

# SOMMAIRE

<b><u>INTRODUCTION GENERALE</u></b> .....	1
<b><u>CHAPITRE I : LA REASSURANCE EN TANT QU'OUTIL DE MANAGEMENT DE RISQUES</u></b>	
<b>Section 1 : Techniques de couverture en réassurance</b> .....	5
1. Définition et genèse de la réassurance : .....	5
2. Nature et formes classiques de la réassurance : .....	6
3. Les innovations dans les formules de réassurance .....	14
<b>Section 2 : Réalité du marché international de la réassurance</b> .....	16
1. Solvabilité II et la réassurance .....	16
1.1 Présentation .....	16
1.2 L'impact de solvabilité II sur la réassurance .....	19
1.3 L'impact de solvabilité II sur le marché algérien : .....	20
2. Conjoncture actuelle du marché de la réassurance .....	23
<b>Section 3 : Le marché algérien de la réassurance</b> .....	28
1. Historique de la réassurance en Algérie .....	28
2. Cadre réglementaire de la réassurance en Algérie .....	29
3. Réalités économiques du marché algérien de la réassurance .....	30
<b><u>CHAPITRE II:LA CONCEPTION D'UN PROGRAMME DE REASSURANCE</u></b>	
<b>Section 1 : Notions de base pour la modélisation d'un programme de réassurance</b> .....	34
1. Un programme de réassurance : pourquoi faire ? .....	34

2. La rétention .....	37
<b>Section 2 : Les outils de fixation d'un seuil de rétention optimal .....</b>	<b>39</b>
1. Les méthodes empiriques.....	39
2. Les méthodes actuarielles : .....	42
<b>Section 3 : Description du modèle retenu .....</b>	<b>54</b>
1. La justification des choix retenu .....	54
2. Présentation du modèle retenu .....	55
<b><u>CHAPITRE III: ETUDE DE CAS PRATIQUE</u></b>	
<b>Section 1 : Présentation de la structure d'accueil .....</b>	<b>60</b>
1. Présentation de la CASH .....	60
2. La CASH au sein du marché.....	61
3. Activité technique de la CASH.....	62
4. Politique de réassurance de la CASH .....	64
<b>Section 2 : Présentation du portefeuille à étudier .....</b>	<b>69</b>
1. La structure du portefeuille incendie de la cash .....	69
2. La constitution de la base de données.....	70
3. Analyse descriptive du portefeuille .....	70
<b>Section 3 : Détermination d'un seuil de rétention optimal .....</b>	<b>74</b>
1. Rappel du modèle retenu .....	74
2. Hypothèse du modèle .....	75
3. Présentation du logiciel R .....	75
4. Modélisation de la charge de sinistre .....	77
5. Détermination du seuil de rétention par la méthode de <b>DE FINETTI</b> .....	82
6. Le choix du portefeuille optimal .....	86
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>92</b>

# Remerciement

*Je tiens d'abord à exprimer ma profonde gratitude et mes vifs remerciements à **Mr BENALLEGUE Abdelhak**, Président Directeur Général de la CASH.*

*Je remercie également mon encadrant **Mr ELLOUMI Bachir**, pour sa gentillesse, ses conseils et sa disponibilité.*

*Je tiens à remercier aussi, **Mme MOUSSI Amina**, pour ses conseils judicieux qui ont assuré le bon déroulement de ce travail.*

*En fin, je remercie le personnel de la compagnie d'assurance « CASH » particulièrement ceux de la direction « Réassurance » et « Régionale Est » qui m'ont aidée par leur savoir, savoir faire et expérience. Je cite : **Mr YHIAOUI Mohamed**, Directeur Régional Est, ainsi que **Mr HADJI**, Chef de Département Production.*

# Dédicaces

*J'aimerais dédier ce modeste travail*

*A celle qui m'a transmis la vie, l'amour, le courage, à toi chère  
maman toutes mes joies, mon amour et ma reconnaissance.*

*A mon cher papa pour tous les sacrifices déployés pour m'élever  
dignement et assurer mon éducation dans les meilleures conditions.*

*A l'amour de ma vie mon cher mari « Djameleddine » pour son  
aide, son soutien, son encouragement et sa compréhension*

*A mes meilleurs amis pour leur aide, leur temps et leur  
assistance.*

***A la fraternité Algero-Tunisienne***

### LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Quote part 30 % .....	8
Figure 2 : Excédent de plein : 2 pleins de 20 .....	9
Figure 3 : Excédent de sinistre : 15 XS 5 .....	10
FIGURE 4 : LES TROIS PILIERS DE SOLVABILITE II.....	19
Figure 5 : Les primes encaissées (1990-2014) .....	24
Figure 6 : Le taux de cession en 2014.....	25
Figure 7 : Evolution du ratio combiné (2000-2014) .....	25
Figure 8 : Concentration du marché de la réassurance.....	26
Figure 9 : Evolution de l index mondial des tarifications de couvertures réassurance catastrophe (1990-2015).....	28
Figure 10: Répartition du portefeuille CCR par zone de souscription .....	31
Figure 11 : Evolution cession /production entre 2004 et 2012 .....	32
Figure 12:Les actionnaires de la CASH .....	60
Figure 13 : Classement de la CASH 2014 par branche (en millions Da).....	62
Figure 14 : Evolution des primes émises (en Mds Da) (2010-2014) .....	63
Figure 15 : Les déclarations de sinistres par nombre et par montant.....	63
Figure 16 : le montant de règlement en MDS Da .....	64
Figure 17: Les partenaires de la CASH en matière de réassurance 2014 .....	65
Figure 18 :SAP à charge des réassureurs .....	68
Figure 19 :Structure du portefeuille incendie.....	69
Figure 20 : Répartition des valeurs assurée en millions Da .....	71
Figure 21:Répartition des polices par fréquence de sinistre .....	72
Figure 22 : Répartition du ratio dommage .....	73
Figure 23 : La fonction de densité de probabilité du nombre de sinistre .....	80
Figure 24 : Frontières Optimales.....	86



### LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Parts de marché de la CASH (2013-2014) .....	61
Tableau 2: Evolution des primes cédées/taux de cession par branche (Millions Da) .....	66
Tableau 3 : Structure de cession par nature de réassurance (Millions Da) .....	66
Tableau 4 : Commissions de réassurance par mode de cession (Millions Da) .....	67
Tableau 5 : Différents niveaux de rétention appliquée par la CASH 2015 .....	68
Tableau 6 : Statistique descriptive de la valeur totale assurée .....	71
Tableau 7 : Statistique descriptive de la fréquence de sinistre .....	72
Tableau 8 : Caractéristiques statistiques du ratio dommage .....	73
Tableau 9: Résultats du critère AIC sous R .....	79
Tableau 10 : Estimation de l'espérance et la variance du nombre de sinistre .....	79
Tableau 11: Les résultats de AIC sous R .....	81
Tableau 12 Estimation de l'espérance et la variance du taux de dommage .....	81
Tableau 13 Détermination de l'espérance et la variance de la sinistralité .....	82
Tableau 14: Les résultats de l'application de la méthode De Finetti .....	85
Tableau 15 : Détermination du NSR pour l'excédent de plein .....	89
Tableau 16 : Détermination du NSR pour le quote part .....	89
Tableau 17: Résultats de calcul du RAROC pour le quote part .....	90
Tableau 18 : Résultats de calcul de RORAC pour l'excédent de plein .....	90

# IINTRODUCTION GENERALE

Le capital est une ressource rare, il fait parti des facteurs de production d'une entreprise dans l'assurance comme dans le reste de l'économie. Sa gestion demeure indispensable et fait partie des missions de la direction de la compagnie. Cette ressource doit être allouée de la façon la plus intelligente possible dont le but est le développement de l'activité ainsi que la protection contre le risque de ruine.

Le rôle du capital, dans les compagnies d'assurances, diffère selon les acteurs. Pour les preneurs d'assurance et les régulateurs, ce capital est le garant du paiement des sinistres qui dépassent les prévisions. Pour les agences de notations, il représente la valeur monétaire d'une entreprise permettant de calculer sa solvabilité et son degré de risque. Enfin, pour les actionnaires ce capital devrait procurer un taux de rentabilité minimum qu'on appelle « cout de capital ».

La gestion de capital détermine le degré de performance à moyen terme des sociétés d'assurances. Elle est à l'interface de ces trois enjeux : la solvabilité, la rentabilité des fonds propres et la croissance du chiffre d'affaires.

La mise en place de Solvabilité II en Europe, qui s'imposera à nous tôt au tard, représente une transformation de l'entreprise d'assurance qui aura un impact aussi bien sur son modèle d'organisation, son système d'information que sur sa stratégie. En effet, le nouvel environnement réglementaire bouleverse notamment les exigences de capitaux pour les organismes assureurs. C'est pourquoi il est important pour ces acteurs de l'assurance de définir leur posture à adopter face à Solvabilité II afin d'optimiser leur compétitivité. Une des premières mesures peut être d'adapter sa stratégie de réassurance puisque dans ce contexte, la réassurance devient, plus encore qu'auparavant, un puissant outil de « Capital management ».

## INTRODUCTION GENERALE

---

En effet, la réassurance présente l'instrument le plus important et le plus utilisé en terme de gestion de risque et de capital dans une compagnie d'assurance. La réassurance est considérée comme étant un instrument traditionnel connu de plus de 300 ans, permettant de fournir aux assureurs une capacité supplémentaire afin de rendre assurables la plupart des risques. Elle est la seule technique qui conserve les spécificités de l'activité d'assurance permettant ainsi aux cédantes une mutualisation et une dispersion des risques en faisant jouer la loi des grands nombres. De ce fait, une gestion inadéquate de la réassurance aura des conséquences néfastes sur la solidité financière de l'assureur.

Chaque compagnie doit donc être capable d'évaluer pour chaque branche d'assurance, ses besoins en réassurance avec exactitude en déterminant les niveaux de rétentions et le type de couverture qui lui convient, du point de vue tant quantitatif que qualitatif. Ce genre d'activité, dénommé « programme de la réassurance », est d'une importance primordiale pour toute compagnie d'assurance qui désire développer ses activités, équilibrer son portefeuille et stabiliser ses bénéfices. En effet le but essentiel de toute politique en matière de conservation globale des risques est d'éviter une fluctuation excessive des résultats annuels de la compagnie, ou plutôt de faire en sorte que cette fluctuation ne dépasse pas certaines limites que la compagnie considère comme admissibles. Bien entendu, chaque compagnie pourra juger différemment de ce qui constitue une fluctuation admissible. Sa décision sur ce point dépendra de sa capacité financière, de son attitude générale en affaires (conservatrice ou dynamique) et de bien d'autres facteurs.

A ce titre, en transférant une partie de son risque, la cédante transfère également une partie de son profit, le choix qui se présente à la cédante est donc le suivant : soit, céder une portion importante des primes et réduire la volatilité mais entraînant une baisse des profits, ou bien céder une portion plus faible des primes en conservant plus de profits avec une forte volatilité.

La difficulté pour une compagnie d'assurance de choisir la meilleure structure de réassurance est connue, quelque soit la branche concernée. Ces structures de réassurance doivent être mesurées non seulement sur une trajectoire standard, mais également selon des scénarios de chocs, ce qui nécessite un professionnalisme de plus en plus poussé afin de pouvoir déterminer le niveau optimal de la rétention (le plus favorable possible).

## INTRODUCTION GENERALE

---

En effet, un niveau surévalué de la rétention peut entraîner des fluctuations dépassant la marge de tolérance, dans le cas contraire la compagnie aura un recours massif à la réassurance pour plus de sécurité, donc une bonne partie de ses fonds propres restent inutilisés.

Malheureusement, dans beaucoup de pays en voie de développement, notamment en Algérie, les compagnies d'assurance nationales ne réussissent guère à fixer la rétention à sa juste valeur, ces dernières déterminent son niveau le plus souvent de manière plutôt aléatoire, recourant à l'expérience des managers. Au niveau de la Compagnie d'Assurance des Hydrocarbures (CASH), la rétention est déterminée empiriquement en recourant à l'analyse des ratios financiers.

Conscients de l'importance de la fixation du niveau de cette rétention en recourant à l'outil mathématique, les responsables de la Compagnie d'Assurances des Hydrocarbures (CASH), m'ont confié, dans le cadre de l'élaboration de ce mémoire, l'étude de méthodes de calcul du niveau de la rétention optimale faisant appel aux techniques actuarielles et proposer celle qui convient le mieux à la CASH afin de connaître l'intérêt de ces techniques et d'en déduire les progrès et les avantages qu'ils apportent par rapport à la méthode des ratios financiers.

Notre problématique consiste donc à examiner la possibilité de concevoir une stratégie de réassurance optimale par un modèle actuarielle pour un portefeuille « Incendie ». Celle que nous préconisons, présente l'objectif de maintenir un niveau de fluctuation du résultat (modèle Moyenne-Variance) en adéquation avec les exigences de la rémunération des fonds propres investis (**RORAC**).

Cette problématique ne saurait être développée sans prendre le soin d'apporter quelques éléments de réponses aux interrogations suivantes :

- ✓ **Qu'est-ce que la réassurance ?**
- ✓ **Quel est son cadre législatif et règlementaire ?**
- ✓ **Comment élaborer un programme de réassurance ?**
- ✓ **En quoi consistent la rétention et ses méthodes de détermination ?**
- ✓ **Quel est le niveau de rétention qui permet à la CASH de maximiser sa rentabilité des fonds propres ?**

## INTRODUCTION GENERALE

---

✓ **Quel niveau de rétention permet à la compagnie d'assurance d'avoir une espérance de résultat et une volatilité de ce résultat conformes à la rémunération des fonds propres attendue par l'actionnaire ?**

Pour apporter des éléments de réponses à ses interrogations, nous avons, d'une part, opté pour l'application de la méthode **moyenne-variance** de **De Finetti**. Cette méthode examine, sous la contrainte du gain espéré, la possibilité de la minimisation de la volatilité du résultat de la cédante après réassurance. D'autre part et afin de répondre aux préoccupations de performances financières de la compagnie, nous avons complété notre étude par l'examen du double impact du niveau de rétention optimal sur les fluctuations des résultats et sur le niveau du capital à détenir par l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements ainsi que la rentabilité des capitaux propres investis.

Ceci dit, notre travail est subdivisé en trois chapitres. Nous examinerons en premier les aspects théoriques et pratiques de la réassurance à savoir, la réassurance et son fonctionnement, ses différentes formes et objectifs et enfin le marché international et national de la réassurance.

Nous poursuivrons, dans un deuxième chapitre, par l'exposé de deux méthodes de calcul du niveau de rétention optimal à savoir la méthode empirique et les méthodes actuarielles, mais avant nous présenterons un aperçu général sur la notion de la rétention en assurance ainsi que sur l'élaboration d'un programme de réassurance qui constituent pour l'assureur des éléments pour définir une stratégie de gestion des risques.

Enfin, dans un troisième chapitre nous développerons notre application pratique à l'aide de données d'un portefeuille risque incendie de la CASH.

# Chapitre I

## La réassurance en tant qu'un outil de management des risques

La réassurance est une activité qui occupe une place importante dans l'économie. Il s'agit d'une industrie transnationale sans laquelle un système d'assurance ne serait existé. A fin d'explicitier son mécanisme ainsi que son importance à l'échelle national et international nous avons subdivisé ce chapitre en trois sections :

La première section sera consacrée aux différentes techniques de couverture de réassurance classiques et nouvelles, la deuxième section sera consacrée au marché international de la réassurance et en fin dans la troisième section nous exposerons le marché algérien de la réassurance.

### SECTION 1 : TECHNIQUES DE COUVERTURE EN REASSURANCE ENTRE FORMULES CLASSIQUES ET INNOVATION FINANCIERE

#### 1. DEFINITION ET GENESE DE LA REASSURANCE

##### 1.1 Définition

La réassurance est une technique par laquelle une société, **le réassureur**, s'engage à garantir une société d'assurance, **la cédante**, contre tout ou partie du ou des risques qu'elle a souscrits aux termes d'une ou plusieurs polices d'assurance. Par ailleurs, un réassureur peut céder à **son tour à d'autres réassureurs** (appelés rétrocessionnaires) une partie des risques en question.

## 1.2 Genèse de la réassurance

Ce sont les marchands d'Italie du Nord qui, aux XIV<sup>ème</sup> et XV<sup>ème</sup> siècles, ont conçu les premières assurances. Elle s'est ensuite propagée aux Pays-Bas et à l'Angleterre.

Les concepts d'assurance et de réassurance sont apparus avec le commerce maritime, puis ils ont été développés avec l'apparition de l'assurance incendie, qui a été considérée comme étant la deuxième grande étape vécue par l'histoire de l'assurance.

Bien que le plus ancien contrat ayant les caractéristiques d'un traité de réassurance ait été conclu à Gènes en 1370, la première société de réassurance professionnelle "La KOLNISCHE RUCK" a été créée suite à l'incendie de Hambourg en 1842. Vu l'ampleur de ce sinistre, l'idée que les risques devraient être supportés par plusieurs assureurs a été instaurée.

La réassurance était perçue comme le propre d'une communauté internationale très fermée, dans laquelle chacun se connaissait et se faisait confiance, sans jamais entrer en affaires avec des inconnus.

De nos jours, ce cercle fermé s'est ouvert au monde extérieur. La diversité et la complexité des risques sont en effet devenues de plus en plus difficile d'en évaluer l'ampleur. L'accent s'est dès lors déplacé d'une confiance mutuelle quasi inconditionnelle vers une évaluation du risque techniquement très poussée.

## 2. NATURE ET FORMES CLASSIQUES DE LA REASSURANCE :

On distingue plusieurs branches de réassurance (Vie, Non Vie, etc.) qui se découpent en trois modes (**Conventionnelle, Facultatifs ou Fac-ob**), ainsi qu'en plusieurs types de contrats de réassurance (**Quote Part, Excédent de Plein, Excédent de Sinistre et Excédent de perte**).

### 2.1 Les modes de la réassurance

#### 2.1.1 La réassurance conventionnelle

Appelée, aussi, réassurance obligatoire ou encore réassurance par traité, elle porte sur une multitude de risques ou bien l'ensemble des souscriptions dans une branche d'assurance.

Le traité de réassurance est une convention établie entre deux parties, l'assureur et le réassureur, à travers laquelle l'assureur s'engage à céder systématiquement tous les risques

explicitement mentionnés dans le traité de réassurance selon les proportions convenues contractuellement, quant au réassureur, il est tenu d'accepter ces participations aux risques.

### **2.1.2 La réassurance facultative**

La réassurance facultative permet de réassurer des risques individuels en donnant à l'assureur direct la faculté de céder ou non une partie du risque qu'il a souscrit et au réassureur d'accepter ou de refuser cette cession.

Elle est le plus souvent utilisée par les assureurs directs comme complément à la réassurance obligatoire pour couvrir des risques supplémentaires dépassant la capacité de traité, des risques exclus du champ d'application des traités, des risques de pointe ou bien des risques présentant une certaine aggravation.

La réassurance en Facultative ne couvre qu'un ou quelques risques sélectionnés. Elle réclame donc une expertise plus importante.

### **2.1.3 La réassurance facultative-obligatoire (ou Fac-ob) ou Open cover**

C'est une réassurance facultative pour la cédante et obligatoire pour le réassureur au cas de son utilisation.

C'est une facilité qui permettra d'éviter le recours fréquent à la réassurance facultative dont le coût de gestion est élevé et la réalisation de l'affaire est subordonnée à la confirmation des réassureurs.

## **2.2 Les formes de la réassurance**

### **2.2.1 La réassurance proportionnelle**

La réassurance est dite proportionnelle lorsque les sinistres payés par le réassureur sont proportionnels aux primes qu'il a perçu. Le sort de la cédante est alors très lié à celui de son réassureur.

La réassurance proportionnelle s'articule autour de deux grands systèmes à savoir la réassurance en quote-part et la réassurance en excédent de plein.

- **La réassurance en quote part (Quota Share)**

Les traités en quote part se caractérisent par un taux de cession constant à travers toutes les polices, par conséquent les sinistres, les recours ainsi que tous les frais techniques seront partagés selon ce taux, entre l'assureur et le réassureur.

Le traité fixe aussi le plein, c'est-à-dire la limite maximale admise par le réassureur.

Le plein est exprimé par risque avec la précision de la base de la cession (sommes assurées / sinistre maximum probable).

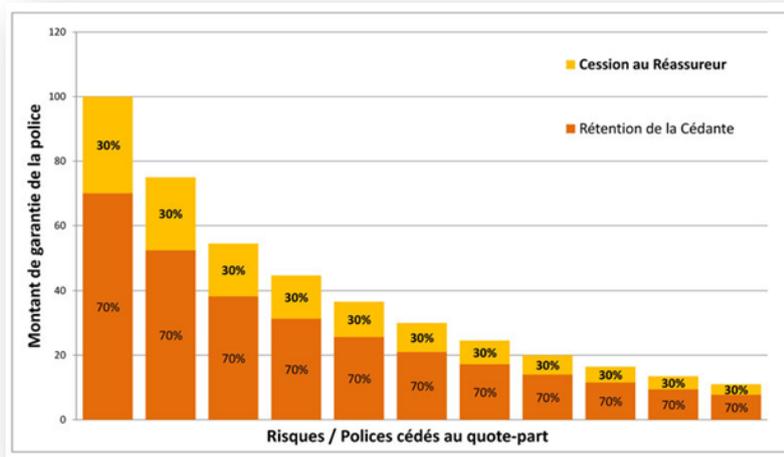


Figure 1 : Quote part 30 %

Formellement, la charge du réassureur sur un traité quote part avec un taux de cession  $\alpha$  et une charge de sinistres  $X$  est tout simplement :  $\alpha X$ .

- **Le traité excédent de plein (surplus)**

À l'inverse des traités Quote Part, les Surplus (SP) ont un taux de cession différent pour chaque risque/police, fonction du montant de garantie de chaque police, du plein de rétention et de la capacité du traité.

Le plein de rétention correspond à un montant fixe que la cédante conserve à sa charge sur chaque risque. La capacité du traité correspond au montant maximum cédé au réassureur par risque. Elle est en général exprimée en nombre de pleins de rétention.

Le calcul du taux de cession par police se fait de la manière suivante :

En notant  $R$  le plein de rétention,  $C$  la capacité du traité et  $S_i$  le montant de garantie de la police  $i$ , le taux de cession de la police  $i$  est égal à :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } S_i \leq R \\ \frac{S_i - R}{S_i} & \text{si } 0 < S_i - R < C \\ \frac{C}{S_i} & \text{si } S_i - R > C \end{array} \right.$$

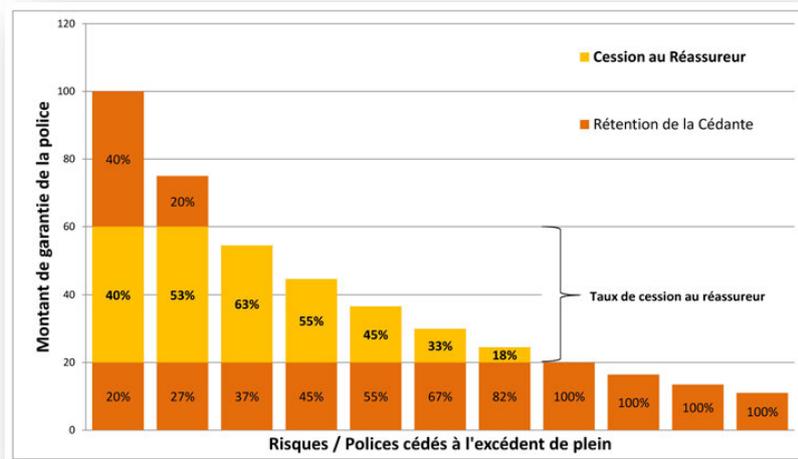


Figure 2 : Excédent de plein : 2 pleins de 20

Une fois ces taux de cession par police calculés, l'excédent de plein fonctionne comme une quote part par police.

Si l'on considère l'exemple de la première police du diagramme ci-dessus, la cédante versera au réassureur 40% des primes de cette police et le réassureur paiera à son tour 40% des sinistres touchant cette police.

### 2.2.2 La réassurance non proportionnelle

En non-proportionnel, le réassureur intervient à partir d'un certain seuil appelé la priorité et son engagement est limité à ce qu'on appelle la portée.

La réassurance non-proportionnelle protège ainsi les risques de sévérité et l'intervention du réassureur n'est en rien proportionnelle au portefeuille cédé. L'étude des résultats des exercices antérieurs permettra au réassureur de fixer le prix de sa couverture. Dans la pratique, la cédante paie une prime provisionnelle qui est sujette à ajustement en fin d'exercice.

On distingue deux types de traités non proportionnels : traités en excédent de sinistre (Excess of loss) et traités en excédent de perte (Stop loss).

