II ; thèse de Doctorat ; Université de Paris Dauphine ; 2012.
- ❖ Mémoire-ISFA- ; Anselme Mirande ; juillet 2009.
- ❖ Mathieu Poulin ; Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance ; Centre d'Etudes Actuarielles; 2012.
- ❖ Yan CHEN ; détermination d'un programme de réassurance optimaux ; mémoire Paris Dauphine ; 2012

Article :

- ❖ BOUREGHOUD Bilal ; « la réassurance technique et marché » ; colloque international ; 25 avril 2011.
- ❖ Association des professionnels de la réassurance en France (apref) ; « réassurance et risque management » ; 2014.
- ❖ F. Glineur ; J.F. Walhin; de Finetti's Retention Problem for Proportional Reinsurance Revisited ; Université de Louvain ; Belgique ; 2005.

Site Web :

- ❖ www.cash-assurances.dz
- ❖ www.ffsa.com
- ❖ www.iais.com
- ❖ www.scor.com
- ❖ www.cna.dz



*LISTE DES ABREVIATION ET
GLOSSAIRE*

Liste des Abréviations

Abréviation	Intitulé
BC	Burning Cost
BCA	Burning Cost Annuel
BCM	Burning Cost Moyen
CAT-NAT	Catastrophe Naturelle
CAT-XL	Excédent de sinistres Catastrophique
CCR	Compagnie Centrale de Réassurance
CSA	Commission de Supervision des Assurances
M DZD	Millions de Dinars Algériens
Mds DZD	Milliards de Dinars Algérien
MUNICH RE	Munich Reinsurance
P	Prime
PC	Prime Commerciale
PP	Prime Pure
PR	Prime de Risque
RC	Responsabilité Civile
SAP	Sinistre à Payer
SMP	Sinistre Maximum Possible
S/P	Loss Ratio
Stop-Loss	Excédent de perte annuelle
Swiss RE	Swiss Reinsurance
VTA	Valeur Totale Assurée
WXL/E	Excédent de sinistre par Evénement
WXL/R	Excédent de sinistre par risque

Mots Clefs

Actuariat :

Calcul des probabilités et de la statistique appliqués au secteur de l'assurance, de la prévoyance sociale et de la finance.

Cat Layer (tranche non travaillante) :

C'est la tranche du risque rarement touché par les sinistres, c'est l'opposée d'une tranche travaillante.

Coassurance :

Opération par laquelle plusieurs assureurs garantissent un même risque. A la différence de la réassurance, la répartition du risque se fait au stade de la conclusion de contrat, et chacun des assureurs est responsable vis-à-vis de l'assuré.

Cession :

Opération par laquelle un assureur (la cédante) transfère une partie de son risque à un réassureur (cessionnaire).

Charge des sinistres :

Le total des versements effectués au titre de sinistres \mp variation des provisions pour sinistres à payer au cours d'un exercice donné.

Limite (Plafond) :

Montant haut de la tranche de réassurance à partir duquel le réassureur n'intervient plus sur un programme.

Portée :

C'est la partie max de la valeur assurée qui revient au réassureur (la partie cédée)

Prime acquise :

Fraction de la prime émise qui correspond à la durée courue pour un risque à la clôture de l'exercice considéré par rapport à la durée totale de la garantie ou la portion de la prime de réassurance qui est considéré par rapport à la durée totale de la garantie

Prime émise :

Prime figurant dans les comptes de l'assureur envoyée au réassureur.

Prime de réassurance :

Somme perçue par le réassureur en contre partie de la couverture d'un risque.

Priorité :

Niveau de la rétention déterminé à l'avance qui s'applique à la cédante avant intervention des réassureurs. *Syn* : franchise, rétention.

Réassurance :

Opération par laquelle un assureur s'assure lui-même auprès d'un tiers (le réassureur) pour une partie ou la totalité des risques qu'il a garantis, moyennant le paiement d'une prime.

Réassurance facultative :

Réassurance affaire par affaire, risque par risque les facultative sont les plus souvent souscrits pour de très grands risques. Cette réassurance peut être proportionnelle ou non proportionnelle.