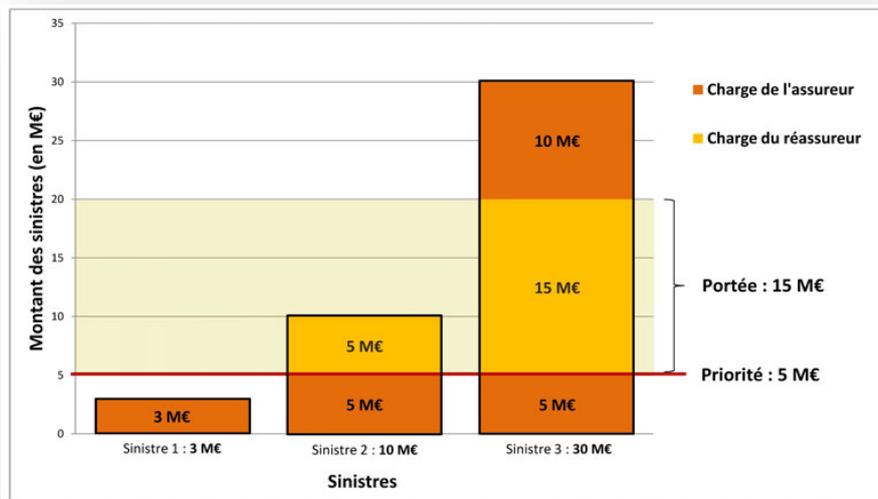
#### • Le traité en excédant de sinistre (Excess of loss (XS))

Dans un traité Excess of loss, la priorité et la portée sont exprimées en montant de sinistre. Par convention et pour simplifier l'écriture un XS est noté : **portée XS priorité**.

Une première couverture en excédant de sinistre peut être suivie par une deuxième qui ne fonctionne que pour la portion dépassant la portée de la première couverture.

Il existe deux formes de traité en excédant de sinistres: le traité en excédant de sinistres par risque et le traité en excédant de sinistre par événement.

Le diagramme ci-dessous montre l'exemple d'un 15 M €XS 5M € c'est-à-dire un XS de priorité 5 M € et de portée 15M€ pour différents montants de sinistres.



**Figure 3 : Excédent de sinistre : 15 XS 5**

L'excédent de sinistre présente de nombreux avantages pour la cédante :

- ✓ Diminution considérable des frais généraux ;
- ✓ Révision annuelle du taux de prime et de la prime ;
- ✓ Protection effective en cas de sinistre majeur.

Le traité en excédant de sinistre est difficile à coter (l'exposition du portefeuille ne peut pas être connue à l'avance).

- **Le traité en excédent de perte annuelle (Stop Loss)**

Le traité en excédant de pertes annuelles prévoit l'intervention du réassureur lorsque la charge annuelle globale de sinistres (sur une branche donnée) dépasse un seuil déterminé, défini soit en termes de taux de sinistres, soit en termes de montant en valeur absolue.

La protection est donc recherchée non plus individuellement sur un risque ou sur un événement, mais sur la totalité du portefeuille pour une période donnée, généralement annuelle.

L'objectif de ce traité est la compensation des écarts entre le taux de sinistre théorique qui a servi à l'établissement du tarif et le taux pratique déterminé par le règlement des sinistres. Ces traités ont une portée et une priorité. Terminologie utilisée : portée % XS priorité %.

Bien qu'il ne soit que rarement adopté, ce type de traité demeure tout de même recherché dans les branches où la sinistralité haute est due à un grand nombre de petits sinistres.

### **2.3 Le choix des types de traité par branche**

Le choix du type de traité qui doit figurer dans un plan de réassurance, et qui conviendrait le mieux pour chaque branche, est tributaire des avantages et inconvénients de celui-ci.

De ce fait, une compagnie de petite envergure ou nouvellement fondée, doit avoir recours au début, aux traités de réassurance en quote-part, parce qu'ils présentent l'avantage d'être facile à appliquer, en attendant d'avoir acquis assez d'expérience pour pouvoir souscrire ses risques de façon judicieuse. Pour les grands risques, la compagnie doit recourir à la réassurance facultative.

La réassurance en excédent de sinistre convient aux compagnies qui souscrivent des volumes importants d'affaires, comportant des risques de catastrophe. Pour se protéger contre la survenance éventuelle d'un nombre exceptionnel de petits sinistres dont l'accumulation pourrait avoir des conséquences désastreuses, au cours d'une même année la compagnie peut avoir recours à une couverture en excédent de perte annuel.

Après avoir constitué un portefeuille équilibré, acquis une expérience technique et une capacité financière suffisante, la compagnie devra, pour des branches d'assurance assez simples (incendie, assurance maritime, assurance individuelle contre les accidents...), abandonner le premier système de réassurance et adopter une couverture en excédent de plein, de ce fait elle gagnera de retenir pour son propre compte, un volume plus important des primes et de pouvoir fixer de manière sélective la limite de chacun de ses engagements dans son portefeuille net.

Pour dresser son programme de réassurance, une compagnie doit considérer séparément chaque branche afin de pouvoir garder un certain contrôle sur les sinistres déclarés pour chacune. Aussi, il arrive qu'un traité couvre un ensemble de branches, en d'autres termes certains plans de réassurance protègent plusieurs branches ensemble : un assureur peut décider de regrouper tous ses traités (proportionnels ou non-proportionnels) dans un bouquet,

avec placement unique, ce qui a comme avantage pour l'assureur de simplifier la gestion (en mélangeant parmi les bons traités quelques-uns très vulnérables qui ne trouveraient jamais preneur s'ils devaient être réassurés seuls) ; notamment en matière de coût de traitement des demandes d'indemnité, de financement, une évaluation combinée se révèle nécessaire comme le montrent les exemples suivants :

- Lorsque le volume des primes de réassurance relatif à une branche d'assurance donnée est faible, il se peut qu'en combinant celle-ci à d'autres branches on parvienne à un meilleur équilibre entre engagements et revenu, qui facilitera le placement des risques en réassurance.

- Pour protéger la compagnie des conséquences d'une accumulation de pertes nettes survenant dans une ou plusieurs branches ou subdivisions de branches d'assurance du fait d'un même événement, on adopte quelque fois des traités, surtout en réassurance en excédent de sinistres, couvrant plus d'une branche ou subdivision. Un plan de ce genre peut avoir pour effet de réduire le coût de la couverture en réassurance et d'assurer une protection nécessaire.

Donc on peut dire qu'un plan de réassurance concernant une branche d'assurance déterminée peut en effet exercer une influence sur les plans de réassurance concernant d'autres branches et réciproquement.

Une fois que l'assureur aura défini, de façon théorique, la combinaison idéale de traités proportionnels ou non-proportionnels qui répond à ses besoins propres, il sera confronté, de façon pratique :

- ✓ A la législation en vigueur, qui va lui imposer des contraintes directes (par exemple : cessions légales obligatoires) ;
- ✓ A l'intervention des courtiers de réassurance (incontournables pour se réassurer aux Lloyd's), qui vont orienter son choix ;
- ✓ Aux différents réassureurs qui négocieront pour faire valoir leurs propres exigences.

Par conséquent, nous pouvons dire qu'un plan de réassurance est un compromis entre les divers objectifs, parfois contradictoires de la cédante, de ses courtiers et de ses réassureurs.

Les plans de réassurance varient selon les compagnies et selon les marchés, et suivent les fluctuations de l'offre et de la demande, mais nous pouvons noter quelques tendances générales par branche :

- ✓ **L'assurance sur la vie** : comme le nombre de décès qui risquent de survenir dans les groupes d'assurés peut être calculé de façon assez sûre au moyen des tables de mortalité, le principal problème de compensation des risques retenus réside dans le nivellement des

montants assurés. Ce sont les traités en excédent de plein qui servent le plus souvent à atteindre ce but; l'application de ces traités se fait soit sur la base des conditions de l'assurance initiale (il s'agit alors pratiquement d'une coassurance), soit sur la base de la prime de risque.

✓ **L'incendie:** c'est également le système du traité en excédent de plein qui prédomine; toutefois, une compagnie nouvellement fondée devra peut-être commencer par un traité en quote-part, en attendant d'avoir acquis assez d'expérience pour pouvoir souscrire ses risques de façon plus judicieuse.

✓ **Le transport Maritime:** Dans l'assurance des cargaisons maritimes, ce sont généralement les traités en quote-part qui prédominent, du fait que le traité en excédent (dénommé, en assurance maritime, *excess-affine treaty*) nécessite un travail de traitement des informations concernant, entre autres, les déplacements de la cargaison, le transbordement, les expéditions fractionnées, le type de navire utilisé. Les traités en excédent de sinistres offrent en l'occurrence beaucoup d'avantages du fait de la simplicité du travail administratif qu'ils exigent, mais ils sont destinés à couvrir des demandes relativement peu importante liées aux comptes ordinaires d'assurance des cargaisons et non pas les accidents les plus graves tels que pertes totales. pertes partielles importantes et garanties générales pour des montants considérables. Dans l'assurance sur corps de navires, on a recours aussi bien aux traités en quote-part qu'aux traités en excédent de plein. Comme le problème de complexité de traitement consistant à répertorier les engagements, qui caractérise l'assurance des cargaisons, ne se pose pas dans le cas de l'assurance sur corps, on peut aussi avoir recours pour cette dernière aux traités en excédent de sinistres.

✓ **L'assurance contre les accidents :** dans l'assurance contre les accidents comprenant notamment l'assurance automobile, l'assurance individuelle contre les accidents, l'assurance accidents du travail, la responsabilité de l'employeur et la responsabilité civile, une compagnie nouvellement fondée doit envisager de recourir au début à des traités en quote-part, comme dans l'assurance incendie, pour toutes les branches dans lesquelles l'engagement a un plafond. Dans l'assurance individuelle accidents de groupe, même les grandes compagnies peuvent avoir recours à des traités en quote-part. Lorsque l'engagement maximal est connu, on peut aussi avoir recours à des traités en excédent et cela se fait couramment pour l'assurance individuelle accidents, mais non pour l'assurance responsabilité de l'employeur ni pour l'assurance responsabilité civile automobile dans les pays où

l'engagement est illimité. La couverture en excédent de sinistre est la forme de couverture qui convient le mieux pour les assurances de responsabilité dans lesquelles l'indemnité est illimitée.

### **3. LES INNOVATIONS DANS LES FORMULES DE REASSURANCE**

#### **3.1 La réassurance financière**

La réassurance financière est une forme de transfert de risque non classique qui permet de protéger les bilans des compagnies d'assurance à travers le traitement des risques pour lesquels le marché de la réassurance traditionnelle ne propose pas de capacité suffisante ou bien il les propose à des prix jugés trop élevés.

En réassurance financière on distingue : La réassurance «FINITE» et le transfert alternatif de risque «ART».

##### **3.1.1 La Réassurance « FINITE »**

La réassurance « FINITE », appelée aussi financière ou structurée, est un programme structuré de réassurance basé sur la valeur de l'argent dans le temps, généralement conclu sur plusieurs années, avec des limites agrégées et un mécanisme de participation aux excédents.

Un tel programme combine un autofinancement, générant des revenus d'investissement, avec un transfert de risque pur. Les contrats «FINITE RISK» peuvent couvrir soit les risques traditionnels d'assurance, soit les risques non traditionnels comme les fluctuations de prix et les risques météorologiques.

Les estimations selon l'expérience tiennent compte des flux financiers attendus. Ces flux sont actualisés afin de déterminer le montant de la prime. En cas de cours très favorable des sinistres, la cédante reçoit une participation aux excédents. Par contre, si ce cours est très défavorable, le réassureur reçoit une prime complémentaire. Souvent, les avoirs/créances (Soldes) ne sont pas payés pendant la durée du contrat. La cédante paie uniquement une marge. A la fin de la durée, un règlement de solde sera établi.

Il s'agit donc d'un traité avec un transfert de risque limité entre la cédante et le réassureur qui permet de piloter le haut du bilan et permet de lisser le résultat sur une période déterminée à l'avance, via un partage du sort entre réassurance et cédante fixé dès le départ.

##### **3.1.2 Transfert Alternatif des Risques**

Le Transfert Alternatif des Risques (ART : Alternative Risk Transfer) est une notion qui

regroupe les techniques de financement alternatives aux marchés traditionnels de l'assurance.

Il concerne à la fois les risques « classiques » (Dommages, Responsabilités...) et les risques spécifiques (climatiques...).

Les produits proposés sur les marchés de capitaux peuvent être des opérations de titrisation (Insurance Linked securities ou ILS, cat bonds), des protections avec franchise de sinistre marché (MLF ou marketloss franchise, ILWou industrylosswarranty), des déclencheurs notionnels (portfolio sample trigger), des options et swaps subordonnés, des dérivés climatiques (weather derivatives) ainsi que des couvertures indicielles.

L'opération la plus développée est celle de la titrisation. Elle permet à l'entreprise de se concentrer sur son activité d'émission et de gestion de polices d'assurances en transférant ses risques extrêmes vers le marché financier.

Le transfert du risque d'assurance aux marchés financiers est réalisé par l'intermédiation d'une structure indépendante juridiquement et financièrement: le SPV (Special Purpose Vehicle) souvent implanté dans un paradis fiscal.

La compagnie d'assurance ou de réassurance émette les titres, à travers la création d'un SPV dont elle verse une prime. En contrepartie, les investisseurs acheteurs des titres confient des fonds chez le SPV et les versent à la cédante si un événement de forte intensité survient. En cas de non-réalisation de l'événement avant la maturité des titres, l'investisseur reçoit le principal et les intérêts.

Pour les acheteurs de protection, la titrisation est une innovation en termes de gestion du risque et du capital, cette opération permet de favoriser l'innovation financière et de promouvoir la compétitivité à travers la transformation au marché financier des risques très rares mais de fortes intensités « risques de pointe ».

Le risque le plus important de cette opération réside dans les obligations catastrophes. Les contrats de réassurance sont basés sur les pertes effectives dues au sinistre. Donc, le réassureur paie une indemnité correspondant à la sinistralité du portefeuille de l'assureur. Par contre, à défaut d'expertise en matière des risques relatifs à l'assurance et étant données qu'il s'agit d'une opération similaire au contexte bancaire, le paiement peut être différent des pertes réelles de l'assureur.

### **3.2 La réassurance islamique**

La réassurance islamique ou la «Retakaful» est une assurance «takaful» pour les opérateurs «takaful », c'est une manière pour se prémunir contre les pertes extraordinaires en payant au réassureur une prime convenue au préalable à partir des fonds de solidarité.

Le réassureur «retakaful» fonctionne comme une mutuelle pure, il agit en tant que gestionnaire du pool pour le compte des compagnies qui lui cèdent leurs affaires.

La différence entre la réassurance conventionnelle et la « Retakaful » est que la réassurance est un moyen d'atténuer la sinistralité des actionnaires tandis que la «Retakaful» constitue un partage efficace du risque entre les participants au Fonds «takaful» dans la mesure où les actionnaires, par essence, ne souscrivent pas, mais gèrent les risques dans le Fonds «takaful» au nom des participants.

Il existe actuellement trois modèles ; des opérateurs conventionnels ayant une fenêtre «Retakaful» de manière à maintenir leur part de marché localement, des opérateurs mixant la «Retakaful» avec le conventionnel et des opérateurs qui sont totalement dédiés à l'industrie du «Retakaful».

## **SECTION 2 : REALITE DU MARCHE INTERNATIONAL DE LA REASSURANCE**

### **1. SOLVABILITE II ET LA REASSURANCE**

#### **1.1 Présentation**

Solvabilité II est une réglementation de l'Union Européenne (UE) qui s'adresse aux assureurs et réassureurs européens. Elle définit de nouvelles exigences en fonds propres afin de mieux couvrir l'ensemble des risques encourus par les acteurs du marché assurantiel. Elle les encourage surtout à adopter une démarche globale de gestion des risques, à travers la mise en place de chantiers couvrant l'ensemble de l'entreprise.

### 1.1.1 Historique

A l'échelle européenne, les premières exigences de marge de solvabilité remontent aux directives de 1973 pour l'assurance non-vie et de 1979 pour l'assurance vie. Dès 1997, le rapport Müller préconise une révision des règles de solvabilité :

- ✓ modifications des règles de marge de solvabilité des directives existantes : c'est le projet Solvabilité I entré en application en 2002 ;
- ✓ réflexion plus large sur le régime réglementaire visant à garantir la solvabilité des entreprises d'assurances : c'est le projet Solvabilité II.

Le projet Solvabilité II a été lancé dans l'UE en 1999 avec une présentation des travaux envisagés dès 2001, avant même l'entrée en application de Solvabilité I (2002). La réglementation des assurances se fonde alors sur des règles plus complexes intégrant mieux le risque propre à chaque entité.

### 1.1.2 Objectifs

Dans solvabilité II, l'objectif central du législateur est d'offrir une perception juste et affinée de la situation réelle de toute entreprise d'assurance, notamment au regard des risques encourus. La prise en compte pertinente de cette notion de risque constitue la raison de Solvabilité II.

Les compagnies sont incitées à connaître, mesurer, gérer et contrôler les différents risques auxquels elles sont exposées en exploitant des modèles internes de risques.

Entre Solvabilité I et Solvabilité II, le but est le même : assurer l'adéquation entre les engagements et les actifs qui les représentent, mais les techniques de valorisation pour y parvenir sont différentes. Solvabilité II approfondit et complexifie la valorisation des actifs et des engagements de l'assureur par rapport à Solvabilité I.

### 1.1.3 Description des 3 piliers

Solvabilité II repose sur une structure à 3 piliers :

Le premier pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives pour l'évaluation des actifs, des passifs, des besoins de marge de solvabilité, du calcul des provisions techniques et des fonds propres.

Deux niveaux réglementaires sont définis pour les fonds propres dans ce premier pilier, le **MCR** et le **SCR** :

- ✓ **Le MCR (Minimum Capital Requirement)** représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique.
- ✓ **Le SCR (Solvency Capital Requirement)** a pour rôle d'absorber les pertes imprévues, en cas d'exercice à forte sinistralité par exemple. En cas de son non respect, la compagnie doit décider d'un plan d'action qui devra être approuvé par le superviseur.

Le **SCR** est calculé via une formule standard ou via un modèle interne élaboré par la compagnie et doit correspondre à une Value at Risk de 99,5%, en d'autre terme à une probabilité de survenance de faillite d'une fois tous les 200 ans.

Le deuxième pilier a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne et de définir les pouvoirs de l'autorité de contrôle. L'identification des sociétés "les plus risquées" est un objectif et les autorités de contrôle auront en leur pouvoir la possibilité de réclamer à ces sociétés de détenir un capital plus élevé que le montant suggéré par le calcul du **SCR** et/ou de réduire leur exposition aux risques. De plus, ce pilier renforce l'harmonisation des standards et méthodes de contrôle et encourage le partage des meilleures pratiques entre organismes de contrôle.

Le troisième et dernier pilier aborde le thème de l'information prudentielle et publique avec, d'un côté, la publication d'informations financières par les compagnies pour une amélioration de la transparence et la promotion d'une meilleure discipline de marché, et de l'autre des reportings aux superviseurs dans un dossier annuel.

Enfin un objectif commun ressort de l'étude de chacun de ces piliers : la volonté de minimiser les risques encourus par une compagnie, quels qu'ils soient, à travers l'identification la gestion des risques. Le but principal étant bien entendu de mettre les assurés à l'abri de tout défaut de la part de l'assureur.

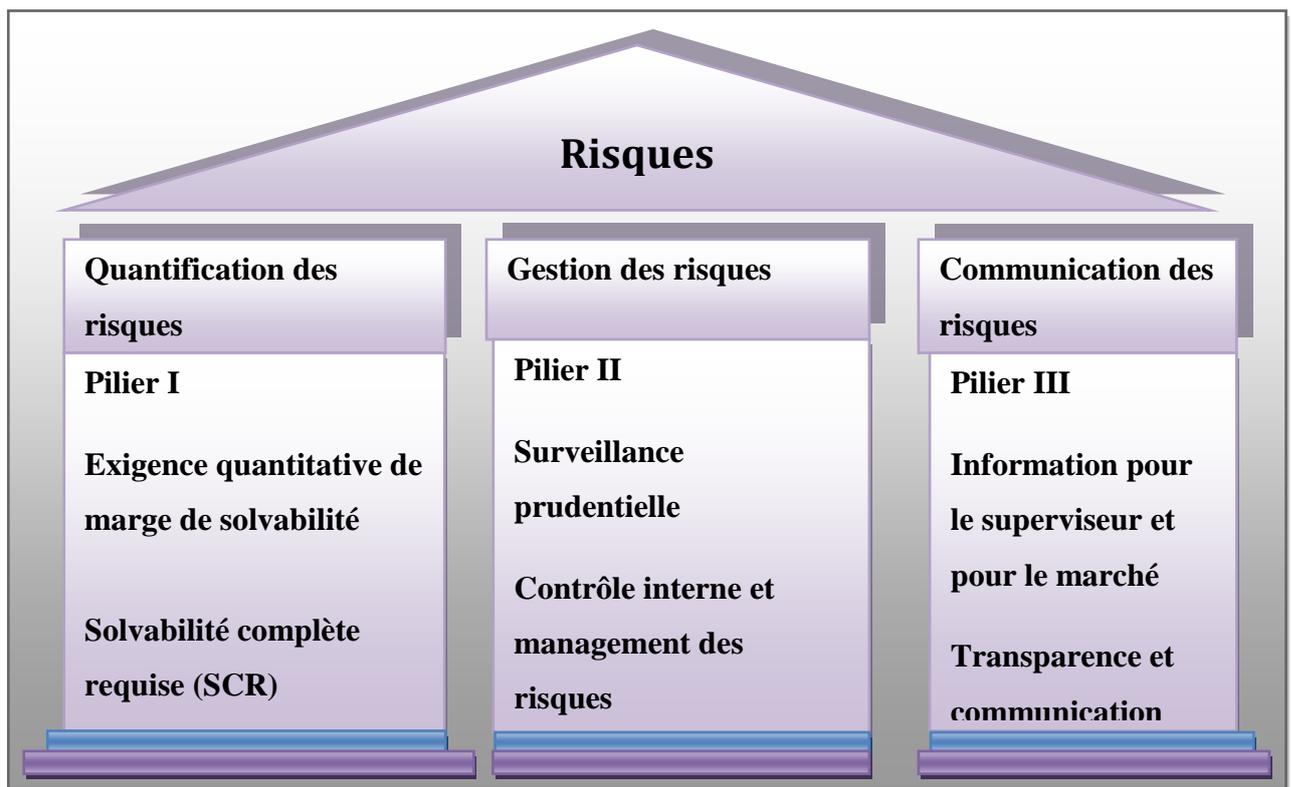


FIGURE 4 : LES TROIS PILIERS DE SOLVABILITE II.

## 1.2 Impact de solvabilité II sur la réassurance

L'impact de solvabilité II sur la politique de réassurance peut se résumer en trois principaux points :

### 1.2.1 L'impact sur les exigences réglementaires

Les cédantes faisaient leurs arbitrages en fonction de deux paramètres : la qualité de la protection et le budget. Avec la réforme de solvabilité II, il faudra en rajouter un troisième : les exigences de capital réglementaire des assureurs « **SCR** ». Cette prise en compte aura inéluctablement un impact direct sur les stratégies de réassurance.

Cela pourrait conduire à une amélioration du rendement des fonds propres et une baisse de la demande de réassurance pour les grands assureurs aux portefeuilles diversifiés. Tandis que, les petits et moyens assureurs, et même, les assureurs importants dont le portefeuille reste insuffisamment diversifié, auront besoin d'un peu plus de capital immobilisé qu'aujourd'hui, et ils auront toujours besoin de recourir à la réassurance.

### 1.2.2 L impact sur le calcul de la marge de solvabilité

Sous Solvabilité I, l'impact de la réassurance sur la marge disponible était relativement simple:

- ✓ les traités proportionnels étaient pris en compte jusqu'à 50 % de taux de cession en non-vie
- ✓ les traités non proportionnels n'avaient pas d'impact significatif
- ✓ la notation des réassureurs, ainsi que leur nombre au sein d'un même pool, n'avaient aucune influence sur le besoin de marge.

Sous Solvabilité II, l'économie en capital apportée par la réassurance constitue un levier important pour améliorer la rentabilité des assureurs. En effet, si certaines conditions d'éligibilité sont respectées, il est possible pour les organismes assureurs de comptabiliser l'intégralité du transfert du risque vers les réassureurs, avec l'économie correspondante sur leurs besoins en fonds propres.

### 1.2.3 L'impact sur le choix des réassureurs :

Contrairement à solvabilité I, la notation et la diversification des réassureurs ont un impact direct sur le besoin en capital des cédantes. Toutes ces évolutions renforcent l'importance du choix d'une stratégie de réassurance complète et optimisée.

En effet, Solvabilité I n'attachait pas d'importance à la qualité de la contrepartie, un réassureur soit noté AAA ou BBB n'avait pas d'influence sur le calcul de la solvabilité d'une cédante. Alors que dans le nouveau référentiel prudentiel, la solidité de l'ensemble des contreparties et plus particulièrement celle des réassureurs est prise en compte de manière quantitative et directe dans les capitaux de solvabilité.

## 1.3 L'IMPACT DE SOLVABILITE II SUR LE MARCHE ALGERIEN :

En Algérie, les règles actuelles de solvabilité des sociétés d'assurance s'articulent sur :

✓ **Le capital minimal exigible** : Depuis 2006, le capital minimal est libéré en totalité et en numéraire à la constitution de la société.

✓ **La Constitution de provisions techniques (outre les réserves)** : il s'agit de la provision de garantie qui est destinée à renforcer la solvabilité de l'organisme d'assurance, la provision pour complément obligatoire aux dettes techniques qui est constituée en vue de suppléer une éventuelle insuffisance des dettes techniques et la provision pour risques catastrophiques.

✓ **La constitution de dettes techniques :** la constitution de ces dettes obéit à des règles édictées par la réglementation. En matière d'assurance de dommages il s'agit des sinistres et frais à payer et des primes ou cotisations émises ou acceptées reportées à l'exercice en cours dites "risques en cours", En matière d'assurance de personnes et d'assurance accidents corporels il s'agit des provisions mathématiques.