Réassurance obligatoire :

Participation de réassureur à des portefeuilles entiers de l'assureur direct selon des modalités sur une base contractuelle.

Réassurance non-proportionnelle :

Engagement de réassureur de participer aux sinistres pour un montant maximum, préalablement arrêté, au-delà de la somme conservée par l'assureur (priorité) et moyennant une prime calculée globalement par le réassureur pour l'ensemble de portefeuille couvert. Ex. traité en Excédent de sinistres.



ANNEXES

ANNEXE 01 : Revalorisation et détermination de la charge de sinistres retenus

EN DA

Année	sinistres retenues	indice de revalorisation	sinistres indexés
2007	66 750 541,26	1,50	99 907 355,57
2008	155 616,26	1,43	221 893,06
	155 616,26	1,43	221 893,06
	34 907 764,20	1,43	49 774 945,42
	1 879 632,30	1,43	2 680 165,78
	829 091,82	1,43	1 182 201,18
	409 093,93	1,43	583 326,62
	960 282,17	1,43	1 369 265,36
	75 879,18	1,43	108 196,05
	75 879,18	1,43	108 196,05
	322 984,34	1,43	460 543,04
	322 984,34	1,43	460 543,04
	6 371 930,23	1,43	9 085 728,83
	864 915,63	1,43	1 233 282,32
	864 915,63	1,43	1 233 282,32
	128 970,42	1,43	183 898,80
	742 742,19	1,43	1 059 075,34
	742 742,19	1,43	1 059 075,34
	2 492 115,89	1,43	3 553 505,51
	132 445,06	1,43	188 853,28
	128 777,80	1,43	183 624,14
	128 777,80	1,43	183 624,14
	121 440,84	1,43	173 162,37
	93 932,40	1,43	133 938,11
	63 931 072,89	1,43	91 159 251,72
	327 533,16	1,43	467 029,19
	313 088,03	1,43	446 431,90
	161 315,27	1,43	230 019,27
	166 662,95	1,43	237 644,53
	209 930,09	1,43	299 339,10
	209 930,09	1,43	299 339,10
	136 100,08	1,43	194 064,97
	103 709,73	1,43	147 879,60
2009	119 664,29	1,36	162 919,49
	149 976,36	1,36	204 188,51
	552 069,31	1,36	751 626,51
	299 426,78	1,36	407 660,96

	91 640,50	1,36	124 765,91
	326 816,14	1,36	444 950,79
	34 273 829,71	1,36	46 662 835,10
	82 402,77	1,36	112 189,00
	100 859,34	1,36	137 317,10
	73 223,67	1,36	99 691,93
	86 541,99	1,36	117 824,43
	92 369,65	1,36	125 758,63
	74 157,87	1,36	100 963,82
	1 311 570,06	1,36	1 785 664,98
	122 117,55	1,36	166 259,54
	753 434,21	1,36	1 025 779,05
	90 620,56	1,36	123 377,29
	805 471,41	1,36	1 096 626,21
	463 175,74	1,36	630 600,48
	107 388,68	1,36	146 206,60
	125 827,47	1,36	171 310,49
	216 900,62	1,36	295 303,97
	137 722,44	1,36	187 505,15
	85 808,09	1,36	116 825,25
	395 950,89	1,36	539 075,77
	189 769,48	1,36	258 365,69
	163 660,89	1,36	222 819,60
	109 655,27	1,36	149 292,50
	566 942,81	1,36	771 876,36
	215 991,03	1,36	294 065,58
	76 521,68	1,36	104 182,06
	128 287,70	1,36	174 660,03
2010	5 681 342,53	1,30	7 400 596,83
	211 409,08	1,30	275 384,45
	205 983,38	1,30	268 316,86
	190 559,19	1,30	248 225,09
	132 611,62	1,30	172 741,77
	140 887,13	1,30	183 521,56
	275 901,03	1,30	359 392,57
	506 400,01	1,30	659 643,79
	69 512,52	1,30	90 547,98
	585 813,53	1,30	763 088,96
	77 589,21	1,30	101 068,80
	671 851,89	1,30	875 163,74
	179 077,53	1,30	233 268,91
	556 866,26	1,30	725 381,84
	82 509,31	1,30	107 477,78

	154 057,09	1,30	200 676,94
	100 276,60	1,30	130 621,72
	74 870,93	1,30	97 527,93
	74 870,93	1,30	97 527,93
	7 344 100,51	1,30	9 566 528,80
	6 087 345,08	1,30	7 929 461,46
	107 997,17	1,30	140 678,63
	143 978,60	1,30	187 548,55
	482 863,68	1,30	628 985,03
	235 774,72	1,30	307 123,48
	276 460,20	1,30	360 120,96
	1 376 877,73	1,30	1 793 540,32
2011	2 320 550,96	1,25	2 897 520,85
	848 489,82	1,25	1 059 453,98
	2 182 240,89	1,25	2 724 822,08
	968 273,99	1,25	1 209 020,67
	171 065,70	1,25	213 598,60
	506 774,80	1,25	632 776,69
	62 873,76	1,25	78 506,37
	119 777,75	1,25	149 558,67
	69 868,84	1,25	87 240,67
	100 439,65	1,25	125 412,46
	84 529,09	1,25	105 545,97
	263 088,32	1,25	328 501,25
	131 919,05	1,25	164 718,73
	350 758,84	1,25	437 969,73
	1 275 398,18	1,25	1 592 506,65
	70 158,00	1,25	87 601,72
	131 092,14	1,25	163 686,22
	80 668,64	1,25	100 725,68
	139 501,65	1,25	174 186,62
	110 195,05	1,25	137 593,38
	96 048,70	1,25	119 929,75
	136 137,85	1,25	169 986,47
	81 712,15	1,25	102 028,64
	316 259,65	1,25	394 892,82
	133 412,87	1,25	166 583,96
	332 100,06	1,25	414 671,71
	111 422,15	1,25	139 125,59
	163 945,92	1,25	204 708,60
	136 895,41	1,25	170 932,38
	66 163,59	1,25	82 614,17
	2 997 382,53	1,25	3 742 636,36

	159 832,44	1,25	199 572,35
	106 867,98	1,25	133 439,09
	3 142 882,12	1,25	3 924 312,22
	7 300 608,98	1,25	9 115 794,98
	96 683,60	1,25	120 722,52
	286 307,55	1,25	357 493,59
	286 307,55	1,25	357 493,59
	1 428 092,58	1,25	1 783 166,20
	2 068 808,66	1,25	2 583 186,64
	86 062,48	1,25	107 460,61
	79 820,37	1,25	99 666,50
	255 673,63	1,25	319 243,02
	92 526,82	1,25	115 532,21
	91 510,82	1,25	114 263,60
	145 056,41	1,25	181 122,49
	189 694,07	1,25	236 858,64
	358 943,90	1,25	448 189,87
	179 836,38	1,25	224 549,98
	148 947,72	1,25	185 981,31
	460 454,69	1,25	574 939,79
	5 611 850,09	1,25	7 007 151,73
	83 152,27	1,25	103 826,82
	197 670,97	1,25	246 818,86
	307 462,01	1,25	383 907,78
	2 358 747,66	1,25	2 945 214,59
	229 041,07	1,25	285 988,67
	311 616,43	1,25	389 095,14
	311 600,85	1,25	389 075,68
	287 686,45	1,25	359 215,34
	75 089,13	1,25	93 758,91
	150 126,64	1,25	187 453,36
	548 209,43	1,25	684 513,41
	374 187,17	1,25	467 223,15
	65 812,59	1,25	82 175,90
	220 682,83	1,25	275 552,28
	372 473,24	1,25	465 083,08
	815 360,68	1,25	1 018 087,78
	87 143,76	1,25	108 810,73
	83 016,67	1,25	103 657,51
2012	105 266,69	1,20	126 209,65
	105 266,69	1,20	126 209,65
	125 169,10	1,20	150 071,66
	66 290,56	1,20	79 479,16