✓ **La représentation des engagements réglementés:** les provisions techniques et les dettes techniques doivent être représentées à l'actif du bilan, par des Valeurs d'Etat; Autres valeurs mobilières et titres assimilés; Actifs immobiliers et Autres placements.

Les niveaux de cette représentation sont fixés comme suit : 50% minimum pour les valeurs d'Etat (Bons du Trésor, dépôt auprès du Trésor et obligations émises par l'Etat ou jouissant de sa garantie) dont la moitié, au moins, pour les valeurs à moyen et long termes. Le reste des engagements réglementés est à répartir entre les autres éléments d'actifs en fonction des opportunités offertes par le marché sans que la part des placements en valeurs mobilières et titres assimilés émis par des sociétés algériennes non cotées en bourse ne dépasse le taux de 20% des engagements réglementés.

✓ **La marge de solvabilité :** La solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance, doit être matérialisée par la justification de l'existence d'un supplément aux dettes techniques ou « marge de solvabilité ». Ce supplément est constitué par : Le capital social, les réserves constituées par la société d'assurance et les provisions techniques.

La marge de solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance doit être égale, au moins, à 15 % des dettes techniques telles que déterminées au passif du bilan. A tout moment de l'année, la marge de solvabilité ne doit pas être inférieure à 20% du montant de la production nette de réassurance.

Lorsque la marge de solvabilité est inférieure au taux de 20% du montant de la production nette de réassurance, la société dispose d'un délai de six (06) mois pour rétablir le niveau de sa marge ,soit, par une augmentation de son capital social, soit, par le dépôt au Trésor public, d'une caution permettant de rétablir l'équilibre.

En se basant sur les études d'impact de solvabilité II effectuées sur les compagnies d'assurances et de réassurance des pays de l'U.E et en tenant en compte les spécificités et les différences qui existent entre le contexte algérien et européen, nous avons pu dégager les enseignements suivantes :

- **Impact sur les éléments opérationnels :**

- ✓ La formule standard basée sur le modèle qui différencie le montant de capital requis (SCR) en fonction de la nature des actifs détenus, pénalisera les investissements volatils, ce qui va amener les sociétés algériennes à investir dans des instruments sécurisés ;

- ✓ Le projet Solvabilité II influencera sur la baisse du niveau des provisions techniques. Les compagnies d'assurance auront certainement une autonomie plus étendue dans la gestion et le placement des provisions techniques, chose qui n'est pas autorisée par la réglementation actuelle ;

- ✓ La mise en œuvre du projet Solvabilité II sur le marché algérien va amener les assureurs à appliquer la vérité des tarifs pour pouvoir faire face aux exigences puisque le risque est calculé avec (exactitude) et dans le cas contraire l'assureur va se retrouver dans une situation où les tarifs appliqués ne reflètent pas le niveau du capital exigé pour la souscription des risques sous-jacents ;

- ✓ Des exclusions pures et simples des risques dont la charge en capital est jugée excessive tant en assurance directe qu'en réassurance ;

- ✓ Plus de recours à la réassurance et des limites de garantie pour les risques dont la charge en capital est trop importante.

- **Impact sur les éléments stratégiques :**

- ✓ Des modifications des stratégies d'investissement au profit d'actifs moins risqués ;

- ✓ Cessions des activités n'offrant pas de possibilités de diversification ;

- ✓ Des fusions et acquisitions ;

- ✓ Des opportunités en matière de transfert de risques (titrisation, produits dérivés,...) qui permettent de réduire l'exigence en capital ;

- ✓ La nouvelle réglementation exigera aux responsables des compagnies une célérité dans la collecte, le traitement et la communication de l'information. La communication doit être à l'échelle interne (entre dirigeants d'entreprises, employés,...) mais également externe (superviseurs, analystes financiers, auditeurs, clients, agence de rating,...) ;

✓ Les pouvoirs publics, à travers les organismes de contrôle, et les entreprises elle-même seront appelés à faire des efforts supplémentaires pour garantir un degré de transparence acceptable ;

## **2. CONJONCTURE ACTUELLE DU MARCHÉ DE LA REASSURANCE**

La réassurance dans le monde a fait preuve d'une forte capacité de résilience. Les grandes catastrophes des dernières années n'ont pas entamé les niveaux de capacité financière des réassureurs dont les fonds propres sont estimés à plus de 200 Mds \$. Le volume mondial des primes de réassurance s'est établi, en 2014, à 245 Mds \$. Ce total a presque triplé en l'espace de 20 ans.

La principale caractéristique de ce marché est la concentration importante même si l'on assiste à l'émergence de nouveaux petits concurrents d'horizons divers (Bermudes, Brésil, Inde, Corée du Sud, etc.). En effet, dix réassureurs monopolisent environ 70% du chiffre d'affaires mondial du secteur principalement tiré par les réassureurs européens.

L'autre tendance du marché et en même temps crainte des réassureurs, est leur capacité à faire face à la couverture des catastrophes naturelles qui requièrent davantage de fonds propres et ce, compte tenu des impacts prévisibles des changements climatiques. La problématique, touche beaucoup plus ce qu'on appelle les « mini- Cat-Nat » (catastrophes naturelles), phénomènes dévastateurs mais difficiles à modéliser. Même si leur coût reste en deçà des capacités des réassureurs, le risque de cumul de la fréquence pourrait inquiéter.

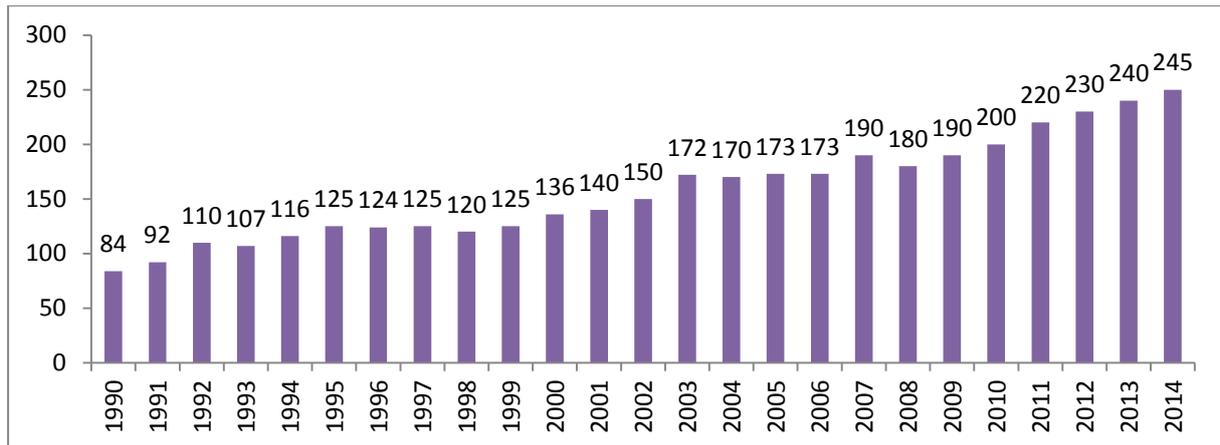
En 2014, les principaux indicateurs du marché sont les suivants<sup>1</sup> :

### **2.1 La segmentation du marché**

Le volume des primes de réassurance en 2014 a connu une légère progression par rapport à l'année 2013, avec des valeurs respectives de 240 milliards USD et 245 milliards USD. Ce volume a presque triplé au cours des 20 dernières années passant de 84 milliards USD en 1990 à 245 milliards USD en 2014.

---

<sup>1</sup> APREF, FFSA, « Le marché de la réassurance en 2014, France- International », Conférence de presse, Jeudi 20 juillet 2015



**Figure 5 : les primes encaissées (1990-2014)**

Durant la même année, les primes encaissées dans le monde (activité d'assurance) a connu, de sa part, une progression de 2,95% par rapport à 2013, réalisant ainsi un volume de prime de 4 778 mds USD. 72% des primes de réassurance concerne les branches non vie et 28% la branche vie.

Pour l'activité d'assurance, les proportions restent stables par rapport à 2013. Les branches non vie n'occupent que 44% en termes de volume de primes contre 56% de la branche vie.

## 2.2 Le taux de cession :

Etant donné que les résultats en IARD sont plus volatiles, le taux de cession moyen est important. Il est de l'ordre de 8,4% en 2014. Le taux de cession en assurance vie est beaucoup moins faible (2,7%). Cela peut être interprété qu'en assurance vie, seuls les risques décès et invalidité sont réassurés (La partie épargne est très peu cédée). Le taux de cession global reste stable par rapport à l'année précédente avec 5,2% en 2014 contre 5% en 2013.



Figure 6 : le taux de cession en 2014

### 2.3 L'évolution des Ratios combinés

Le ratio combiné est composé d'un ratio sinistre, commissions et frais généraux sur primes .

Les ratios combinés des réassureurs restent en-dessous de 100%, cette dernière décennie, à l'exception des années marquées par une multitude d'évènements naturels sévères.

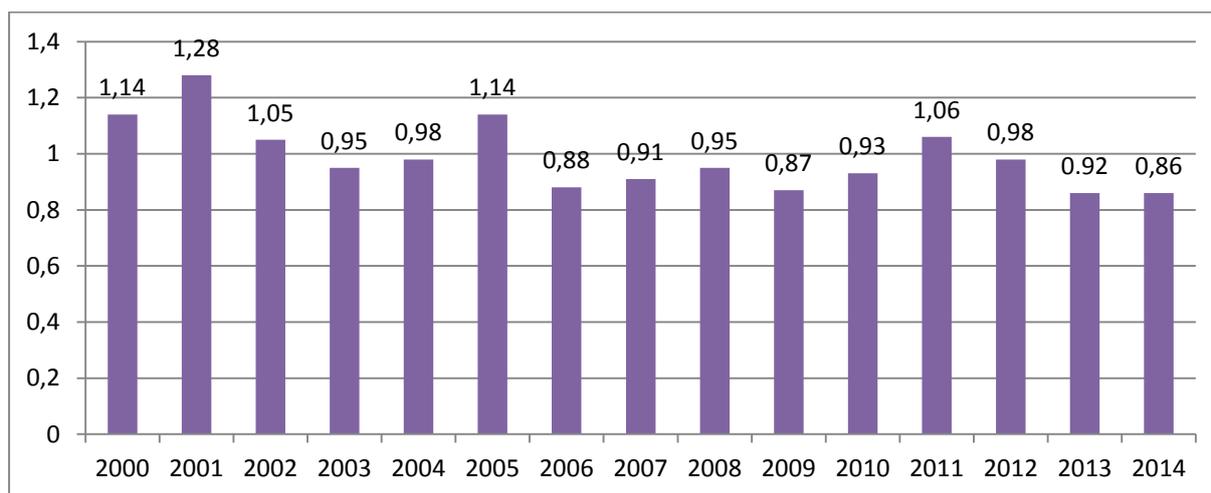


Figure 7 : Evolution du ratio combiné (2000-2014)

Notons que l'année 2001 était l'année la plus défavorable en termes de ratio combiné suite à l'intensité de l'évènement du 11 septembre 2001 (plus de 100 Milliard de dollar). Ce

ratio était à un niveau supérieur à 100 % durant des années exceptionnelles où la sinistralité est très élevées (2001,2005 et 2011).

En absence de caractère catastrophique, le ratio combiné des années 2013 et 2014 est revenu à un niveau acceptable atteignant les ratios respectifs de 92% et 86%.

## 2.4 La concentration du marché de la réassurance

En 2014 la réassurance reste extrêmement concentrée, en effet les 10 premiers réassureurs représentent 70% du marché et la part des cinq premiers réassureurs dans le monde en 2014 correspond à 55% du marché. Il s'agit d'une tendance qui se renforce de plus en plus.

En 1990, les 10 premiers réassureurs ne représentaient que 32% du marché. Notons que le marché de la réassurance vie est beaucoup plus concentré que le marché non vie.

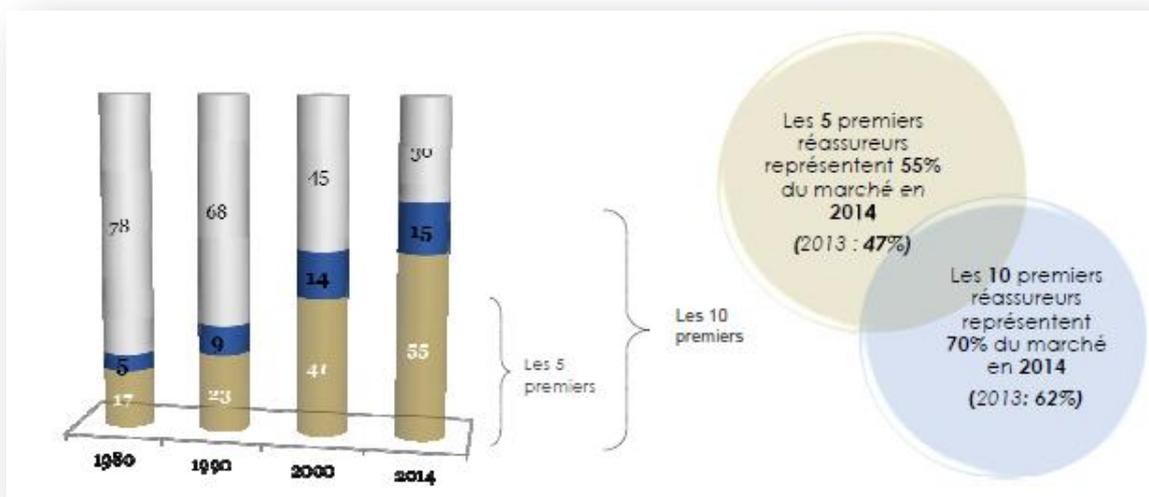


Figure 8 : concentration du marché de la réassurance

Le marché de la réassurance, se révèle depuis plusieurs décennies très dépendant des agences de notation, lesquelles examinent tous les éléments de leur profitabilité : notation de la dette, de la solidité financière, de la crédibilité des dirigeants, de la cohérence de la stratégie, etc. En effet, la qualité de la notation est devenue fondamentale en réassurance. Elle permet de rassurer les cédantes sur la solidité financière des contreparties ainsi qu'elle contribue à l'image de marque et au prestige des réassureurs.

Les agences de notation, telles Standard & Poor's, Moody's, Fitch ou AM Best, réalisent l'analyse de la solidité financière des réassureurs, à leur demande, et ce contre paiement d'honoraires. La note attribuée dépendra du capital disponible, mais aussi des résultats récents, de la crédibilité du comité de direction du réassureur et des perspectives de profit pour l'avenir. Cette note de solidité financière reflète une opinion sur la capacité d'un réassureur à régler dans les délais les sinistres importants.

Concrètement, le principal risque consécutif à une dégradation de note pour un réassureur est le non-renouvellement des contrats arrivant à terme. Les assureurs préféreront alors se tourner vers d'autres réassureurs plus solides financièrement.

Depuis les événements du 11 septembre 2001 et la crise financière de 2008, les notations ont chuté, aucun réassureur n'est maintenu dans la catégorie AAA. En 2015, la majorité sont dans la zone A+ /AA.

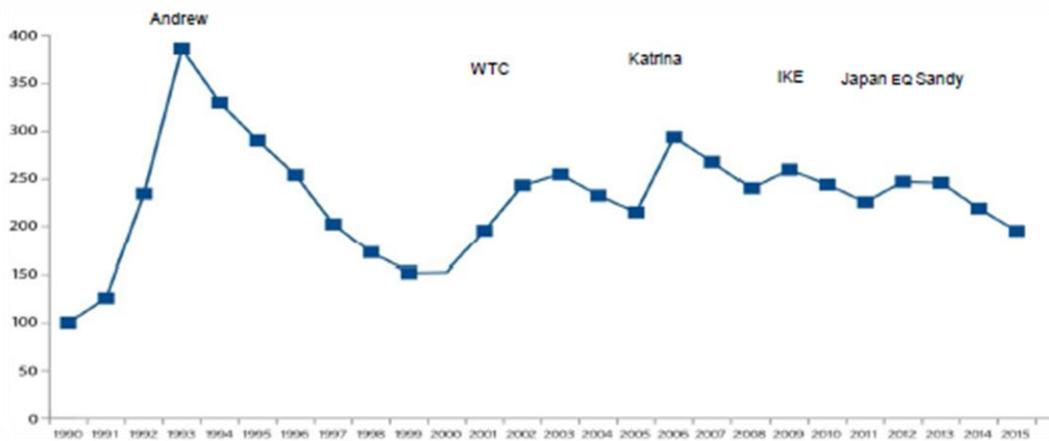
### **2.5 La sinistralité**

Durant l'année 2014, le nombre des événements survenus (980) dépasse la moyenne des 10 dernières années (790). Malgré cette sinistralité catastrophique de 110 milliards USD en termes de catastrophes naturelles, elle reste inférieure à la moyenne des 10 dernières années (200 milliards USD). Avec une valeur de 35 milliards USD, le coût assuré représente 32% du coût économique.

Il est à noter que cette sinistralité est marquée le plus en Europe et aux USA. Les tempêtes d'hiver et les tempêtes de grêle en représentent le risque majeur.

### **2.6 La tarification**

Au niveau mondial, les tarifs sont tendanciellement en baisse depuis le milieu des années 2000.



**Figure 9 : Evolution de l'index mondial des tarifications de couvertures réassurance catastrophe (1990-2015).**

## SECTION 3 : LE MARCHÉ ALGERIEN DE LA REASSURANCE

### 1. HISTORIQUE DE LA REASSURANCE EN ALGERIE

Le marché des assurances en Algérie est passé par différentes étapes depuis l'indépendance. Plus de 160 compagnies d'assurances étaient présentes en Algérie au lendemain de l'indépendance. En attendant la mise en place d'une réglementation spécifique, le législateur algérien a reconduit, par la loi 62-157 du 21 décembre 1962, tous les textes afin de sauvegarder les intérêts de la nation. En quittant le pays, les compagnies étrangères ont laissé des engagements qui ont finalement été pris en charge par le marché algérien pour régler les indemnités de leurs assurés.

En 1973, la Compagnie centrale de réassurance (CCR) a été créée dans le cadre de l'ordonnance n°66-127 du 27 mai 1966 qui a institué le monopole de l'Etat sur toutes les opérations d'assurance. Les compagnies d'assurances étaient donc dans l'obligation d'effectuer l'intégralité de leurs cessions au profit de la CCR

Aujourd'hui, Il n'existe qu'une seule société agréée exclusivement en réassurance: la Compagnie centrale de réassurance (CCR), D'autres sociétés généralistes détiennent un agrément dans la branche réassurance, essentiellement pour permettre la conservation d'une part des grands risques dans le pays.

Au plan international, la CCR dispose d'une filiale à Londres (Angleterre) – Mediterranean Insurance & Reinsurance Company Ltd (MED-RE) – et des participations dans le capital de la Société africaine de réassurance (Africa-RE) à Lagos, au Nigeria, et de la Société arabe de réassurance (Arab-RE) à Beyrouth, au Liban. Elle est aussi membre actif du Syndicat arabe des risques de guerre (AWRIS) dont le siège est au Bahreïn.

Sonatrach a créé en novembre 2007 une filiale de réassurance captive, appelée Sonatrach-RE, basée au Luxembourg et dotée d'un capital social de 20 millions d'euros. Cette compagnie est chargée de la couverture d'une partie des risques de Sonatrach cédée par la CASH.

## **2. CADRE REGLEMENTAIRE DE LA REASSURANCE EN ALGERIE**

Au même titre que l'activité d'assurance, l'activité de réassurance en Algérie est régie par la loi 95-07 promulguée le 25 janvier 1995, complétée et modifiée par l'ordonnance 06-04 du 20 février 2006, ainsi que les textes d'application y inhérents (décrets présidentiels, décrets exécutifs, Arrêtés...).

Ce que nous pouvons constater à travers la lecture de ces textes, c'est l'encadrement juridique presque égal des activités d'assurance et de réassurance. La formulation « les sociétés d'assurance et/ ou de réassurance ... » est toujours utilisée par le législateur algérien dans les différentes dispositions légales et réglementaires. Ceci nous fait dire que l'activité de réassurance est encadrée au même titre que celle d'assurance. Nous présenterons ci après les principales règles qui régissent cette activité :

### **2.1 La cession Obligatoire**

Conformément aux articles 3,4 et 5 du décret exécutif n° 10-207 du 9 septembre 2010 relatif à la cession obligatoire en réassurance, les compagnies d'assurance algériennes sont obligées de céder une partie de leurs primes à la compagnie centrale de réassurance (CCR). Le taux minimum de la cession obligatoire des risques à réassurer est fixé à 50%.

Aussi la CCR bénéficie d'un droit de priorité sur les cessions facultatives, pour peu qu'elle soit en mesure d'offrir des conditions au moins égales à celles offertes par les réassureurs étrangers.

## **2.2 La cession à l'AFRICA RE**

Conformément aux dispositions de l'article 27 alinéa 2 de l'accord du 24 février 1976 à Yaoundé (Cameroun) portant création de la société de réassurance (AFRICA RE) dont l'Etat algérien est membre, les compagnies d'assurance et/ou de réassurance exerçant sur le territoire algérien, sont tenues de céder 5% au moins de leurs traités de réassurance à cette société et aux conditions accordées aux réassureurs les plus favorisés.

## **2.3 Le rating minimum du réassureur choisi**

Les compagnies d'assurances algériennes doivent effectuer leurs placements de réassurance auprès des réassureurs dotés d'une cotation minimum de BBB en vue de favoriser des programmes de réassurance présentant des niveaux de sécurité suffisants sauf dans le cas où l'Etat algérien est actionnaire dans le capital du réassureur.

## **2.4 Les courtiers agréés de travailler en Algérie**

Le Décret exécutif n° 11-422, du 08 décembre 2011, limite le nombre des courtiers de réassurance étrangers agréés de travailler en Algérie à 16 courtiers, que nous citons ci-après : Aon Limited; Atlas Reinsurance Consultants (ARC); African Reinsurance Brokers (ARB); Chedid Europe Reinsurance Brokers Limited; Ckre Limited; Gras Savoye S.A; Guy Carpenter & Compagnie Limited; J. B. Boda Reinsurance Brokers Private Limited; Lockton (Mena) Limited; Marsh S.A (France); Marsh S.A. Mediadores de Seguros (Espagne); Nasco Karaoglan France (NKF); Rfib Group Limited; United Insurance Brokers LTD (UIB); Verspieren Global Markets; Willis Limited.

## **3. REALITES ECONOMIQUES DU MARCHE ALGERIEN DE LA REASSURANCE**

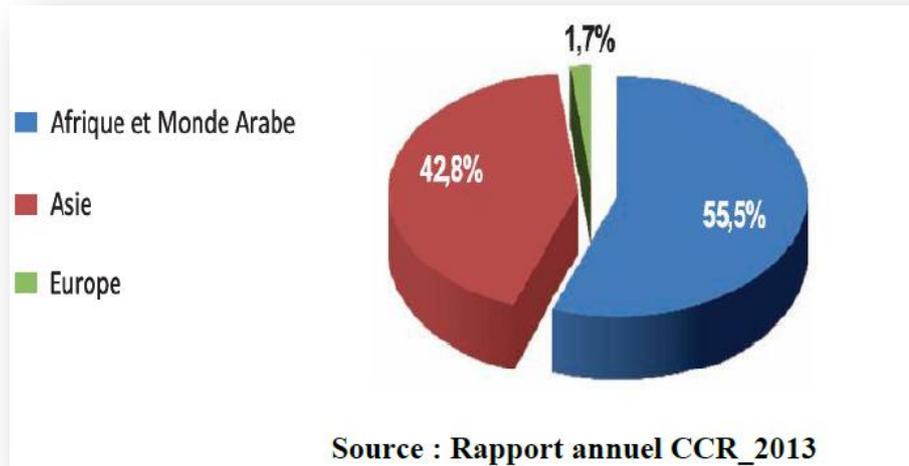
La couverture des grands risques se fait par appel à la réassurance. Ils sont pour la plupart réassurés sur une base facultative auprès de réassureurs étrangers cotés. Les compagnies directes mettent également en place des traités de réassurance pour couvrir les petits risques.

Comme nous avons précisé précédemment, l'activité de réassurance en Algérie est exercée, essentiellement, par la Compagnie centrale de réassurance (CCR).

La CCR s'est vue octroyer la note de B+ par l'agence de notation AM Best internationale. Cela renforcera sa présence dans le marché international notamment en matière d'acceptation.

Le chiffre d'affaires réalisé par la CCR en 2012 a atteint 16,4 milliards de dinars contre 13,5 milliards en 2011, soit, une augmentation de 2,9 milliards de dinars.

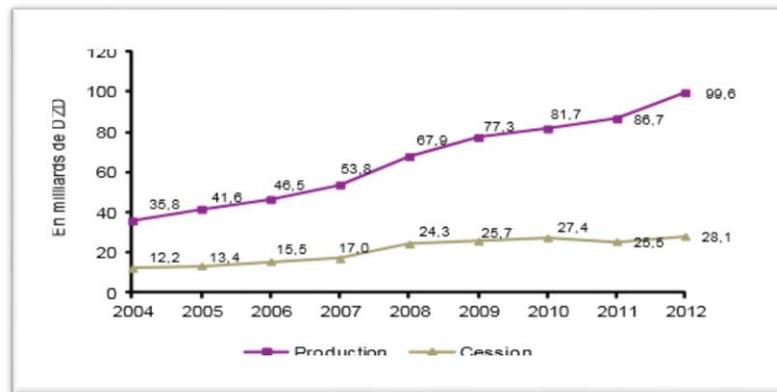
Sur un niveau de production de 16,4 milliards de dinars, 15,2 milliards, soit 93%, sont issus du marché local. Le reste, soit 1,2 milliard de dinars, provient du marché international. Le niveau de rétention reste supérieur à celui des rétrocessions. La rétention représente 55% du portefeuille de la CCR.



**Figure 10: Répartition du portefeuille CCR par zone de souscription**

Au titre de l'exercice 2012, les cessions des sociétés d'assurance s'élèvent à 28 milliards de dinars, en progression de 10% par rapport à 2011. Elles traduisent, pour le marché, un taux de cession moyen en réassurance de 28%.

Trois sociétés publiques d'assurance (la CASH, la CAAT et la CAAR) totalisent une part de 68% des primes cédées en réassurance. Il s'agit de trois sociétés dont l'activité est fortement orientée vers les risques d'entreprise.



**Figure 11 : Evolution cession /production entre 2004 et2012**

## CONCLUSION

Le premier chapitre nous a permis de mettre en évidence, l'activité de la réassurance sur le plan traditionnel ainsi que non traditionnel.

Il nous a permis aussi d'avoir une vision globale sur le marché de réassurance tant national qu'international.

Dans ce contexte, nous pouvons constater que les tarifs sont tendanciellement en baisse depuis le milieu des années 2000 ce qui permettra aux compagnies algériennes de mieux négocier ses tarifs. Nous constatons aussi que, les taux de cessions à l'échelle internationale sont moins importants comparés au marché algérien d'où la nécessité d'une gestion rigoureuse en matière de réassurance, en fin le nouveau cadre prudentiel donne un intérêt particulier au risque. Il suppose que le profil du risque de chaque compagnie d'assurance, doit être pris en compte dans la détermination de sa solvabilité. Une culture de changement frappera le secteur et intégrera la prise en compte du risque dans toute prise de décision.

Toutes ces mesures mettent en valeurs le rôle et la nécessité d'une gestion optimale de la réassurance.

## Chapitre II

### Conception d'un programme de réassurance

Après avoir défini, d'une manière assez globale, les concepts de base de la réassurance, il serait important d'analyser les méthodes de calcul de la rétention.

La rétention est la limite d'engagement que la compagnie est prête à conserver pour son propre compte, elle peut être exprimée en montant ou en pourcentage. La signification de la notion de rétention va dépendre du type de traité.

Le choix de la rétention ainsi que le programme de réassurance adopté par la compagnie est une décision parmi les plus importantes à prendre pour l'avenir de celle-ci. En effet, le résultat de la compagnie est directement lié au niveau de la rétention.

La difficulté de la détermination d'un niveau de rétention à son niveau optimal est connue, quelle que soit la branche concernée. Certains assureurs recourent aux techniques d'analyse financière, d'autres font recours à des méthodes actuarielles.

Dans ce chapitre, après avoir défini dans un premier temps ce que l'on nomme par « programme de réassurance » ainsi que les techniques de base de sa conception, nous nous intéresserons dans un second temps à la notion de la rétention. Enfin nous exposerons les méthodes d'évaluation du niveau de la rétention optimale, notamment la méthode empirique et les méthodes actuarielles et plus particulièrement l'approche moyenne-variance de **De Finetti**, suivie de la présentation d'un critère d'aide à la décision qui est le **RORAC**.

---

## SECTION 1 : NOTIONS DE BASE POUR LA MODELISATION D'UN PROGRAMME DE REASSURANCE

---

### 1. UN PROGRAMME DE REASSURANCE : POURQUOI FAIRE ?

#### 1.1 Définition et utilité<sup>1</sup>

Les programmes de réassurance sont des instruments utiles pour les compagnies d'assurances pour mieux gérer les risques auxquels elles sont exposées et dont la survenance déséquilibrerait fortement leurs comptes de résultat. Ces programmes font une partie intégrante de la stratégie de l'assureur. Ce dernier doit disposer d'un outil pour mesurer l'efficacité du programme en cours et pour être averti lorsque ce dernier a besoin d'être modifié.

L'assureur cherche à mettre en place un bon système de protection des affaires souscrites afin de ne pas mettre en danger ses équilibres techniques et financiers. Ce système lui permet de se décharger de toutes les affaires qui dépassent son plein de conservation. En effet, chaque année, il doit trouver le meilleur équilibre entre différents paramètres qui interagissent tous :

- ✓ Le niveau de la rétention ;
- ✓ L'espérance de résultat et la volatilité de cette rétention ;
- ✓ Le coût des protections ;
- ✓ La solvabilité des réassureurs ;
- ✓ Les exigences réglementaires (solvabilité II.....).

Notons également qu'un programme de réassurance adéquat permet à l'assureur de :

- ✓ Souscrire un grand nombre de risques ;
- ✓ Rendre plus homogène la taille des sinistres potentiels en fonction du profil de portefeuille;
- ✓ Réduire la charge de sinistres ;

---

<sup>1</sup> DUBREUIL Emmanuel, « Quels Risques transférer à un réassureur ? », Aon BENFIELD, p 58.

- ✓ Simplifier sa gestion ;
- ✓ Payer sa protection de réassurance à son juste prix ;
- ✓ Protéger son bilan en lissant les résultats techniques.

### **1.2 Les paramètres déterminants dans la conception d'un programme de réassurance :**

La conception d'un programme de réassurance est une décision prise par les hauts décideurs de la compagnie.

Cela résulte d'un compromis entre divers objectifs de celle-ci, en tenant compte de plusieurs paramètres propres au portefeuille à réassurer. Les compagnies fortement développées tiennent compte de tous ces facteurs, tandis que les jeunes sociétés, dont le portefeuille est non encore maîtrisé mettront en jeu une proportion de leur capital. Parmi ces paramètres, on peut retenir les suivants :

#### **1.2.1 La composition et la répartition du portefeuille :**

La nature des risques couverts et leurs dispersions dans l'espace ont un impact direct sur la détermination du besoin en réassurance. Une meilleure homogénéité du portefeuille se traduit par une rétention élevée du fait de la bonne compensation entre les risques. De même, la taille du portefeuille assuré influence le niveau de rétention, en effet, plus le portefeuille est grand plus la loi des grands nombres joue positivement, plus la rétention est élevée.

#### **1.2.2 La volatilité de la sinistralité :**

L'assureur s'appuie généralement sur l'historique des règlements, afin de connaître l'espérance mathématique des dédommagements auxquels il sera confronté et détermine ainsi le prix de l'assurance, mais l'assureur peut à tout moment se trouver dans une situation où le montant des dédommagements est nettement plus élevé que la moyenne et les primes collectées seront insuffisantes pour la couverture des risques. De ce fait, la sinistralité passée et les statistiques sur une période définie constituent pour l'assureur un paramètre fondamental pour déterminer ses besoins en réassurance.

### **1.2.3 La politique de souscription :**

Une politique de souscription rigoureuse conduira à fixer des pleins de conservation élevés. En effet, le volume des affaires cédées sera plus faible, et la probabilité de réalisation des sinistres sera également faible du fait de la sélection des risques.

### **1.2.4 La politique de la compagnie (aversion face aux risques) :**

Une politique prudente (risquophile) nécessitera un besoin en réassurance plus important qu'une politique audacieuse (risquophobe). Le volume des affaires cédées sera plus important et la probabilité de ruine de la société sera plus faible.

### **1.2.5 Les contraintes réglementaires :**

Les contraintes réglementaires imposées par la législation en vigueur, notamment, la marge de solvabilité et le niveau de fonds propres minimum (capital économique) influencent le programme de réassurance. En effet, le législateur exige que l'assureur détienne un capital minimum appelé capital économique apprécié en fonction du calcul de la marge de solvabilité.

Le capital économique qui sera utilisé en cas de forte déviation de la sinistralité par rapport à la sinistralité attendue dépend de l'exposition du portefeuille (sinistralité estimée). De ce fait, la diminution de la sinistralité estimée, par le biais de la réassurance permet de baisser l'exposition du portefeuille et par conséquent l'exigence en capital, tout en maintenant le chiffre d'affaires brut de la compagnie. La réassurance permet également de constituer une marge de solvabilité suffisante par rapport au chiffre d'affaires. Le fait de céder une portion d'affaires en réassurance permet de diminuer la marge de solvabilité requise, et par la même réduire le capital économique (plus la portion cédée est élevée plus le capital économique est réduit).

### **1.2.6 Les fonds propres de la compagnie**

S'agissant d'un élément de calcul de la marge de solvabilité d'une compagnie d'assurance, les fonds propres de la compagnie, qui interviennent en cas de déséquilibre du portefeuille, ont un impact sur les programmes de réassurance. A ce titre, plus le degré d'implication de la réassurance est élevé, plus le besoin en fonds propres est allégé.

### 1.2.7 La situation du marché international et les conditions imposées par les réassureurs

Le changement dans l'environnement politique, économique, social et culturel implique l'augmentation ou la diminution de l'exposition à certains risques. L'assureur doit tenir compte de ces changements pour guider son raisonnement en matière de réassurance afin d'adapter son programme de réassurance à l'environnement et mener à bien sa stratégie de réassurance.

## 2. LA RETENTION

### 2.1 DEFINITION<sup>2</sup>

La rétention est la somme maximale que l'assureur est prêt à supporter en cas de sinistre touchant une catégorie des risques donnée. La signification de la notion de rétention dépend aussi du type de traité. Dans le cadre d'une réassurance en « quote-part », la rétention représente le pourcentage qui est conservé par l'assureur. Dans le cadre d'une réassurance en « excédent de plein », la rétention est une partie de la somme assurée ou du Sinistre Maximum Probable (SMP) quantifiée en plein et le réassureur intervient au-delà de cette somme. Il est à préciser que le niveau de rétention est adapté à chaque branche. L'approche théorique idéale est de déterminer le niveau de rétention qui permet d'avoir une espérance de résultat et une volatilité de ce résultat conformes à la rémunération des fonds propres attendue par l'actionnaire. En effet, il existe trois scénarios :

Le premier scénario consiste à fixer une rétention trop faible. Dans ce cas, l'assureur sera très protégé mais la prime de réassurance sera très élevée. Ceci va entraîner une perte quasi certaine puisque les coûts d'acquisition, les frais de gestion et le coût de réassurance risquent d'être supérieurs au montant de la prime brute.

Le deuxième scénario consiste à avoir une rétention trop élevée. La prime de réassurance, dans ce cas, sera faible. Il restera une marge positive : mais l'assureur aura à supporter beaucoup de sinistres incertains qui rendront son résultat très volatile et il va se trouver face à une perte potentielle sévère.

Le troisième scénario est celui d'avoir un bon niveau de rétention permettant de payer une prime de réassurance acceptable. Après avoir retiré de la prime brute les coûts

---

<sup>2</sup> DUBREUIL Emmanuel, « Quels Risques transférer à un réassureur ? », Aon BENFIELD, p 60-64.

d'acquisition, les frais de gestion, le coût de la réassurance, et les sinistres quasi certains, il restera une marge positive. Cette marge positive permettra à l'assureur même de payer la survenance de quelques sinistres incertains dans sa rétention. Il est éventuellement protégé contre une sévérité accrue de sinistres.

L'assureur doit connaître, maîtriser, et mesurer ses engagements ou expositions. Avant de faire appel à la réassurance, l'assureur doit coter son risque techniquement et commercialement. Ainsi, il connaîtra ce que le réassureur est susceptible d'exiger. En l'absence de cette connaissance ou de la communication de cette connaissance au réassureur, ce dernier fixera lui-même la règle du jeu en matière de niveau de rétention et de tarification. Pour atteindre le meilleur résultat, le moins volatil, et le plus susceptible de répondre aux exigences de rémunération des fonds propres, c'est à l'assureur de définir la part conservée, et non au réassureur.

### **2.2 Facteurs influant la rétention<sup>3</sup>**

Il est à noter que, plus l'exigence en réassurance d'une entreprise d'assurance est élevée, plus son niveau de rétention est faible. Aussi, son portefeuille brut sera moins équilibré, sa situation financière sera plus faible et son aversion au risque sera plus élevée.

La fixation de la rétention à un juste niveau est l'un des points les plus sensibles de la réassurance. L'assureur doit déterminer la somme maximale qu'il peut conserver sur un risque déterminé de façon à ce que sa probabilité de ruine reste très faible. Car si ces pleins sont surévalués, il y aura des fluctuations qui dépassent les marges de tolérance admises. Dans le cas de sous-estimation des niveaux de rétention, la compagnie d'assurance aura recours à la réassurance pour plus de sécurité. Ainsi, le niveau et la composition des rétentions sont influencés par divers éléments à l'intérieur et à l'extérieur de la compagnie. Jusqu'à présent, la régulation de la rétention a souvent été complexe et un peu «irrationnelle», et rarement une question de calcul actuariel précis.

Les facteurs les plus importants permettant de bien fixer un niveau de rétention sont les suivants: le statut juridique de la compagnie, sa capacité de souscription, sa solidité financière, sa politique en termes de l'aversion aux risques, la réglementation en matière de solvabilité, la probabilité de sinistre, les exigences de réciprocité, la protection contre les

---

<sup>3</sup> Compagnie Suisse de Réassurance, « Setting retentions », 1997, p 3-4

grands risques, l'équilibre du résultat, la tradition, la composition et la taille de portefeuille ainsi que la situation du marché de la réassurance.

## SECTION 2 : LES OUTILS DE FIXATION D'UN SEUIL DE RETENTION OPTIMAL

Le problème d'optimisation de la réassurance a suscité un intérêt particulier des assureurs où l'on retrouve une multitude de critères de choix.

Il y a deux types de problèmes d'optimisation, le premier est lié à la forme optimale de réassurance pour un ensemble donné et le deuxième est la détermination pour une forme de réassurance optimale donnée les paramètres de réassurance optimale tel que la rétention optimale.

Dans ce qui suit nous intéressons à quelques techniques permettant de fixer le seuil de rétention optimale :

### 1. LES METHODES EMPIRIQUES

Chaque compagnie peut fixer sa rétention à partir des ratios financiers. Dans ce contexte, une étude menée par Swiss Ré s'est intéressée à la mise en place d'une rétention et d'un programme de réassurance dit « optimal ».

Cette étude a instauré certaines règles appelées « Règles d'or » ou « Règles empiriques » permettant la fixation et l'évaluation des niveaux de rétentions et des programmes de réassurance. Ces règles sont relatives à la couverture en réassurance par risque, par événement et annuelle.

- **Règle 1**

$$\frac{\textit{primes brutes}}{\textit{capital+réserves}} \approx 200 \%$$

Afin de garder un niveau raisonnable du montant de la réassurance achetée, l'assureur doit adapter ses capitaux propres aux affaires souscrites. Donc, sa capacité financière doit être prise en considération lors de la souscription des affaires.

Les mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle sont les suivants :

- ✓ Souscrire plus/moins d'affaires ;
- ✓ Ajuster le niveau des primes ;
- ✓ Ajuster les capitaux propres.

- **Règle 2**

$$\frac{\text{primes nettes}}{\text{capital+réserves}} \approx 50 \%$$

Cette règle est semblable à la définition traditionnelle de la solvabilité. Il est à noter que les primes nettes sont relatives à la branche étudiée.

Les mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle sont :

- ✓ L'ajustement de la rétention et / ou le programme de réassurance
- ✓ L'ajustement du niveau des primes ;
- ✓ La souscription d'un nombre plus/moins d'affaires ;
- ✓ L'ajustement des capitaux propres.

- **Règle 3**

$$\frac{\text{Primes brutes}}{\text{Primes nettes}} > 15\%$$

Le but ici est de s'assurer que la compagnie d'assurance garde une certaine participation minimum dans ses propres affaires.

Les Mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle :

- ✓ L'augmentation de la rétention ;
- ✓ L'implication de plusieurs réassureurs ;
- ✓ La protection de la rétention par un traité en excédent de sinistre.

- **Règle 4**

$$\frac{\text{La rétention}}{\text{Les primes nettes}} < 10\%$$

La compagnie doit être capable de payer 10 sinistres totaux à partir des primes encaissées au titre de la rétention.

Les Mesures à prendre dans le cas de non satisfaction de la règle :

- ✓ La réduction de la rétention ;
- ✓ L'augmentation du niveau des primes ;
- ✓ L'augmentation des souscriptions.

- **Règle 5**

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{primes nettes}} \approx 2\%$$

Cette règle réduit l'impact d'un seul sinistre maximum sur les résultats en général. Un sinistre individuel ne doit pas augmenter le ratio S/P plus de 1 % à 3 %.

Notons que la rétention nette correspond à la rétention finale après la cession en toutes formes de réassurance, alors que la notion de la rétention correspond à la rétention après seulement la cession en réassurance proportionnelle.

- **Règle 6**

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Fonds liquides}} \approx 5\%$$

Le but est de faire éviter à l'assureur de rencontrer des difficultés financières suite à la réalisation d'un seul sinistre. Dans ce cas, l'assureur ne sera pas forcé de vendre ses placements avant leurs termes.

- **Règle 7**

$$\frac{\text{Rétention nette}}{\text{Capital} + \text{Réserves}} \approx 1\%$$

Plusieurs interprétations peuvent être attribuées à ce ratio, elles dépendent de la définition du capital qui a été adopté.

- **Règle 8**

Un assureur doit garder un intérêt pour ses affaires tout en maintenant une proportion raisonnable dans chaque affaire.

$$\frac{\textit{Rétention nette}}{\textit{Rétention}} \simeq 5 \text{ à } 25 \%$$

## 2. LES METHODES ACTUARIELLES :

Historiquement, les actuaires se sont intéressés à la réassurance optimale dans un espace à deux démentions. Leur but était de comparer des structures de réassurance et de tirer un graphique mettant en relation une mesure de gain et une mesure de risque de l'assureur.

Les résultats les plus classiques et les plus fondamentaux de la réassurance optimale ont montré que le traité en excédent de perte annuelle représente la solution optimale permettant de résoudre le modèle de la maximisation de l'utilité ainsi que le modèle de la minimisation de la variance.

La littérature actuarielle actuelle regorge d'articles, souvent assez théoriques, sur le sujet de l'optimalité de la réassurance. Nous passons ici en revue quelques techniques permettant de fixer le seuil de rétention optimale :

### 2.3 Les modèles basés sur le critère de moyenne variance

Se sont des modèles basés sur la minimisation de la variance du résultat de l'assureur pour un rendement donné, c'est-à-dire la minimisation de la dispersion du résultat par rapport à la moyenne de ce résultat.

#### 2.3.1 Le modèle de De Finetti (1940)

**De Finetti** (1940)<sup>4</sup> a proposé d'analyser des structures de réassurance proportionnelle en minimisant la variance du gain de l'assureur sous la contrainte que le gain moyen soit fixé.

Ceci correspond à un décideur qui souhaite un certain niveau de gain moyen et choisit la structure qui va minimiser la variance pour ce niveau de gain moyen. Son idée est donc de mesurer le risque par la variance.

Il s'agit d'une optimisation sous un critère de moyenne variance. En utilisant ce critère, il était possible d'optimiser un traité de réassurance proportionnel ou non proportionnel selon deux approches. La première suppose une forme de réassurance donnée pour déterminer la

---

<sup>4</sup> HURLIMANN Werner , « Case study on the optimality of reinsurance contracts », Zurich, 2010

réassurance optimale et la deuxième considère le risque cédé comme une transformation du risque total selon une fonction à valeur dans  $\mathbb{R}$  pour essayer de trouver cette transformation.

Cette technique n'est évidemment pas applicable à un portefeuille de plusieurs milliers de polices. En effet, le taux de cession est différent pour chaque police en portefeuille, ce qui serait ingérable. Par contre, on peut considérer des sous portefeuilles dans le cadre d'une quote-part variable.

Durant les années récentes, l'analyste **Glineur and Walhin** (2006), tout comme **Lampaert and Walhin** (2005), ont redémontré le même résultat de **De Finetti** en l'appliquant sur d'autres types de réassurance proportionnelle. Leurs études ont été basées sur le critère de **De Finetti** ainsi que le critère **RORAC (Return On RiskAdjusted Capital)** avec le maintien de l'hypothèse de l'indépendance des risques composant le portefeuille.

### 2.3.2 Le modèle Krvavych (2005) <sup>5</sup>

Il considère la première approche comme étant une approche exogène et la deuxième comme étant une approche endogène de réassurance optimale dans la mesure où la forme de réassurance est un facteur exogène à la cédante car cette forme est prédéterminée alors que la fonction qui permet de définir le risque à céder au réassureur en fonction de la charge totale des sinistres est un facteur endogène à la cédante. Donc en somme, il définit deux problèmes d'optimisation de la réassurance, un endogène et l'autre exogène.

Concernant le problème d'optimisation endogène de la réassurance sous le critère moyenne variance, l'espérance de profit et la variance du risque retenu sont des fonctions de la transformation. Il considère que ce problème d'optimisation endogène de la réassurance pour la plupart des traités de réassurance, est équivalent à un problème d'optimisation non linéaire convexe. Il a utilisé les méthodes de programmation convexes pour le résoudre sous plusieurs principes de calcul des primes. Il se donne un espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  et une variable aléatoire positive  $X$  représentant le risque supporté par l'assureur. Il suppose que l'assureur achète de la réassurance pour minimiser la variance du risque retenu et que l'assureur aura recours au réassureur pour couvrir une quantité positive aléatoire  $R$ .

---

<sup>5</sup> E.Straub, « Non-Life Insurance Mathematics », Springer 1988.

### 2.3.3 Le modèle de Hess :

Hess considère le cas d'une compagnie d'assurance dont le portefeuille est composé de  $k$  groupes de risques ( $k$  lignes d'affaires). La charge des sinistres de chaque ligne de business est représentée par une variable aléatoire continue positive  $X_i$ ;  $i = 1, \dots, k$ . De plus, les variables aléatoires sont supposées indépendantes. La charge totale est donc définie par :

$$X = \sum_{i=1}^k X_i, \quad \forall i = 1, \dots, k.$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^k E(X_i)$$

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^k \text{var}(X_i)$$

Dans son modèle, il suppose que l'assureur, ainsi que le réassureur, appliquent des chargements de sécurité basés sur l'espérance mathématique, dont les taux respectifs sont  $\eta$  et  $\eta_r$  quel que soit la branche d'activité. Il désigne par  $R$  le montant des réserves affectées aux risques et il définit :

$$\tilde{R} = R + (\eta + \eta_r) E(X) \geq 0$$

L'hypothèse sous-jacente est donc que  $(\eta + \eta_r) E(X) \geq R$ . De plus, il désigne  $\pi_i$  par le montant des primes techniques reçues par l'assureur sur chaque ligne d'affaires  $i = 1, \dots, k$ .

$$\pi_i(X_i) = (1 + \eta) E(X_i)$$

$$\pi(X) = (1 + \eta) \sum_{i=1}^k E(X_i)$$

Il propose de calculer le rapport de solvabilité noté par  $rst$  et défini par :

$$rst = \frac{R}{\pi}$$

Le profit de l'assureur est une variable aléatoire  $B$  définie par :

$$B = \pi(X) - X$$

$$E(B) = \eta E(X)$$

$$\sigma(B) = \sigma(X)$$

Il définit un coefficient de sécurité  $T$  qui doit être au moins égal à une valeur  $t$  souhaitée par l'assureur, avec :

$$T = \frac{R + \eta E(X)}{\sigma(X)} \geq t$$

Si ce coefficient est supérieur ou égal à la valeur souhaitée  $t$ , la réassurance sera inutile. À l'inverse, l'assureur doit avoir recours à la réassurance pour céder une partie du risque et retrouver l'inégalité précédente. Il propose d'ajuster les pleins de conservation par branche d'affaires. Dans ce contexte, l'assureur fait face à la réassurance sélective ou adaptée. Soient  $\theta_i$  le plein de conservation de la branche  $i$  ( $0 \leq \theta_i \leq 1$ ) et  $\theta = (\theta_1; \dots; \theta_k)$  le vecteur des pleins de conservation par ligne de business. Il définit, en considérant des traités de réassurance en quote-part sur chaque ligne d'affaires :

$$B(\theta) = \pi(X) - \sum_{i=1}^k \theta_i X_i + (1 + \eta_r) \sum_{i=1}^k (1 + \theta_i) E(X_i)$$

$$E(B(\theta)) = (\eta - \eta_r) E(X) + \eta_r \sum_{i=1}^k \theta_i E(X_i)$$

$$\text{Var}(B(\theta)) = \sum_{i=1}^k \theta_i^2 \text{Var}(X_i)$$

Hess propose le problème d'optimisation qui consiste à déterminer le vecteur  $\theta = (\theta_1; \dots; \theta_k)$  permettant de maximiser le bénéfice moyen  $E(B(\theta))$  sous les contraintes :

$$\begin{cases} T = \frac{R + \eta E(X)}{\sigma(X)} \geq t \\ 0 \leq \theta_i \leq 1 \forall i = 1 \dots k \end{cases}$$

Formellement :

$$\begin{cases} \max_{\theta} = (\theta_1; \dots; \theta_k) E(B(\theta)) \\ \text{SC} \left( \theta = (\theta_1; \dots; \theta_k) \in \frac{R^k}{T(\theta)} \geq t \right), \forall i = 1 \dots k; 0 \leq \theta_i \leq 1 \end{cases}$$

Il parvient ensuite à démontrer l'existence d'une solution optimale à ce problème d'optimisation. De plus  $1/T$  s'interprète comme le coefficient de variation de la richesse de

l'assureur, soit  $R + B$ . Le coefficient de sécurité  $T$  est lié à la probabilité de ruine, dans la mesure où :

$$P(\text{ruine}) = P(R + \pi(X) < X)$$

$$= P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > \frac{R + \pi(X) - E(X)}{\sigma(X)}\right)$$

$$= P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > T\right)$$

Cependant, l'écart type de la distribution de résultat de la cédante décrit la dispersion mais ne mesure pas précisément la sévérité des valeurs extrêmes de la distribution du résultat. Le choix de la cédante consiste à fixer le coefficient de sécurité à un niveau arbitraire  $t > 0$ . Cela pourrait faire intervenir la fonction d'utilité du décideur pour en choisir le seuil minimum. En pratique, un coefficient de sécurité au moins égal à 4 est jugé satisfaisant, puisqu'il signifie que la probabilité pour qu'une perte dépasse les fonds propres est ainsi inférieure à 0,5%. Pour résoudre ce problème de maximisation, Hess a utilisé les conditions d'optimalité de Kuhn Tucker, puis il a suggéré un algorithme de résolution qui consiste à ordonner d'abord, les branches selon l'ordre croissant des valeurs  $C_i = E(X_i) / V(X_i)^6$ , de sorte que les branches sont indicées de façon que, pour tout  $i = 2; \dots; k$ ;  $C_{i-1} \leq C_i$ , puis à rechercher successivement l'optimum parmi l'une des  $k$  situations suivantes :

- ✓ Toutes les branches sont réassurées.
- ✓ Seule la branche  $k$  n'est pas réassurée, tandis que les branches 1; 2; ...;  $(k-1)$  sont réassurées.
- ✓ Seules les  $(k - 1)$  et  $k$  branches ne sont pas réassurées.
- ✓ Seule la branche 1 est réassurée, tandis que les branches 2; 3; ...;  $k$  ne sont pas réassurées.