	183 482,84	1,20	219 987,00
	339 928,75	1,20	407 558,03
	575 288,78	1,20	689 743,27
	242 421,50	1,20	290 651,58
	168 081,44	1,20	201 521,47
	71 090,56	1,20	85 234,12
	74 013,07	1,20	88 738,08
	1 424 653,18	1,20	1 708 089,87
	64 145,86	1,20	76 907,77
	108 320,14	1,20	129 870,58
	205 438,27	1,20	246 310,50
	450 254,30	1,20	539 833,00
	93 188,29	1,20	111 728,23
	101 461,69	1,20	121 647,63
2013	81 116,27	1,15	93 532,77
	246 446,18	1,15	284 169,79
	311 490,89	1,15	359 170,92
	152 971,63	1,15	176 387,05
	13 732 594,68	1,15	15 834 648,06
	332 821,54	1,15	383 766,66
	5 411 341,10	1,15	6 239 657,10
	430 140,75	1,15	495 982,56
	2 291 197,17	1,15	2 641 911,57
	85 793,36	1,15	98 925,78
	123 788,09	1,15	142 736,38
	500 056,14	1,15	576 599,92
	680 034,59	1,15	784 127,74
	113 125,58	1,15	130 441,75
	1 450 664,67	1,15	1 672 718,45
	199 837,55	1,15	230 426,76
	105 083,54	1,15	121 168,71
	11 515 240,70	1,15	13 277 882,88
	112 038,91	1,15	129 188,75
	179 807,82	1,15	207 331,07
	106 873,60	1,15	123 232,78
	95 597,65	1,15	110 230,82
	3 731 629,96	1,15	4 302 831,95
	101 944,64	1,15	117 549,34
	175 838,66	1,15	202 754,34
	69 064,86	1,15	79 636,65
	208 323,12	1,15	240 211,22
	254 559,81	1,15	293 525,37

	339 138,34	1,15	391 050,38
	205 842,04	1,15	237 350,36
	112 749,75	1,15	130 008,39
	282 838,38	1,15	326 132,55
	759 335,15	1,15	875 566,87
	103 277,04	1,15	119 085,70
	101 610,01	1,15	117 163,49
	299 664,20	1,15	345 533,92
	74 661,04	1,15	86 089,44
	110 750,48	1,15	127 703,10
	68 345,63	1,15	78 807,32
	204 117,94	1,15	235 362,35
	5 475 821,25	1,15	6 314 007,25
	112 092,01	1,15	129 249,97
	80 753,26	1,15	93 114,19
	141 487,58	1,15	163 145,14
	72 834,89	1,15	83 983,75
	135 054,27	1,15	155 727,07
	127 788,92	1,15	147 349,62
	135 054,27	1,15	155 727,07
	520 553,40	1,15	600 234,70
	171 205,60	1,15	197 412,10
	75 717,52	1,15	87 307,63
	1 561 807,48	1,15	1 800 873,94
	85 873,88	1,15	99 018,63
	358 571,01	1,15	413 457,60
	140 869,58	1,15	162 432,54
	68 345,63	1,15	78 807,32
	101 944,64	1,15	117 549,34
	112 092,01	1,15	129 249,97
	179 807,82	1,15	207 331,07
	3 731 629,96	1,15	4 302 831,95
2014	261 578,52	1,11	290 501,65
	98 559,09	1,11	109 456,91
	107 909,47	1,11	119 841,18
	102 934,54	1,11	114 316,16
	92 074,19	1,11	102 254,97
	76 256,72	1,11	84 688,54
	80 785,91	1,11	89 718,53
	710 906,11	1,11	789 512,05
	108 594,11	1,11	120 601,52
	731 348,22	1,11	812 214,47
	300 487,82	1,11	333 713,21