On commence par rechercher  $\theta_1; \dots; \theta_k$  en supposant toutes les branches réassurées. Si la solution existe, elle est égale à :

$$\dot{\theta} = N C_i$$

<sup>6</sup> La valeur du coefficient  $C_i$  d'autant plus grande que le bénéfice moyen de la branche  $i$  grand et/ou que la variance est petite. Autrement dit, plus ce coefficient est grand plus la « sécurité » de la branche est grande.

Avec

$$N = \frac{R'}{\sqrt{A}(4-\sqrt{A})}$$

Ou  $A = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\eta E(X_i)^2}{V(X_i)} \right)$

Ensuite, on sature la branche k ( $\theta_k = 1$ ) la moins exposée. Les autres  $\theta_i$  sont obtenus par:

$$\theta_i = N C_i$$

Avec k racine positive de l'équation du second degré :

$$N^2 A (4^2 - A) - 2 N W A + 4^2 S - W^2 = 0$$

Ou  $A = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\eta E(X_i)^2}{V(X_i)} \right)$  la sommation est étendue aux branches saturées.

$W = R' + \sum_{i=1}^{k-1} (\eta E(X_i))$  la sommation est étendue aux branches non saturées.

Après k itérations, pour chaque solution possible, on calcule le bénéfice de l'assureur. La solution retenue est celle qui rend ce bénéfice maximum.

### 2.4 Les modèles basés sur le critère de maximisation de l'utilité

La théorie d'utilité, de VON NEUMAN et MORGENSTERN (1944), peut être appliquée dans une problématique de choix de réassurance optimale.

L'assureur n'achète de la réassurance que si et seulement si son profil espéré après réassurance est positif. Une fois, cette condition est vérifiée, l'assureur choisira les taux de cession qui lui donnent l'espérance d'utilité la plus élevée sous contrainte de la variabilité du résultat ou de mesure de risque. La fonction d'utilité permet alors de mesurer le niveau de satisfaction de l'assureur réalisé par l'achat de la réassurance.

Il est à noter qu'une fonction d'utilité est une application définie sur le sous-ensemble des loteries certaines et à valeurs dans R, qui associe à chaque loterie l un nombre réel U(l).

Soit un portefeuille d'assurances composé de n risques X1; X2; .....; Xn. Supposons que l'assureur a la faculté de se réassurer en achetant une réassurance proportionnelle dont le taux

de cession est  $\alpha_i \in [0; 1]; \forall i = 1; \dots ; n$  Supposons que le principe de tarification adopté par l'assureur et le réassureur est celui de l'espérance mathématique. Les chargements respectifs de la cédante et du réassureur sont  $\eta$  et  $\eta_r$ . Soient  $p_i$  et  $p_i^r$  respectivement la prime de l'assureur et celle du réassureur. Donc  $\forall i = 1; \dots ; n$ , en supposant implicitement que les chargements sont constants pour tous les risques qui composent le portefeuille, on a :

$$p_i = (1 + \eta)E(X_i)$$

$$p_i^r = (1 + \eta_r) \alpha_i E(X_i)$$

Le profit après réassurance est représenté par la variable aléatoire  $\pi$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$  :

$$\pi = \sum_{i=1}^n (p_i - p_i^r - (1 - \alpha_i)X_i)$$

Or, l'assureur, étant rationnel, n'achète de la réassurance que si et seulement si son profit espéré après réassurance est positif. L'espérance et la variance du profit après réassurance sont donnés par :

$$E(\pi) = \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i)$$

$$Var(\pi) = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i)$$

La condition d'achat de réassurance dans ce cas de figure revient à avoir  $\eta > \eta_r$ . Supposons que cette condition est vérifiée, l'assureur choisira les taux de cession qui lui donnent l'espérance d'utilité la plus élevée possible sous contrainte de la variabilité du résultat ou de mesure de risque. Donc, il a tendance à résoudre un problème d'optimisation de la forme suivante :

$$\begin{cases} \max_{\alpha} EU(\pi) \\ \text{sc } Var(\pi) = k > 0 \text{ et } \alpha_i \in [0, 1], \forall i = 1, \dots, n \end{cases}$$

U étant la fonction d'utilité de l'assureur. Il est à noter que plusieurs fonctions d'utilité peuvent être traitées en fonction de degré d'aversion au risque de la cédante. En somme, la fonction d'utilité permet de mesurer le niveau de satisfaction de l'assureur en achetant de la

réassurance. Donc, le problème est de pouvoir déterminer les caractéristiques optimales d'un traité de réassurance permettant d'assurer l'espérance d'utilité la plus élevée. Cette fonction d'utilité doit satisfaire un certain nombre d'axiomes à savoir :

- **Axiome de préférence** : Entre deux situations x et y risquées, l'individu peut toujours décider s'il préfère x à y, ou s'il préfère y à x ou s'il est indifférent entre x et y.
- **Axiome de transitivité** : si  $x \geq y$  et  $y \geq z$  alors  $x \geq z$ .
- **Axiome de non satiété** :  $x \leq a$  avec a une richesse certaine. Supposons que la fonction d'utilité de l'assureur en question est sous la forme quadratique suivante :

$$U(\pi) = a + b\pi - c\pi^2$$

Donc l'espérance de l'utilité du profit sera donnée par :

$$EU(\pi) = a + b \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) - c \left( \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i) - \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right)^2 \right)$$

Pour résoudre le problème d'optimisation défini ci-dessus, on utilise l'approche de Kuhn Tucker pour déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'optimisation. Au préalable, on doit déterminer l'expression du Lagrangien :

$$L(\alpha, \lambda, y, |z) = EU(\pi) + \lambda(Var(\pi) - k) + \sum_{i=1}^n y_i(\alpha_i - 1) - \sum_{i=1}^n z_i \alpha_i$$

En appliquant les conditions KKT on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, n : \\ -\eta_r b E(X_i) - 2(1 - \alpha_i) Var(X_i)(\lambda - c) + 2c E(X_i) \eta_r \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) + y_i - z_i = 0 \\ y_i(\alpha_i - 1) = 0 \\ z_i \alpha_i = 0 \\ y_i > 0 \\ z_i > 0 \\ 0 \leq \alpha_i \leq 1 \\ \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(X_i) - k = 0 \end{array} \right.$$

Ignorons la dernière condition, trois situations sont envisageables :

- Si on suppose que  $y_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $z_i = 0$  et  $\alpha_i = 1$ . En effet, la première condition donnera :

$$y_i = \eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)$$

- Si on suppose que  $z_i > 0$ , la deuxième et la troisième condition du KKT impliqueront que  $y_i = 0$  et  $\alpha_i = 0$ . En effet, la première condition deviendra :

$$z_i = 2Var(X_i)(\lambda - c) + \eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)$$

- Si on considère cette fois ci que  $y_i = 0$  et  $z_i = 0$ , on aura :

$$\alpha_i = 1 - \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)}$$

- Pour que cela soit vérifié, il faut que :

$$0 \leq \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)} \leq 1$$

On constate que le terme suivant est toujours présent dans les trois situations présentées ci-dessus :

$$\psi_i = \frac{\eta_r b E(X_i) - 2c \left( \sum_{i=1}^n E(X_i)(\eta - \eta_r \alpha_i) \right) \eta_r E(X_i)}{2Var(X_i)(\lambda - c)}$$

## 2.5 Les modèles basés sur la minimisation de la probabilité de ruine

L'objectif de la réassurance diffère d'un réassureur à un autre, or le but commun est de garder son existence, autrement dit ne pas se trouver en état de ruine. L'assureur peut choisir la réassurance pour minimiser sa probabilités de ruine, d'où un autre critère d'optimisation de la réassurance.

Le premier but de la théorie de ruine est la modélisation de l'évolution de la richesse d'une compagnie d'assurance, l'évaluation de la probabilité de ruine et l'estimation du niveau des réserves initiales permettant de réduire cette probabilité. Cependant, plus le risque est élevé, plus la possibilité de ruine est élevée.

La probabilité de ruine est donc une fonction décroissante du niveau de réserves initiales et aussi du risque retenu. Il est donc possible de déterminer la rétention optimale en se basant sur le critère de minimisation de la probabilité de ruine.

## 2.6 Les modèles basés sur le critère de minimisation des mesures de risque

Pour la recherche d'un plan optimal de réassurance, on a relevé les plus importants dans la littérature actuarielle à savoir la maximisation du profit de la cédante après réassurance sous contrainte de risque modélisé à l'aide de la variance de la rétention, cette approche est connue sous l'appellation Approche Moyenne Variance, et la minimisation de la probabilité de ruine ou, en d'autres termes, la maximisation de la probabilité de survie. Récemment **CAI et TAN**<sup>7</sup> ont proposé un autre critère basé sur la minimisation des mesures de risques telles que la « **Value-At-Risk** » et la « **Conditional Tail Expectation** » en démontrant l'existence de rétention optimale explicite dans le cas des traités stop-loss. **CAI et TAN** ont étudié un cas simple en se basant sur les deux critères :

- **Value at risk** : correspond au montant de pertes qui ne devrait être dépassé qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné.
- **Conditional Tail Expectation** : représente la perte attendue sachant que la value at risk au niveau donné est dépassée.

### 2.6.1 Le modèle CAI et TAN(2007) :

On considère les notations suivantes :

$X$  : montant des sinistres, une variable aléatoire positive.

$F_X(x) = P(X \leq x)$  la fonction de distribution de la variable aléatoire  $X$ .

$S_X(x) = P(X \geq x)$  la fonction de survie de la variable aléatoire  $X$ .

---

<sup>7</sup> Cai and Tan, "Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures". ASTIN Bulletin, 2007.

$E(X)$  l'espérance de  $X$ .

$X'$  =  $X^d$  variable aléatoire, charge de sinistre pour la cédante après réassurance.

$X''$  =  $(X - d)$  + variable aléatoire, charge de sinistre pour le réassureur.

$$X = X' + X''$$

$d$  : une constante qui définit le traité stop loss.

**CAI et TAN** ont adopté le principe de tarification selon l'espérance mathématique. En utilisant ce critère, la prime de réassurance est donnée, avec  $\eta_r$  les chargements de sécurité du réassureur, par :

$$\delta(d) = (1 + \eta_r)\pi(d)$$

$$\pi(d) = E(X'') = \int_d^{\infty} S_X(x)dx$$

Le risque total de l'assureur est donc défini par la variable aléatoire  $T = X' + \delta(d)$ . Si  $d$  diminue, la rétention diminue mais la prime de réassurance augmente. Il faut donc arbitrer entre céder plus de risque ou le conserver. Les deux critères fixés par **CAI et TAN** sont définis par :

$$\text{VaR-Optimisation : } \min_d(\text{VaR}_r(d, \alpha))$$

$$\text{CTE-Optimisation : } \min_d(\text{CTE}_r(d, \alpha))$$

**Théorème d'optimisation** : **CAI et TAN** ont discuté l'existence et l'expression de la rétention optimale d'un traité stop loss en se basant sur les deux critères cités précédemment :

En se basant sur le critère **VaR -Optimisation**, la rétention optimale existe si et seulement si :

$$\alpha \leq \eta_r^* \leq S_X(0)$$

$$S_X^{-1}(\alpha) \geq S_X^{-1}(\eta_r^*) + \delta(S_X^{-1}(\eta_r^*))$$

$\alpha$  le seuil de risque servant pour le calcul de la « Value at Risk.

$$\eta_r^* = \frac{1}{1 + \eta_r}$$

Lorsque la rétention optimale existe, alors  $\alpha^*$  est donnée par :

$$d^* = S_x^{-1}(\eta r^*)$$

La **VaR** minimale de T est donc égale à :

$$\text{VaR } T(\alpha^*; \alpha) = d^* + \delta(d^*)$$

Alors qu'en se basant sur le critère CTE-Optimisation, la rétention optimale  $d'' > 0$ , existe si et seulement si :  $0 < \alpha < \eta r^* < SX(0)$

$$\text{Dans ce cas } d'' = S_x^{-1}(\eta r^*)$$

L'inconvénient de cette approche est qu'il n'aboutit pas à des formules fermées pour être généralisées dans des cas plus complexes. De plus la minimisation des mesures de risques ne prend pas en considération l'espérance de profit de la cédante qui est primordiale dans le choix de réassurance, car un assureur n'est motivé par l'achat de réassurance que s'il espère avoir une espérance de gain positive.

## 2.7 Les modèles basés sur le critère de maximisation de la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur

L'hypothèse commune dans la majorité des recherches est le fait de respecter seulement l'intérêt de la cédante dans l'optimisation des traités de réassurance en minimisant sa probabilité de ruine ou en maximisant son espérance de profit dans un contexte actuariel classique.

Récemment, différents modèles de réassurance optimale, qui tiennent compte à la fois des intérêts de la cédante et du réassureur, ont été considérés.

### 2.7.1 L'approche IGNATOV et AL

IGNATOV et AL (2004)<sup>8</sup> ont proposé un modèle de réassurance optimale qui tient compte à la fois des intérêts de la cédante et du réassureur. Ces derniers ont introduit un

---

<sup>8</sup> IGNATOV et AL, "Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer", Vol 6, Scandinavian Actuarial Journal, 2004.

critère d'optimisation qui prend en compte la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur. Dans leur modèle, les montants des sinistres sont supposés avoir une distribution discrète avec un processus d'occurrence de Poisson. Ils ont supposé aussi que l'assureur partage le risque avec son réassureur en ayant recours à un traité de réassurance excess of loss sans limite avec un niveau de rétention  $M$  qui prend des valeurs entières. Ils ont alors déterminé une expression explicite pour la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur et ont ensuite vérifié son application dans le cas des distributions continues. Leur modèle était généralisé ensuite par **Kaichev et AL** (2008).

### 2.7.2 KAICHEV et DIMITROVA (2008) :

**KAICHEV et DIMITROVA** avaient l'idée de généraliser le modèle proposé par **IGNATOV** en 2004. Ils ont considéré un traité excess of loss de priorité  $M$  et portée  $L$  pour les sinistres individuels qui avaient des distributions continues. Ils ont démontré, sous certaines hypothèses, l'existence d'expressions explicites pour la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur. Ces problèmes doivent être résolus numériquement parce qu'il s'avère que la résolution analytique est impossible. Or, la probabilité de survie jointe, permet l'utilisation des copules. Les auteurs ont donc discuté l'effet de la variation du degré de la dépendance sur le choix des caractéristiques optimales du traité excess of loss.

## SECTION 3 : DESCRIPTION DU MODELE RETENU

### 1. LA JUSTIFICATION DES CHOIX RETENU

Etant donné la complexité des modèles développés précédemment, deux modèles seulement peuvent être appliqués, la méthode basée sur le critère moyenne variance (méthode de **DE.FENETTI**) et la méthode basée sur la probabilité de ruine. En effet l'application des autres méthodes nécessite des données que nous n'en disposons pas.

Notre choix a été porté sur la méthode de **DE.FENETTI**, dont l'approche s'appuie sur un échantillon d'une seule branche, contrairement aux autres méthodes qui s'appuient sur l'intégralité du portefeuille, toutes branches confondues.

Il est à noter aussi, que la méthode **DE.FENETTI** ne prend pas en compte la quantité du capital économique nécessaire, nous essayerons donc d'introduire la théorie moderne de la réassurance optimale en travaillant avec un critère économique qui mesure la création de

valeur. Un tel critère est basé sur ce qui est connu en assurance par **RORAC (Return On Risk Adjusted Capital)**.

## 2. Présentation du modèle retenu

L'approche développée par **DE.FENNETI** consiste à trouver le seuil de rétention optimal avec comme « input » le gain espéré.

**DE.FENNETI** suppose que dans un portefeuille de  $n$  risques :  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ , souscrits en contrepartie des primes respectives :  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ , où les risques sont indépendants et chaque risque peut être protégé par une réassurance proportionnelle dont le taux de cession est égal à :  $\alpha_i, \forall i = 1, \dots, n$ , avec  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ .

**DE FENNETI** suppose aussi que le réassureur applique des chargements de sécurité :

$\eta_j^i, \forall i = 1, \dots, n$ , d'où les primes de réassurance seront égales à :

$$P_i^r = (1 + \eta_i^r) \alpha_i E(S_i).$$

Où  $E(S_i)$  est la prime pure, servant à couvrir la sinistralité en moyenne

Supposant que :  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  et  $\eta_1^r, \eta_2^r, \eta_3^r, \eta_n^r$ , sont donnés, il se propose de trouver les  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$ , permettant de minimiser la variance du résultat après réassurance.

Le bénéfice technique de la cédante après réassurance est présenté par la variable aléatoire  $Z(\alpha)$  défini par :

$$Z(\alpha) = \sum_{i=1}^n p_i - (1 + \eta_i^r) \alpha_i E(S_i) - (1 - \alpha_i) S_i \quad \text{avec } \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

Et  $S_i$  = la sinistralité agrégée

La variance de  $Z(\alpha)$  est donnée par :

$$Var(Z(\alpha)) = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(S_i)$$

Alors que, l'espérance de  $Z(\alpha)$  est donnée par :

$$E(Z(\alpha)) = \sum_{i=1}^n (p_i - E(S_i)) (\eta_i^r \alpha_i + 1)$$

DE FENETTI, définit donc le problème de minimisation suivant :

$$\begin{cases} \min_{\alpha} \{Var(z(\alpha))\} \\ SC: E(Z(\alpha)) = K \in \mathbb{R} \\ \alpha_i \in [0, 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$\min_{\alpha} \{Var(z(\alpha))\} = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(S_i)$$

Alors que les contraintes s'écrivent comme suit :

$$E(Z(\alpha)) = K \text{ donc } \sum_{i=1}^n E(S_i) \eta_i^r \alpha_i = -K + \sum_{i=1}^n (p_i) - \sum_{i=1}^n E(S_i)$$

Tel que :  $0 \leq \alpha_i \leq 1$

DE FENETTI parvient à démontrer que, dans ce cas de figure, le taux de cession optimal est de forme :

$$\alpha_i = \min(1, \max(0, \Phi_i))$$

$$\Phi_i = \frac{\lambda \eta_i^r E(S_i)}{2 Var(S_i)} \text{ avec } \lambda \text{ est une constante}$$

Le taux de rétention  $\beta_i$  est donné par :  $\beta_i = 1 - \alpha_i$

## 2.1 Le choix du taux de cession optimal « la théorie moderne de réassurance »

La méthode définie précédemment nécessite comme input le chargement de sécurité de l'assureur et celui du réassureur. Elle nécessite aussi comme input le gain espéré. Dans cette situation, le décideur doit choisir entre un portefeuille peu variable générant un gain moyen

peu élevé et un autre engendrant un gain moyen confortable mais au prix d'une variabilité accrue de ce portefeuille, mais nous n'avons pas une idée précise de la quantité du capital économique nécessaire pour souscrire tel ou tel portefeuille, il serait donc utile de travailler avec un critère économique qui mesure la création de valeurs. Un tel critère est basé sur ce qui est connu en assurance par **RORAC (Return On Risk Adjusted Capital)**.

**RORAC** est une notion économique mesurant la rentabilité des capitaux propres investis. Pour calculer ce ratio, nous allons évaluer l'exigence minimale de solvabilité que doit détenir la société, ce qui est connu par **NSR (Niveau de Solvabilité Requis)**.

**NSR**, le niveau de solvabilité requis est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité. Autrement dit, c'est le montant que doit détenir l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements avec un certain risque d'erreur.

Le **NCR** n'est pas mis à disposition uniquement par les assureurs. En effet, une partie de ce montant est empruntée aux assurés via les primes que ces derniers versent à l'assureur en échange de la promesse d'une indemnisation en cas de sinistre futur. Cependant le montant réellement mis à disposition par les assureurs est connu par **RAC (Risk Adjusted Capital)**. Le **RAC** est donné par :

$$RAC(X) = NSR(S) - P$$

Ce capital doit être rémunéré, ce qui se fait au moyen de la marge obtenue sur les primes d'assurance :  $P - S$

On définit alors le return sur NSR comme :

$$\frac{P - S}{RAC(S)}$$

Étant donné que  $S$  est une variable aléatoire, ce return est lui-même une variable aléatoire. On en prend la moyenne pour obtenir le **RORAC** :

$$RORAC(S) = \frac{P - E(S)}{RAC(S)}$$

Le décideur qui est amené à choisir entre deux structures de réassurance optera pour celle qui présente le **RORAC** le plus élevé. Nous allons donc utiliser ce critère économique pour analyser la situation de l'assureur.

### **CONCLUSION :**

Tout au long de ce chapitre, nous avons tenté de présenter une vue d'ensemble sur le programme de réassurance ainsi que sur sa conception, Nous avons aussi essayé de donner un aperçu général des concepts de base de la rétention, ainsi que les différentes méthodes d'évaluation de ce niveau à savoir la méthode empirique et les méthodes actuarielles.

Ces méthodes actuarielles sont fondées sur des modèles mathématiques et aussi sur certaines hypothèses liées au comportement des assureurs (théorie de l'utilité). De ce fait ils ne peuvent pas reproduire tous les rapports entre divers paramètres de détermination de la rétention, ce sont des simplifications de la réalité visant à orienter la compagnie vers des structures de réassurance adéquate et satisfaisante.

# Chapitre III

## Etude de cas pratique

Au cours des précédents chapitres, nous avons présenté les différents aspects théoriques relatifs à la détermination du seuil de rétention optimal par les méthodes actuarielles.

Cependant, ce travail ne serait jamais complet s'il ne comportait pas un appui pratique aux différentes notions présentées dans la théorie. Une application chiffrée est donc plus qu'indispensable pour bien cerner la technique de détermination du seuil de rétention par une approche actuarielle.

En ce qui concerne notre problématique, nous avons opté pour la méthode de **DE FINETTI** qui privilégie l'approche moyenne variance.

Dans le présent chapitre nous tenterons de présenter une étude de cas consacrée à la mise en application de cette méthode sur le portefeuille incendie de la **CASH**, elle sera ensuite renforcée par un autre critère d'aide à la décision appelé **RORAC**.

Ce chapitre se subdivise en 3 sections :

**Section 1** : Présentation de la structure d'accueil ;

**Section 2** : Présentation du portefeuille à étudier ;

**Section 3** : Détermination d un seuil de rétention optimal.

## SECTION 1 : PRESENTATION DE LA STRUCTURE D'ACCUEIL

### 1. PRESENTATION DE LA CASH

La Compagnie d'Assurances des Hydrocarbures par abréviation CASH Spa, est une société à capitaux publics, créée en 1999 et agréée pour pratiquer toutes les opérations d'Assurances et de Réassurances en Algérie. Son capital social s'élève à **7,8 milliards Da**, ses actionnaires sont respectivement le Ministère de l'Energie et des Mines à travers Sonatrach et Naftal à hauteur de **82%** et celui des Finances à travers la CAAR et la CCR à hauteur de **18%**.

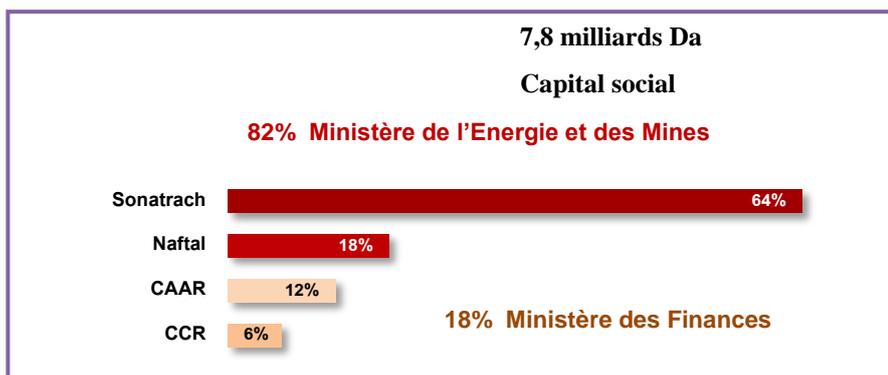


Figure 12: les actionnaires de la CASH

La CASH assurances intervient dans trois domaines d'activité : les risques de pointe (construction, exploitation, transport), les risques de PME/PMI et les risques de particuliers. En plus elle commercialise les assurances de personnes par le billet d'une autre société, en attendant la création de sa propre filiale d'Assurance de personnes.

La CASH assurances est le leader dans l'assurance des risques de pointe et de construction. En termes de primes émises la CASH est le 4ème assureur en Algérie, et occupe la 2ème position dans la couverture des risques d'entreprises industrielles et commerciales.

La CASH poursuit actuellement l'objectif prioritaire de développement du portefeuille de la PME/PMI et à moindre mesure celui des particuliers.

## 2. LA CASH AU SEIN DU MARCHE

Grace à la croissance de son chiffre d'affaires dans les différents segments d'activité, la CASH a pu améliorer sa part de marché globale passant de **9.2** à **10.4** % en 2014.

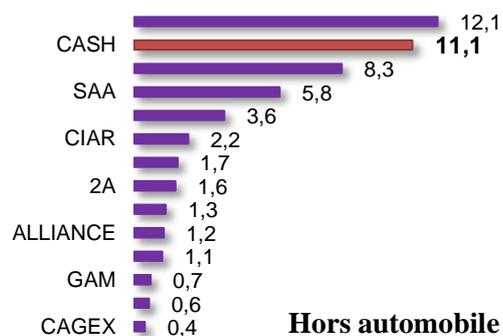
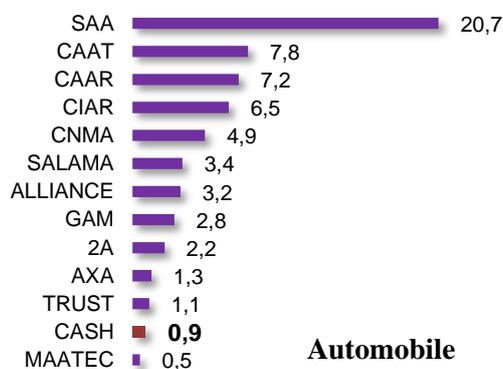
Elle occupe actuellement la 4<sup>ème</sup> place des compagnies du secteur, devancée par trois compagnies historiques.

Abstraction faite de la branche automobile, la compagnie se hisse à la seconde position avec une part de marché de **21.5%**.

L'évolution des primes émises et des parts de marché de la CASH se présente comme suit :

En millions Da	Marché des assurances de dommages			CASH Assurances			Parts de marché CASH		
	2013	2014	+/-	2013	2014	+/-	2013	2014	+/-
<b>Branche</b>									
<b>Automobile</b>	60 604	62 478	+3.1%	887	877	-1%	1.5%	1.4%	-4.0%
<b>IRD</b>	35 424	41 198	+16.3%	8 059	10 237	+27%	22.8%	24.8%	+9.2%
<b>Transport</b>	6 217	6 639	+6.8%	756	888	+17%	12.2%	13.4%	+10.0%
<b>Agricole</b>	2 793	2 930	+4.9%	-	-	-	0.0%	0.0%	-
<b>Crédit/Cauti</b>	924	1 032	+11.6%	-	-	-	0.0%	0.0%	-
<b>TOTAL</b>	105 962	114 276	+7.8%	9 702	12 002	+24%	9.2%	10.5%	+14.7%
<b>Total hors automobile</b>	45 359	51 798	+14.2%	8 815	11 125	+26%	19.4%	21.5%	+10.5%
<b>Total hors auto, agricole &amp; crédit</b>	41 642	47 836	+14.9%	8 815	11 125	+26%	21.2%	23.3%	+9.9%

Tableau 1 : parts de marché de la CASH (2013-2014)



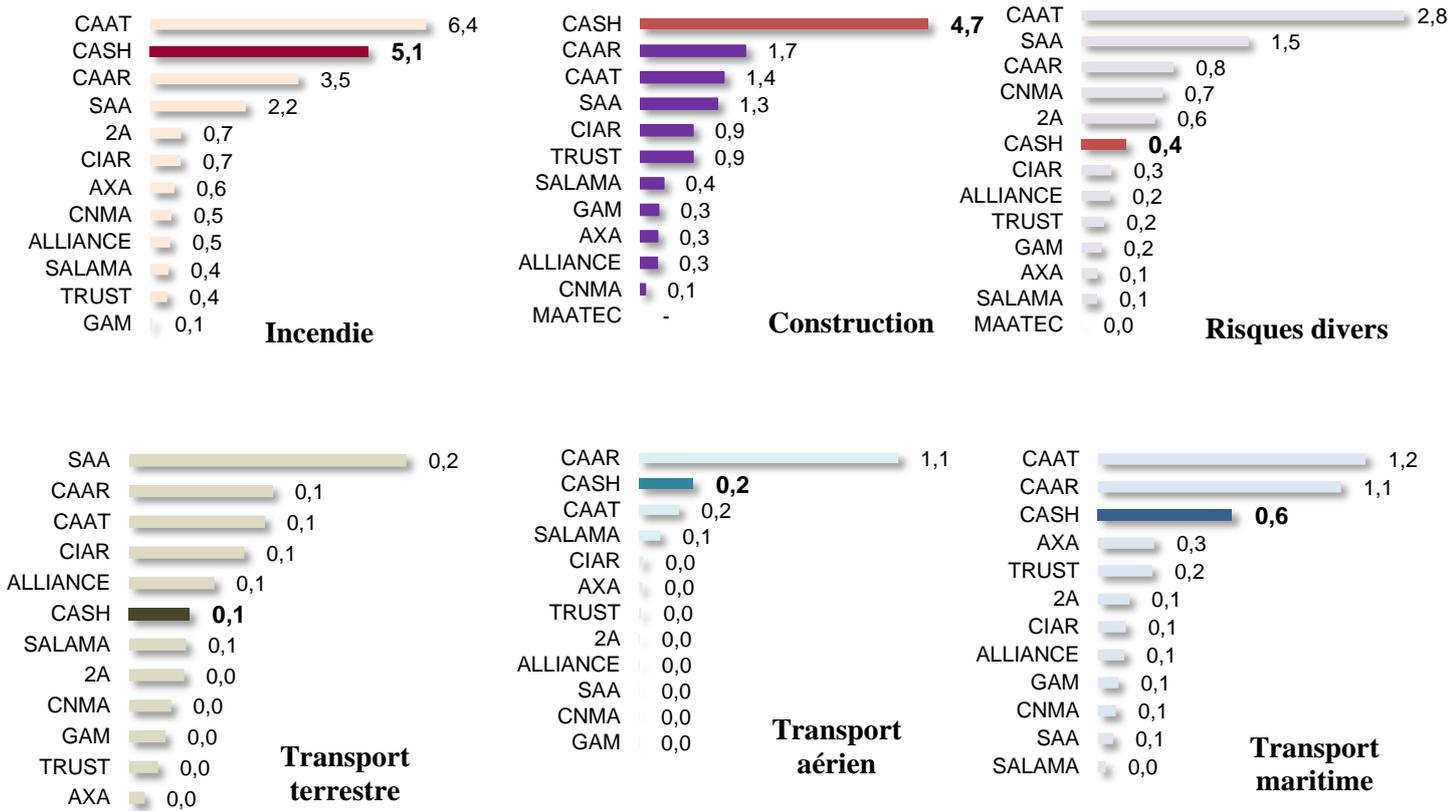


Figure 13 : Classement de la CASH 2014 par branche (en millions Da)

### 3. ACTIVITE TECHNIQUE DE LA CASH

#### 3.1 Primes émises

La production globale réalisée au titre de l'exercice 2014 s'élève à plus de **12 milliards de dinars**, contre **9,7 milliards de dinars** en 2013, soit un taux d'évolution de **24%**.

Cette forte croissance qui contraste avec la conjoncture actuelle du marché, a été favorisée par la souscription d'un certain nombre d'affaires majeures, particulièrement au titre de la branche Engineering.

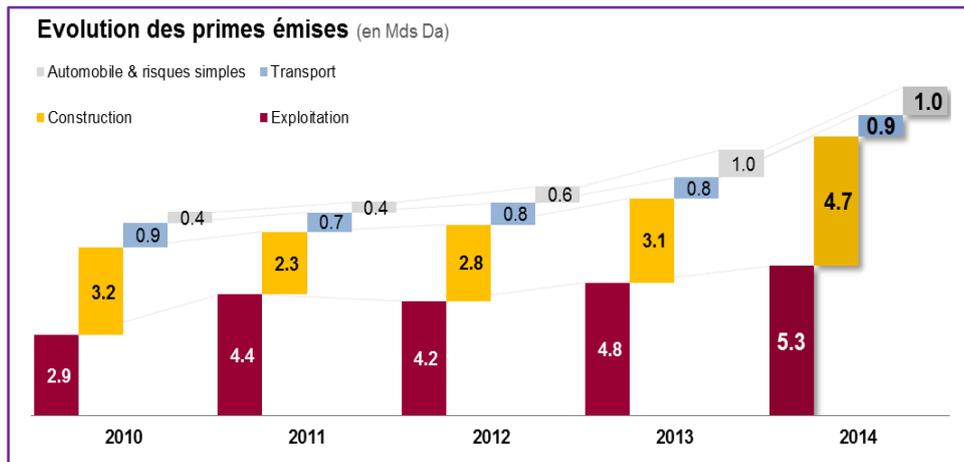


Figure 14 : Evolution des primes émises (en Mds Da) (2010-2014)

### 3.2 Sinistres & indemnisations

En parallèle à l'évolution des émissions enregistrées, l'exercice 2014 a connu une croissance importante des déclarations de sinistres toutes branches, soit un taux moyen d'évolution de **31%** par rapport à l'exercice 2013.

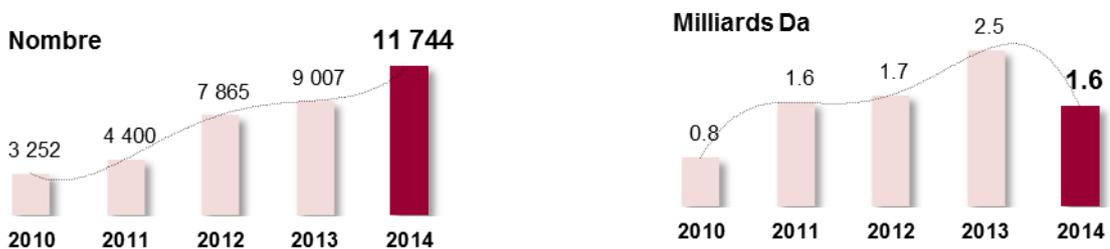


Figure 15 : Les déclarations de sinistres par nombre et par montant

Les règlements réalisés par la compagnie s'élèvent à **6 973** dossiers pour un montant global de **3.94 MDS Da**, soit une hausse de **66%** comparativement à l'exercice 2013 (**2.37 MDS Da**). Une performance considérée comme moyenne en termes de nombre mais elle reste significative en montant.



Figure 16 : le montant de règlement en MDS Da

Additivement aux règlements effectués, **1 946** dossiers ont été classés sans suites pour une provision de plus de **645 Millions Da**.

Quant aux provisions pour SAP, elles n'ont enregistré qu'une hausse de **5%**, le montant s'élève à **9.05 MDS Da** à la clôture d'exercice contre **8.6 MDS Da** à l'ouverture.

#### **4. POLITIQUE DE REASSURANCE DE LA CASH**

Le portefeuille de la CASH est caractérisé par un chiffre d'affaires certes important mais généré par un nombre très réduit de contrats d'assurances et dominé par deux principales branches (incendie et engineering). De plus, celui-ci est composé essentiellement de grandes entreprises et de projets impliquant des engagements importants.

Ce portefeuille expose la compagnie à une sinistralité élevée que seul le recours massif à la réassurance la rend techniquement supportable.

L'objectif principal fixé à la fonction réassurance de la CASH reste de contribuer à garantir l'équilibre et la pérennité de l'entreprise.

La politique de réassurance doit rester cependant rationnelle et ne devra en aucun cas altérer le niveau de rentabilité de l'entreprise. Pour ce faire, les plans annuels de réassurance doivent respecter certains principes et critères dans le choix des réassureurs et des cabinets de courtage.

C'est ainsi que, même si la crise financière mondiale a montré les limites de la notation, la CASH continue à ne recourir qu'à des réassureurs de premier rang en terme de rating.

Elle s'efforce à veiller à une répartition des engagements sur un nombre important de réassureurs notamment pour les grands projets pour réduire au maximum l'impact d'une éventuelle insolvabilité d'un des réassureurs. La CASH fait également en sorte que toutes les capacités qu'offre le réassureur national soient utilisées avant tout recours à l'international.

#### 4.1 Les partenaires de la CASH en matière de la réassurance

En 2014, cinq réassureurs participent au programme de réassurance conventionnelle de la CASH (traités). Il s'agit de :

<b>B+</b>	• <b>CCR Alger</b>
<b>A-</b>	• <b>Africa Re</b>
<b>A+</b>	• <b>SCOR</b>
<b>AA</b>	• <b>CCR Paris</b>
<b>AA+</b>	• <b>Hanover Re</b>

Figure 17: Les partenaires de la CASH en matière de réassurance 2014

En 2014, l'entreprise a enrichi son portefeuille par des affaires importantes, notamment dans le segment de la construction (*usines, stations électriques, cimenteries, infrastructures de transport, installations pétrolières/gazières,...*), engendrant un niveau élevé d'engagements, et par définition un recours plus massif à la réassurance.

Par ailleurs, la CASH a enregistré au titre des acceptations nationales plus de **37 millions Da** (**36,57 millions Da RCD & 0,46 Millions Da** en aviation), contre **17 millions Da** en 2013 (+109%).

## 4.2 Evolution des primes cédées / taux de cession

Sous l'effet de l'augmentation de la production, particulièrement dans les branches à forte pression de réassurance (Incendie & engineering), le niveau des primes cédées connaît une croissance supérieure de 02 points à celle du chiffre d'affaires.

Les primes retenues ont dépassé **1,75 milliard Da**, en hausse de **12%** par rapport à 2013.

Branches	2013		2014	
	Primes Cédées	Taux de cession	Primes cédées	Taux de cession
Incendie	4 319 566	93.3%	4 713 386	92.6%
Engineering	2 894 979	94.4%	3 798 982	93.5%
RC	197 041	77.4%	183 352	72.1%
RC Décennale	16 572	100%	689 563	100%
RD	3 578	8.2%	4 521	8.6%
Transport	670 845	88.7%	785 625	88.4%
CAT NAT	36 189	73.7%	72 122	80.7%
<b>Total</b>	<b>8 138 770</b>	<b>83.9%</b>	<b>10 247 551</b>	<b>85.4%</b>

**Tableau2:Evolution des primes cédées/taux de cession par branche (Millions Da)**

Les primes versées dans les traités de réassurance, dont le montant dépasse les **2,35 milliards Da**, s'améliorent de **21%** par rapport à celles de 2013, tandis que les primes cédées en réassurance facultative progressent de **28%**, passant de **6,2** à près de **7,9 milliards Da**.

Branches	Traités		Facultative		Cessions totales	
	Primes cédées	%	Primes cédées	%	Primes cédées	%
Incendie	817 225	17%	3 896 161	83%	4 713 386	46%
Engineering	948 040	25%	2 850 942	75%	3 798 982	37.1%
RC	78 376	43%	104 975	57%	183 352	1.8%
RC Décennale	100 001	15%	589 562	85%	689 563	6.7%
RD	-	0%	4 521	100%	4 521	0.04%
CATNAT	52 601	73%	19 521	27%	72 122	0.7%
Transport	357 340	45%	428 285	55%	785 625	7.7%
<b>TOTAL</b>	<b>2 353 584</b>	<b>23%</b>	<b>7 893 967</b>	<b>77%</b>	<b>10 247 551</b>	<b>100%</b>

**Tableau 3 : structure de cession par nature de réassurance (Millions Da)**

### 4.3 Les commissions de réassurance

Le montant des commissions de réassurance reçues au titre des cessions de l'année s'élève à près de **1,37 milliard Da**, enregistrant une hausse plus marquée que celle des cessions (+32%).

Plusieurs raisons contribuent à expliquer la hausse des commissions reçues des réassureurs, notamment :

- ✓ L'augmentation des primes cédées consécutivement à la croissance du chiffre d'affaires réalisée dans les principales branches réassurées ;
- ✓ L'important niveau de commissions enregistré dans la branche RC Décennale au titre de l'affaire OHL (Centre des Conventions d'Oran) ;
- ✓ La hausse du taux de commission de réassurance conventionnelle (traités) de la branche Incendie;
- ✓ L'utilisation des SMP minimum 50% dans les cessions traités des branches « incendie » et engineering.

Branches	Traités		Facultative		Commissions totales	
	Commissions	% dans la branche	Commissions	% dans la branche	Commissions	% dans le total des commissions
Incendie	227 936	46.7%	260 475	53.3%	<b>488 411</b>	<b>35.5%</b>
Engineering	317 938	59.9%	212 684	40.1%	<b>530 622</b>	<b>38.7%</b>
Resp. civile	25 052	72.1%	9 707	27.9%	<b>34 760</b>	<b>2.5%</b>
RC Décennale	16 500	11.5%	126 756	88.5%	<b>143 256</b>	<b>10.5%</b>
Risques divers	-	0%	452	100%	<b>452</b>	<b>0.04%</b>
CATNAT	4 763	76.5%	1 464	23.5%	<b>6 227</b>	<b>0.5%</b>
Transport	124 289	72.7%	46 766	27.3%	<b>171 054</b>	<b>12.5%</b>
<b>TOTAL</b>	<b>716 477</b>	<b>52.1%</b>	<b>658 303</b>	<b>47.9%</b>	<b>1 374 781</b>	<b>100%</b>

Tableau 4 : Commissions de réassurance par mode de cession (Millions Da)

### 4.4 Sinistres à la charge des réassureurs :

En termes de règlements, les réassureurs ont participé à hauteur de **83,5%** des indemnisations effectuées par la CASH durant l'année 2014, soit une contribution de **3,3 milliards Da**.

Le montant des SAP à la charge des réassureurs s'élève à **8 Milliards Da**, soit **90%** du montant de la provision globale de la CASH

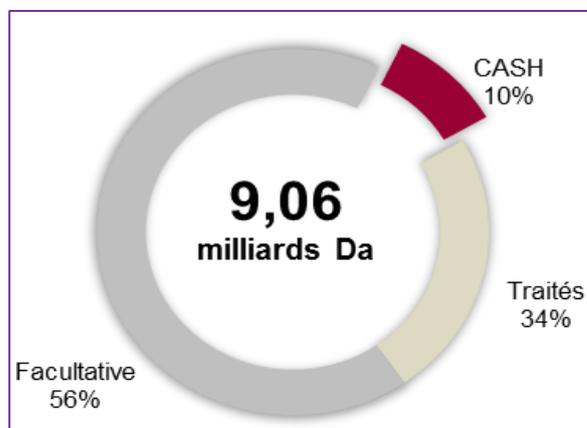


Figure 18 :SAP à charge des réassureurs

### 4.5 Programme de réassurance de la CASH

L'un des problèmes techniques les plus importants que pose la planification en réassurance de la CASH est la fixation à un juste niveau le plein de conservation pour chaque risque. En effet la « CASH » fixe pour chaque année et pour chaque branche des niveaux de rétentions différents. Ces dernières sont fixées sur la base expérimentale et selon des règles empiriques.

Voici un tableau récapitulatif de traité appliqué par la CASH pour l'année 2015 :

branche		plein de rétention	capacité de souscription
incendie	Dommages matériels	250 millions Da	4,550 milliards Da sans la garantie PE
	perte d'exploitation après incendie	75 millions Da	875millions de Da
Engineering	TRC/TRM	300 millions Da	5,05 milliards de Da
	Bris de machines	150 millions de Da	2,150 milliards de Da
	perte d'exploitation après BM	75 millions Da	500 millions de Da
	pertes de produits en entrepôts frigorifiés	75 millions Da	275 millions de Da
RC	RC générale, RC professionnelle et RC Produit	100 millions de Da	800 millions de Da
	RC Employeur	100 millions de Da	500 millions de Da
RC Décennale			3 milliards de Da
CATNAT			2,5 milliards de Da
Transports	facultés maritimes	traité quote part (%)	1,2 milliards de Da
	facultés terrestres et aériennes	traité quote part (%)	600 millions de Da

Tableau 5 : différents niveaux de rétention appliquée par la CASH 2015

## SECTION 2 : PRESENTATION DU PORTEFEUILLE A ETUDIER

### 1. LA STRUCTURE DU PORTEFEUILLE INCENDIE DE LA CASH

En 2014 ; la branche incendie représente **42%** des émissions globales, marquant une hausse de **10%** par rapport à la même période de l'exercice 2013 avec la souscription de plus de milles contrats (police et avenant), pour un niveau de primes cumulées dépassant les **5 Milliards Da**.

La croissance de la CASH dans ce segment de risques est supérieur de 03 points à celle observée par le marché (+7 %).

La part des couvertures liées aux PME/PMI et autres risques représente **15%** du chiffre d'affaires de la branche, qui connaissent cet exercice une croissance de **17%**.

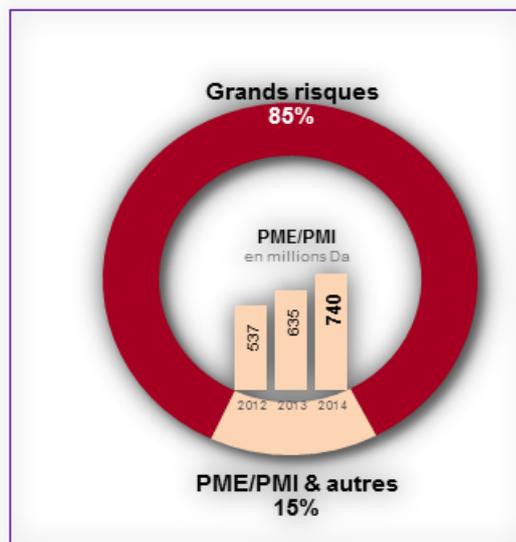


Figure 19 : structure du portefeuille incendie

En ce qui concerne la part des primes émises de la branche incendie dans le chiffre d'affaires, cette dernière a connu une baisse de près 6 points, elle passe de **48%** en 2013 à **42%** en 2014, par contre la branche engineering évolue de **32%** à **40%** durant la même période. Ces dernières cumulent une part dominante de **82%** du portefeuille, soit (2,5 points de plus qu'en 2013). Toutefois, avec un rétrécissement de l'écart entre ces deux branches qui passe de **15.9%** en 2013 à **2.8%** en 2014.

La structure de la branche incendie est quasi dominée par les produits Incendie risques Industriels et la Multirisque Industrielle avec des parts respectifs de **59%** et **37%** du total des émissions de la branche.

## 2. LA CONSTITUTION DE LA BASE DE DONNEES

La CASH a mis à notre disposition une base de données d'un portefeuille incendie allant de 2007 à 2014, cette dernière se subdivise en deux bordereaux : bordereau des **sinistres** et bordereau de **production**. Pour chaque police des deux bordereaux, nous disposons des informations suivantes :

- ✓ Le montant assuré ;
- ✓ La prime d'assurance ;
- ✓ Le montant de sinistre ;
- ✓ Le montant de règlement.

## 3. ANALYSE DESCRIPTIVE DU PORTEFEUILLE

Après le traitement de la base de donnée dont nous disposons, nous avons déterminé les variables retenues pour notre étude en les classant en trois séries analysés individuellement ; à savoir :

- ✓ La somme assurée (VTA) avec 3038 observations, noté  $Si$ .
- ✓ La fréquence de sinistre (le nombre de sinistre) avec 4736 observations, noté  $Ni$ .
- ✓ Le ratio dommage avec 2056 observations, noté  $Xi$ .

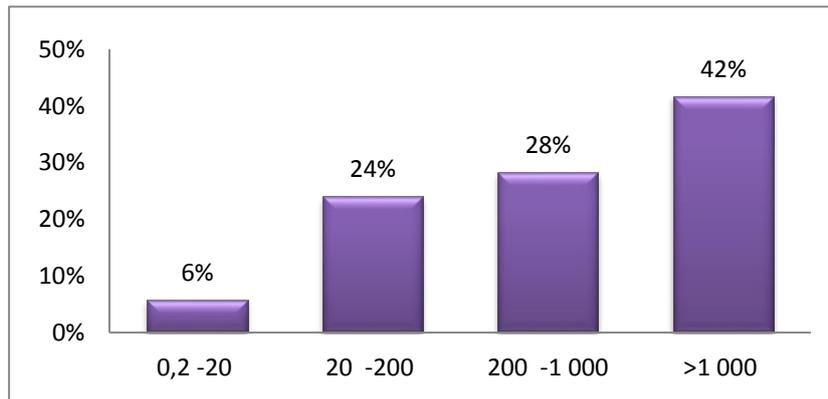
### 3.1 La somme assurée (VTA)

Unité : Millions Da

Statistique	Valeur
Taille de l'échantillon	3 038
Étendue	4 550
Moyenne	1 556
Médiane	615
Min	0.250
Max	4 550

**Tableau 6 : statistique descriptive de la valeur totale assurée**

L'observation des caractéristiques statistiques des sommes assurées montre que l'étendue de notre échantillon est de **4 550 millions Da** avec une valeur maximale de **4 550 millions Da** et une valeur minimale de **0.250 millions Da**, quant à la moyenne elle est de **1 556 millions Da**, ces indicateurs nous conduisent à constater que notre échantillon est dispersé.