	146 384,64	1,11	162 570,61
	748 600,30	1,11	831 374,14
	5 273 998,04	1,11	5 857 151,78
	95 906,13	1,11	106 510,61
	102 534,39	1,11	113 871,77
	186 070,78	1,11	206 644,90
	139 903,63	1,11	155 372,98
	2 019 947,23	1,11	2 243 295,77
	182 462,64	1,11	202 637,80
	73 967,29	1,11	82 145,96
	1 013 897,34	1,11	1 126 005,46
	282 760,25	1,11	314 025,47
	118 834 678,75	1,11	131 974 404,44
	88 961,10	1,11	98 797,65
	112 799,43	1,11	125 271,83
	97 834,04	1,11	108 651,69
	173 627,93	1,11	192 826,23
	74 136,86	1,11	82 334,28
	156 607,93	1,11	173 924,30
	4 497 519,04	1,11	4 994 816,36
	160 311,49	1,11	178 037,37
	444 296,68	1,11	493 423,22
	799 656,35	1,11	888 075,53
	184 303,58	1,11	204 682,30
	192 858,34	1,11	214 182,98
	90 682,68	1,11	100 709,59
	356 988,90	1,11	396 461,69
	168 293,79	1,11	186 902,28
	157 669,27	1,11	175 102,99
2015	1 155 060,94	1,07	1 237 178,84
	158 929,01	1,07	170 227,91
	72 567,34	1,07	77 726,45
	89 392,17	1,07	95 747,42
	77 367,91	1,07	82 868,30
	67 561,31	1,07	72 364,52
	2 320 945,86	1,07	2 485 951,17
	373 535,43	1,07	400 091,55
	517 119,31	1,07	553 883,39
	111 343,69	1,07	119 259,55
	1 433 620,48	1,07	1 535 542,29
	77 012,05	1,07	82 487,15
	429 227,48	1,07	459 742,98
	92 145,67	1,07	98 696,68

	3 453 893,34	1,07	3 699 444,41
	342 106,32	1,07	366 428,02
	99 870,69	1,07	106 970,89
	131 105,82	1,07	140 426,65
	93 649,03	1,07	100 306,91
	2 237 506,11	1,07	2 396 579,36
	1 061 236,29	1,07	1 136 683,81
	366 167,12	1,07	392 199,40
	117 469,65	1,07	125 821,03
	63 653,96	1,07	68 179,37
	3 474 099,47	1,07	3 721 087,08
	617 330,04	1,07	661 218,49
	125 938,86	1,07	134 892,36
	104 633,74	1,07	112 072,57
	174 853,29	1,07	187 284,31
	195 504,49	1,07	209 403,68
	2 313 842,37	1,07	2 478 342,66
	1 503 273,48	1,07	1 610 147,19
	87 946,17	1,07	94 198,61
	3 035 698,22	1,07	3 251 518,13
	404 441,19	1,07	433 194,53
	157 837,25	1,07	169 058,53
	118 334,46	1,07	126 747,33
	101 980,39	1,07	109 230,58
	85 115,74	1,07	91 166,96
	139 182,25	1,07	149 077,27
	174 634,89	1,07	187 050,38
	76 093,69	1,07	81 503,49
	122 700,39	1,07	131 423,65
	97 430,92	1,07	104 357,67
	5 078 445,55	1,07	5 439 492,52
2016	339 598,81	1,03	351 256,15
	173 292,22	1,03	179 240,78
	91 798,60	1,03	94 949,76
	112 875,25	1,03	116 749,89
	4 129 485,46	1,03	4 271 237,42
	90 239,79	1,03	93 337,43
	2 126 162,10	1,03	2 199 146,40
	172 867,96	1,03	178 801,96
	74 803,99	1,03	77 371,77
	72 093,59	1,03	74 568,33
	114 650,31	1,03	118 585,89
	261 326,32	1,03	270 296,81