**Figure 20 : Répartition des valeurs assurée en millions Da**

Nous constatons qu'en termes de valeur assurée, **42%** des contrats sont souscrits pour des montants supérieures à **1 000 millions de Dinars**, cette concentration peut être expliquée par la politique de la CASH qui est orientée vers les grands risques.

### 3.2 La fréquence de sinistre

On entend par fréquence de sinistre le nombre de sinistre qui a touché chaque police durant l'exercice, autrement dit la police a été sinistré pour combien de fois durant l'année.

Les caractéristiques statistiques relatives à la fréquence de sinistre sont représentées comme suit :

Statistique	Valeur
Taille de l'échantillon	4736
Médiane	0
Moyenne	0,45
Min	0
Max	5

Tableau 7 : Statistique descriptive de la fréquence de sinistre

Nous remarquons que sur **4736** observations, le nombre de sinistre varie entre 0 et 5 dont la moyenne et la médiane sont respectivement de **0.45** et **0**.

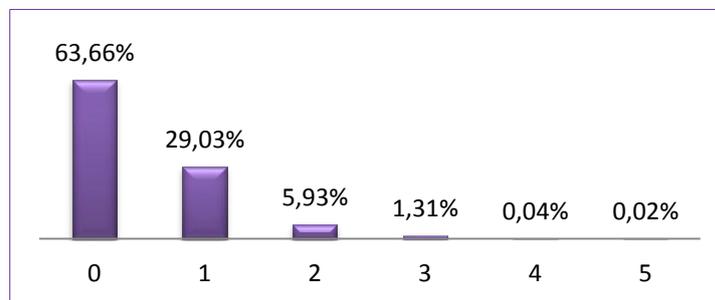


Figure 21:répartition des polices par fréquence de sinistre

En ce qui concerne la répartition des polices par nombre de sinistre, nous remarquons que plus de **63%** des polices n'ont pas été sinistré, ce pourcentage se voit diminuer en fonction du nombre de sinistre pour atteindre les **0.02 %** pour les polices dont le nombre de sinistres est de 5.

### 3.3 Le ratio dommage

Le ratio dommage peut être défini comme étant le rapport entre le montant de règlement par sinistre et la valeur totale assurée pour chaque police

Les caractéristiques statistiques de ce ratio sont représentées comme suit :

Statistique	Valeur
Taille de l'échantillon	2056
Étendue	0,16513
Moyenne	6,55E-04
Min	4,46E-308
Max	0,16513
Médiane	1,72E-35

Tableau 8 : caractéristiques statistiques du ratio dommage

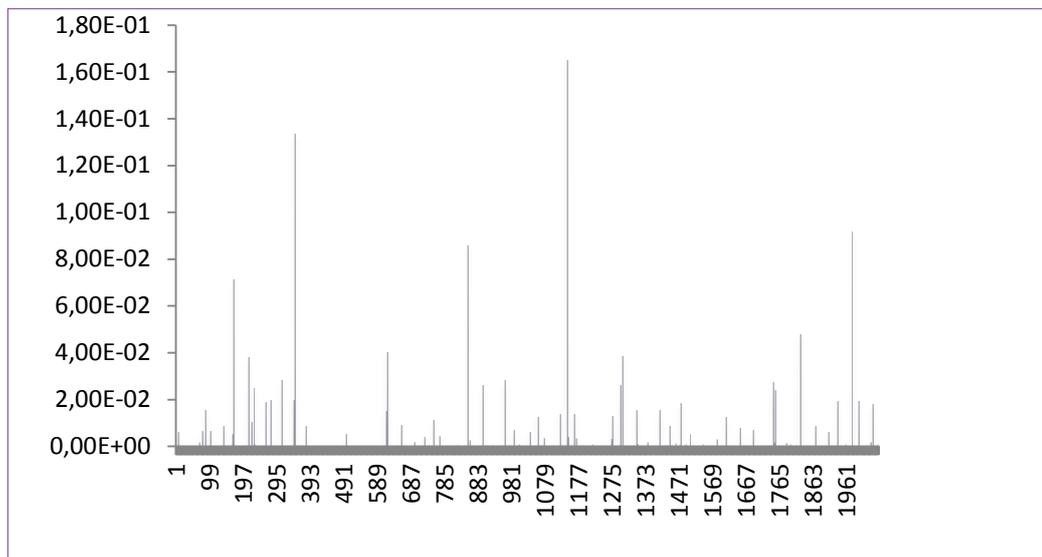


Figure 22 : Répartition du ratio dommage

L'observation du graphe des données présenté dans la figure montre l'existence des pics, ces derniers représentent les ratios dommages trop élevés par rapport à l'ensemble de l'échantillon.

## SECTION 3 : DETERMINATION D'UN SEUIL DE RETENTION

### OPTIMALE

La détermination d'un seuil de rétention repose sur deux méthodes : empirique et actuarielles. Les méthodes actuarielles prennent en considération le caractère aléatoire de l'activité d'assurance et ce à travers la modélisation des différentes variables représentées par le montant et le nombre de sinistre d'où l'avantage qu'elles détiennent par rapport à la méthode empirique.

Dans cette section nous essayerons de déterminer le seuil de rétention optimal de la CASH par une méthode actuarielle ; pour ce faire nous commencerons par un petit rappel des hypothèses et du modèle retenu ; en suite nous présenterons le **logiciel R** qui sera un outil de calcul tout au long de notre démarche , en fin nous déterminerons le seuil de rétention optimal après avoir modélisé la variance et l'espérance de la sinistralité ,mettre en place le modèle de **DE FENITTE** et appliquer le critère de choix de **RORAC** .

#### 1. RAPPEL DU MODELE RETENU :

Ce problème de minimisation consiste à déterminer les niveaux de rétention (Quote-part et excédent de plein) qui minimisent les fluctuations du résultat pour des gains espérés données.

Le problème de minimisation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \min \alpha \{Var(z(\alpha))\} \\ SC: E(Z(\alpha)) = K \in R \\ \alpha_i \in [0 \ 1] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$\min \alpha \{Var(z(\alpha))\} = \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)^2 Var(S_i)$$

Alors que les contraintes s'écrivent comme suit :

$$E(Z(\alpha)) = K \text{ donc } \sum_{i=1}^n E(S_i) \eta_i' \alpha_i = -K + \sum_{i=1}^n (p_i) - \sum_{i=1}^n E(S_i) \text{ tel que : } 0 \leq \alpha_i \leq 1$$

Cette méthode nécessite comme input d'une part :

- ✓ le gain espéré ;

- ✓ le chargement de sécurité de l'assureur et celui du réassureur.

Et d'autre part, la modélisation de **la charge de sinistre annuelle S** dont le but est d'en déduire l'espérance et la variance de la sinistralité, qui seront exploitées par la suite pour la minimisation du risque de l'assureur.

## 2. HYPOTHESE DU MODELE :

Nous supposons que la branche d'assurance étudiée est caractérisée par les hypothèses suivantes:

- ✓ La sinistralité agrégée sur une période d'un an s'écrit :  $S = \sum_1^n S_i$  ;
- ✓ La prime pure servant à couvrir en moyenne la sinistralité vaut  $P \text{ pure} = E(S)$  ;
- ✓ L'assureur applique un chargement  $\eta_i^r$  à la prime pure. Ce chargement est censé représenter le profit de l'assureur. Nous n'incluons pas dans ce pourcentage les frais de gestion et d'acquisition, ainsi que les taxes éventuelles ;
- ✓ La prime technique utilisable pour payer les sinistres et d'éventuelles primes de réassurance vaut donc  $P = (1 + \eta_i^r) E[S]$ <sup>9</sup>. Nous noterons  $G$  le profit de l'assureur. Clairement, sans réassurance ce profit s'écrit sous la forme  $G = P - S = (1 + \eta_i^r) E[S] - S$ . Ainsi, l'assureur peut s'attendre à générer un gain moyen annuel de  $E[G] = \eta_i^r E[S]$ , ce qui est logique étant donné que la prime pure est sensée couvrir en moyenne les sinistres ;
- ✓ Le nombre et le montant de sinistre sont deux variables aléatoires indépendantes.

## 3. PRESENTATION DU LOGICIEL R :

Pour la modélisation de la charge de sinistre ainsi que la résolution du problème de minimisation de **DE FINETTI** nous avons opté pour **le logiciel R**, pour cette raison nous avons jugé utile de faire une brève présentation de ce dernier :

### 3.1 Présentation

R est un logiciel libre basé sur le logiciel commercial S (Bell Laboratories), avec qui il est dans une large mesure compatible. R est un environnement dédié aux statistiques et à l'analyse de données. Le terme environnement signifie que l'ensemble des programmes disponibles forme un tout cohérent, modulable et extensible au lieu d'être une simple

<sup>9</sup> Principe de l'espérance mathématique

association de programmes accomplissant chacun une tâche spécifique. R est ainsi à la fois un logiciel et un langage de programmation, permettant de combiner les outils fournis dans des analyses poussées, voire de les utiliser pour en construire de nouveaux. Un autre avantage est la facilité de se constituer sa propre boîte à outils que l'on utilisera sur plusieurs jeux de données, et ce sans avoir à réinventer la roue à chaque fois.

### 3.2 Fonctionnement de R :

R fonctionne en mode console, c'est à dire qu'on interagit avec lui en tapant des commandes. Les résultats de ces commandes peuvent s'afficher directement dans la console, ou bien dans des fenêtres. Sous Windows, on dispose d'une interface graphique, avec une fenêtre console, mais plusieurs fonctionnalités sont accessibles directement via les menus.

### 3.3 Quelques notions de base sur R :

- **R est une calculatrice**

R permet de faire les opérations de calcul élémentaire

```
3+5
4*2
3-8
3*2-5*(2-4)/6.02
```

- **R est une calculatrice scientifique**

R permet de faire des calculs plus élaborés

```
Sqrt (4)
Abs (-4)
Log (4)
Sin (0)
Exp (1)
Round (3.1415, 2)
```

R permet de créer des variables et des vecteurs et faire des opérations sur ces derniers

```
x<-c (1, 2, 5, 3, -5, 0)
y<-c (1, 3, 2, 3, 0, 6)
x*2
Log(x)
X+y
x>2
```

- **R est un langage pour les statistiques**

R possède plusieurs fonctions statistiques (la moyenne, la variance, la médiane...)

Il possède plusieurs distributions de probabilité en mémoire (loi normale, loi de poisson, exponentiel ....etc) sous forme de fonctions

Grâce à ses fonctions de calcul numérique avancé telles que les fonctions de distributions de probabilité, R permet d'effectuer à peu près n'importe quel test statistique.

Néanmoins la procédure peut être laborieuse lorsque l'on effectue certains tests très utilisés dits 'classiques'. C'est pourquoi R possède un certain nombre de tests tout prêts sous forme de fonctions.

```
Pnorm (1, mean=1, sd=0.1)
Qnorm (0.5, mean=1, sd=0.1)
shapiro.test (rnorm(100))
```

#### 4. MODELISATION DE LA CHARGE DE SINISTRE :

Chaque portefeuille de risques donne lieu à des sinistres, le total des sinistres d'une année donnée est appelé charge annuelle des sinistres (sinistralité agrégée).

Pour modéliser la sinistralité, nous avons utilisé le modèle basé sur les risques individuels. On a  $n$  polices d'assurance avec différentes sommes assurées  $SI_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

La charge de sinistre annuelle notée  $S$  est le produit de deux variables aléatoires supposées indépendantes est donnée par :

$$S = \sum_{i=1}^n Ni * Mi \quad \text{tel que} \quad Mi = SI_i * Xi$$

$Ni$ : Nombre de sinistres individuels ;

$Mi$ : Montant de sinistres individuels ;

$Xi$ : Taux de dommage ou taux de destruction.

Pour la modélisation de la charge annuelle de sinistre, nous devons tout d'abord déterminer la distribution du nombre de sinistre et de celle du montant de sinistre. Pour ce faire nous utiliserons le critère d'information d'Akaike (AIC). Ce dernier s'écrit comme suit :  $AIC = 2k - 2\ln(L)$  où  $k$  est le nombre de paramètres à estimer du modèle et  $L$  est le maximum de la fonction de vraisemblance du modèle. Si l'on considère un ensemble de modèles candidats, le modèle choisi est celui qui a la plus faible valeur d'AIC. Ce critère repose donc

sur un compromis entre la qualité de l'ajustement et la complexité du modèle, en pénalisant les modèles ayant un grand nombre de paramètres, ce qui limite les effets de sur-ajustement (augmenter le nombre de paramètre améliore nécessairement la qualité de l'ajustement).

La valeur d'AIC de chaque distribution est fournie par le logiciel R, le modèle retenu sera celui qui offre l'AIC minimale.

#### 4.1 Détermination de la distribution du nombre de sinistre individuel

Pour l'ajustement de la loi du nombre de sinistre individuel, nous essayerons d'appliquer le critère *AIC* sur quelques lois qui sont traditionnellement utilisées en assurance pour la modélisation de la fréquence de sinistre (Poisson, géométrique, binomiale négative). Le modèle retenu sera celui qui offre l'*AIC* minimum.

Pour ce faire nous devons tout d'abord importer<sup>10</sup> nos données dans R par la commande suivante :

```
nombre.de.sinistre<-read.csv ("C:/Users/pczone/Desktop/stagecash/nombre.de.sinistre.csv", sep="")
```

En suite nous devons leur spécifier le modèle que nous voulons calculer son AIC, par les commandes suivantes<sup>11</sup> :

```
nbre <-nombre.de.sinistre$nbresinistre
y<-ppois(nbre,mean(nbre))
lm (nbre ~y)
```

En fin, nous procéderons au calcul de l'AIC de chaque modèle, par la commande suivante :

```
AIC (lm (nbre ~y))
```

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

<sup>10</sup> R lit des fichiers plats, c'est-à-dire contenant seulement du texte et non des données binaires. En d'autres termes, pas de données Word ou Excel.

<sup>11</sup> La commande `y<-ppois (nbre,mean (nbre))` concerne la loi de poisson.

Lois	paramètres	AIC
Poisson	$\lambda = 0.450897571$	281.693
Géométrique	$p = 0.689228530$	-838.2914
Binomiale négative	$p = 6.097488e + 01$ $q = 4.508976e - 01$	8309.015

**Tableau 9: résultats du critère AIC sous R**

Nous constatons que la loi géométrique a la plus petite valeur AIC, Nous pouvons déduire que cette loi ajuste mieux le nombre de sinistre.

Selon la loi Géométrique, la probabilité de survenance de K sinistres durant une période donnée ( $t$ ) est égale à :

$$P(Ni=k) = q^k p, \text{ pour } k \in N \text{ et } q=1-p$$

L'estimation de l'espérance et la variance de notre distribution est donnée dans le tableau suivant :

Statistique		Paramètres
	$p$	0,68922
Espérance ( $Ni$ )	$\frac{1}{p}$	1,4508
Variance( $Ni$ )	$\frac{q}{p^2}$	0,6542
Espérance ( $Ni^2$ )	$E(Ni^2)=\text{var}(Ni) +E(Ni)^2$	2.7525

**Tableau 10 : Estimation de l'espérance et la variance du nombre de sinistre**

La fonction de densité de probabilité est représentée dans le graphe suivant :

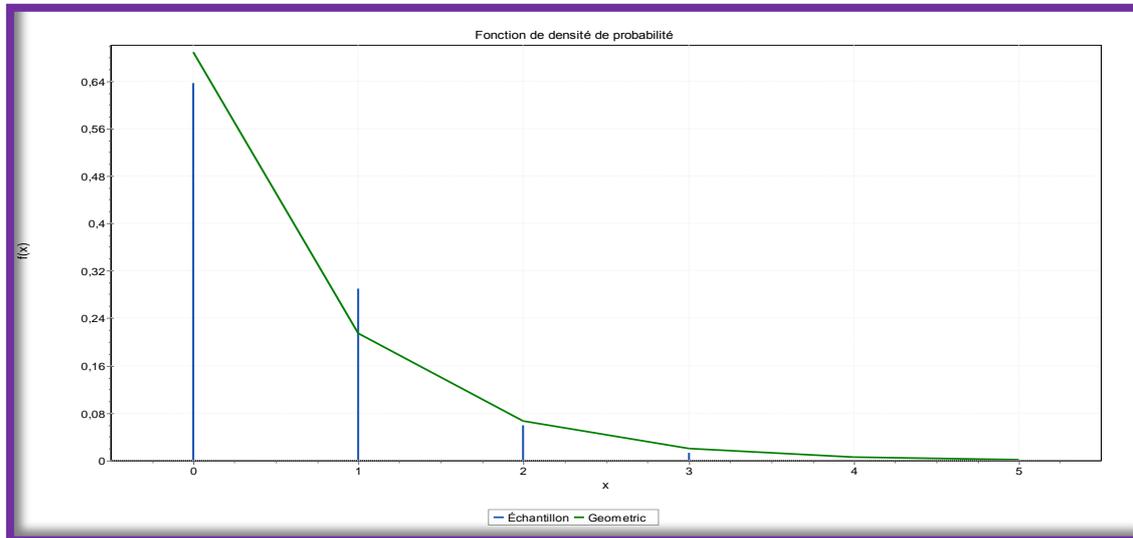


Figure 23 : La fonction de densité de probabilité du nombre de sinistre

Nous remarquons que la forme de la fonction de densité du nombre de sinistre s'approche un peu de la forme théorique de la loi géométrique.

#### 4.2 Détermination de la distribution du montant de sinistre $M_i$

Comme précisé précédemment, la variable aléatoire  $M_i$  est le produit d'une variable aléatoire  $X_i$  qui correspond au taux de dommage et une constante représentant la somme assurée  $S_i$  :

$$M_i = S_i X_i$$

Pour trouver la distribution du montant de sinistre  $M_i$ , nous devons chercher une loi qui modélise la variable aléatoire  $X_i$ . Pour se faire nous avons sélectionné quelques lois continues (gamma, exponentielle, lognormale) afin de déterminer le meilleur modèle selon le critère  $AIC$ . Nous avons résumé les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Lois	paramètres	AIC
Gamma	$\alpha=0.01073$ $\beta=0.0610$	-14 056.32
Exponentiel	$\lambda =1527$	- 15 666.97
Lognormal	$\sigma= 103.11$ $\mu =-109.04$	-15 991.5

**Tableau 11: Les résultats de AIC sous R**

Du tableau ci-dessus, nous remarquons que le taux de dommage  $X_i$  suit une la loi Gamma (la valeur *AIC* la plus faible).

La loi **gamma** admet une fonction de densité de :

$$f(x; \alpha, \beta) = x^{\alpha-1} \frac{\beta^\alpha e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \text{ pour } x > 0.$$

L'estimation de l'espérance et la variance est donnée dans le tableau suivant :

Statistique		Paramètres
$\alpha=$ $\beta=$		0.01073 0.0610
Espérance ( $X_i$ )	$E(X_i) = \alpha / \beta$	0.17
Variance	$\text{Var}(X_i) = \alpha / \beta^2$	2.87
Espérance ( $X_i^2$ )	$E(X_i^2) = \text{var}(X_i) + E(X_i)^2$	2.91

**Tableau 12 Estimation de l'espérance et la variance du taux de dommage**

### 4.3 Détermination de l'espérance et de la variance de la sinistralité :

Pour la résolution de problème de minimisation de **DE FINETTI**, il est nécessaire d'estimer l'espérance et la variance de la sinistralité. Pour ce faire, nous devons prendre en considération les deux premiers moments des deux variable aléatoires  $X_i$ , et  $N_i$ .

On a:

$$S = \sum_{i=1}^n M_i N_i = \sum_{i=1}^n S_i I_i X_i N_i$$

L'espérance et la variance sont données comme suit :

$E(S) =$	$\sum_{i=1}^n E(N) E(X) S_i I_i$	1 165 039 022 483
$V(S) =$	$[E(N^2) E(X^2) - E^2(N) E^2(X)] \sum_{i=1}^n S_i I_i^2$	132 694 560 195 859 000 000 000
$\sigma =$	$\sqrt{V(S)}$	364 272 645 413
$Cv$	$\sigma/E(S)$	0.31

Tableau 13 Détermination de l'espérance et la variance de la sinistralité

Le coefficient de variation  $Cv = \sigma/E(S)$  est de l'ordre de 31% ce qui explique l'homogénéité de l'échantillon en question.

### 5. DETERMINATION DU SEUIL DE RETENTION PAR LA METHODE DE DE FINETTI

Après l'accomplissement de la première étape consistant au calcul et la détermination de la moyenne et la variance de la sinistralité, nous passons à la seconde étape de notre démarche, consistant à la fixation du taux de rétention d'un traité en quote-part et d'un traité en excédent de plein, tendant à minimiser la fluctuation du résultat de l'assureur pour des différents gains espérés.

Comme précisé plus haut, cette méthode nécessite, les inputs suivants:

- **Le gain espéré** : Nous avons pris (4) gains espérés qui sont respectivement 50 000 000 Da, 100 000 000 Da, 150 000 000 Da et 200 000 000 Da ;
- **Le chargement de sécurité  $\eta_i^r$**  : Pour des considérations purement techniques, nous avons opté pour un même chargement de sécurité de l'assureur et du réassureur de 10% ;
- **L'espérance et la variance de la sinistralité** : qui sont respectivement de 1 165 039 022 483 Da et 132 694 560 195 859 000 000 000 Da ;
- **La prime théorique** : en appliquant le principe de l'espérance mathématique la prime théorique est égale à  $P = (1 + \eta_i^r) E[S] = 1 281 542 924 732$  Da.

Nous rappelons que le modèle de **DE FINETTI** consiste à trouver les taux de cessions ( $\alpha_i, i = 1, \dots, n$ ) qui permettent de minimiser la variance du résultat après réassurance sous contrainte que l'espérance du résultat soit fixé par l'assureur<sup>12</sup>.

Les deux algorithmes suivants ont pour but d'expliquer la manière adoptée pour résoudre le problème sous R :

- **Pour le Quote part**

```
> lire les données (p, ksi, e.s, v.s, k)
> eval_f=function(x){
+ x1=x[1]
+ return(list("objective" =(1-x1)^2*v.s, "gradient" =-2*(1-x1)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+ x1=x[1]
+ constr=p-k-e.s*(kesi*x1+1)
+ grad=-e.s*kesi
+ return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0=runif(1)
> lb=0
> ub=1
> local_opts=list ("algorithm"="NLOPT_LD_MMA","xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list ("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG","xtol_rel"=1.0e-7,
+ "maxval"=14,"local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts)
> print (res)
```

---

<sup>12</sup> Voir page 38

- **Pour l'excédent de plein**

```

> lire les données (vta, n, p, ksi, e.s, v.s, k)
> eval_f=function(x){
+ X1=x[1]
+ return(list("objective" =((x1/vta))^2*v.s, "gradient" =-2*(x1/vta)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+ x1=x[1]
+ constr=p-k-e.s*(kesi*(1-(x1/vta))+1)
+ grad=-e.s*kesi*n/vta
+ return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0= runif(1,25e4,1555735561)
> lb=25e4
> ub=4.55e9
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA","xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG","xtol_rel"=1.0e-7,
+ "maxval"=14,"local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts)
> print(res)

```

En cliquant sur entrée, le programme procède à une vérification des données introduites, puis il affiche les outputs suivants :

**Pour la quote part**
**Pour l'excédent de plein**

Gain espéré =150 000 000 000 Da

```

Number of Iterations.....: 101
Termination conditions: xtol_rel: 1e-07
Number of inequality constraints: 0
Number of equality constraints: 1
Current value of objective function: 3.312
58700072943e+21
Current value of controls: 0.842

```

```

Number of Iterations.....: 101
Termination conditions: xtol_rel: 1e-07
Number of inequality constraints: 0
Number of equality constraints: 1
Current value of objective function: 91730
1308590346
Current value of controls: 392964208

```

De ces outputs nous pouvons soustraire la valeur de la variance minimale (Current value of objective function) et le taux de cession (Current value of controls) pour chaque gain espéré.

Les résultats de l'application de la méthode **DE FINETTI** sont résumés dans le tableau suivant :

Gain espéré	Quote part			Excédent de plein		$\sigma_q - \sigma_e$
	Taux de cession	Taux de rétention	Ecart type ( $\sigma_q$ )	Plein par risque	Ecart type ( $\sigma_e$ )	
<b>50 000 000</b>	99.96%	0.04%	1.45E+08	310 759 174,00	2.40E+07	1.21E+08
<b>100 000 000</b>	90.45%	9.55%	3.48E+10	330 251 637,00	2.55E+07	3.48E+10
<b>150 000 000</b>	84.20%	15.80%	5.76E+10	392 964 208,00	3.03E+07	5.75E+10
<b>200 000 000</b>	69.53%	30.47%	1.11E+11	506 618 217,00	3.90E+07	1.11E+11

**Tableau 14: Les résultats de l'application de la méthode De Finetti**

De première vue, nous constatons que la rétention, dans les deux traités proportionnels, augmente lorsque le gain attendu est important. Cette situation est cohérente : si l'assureur espère à un gain meilleur, il doit retenir une partie considérable de ses affaires.