	825 420,32	1,03	853 754,34
	158 311,46	1,03	163 745,78
	86 883,45	1,03	89 865,88
	178 173,42	1,03	184 289,54
	83 325,09	1,03	86 185,37
	650 624,12	1,03	672 957,95
	205 737,41	1,03	212 799,72
	322 615,91	1,03	333 690,28
	141 799,78	1,03	146 667,32
	315 505,38	1,03	326 335,66
	427 153,03	1,03	441 815,82
	530 144,50	1,03	548 342,66
	364 256,33	1,03	376 760,08
	104 796,47	1,03	108 393,79
	85 777,36	1,03	88 721,82
	569 694,45	1,03	589 250,23
	181 124,71	1,03	187 342,14
	65 412,13	1,03	67 657,52
	80 992,39	1,03	83 772,59
	106 348,89	1,03	109 999,50
	197 129,16	1,03	203 895,97
	57 957,97	1,03	59 947,48
	552 241,62	1,03	571 198,29
	124 420,44	1,03	128 691,40
	107 410,22	1,03	111 097,27
	77 696,15	1,03	80 363,20
	106 225,50	1,03	109 871,88
	66 511,48	1,03	68 794,60
	186 989,38	1,03	193 408,13
	497 822,20	1,03	514 910,83
	746 647,42	1,03	772 277,42
	113 636,61	1,03	117 537,38
	80 017,17	1,03	82 763,90
	95 232,09	1,03	98 501,11
	99 720,03	1,03	103 143,09
	117 282,98	1,03	121 308,93
	145 881,81	1,03	150 889,46
	84 948,18	1,03	87 864,18
	207 596,22	1,03	214 722,33
	195 168,78	1,03	201 868,30
	269 838,44	1,03	279 101,13
	87 562,34	1,03	90 568,07
	87 562,34	1,03	90 568,07

	75 183,98	1,03	77 764,80
	79 576,57	1,03	82 308,18
	122 986,59	1,03	127 208,32
	68 800,57	1,03	71 162,28
	249 344,28	1,03	257 903,47
	219 518,00	1,03	227 053,34
2017	154 860,02	1,00	154 860,02
	92 390,69	1,00	92 390,69
	203 133,20	1,00	203 133,20
	4 033 724,27	1,00	4 033 724,27
	675 782,72	1,00	675 782,72
	72 448,22	1,00	72 448,22
	87 859,02	1,00	87 859,02
	332 068,02	1,00	332 068,02
	9 980 582,52	1,00	9 980 582,52
	212 229,00	1,00	212 229,00
	261 122,95	1,00	261 122,95
	187 920,00	1,00	187 920,00
	121 233,39	1,00	121 233,39
	1 622 280,15	1,00	1 622 280,15
	57 067,77	1,00	57 067,77
	252 760,40	1,00	252 760,40
	52 759,50	1,00	52 759,50
	346 405,64	1,00	346 405,64
	78 713,55	1,00	78 713,55
	78 912,96	1,00	78 912,96
	212 513,94	1,00	212 513,94
	51 899,01	1,00	51 899,01
	488 171,59	1,00	488 171,59
	70 646,14	1,00	70 646,14
	81 294,70	1,00	81 294,70
	58 810,70	1,00	58 810,70
	51 218,21	1,00	51 218,21
	173 791,31	1,00	173 791,31

Source : Elaboré par nos soins en se référant aux documents interne de la CASH

ANNEXE N°02 : Sinistre à la charge de l'XS

DZD

Année	sinistre revalorisé	Sinistres dépassant la priorité
2007	99 907 377,21	92 407 377,21
2008	143 561 826,59	136 061 826,59
2009	3 562 975,85	-
	7 960 349,12	460 349,12
	4 475 769,62	-
	7 493 842,38	-
	12 342 808,03	4 842 808,03
2010	15 820 410,24	8 320 410,24
	2 922 706,90	-
2011	6 361 515,95	-
	2 708 038,89	-
2012	1 508 387,01	-
	13 678 136,13	6 178 136,13
	8 718 910,31	1 218 910,31
2013	2 599 179,45	-
	5 475 821,25	-
	3 679 580,73	-
	108 036 535,26	100 536 535,26
	123 382 195,87	115 882 195,87
	8 417 923,01	917 923,01
2014	5 266 174,77	-
	2 001 978,27	-
	3 668 144,97	-
	3 957 803,89	-
2015	10 690 142,00	3 190 142,00
	5 078 445,55	-
2017	145 722 825,00	138 222 825,00

Source : *Elaboré par nos soins en se référant aux données de la CASH*

ANNEXE N° 03 : Calcul de $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$ (1^{ère} option : 50 000 000 XS 7 500 000)

En DA

année	sinistre revalorisé	X ₀	Sinistres à la charge de L'XS	$\ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$
2007	99 907 377,21	5 000 000,00	92 407 377,21	2,916768903
2008	143 561 826,59		136 061 826,59	3,303671477
2009	3 562 975,85		-	
	7 960 349,12		460 349,12	-2,385208035
	4 475 769,62		-	
	7 493 842,38		-	
	12 342 808,03		4 842 808,03	-0,031943188
2010	15 820 410,24		8 320 410,24	0,509273649
	2 922 706,90		-	
2011	6 361 515,95		-	
	2 708 038,89		-	
2012	1 508 387,01		-	
	13 678 136,13		6 178 136,13	0,211578717
	8 718 910,31		1 218 910,31	-1,411480645
2013	2 599 179,45		-	
	5 475 821,25		-	
	3 679 580,73		-	
	108 036 535,26		100 536 535,26	3,001083284
	123 382 195,87		115 882 195,87	3,14313621
	8 417 923,01		917 923,01	-1,695079666
2014	5 266 174,77		-	
	2 001 978,27		-	
	3 668 144,97		-	
	3 957 803,89		-	
2015	10 690 142,00		3 190 142,00	-0,449372483
	5 078 445,55		-	
2017	145 722 825,00		138 222 825,00	3,319429144
			$\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$	10,43185737

Source : Elaboré par nos soins en se référant aux données de la CASH

ANNEXE N°04 : Table KHI-DEUX

α n	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,5	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,45	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82
3	0,02	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27
4	0,09	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47
5	0,21	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,51
6	0,38	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	5,35	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	0,60	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32
8	0,86	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12
9	1,15	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	8,34	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	1,48	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59
11	1,83	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	10,34	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	31,26
12	2,21	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	11,34	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91
13	2,62	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	12,34	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53
14	3,04	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	13,34	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12
15	3,48	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	14,34	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70
16	3,94	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	15,34	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25
17	4,42	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	16,34	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79
18	4,90	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	17,34	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31
19	5,41	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	18,34	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82
20	5,92	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31
21	6,45	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	20,34	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80
22	6,98	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	21,34	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27
23	7,53	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	22,34	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73
24	8,08	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	23,34	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18
25	8,65	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	24,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62
26	9,22	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	25,34	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05
27	9,80	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	26,34	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	55,48
28	10,39	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	27,34	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89
29	10,99	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	28,34	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30
30	11,59	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70
31	12,20	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	30,34	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	61,10
32	12,81	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	31,34	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	62,49
33	13,43	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	32,34	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	63,87
34	14,06	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	33,34	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	65,25
35	14,69	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	34,34	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	66,62

ANNEXE N°05 : calcul de $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$ pour l'option (50 000 000 XS 7 500 000)

EN DZ

année	sinistre revalorisé	x_0	Sinistre à charge de l'XS	$\ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$
2007	99 907 377,21	50 000 000,00	49 907 377,21	-0,001854174
2008	143 561 826,59		93 561 826,59	0,626599459
2009	3 562 975,85		-	
	7 960 349,12		-	
	4 475 769,62		-	
	7 493 842,38		-	
	12 342 808,03		-	
2010	15 820 410,24		-	
	2 922 706,90		-	
2011	6 361 515,95		-	
	2 708 038,89		-	
2012	1 508 387,01		-	
	13 678 136,13		-	
	8 718 910,31		-	
2013	2 599 179,45		-	
	5 475 821,25		-	
	3 679 580,73		-	
	108 036 535,26		58 036 535,26	0,149049725
	123 382 195,87		73 382 195,87	0,383658338
	8 417 923,01		-	
2014	5 266 174,77		-	
	2 001 978,27		-	
	3 668 144,97		-	
	3 957 803,89		-	
2015	10 690 142,00		-	
	5 078 445,55		-	
2017	145 722 825,00		95 722 825,00	0,64943377
			$\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$	1,806887119

Source : Elaboré par nos soins en se référant aux données de la CASH