Nous constatons aussi que, cette rétention est une fonction croissante du risque porté. En effet, au plus l'assureur cède à son réassureur, au moins la rétention devient volatile.

Notant également que, pour un gain fixé, le traité excédent de plein conduit à une volatilité minimale du résultat comparé au traité quote part ce qui le rend meilleur.

En fin, à travers les résultats obtenus de l'application de la méthode de **DE FINETTI** nous avons pu avoir des réponses à une partie de notre problématique qui est les niveaux de rétention permettant de maintenir à un niveau acceptable ; les fluctuations de résultats. Par exemple pour un gain espéré de **100 000 000 Da**, les niveaux de rétentions permettant de minimiser les fluctuations de résultats sont respectivement de **9.55%** pour la quote part et **330 251 637 Da** pour l'excédent de plein. La méthode de **DE FINETTI** nous a permis donc de déterminer **la frontière de structures de réassurance optimale** (voir graphe ci-dessous) :

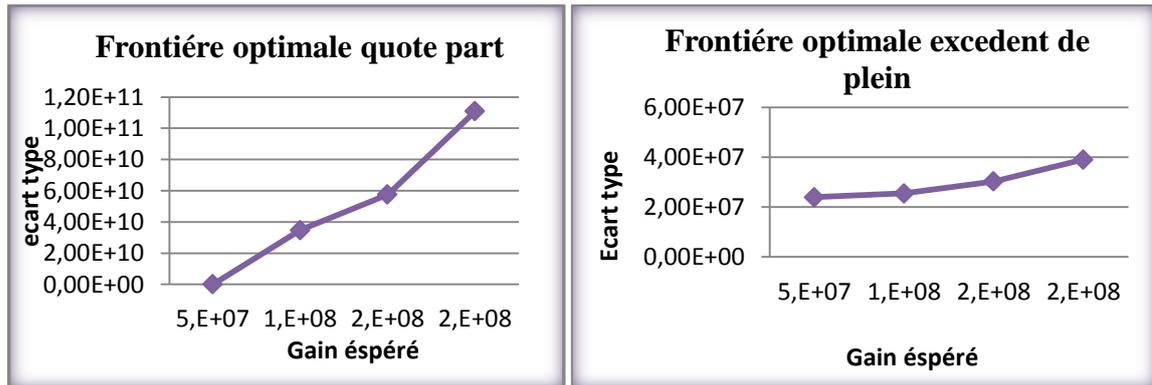


Figure 24 : Frontières Optimales

Cependant, toutes les structures se trouvant sur la frontière ne peuvent être comparées telles quelles. Pour choisir entre ces différents taux de rétentions, il faut faire appel à la fonction d'utilité du décideur de la CASH. Si ce dernier présente une importante aversion au risque, il se dirigera vers une structure générant un écart type faible au prix de diminuer son espérance du gain. Au contraire, si le décideur est riscophile, il préférera maximiser son profit en supportant un écart type élevé. En pratique, faire appel à sa fonction d'utilité reste un concept assez théorique. Il nous faut donc une autre manière pour choisir l'un de ces portefeuilles, autrement dit choisir le portefeuille le plus adéquat (variant moins avec un gain moyen adéquat).

## 6. LE CHOIX DU PORTEFEUILLE OPTIMAL :

Afin d'orienter le décideur vers un taux de rétention optimal sans devoir faire appel à sa fonction d'utilité, nous introduisons un critère économique d'aide à la décision : Le **RORAC (Return On Risque Adjusted Capital)**<sup>13</sup>. Ce critère qui prend en considération le niveau de solvabilité requis ; permet d'apprécier la richesse créée par l'entreprise en tenant compte non seulement le gain espéré mais aussi le risque encouru.

Rappelons que le **RORAC** s'écrit comme suit :

$$\frac{P - E(s)}{RAC(s)} = \frac{E(\text{profit})}{RAC(s)}$$

Avec

**P** : les primes encaissées

**E(S)** : l'espérance de la sinistralité

<sup>13</sup> Voir page 38

**RAC (Risk Adjusted Capital)** : c'est le montant réel mis à disposition par les assureurs.

$$RAC(X) = NSR(X) - P$$

**NSR(S)** : Est le niveau de solvabilité requis (le montant que doit détenir l'assureur Pour pouvoir faire face à ses engagements avec un certain risque d'erreur).

### 6.1 Calcul du niveau de solvabilité requis :

Le calcul du **RORAC** nécessite au préalable le calcul du niveau de solvabilité requis(**NSR**).

En pratique le niveau de solvabilité requis que doit détenir l'assureur est fixé par un régulateur (agence de notation ou une autorité de contrôle), ce niveau de solvabilité doit tenir compte des spécificités du portefeuille de l'assureur. Il doit, théoriquement, résulter d'un calcul basé sur un modèle de risque interne à la compagnie. Souvent le niveau de solvabilité requis est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité. On parle dans ce cas de la **Value-at-Risque ou VaR**.

La **VaR "Value at Risk"**) est représenté par la perte attendue maximale pour le secteur d'activité ou le portefeuille.

La **VaR** au niveau de 99.5% de la sinistralité est le montant que doit détenir l'assureur pour pouvoir faire face à ses engagements dans 99.5 des cas.

Pour le calcul du **NSR (S)** nous devons trouver la distribution de la sinistralité agrégée au niveau de 99. 5%.vu la non disponibilité de cette dernière, nous utilisons le modèle individuel (par police) pour simuler le modèle collectif (portefeuille).

Le calcul de **NSR** a été effectué par une simulation à l'aide de **logiciel R**, simplifié dans l'algorithme suivant qui a pour but la présentation de la manière à adopter pour le calcul de ce premier :

```
df<-read.table("clipboard",header=TRUE,dec=".")
SI = df$SI1
M = 1000
ch= numeric(length(SI))
for (k in 1:M){
  RD = numeric(length(SI))
  for(i in 1:length(SI)){
    NS = rgeom(1,0.6892)  if(NS > 0){
      for(j in 1:NS){
        RD[i] = RD[i]+ rgamma (1, 0.01073, 0.0610)*SI[i]    }}}
  ch[k] = sum(RD)
  print(paste0(k," sur ",M))}
charge = log(ch[1:1000])
moyenne=mean(charge)
ecart=sd(charge)
NSR=qnorm(0.995,moyenne,ecart) # NSR est le 99.5% de
par(mfrow=c(1,2))
hist(charge,freq=F)

plot(density(charge),col="blue",lwd=3)
segments(x0=NSR, y0=0, x1=NSR, y1=density(charge)[NSR], col="red",lwd=3)
data.frame(moyenne, ecart, NSR)
```

La modélisation de la charge de sinistre annuelle est faite pour chaque traité par la loi normal.

Les résultats obtenus sont représenté dans les tableaux suivants :

- Pour l'excédent de plein :

Plein de rétention	310 759 174	330 251 637	392 964 208	506 618 217
Moyenne	58 078 777 964	60 193 987 724	67 756 861 430	82 969 140 624
Ecart type	17 419 929 181	17 302 229 004	20 445 712 908	25 665 374 711
NSR	102 949 542 014	104 761 576 210	120 421 527 871	149 078 764 891

Tableau 15 : Détermination du NSR pour l'excédent de plein

- Pour le quote part :

Taux de rétention	0.04%	9.55%	15.80%	30.47%
Moyenne	147 880 758	35 707 279 302	59 241 931 978	117 248 206 292
Ecart type	61 005 516	14 321 768 518	23 094 450 546	46 368 163 825
NSR	305 020 553	72 597 710 330	118 729 294 442	236 684 681 424

Tableau 16 : Détermination du NSR pour le quote part

La distribution de la sinistralité est représenté dans le graphe suivant :

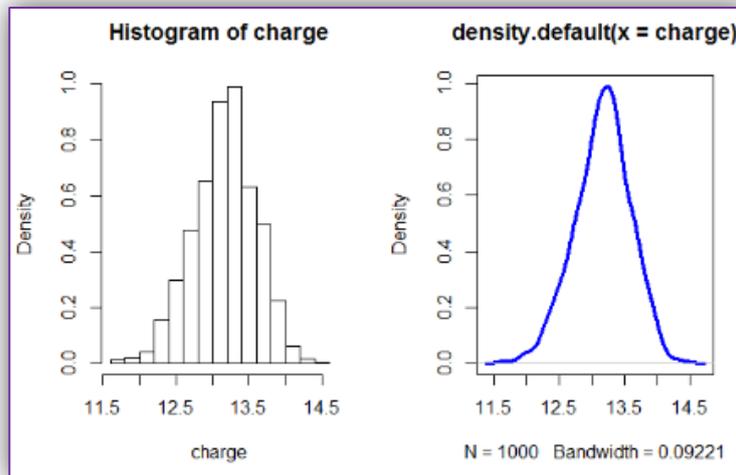


Figure 23 :La fonction de densité de la sinistralité

## 6.2 Calcul du RORAC et interprétation des résultats :

Après la détermination du NSR, le calcul du RORAC devient possible, le décideur qui est amené à choisir entre les différentes structures de réassurance optera pour celle qui

représente un **RORAC** plus élevé. Nous allons donc utiliser ce critère pour mieux orienter celui-ci à choisir parmi les structures calculées précédemment celle la plus adéquate.

Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau suivant :

- **Pour le quote part :**

	<b>0.04%</b>	<b>9.55%</b>	<b>15.80%</b>	<b>30.47%</b>
<b>P</b>	162 668 834	39 278 007 232	65 166 125 176	128 973 026 921
<b>E(s)</b>	147 880 758	35 707 279 302	59 241 931 978	117 248 206 292
<b>NSR</b>	305 020 553	72 597 710 330	118 729 294 442	236 684 681 424
<b>P-E(s)</b>	14 788 076	3 570 727 930	5 924 193 198	11 724 820 629
<b>NSR-P</b>	142 351 719	33 319 703 098	53 563 169 266	107 711 654 503
<b>RORAC</b>	<b>0.104</b>	<b>0.107</b>	<b>0.111</b>	<b>0.109</b>

**Tableau 17: Résultats de calcul du RAROC pour le quote part**

Pour le quote-part, nous remarquons que le Retour sur le Capital Ajusté au Risque (**RORAC**) maximal est de **0.111**, ce dernier correspond au taux de rétention de **15.80%**.

Si la CASH décide d'appliquer le traité en quote part pour le portefeuille incendie, elle va devoir appliquer un niveau de rétention de **15.80%** où la réassurance devient plus efficace. Donc le taux de rétention optimal est de **15.80%** pour un gain espéré de **150 000 000 DA**.

Si la CASH applique un taux de rétention inférieur à celui-ci, elle peut avoir des fluctuations dépassant la marge de tolérance et si elle applique un taux supérieur elle aura plus de sécurité mais elle peut se retrouver face au risque d'immobilisation d'une partie du capital.

- **Pour l'excédent de plein :**

	<b>310 759 174</b>	<b>330 251 637</b>	<b>392 964 208</b>	<b>506 618 217</b>
<b>P</b>	63 886 655 760	66 213 386 496	74 532 547 573	91 266 054 686
<b>E(s)</b>	58 078 777 964	60 193 987 724	67 756 861 430	82 969 140 624
<b>NSR</b>	102 949 542 014	104 761 576 210	120 421 527 871	149 078 764 891
<b>P-E(s)</b>	5 807 877 796	6 019 398 772	6 775 686 143	8 296 914 062
<b>NSR-P</b>	39 062 886 254	38 548 189 714	45 888 980 298	57 812 710 205
<b>RORAC</b>	<b>0.149</b>	<b>0.156</b>	<b>0.148</b>	<b>0.144</b>

**Tableau 18 : Résultats de calcul de RORAC pour l'excédent de plein**

En ce qui concerne l'excédent de plein, nous remarquons que le Retour sur le Capital Ajusté au Risque (**RORAC**) le plus élevé est de **0.156**, il correspond à un plein de rétention de **330 000 000 Da** et à un gain espéré de **100 000 000**.

Donc si la CASH applique un niveau de rétention qui est supérieur à **330 000 000 DA**, elle aura plus de sécurité mais elle peut se retrouver face au risque d'immobilisation d'une partie du capital. Si elle applique un niveau de rétention inférieur à ce dernier elle peut avoir des fluctuations dépassant la marge de tolérance auxquelles elle ne pourra pas faire face.

### **6.3 Orientation de la compagnie vers une structure de réassurance optimale**

Suite aux observations des résultats exposés précédemment, nous avons maintenant à notre disposition plusieurs critères de comparaison afin de confronter des schémas de réassurance en quote-part et excédent de plein.

Pour la prise d'une bonne décision, nous comparons entre le quote-part et l'excédent de plein, nous pouvons déduire que le **RORAC** le plus élevé entre les deux situations est celui qui correspond au niveau de rétention de **330 000 000 DA**, donc cet investissement se trouve mieux rémunéré dans un schéma de réassurance en excédent de plein. Cet argument, comptable et économique, fait donc ressortir les avantages d'un traité en excédent de plein par rapport au traité quote-part ; d'où la nécessité d'appliquer ce niveau de rétention pour une réassurance efficace. Ce niveau de rétention garantit une meilleure combinaison entre **sécurité, rendement et volatilité**.

En comparant le niveau de rétention optimal qui est de **330 000 000 DA** avec le taux de rétention appliqué à la CASH qui est de **250 000 000 DA**, nous constatons que la CASH présente une aversion aux risques. De ce fait, une bonne partie de ses fonds propres reste inutile.

Pour cela, nous préconisons l'augmentation de ce taux tout en gardant le même mode de réassurance à savoir l'excédent de plein.

## **CONCLUSION**

A travers ce chapitre, nous avons déterminé une structure de réassurance optimale par une méthode actuarielle pour le portefeuille incendie.

L'application de la méthode de **DE FINETTI** aux deux types de traités proportionnels (quote part et excédent de plein), nous a conduit à une situation d'arbitrage entre le risque et

le rendement, donc on n'a pas pu obtenir une décision, du fait que le décideur s'est retrouvé face à deux situations : soit céder une portion importante des primes permettant de réduire la volatilité mais entraînant une baisse des profits ou bien céder une portion faible des primes en conservant d'avantage plus de profit entraînant une augmentation de la volatilité du résultat. C'est pourquoi que nous avons jugé qu'il serait adéquat d'introduire un outil d'aide à la décision qui tient compte de la solidité financière de la compagnie qui est le **RORAC**

Les résultats obtenus par l'application de cet outil d'aide à la décision nous montrent la nécessité d'augmenter le niveau de rétention de **250 000 000** à **330 000 000** DA.

A cet effet, Si la CASH continue à garder le même niveau de conservation, en ayant comme argument la prudence, elle se trouvera face au risque d'immobilisation d'une partie du capital sans que cela soit nécessaire.

# Conclusion générale

L'objectif principal de ce travail était de concevoir une stratégie de réassurance optimale à travers la mise en place d'un modèle actuariel pour la détermination du seuil de rétention optimal appliqué sur le portefeuille «Incendie » de la CASH.

C'est au travers les résultats de l'application des méthodes actuarielles que nous avons inscrit l'analyse et les différentes réponses à notre problématique. Il s'agit de la méthode de **DE FINETTI** et du ratio **RORAC** considéré comme un outil de performance financière.

L'application de ces méthodes n'a pas été aisée; en effet nous avons été confrontés à plusieurs contraintes qui ont fortement ralenti et alourdi notre travail.

La première difficulté est due au fait que notre base de donnée a nécessité beaucoup plus de temps pour sa réorganisation et son traitement de façon à ce qu'elle réponde à nos attentes et aux besoins de notre étude.

La deuxième difficulté réside dans l'inadéquation du cadre pratique pour implémenter des méthodes actuarielles nécessitant un système d'information plus pertinent.

Ceci dit, pour mener à bien notre étude, nous avons opté dans une première étape pour l'application de la méthode de **DE FINETTI** qui privilégie l'approche moyenne variance. Celle-ci consiste en la résolution d'un problème de minimisation qui a pour but de déterminer les structures de réassurance qui minimisent les fluctuations du résultat de l'assureur sous contrainte du gain espéré. Cette méthode a nécessité la modélisation de la charge annuelle des sinistres de l'assureur et cela par la détermination de l'ajustement des lois de probabilité du montant et du nombre de sinistres.

Les résultats de l'application de la méthode de **DE FINETTI** aux deux types de traités proportionnels (quote part et excédent de plein), nous ont permis d'identifier un type de relation croissante entre les trois variables à savoir le niveau de la rétention, le gain espéré et l'écart type du résultat. Ceci s'explique par le fait que si l'assureur prend en charge une

## CONCLUSION GENERALE

---

grande partie de son chiffre d'affaire, sa marge absolue augmentera en conséquence d'une part et la variance de la sinistralité en rétention augmentera proportionnellement au taux de rétention d'autre part d'où il en résulte que le choix du niveau de rétention constitue un paramètre d'arbitrage entre le **risque** et le **rendement**.

Jusque là, nous avons pu avoir des réponses à une partie de notre problématique qui est un niveau de rétention qui permet de maintenir à un niveau acceptable les fluctuations de résultats.

Donc pour fixer notre choix, il faut faire appel à la fonction d'utilité adoptée par la compagnie en matière de gestion des risques, si cette dernière présente une aversion au risque, elle s'orientera vers une structure générant un écart type faible au détriment de son espérance du gain. Au contraire, si elle est riscophile, elle préférera maximiser son profit au prix d'un écart type élevé.

C'est pourquoi nous avons jugé utile d'introduire un outil d'aide à la décision qui tient compte de la solidité financière de la compagnie qui est le **RORAC**. Celui-ci a permis d'apporter un complément aux objectifs attendus de notre problématique.

Pour l'application du critère **RORAC**, il a été nécessaire de déterminer le niveau de solvabilité requis qui est donné sous la forme d'un quantile de la distribution de la sinistralité (**Value at Risk**) obtenu par simulation.

Les résultats obtenus par l'application de cet outil d'aide à la décision nous ont montré la nécessité d'augmenter le niveau de rétention pour une meilleure rémunération des fonds propres et pour un niveau de fluctuation de résultat minimale. C'est pour cela que nous proposons l'augmentation de la rétention pour ce portefeuille de **250 000 000** à **330 000 000** DA tout en gardant le même mode de réassurance à savoir l'excédent de plein.

La démarche que nous avons mis en œuvre nous a permis d'obtenir des résultats satisfaisants mais ne prétend pas être la meilleure. Elle a toutefois amené des amorces de réflexion du point de vue de l'assureur. D'autre part, la décision finale de l'assureur sera certainement influencée par sa fonction d'utilité. L'étude réalisée tout au long de ce travail de mémoire nous a fourni quelques éléments qui orienteront l'assureur vers la stratégie qu'il juge optimale.

Enfin, nous pouvons dire que notre travail nous a permis de saisir au mieux la nécessité d'appliquer les techniques d'actuariat.

## CONCLUSION GENERALE

---

A cet effet, nous souhaitons que les points traités dans ce mémoire soient approfondies en vue d'enrichir nos compagnies d'assurance en favorisant l'utilisation des techniques actuarielles qui sont appelées à s'imposer et à se développer dans notre pays notamment :

- ✓ L'application de ces méthodes aux autres branches d'assurance ;
- ✓ L'optimisation du programme de réassurance en combinant diverses formes de traités.
- ✓ L'utilisation d'autres méthodes pour la recherche de l'optimum et la comparaison des résultats obtenus.
- ✓ L'optimisation du plan de réassurance dans sa globalité.

Notant qu'au niveau de la CASH, la détermination du seuil de rétention optimale par modèle actuarielle est un projet qui est en cours de réalisation.

La réalisation de ces études permettra certainement de rendre concrète la modernisation de la gestion de nos compagnies et d'introduire davantage les techniques actuarielles dans la prise de décision. Ceci permettra d'optimiser la réassurance et donc la cession de prime de chacune des compagnies et d'optimiser ainsi l'achat de la réassurance à l'étranger.

**ANNEXE 1****Algorithme de minimisation de la variance sous R gain espéré=50 000 000****Excédent de plein**

```
library(nloptr)
> vta<- 4726324634820
> n<-3038
> p<- 5239249016
> kesi<-0.10
> e.s<- 4762953651
>
> v.s<- 2225312801652050000
> k=5e7
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =((x1/vta))^2*v.s, "gradient" =-2*(x1/vta)*v.s
))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*(1-(x1/vta))+1)
+   grad=-e.s*kesi*n/vta
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
>
> x0= runif(1,25e4,1555735561)
> lb=25e4
> ub=4.55e9
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7, "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 2**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré 50 000 000

**Excédent de plein**

Call:

```
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization  
stopped because maxeval (above) was reached. )

Number of Iterations.....: 101

Termination conditions: xtol\_rel: 1e-07

Number of inequality constraints: 0

Number of equality constraints: 1

Current value of objective function: 573659168454885

Current value of controls: 310759174

**ANNEXE 3****Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré de 100 000 00  
Excédent de plein**

```
> library(nloptr)
> vta<- 4726324634820
> n<-3038
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 1326945601958590000000000
>
> k=100000000
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =((x1/vta))^2*v.s, "gradient" =-2*(x1/vta)*v.s
+ ))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*(1-(x1/vta))+1)
+   grad=-e.s*kesi*n/vta
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
>
> x0= runif(1,25e4,1555735561)
> lb=25e4
> ub=4.55e9
> local_opts=list()
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7,
+           + "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 4**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré de 100 000 000

**Excédent de plein**

```
Call:  
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLopt version 2.4.0

NLopt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization stopped because max eval (above) was reached. )

```
Number of Iterations.....: 101  
Termination conditions: xtol_rel: 1e-07  
Number of inequality constraints: 0  
Number of equality constraints: 1  
Current value of objective function: 647882100462911  
Current value of controls: 330251637
```

**ANNEXE 5****Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré de 150 000 00  
Excédent de plein**

```
> library(nloptr)
> vta<- 4726324634820
> n<-3038
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 1326945601958590000000000
>
> k=150000000
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =((x1/vta))^2*v.s, "gradient" =-2*(x1/vta)*v.
s))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*(1-(x1/vta))+1)
+   grad=-e.s*kesi*n/vta
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
>
> x0= runif(1,25e4,1555735561)
> lb=25e4
> ub=4.55e9
> local_opts=list()
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7,
+         + "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0, eval_f=eval_f, eval_g_eq=eval_g_eq, lb=lb, ub=ub, opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 6**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré 150 000 000

**Excédent de plein**

```
call:
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

```
NLOpt solver status: 5 ( NLOPT_MAXEVAL_REACHED: Optimization stopped because
maxeval
(above) was reached. )
```

```
Number of Iterations.....: 101
Termination conditions: xtol_rel: 1e-07
Number of inequality constraints: 0
Number of equality constraints: 1
Current value of objective function: 917301308590346
Current value of controls: 392964208
```

**ANNEXE 7****Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré de 200 000 00  
Excédent de plein**

```
library(nloptr)
> vta<- 4726324634820
> n<-3038
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 132694560195859000000000
>
> k=200000000
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =((x1/vta))^2*v.s, "gradient" =-2*(x1/vta)*v.s
+   ))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*(1-(x1/vta))+1)
+   grad=-e.s*kesi*n/vta
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
>
> x0= runif(1,25e4,1555735561)
> lb=25e4
> ub=4.55e9
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7,
+   + "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 8**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré de 200 000 000

**Excédent de plein**

```
Call:  
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization stopped because  
maxeval  
(above) was reached. )

```
Number of Iterations.....: 101  
Termination conditions: xtol_rel: 1e-07  
Number of inequality constraints: 0  
Number of equality constraints: 1  
Current value of objective function: 1524641110160496  
Current value of controls: 506618217
```

**ANNEXE 9**

Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré=50 000 000

**Quote part**

```
library(nloptr)
> p<- 1281542924732
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 1326945601958590000000000
>
> k=5e7
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =(1-x1)^2*v.s, "gradient" =-2*(1-x1)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*x1+1)
+   grad=-e.s*kesi
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0=runif(1)
> lb=0
> ub=1
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7, "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0, eval_f=eval_f, eval_g_eq=eval_g_eq, lb=lb, ub=ub, opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 10**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré 50 000 000

**Quote part**

Call:

```
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization  
stopped because maxeval (above) was reached. )

Number of Iterations.....: 101

Termination conditions: xtol\_rel: 1e-07

Number of inequality constraints: 0

Number of equality constraints: 1

Current value of objective function: 21066276816455664

Current value of controls: 0.9996016

**ANNEXE 11**

Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré de =100 000 00  
**Quote part**

```
library(nloptr)
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 1326945601958590000000000
>
> k=10e7
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =(1-x1)^2*v.s, "gradient" =-2*(1-x1)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*x1+1)
+   grad=-e.s*kesi
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0=runif(1)
> lb=0
> ub=1
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7, "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0, eval_f=eval_f, eval_g_eq=eval_g_eq, lb=lb, ub=ub, opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 12**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré de 100 000 000

**Quote part**

Call:

```
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: optimization  
stopped because maxeval (above) was reached. )

Number of Iterations.....: 101

Termination conditions: xtol\_rel: 1e-07

Number of inequality constraints: 0

Number of equality constraints: 1

Current value of objective function: 1.21020756262628e+21

Current value of controls: 0.9045

**ANNEXE 13**

Algorithme de minimisation de la variance sous R pour un gain espéré de =150 000 00  
**Quote part**

```
> library(nloptr)
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 1326945601958590000000000
>
> k=15e6
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =(1-x1)^2*v.s, "gradient" =-2*(1-x1)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*x1+1)
+   grad=-e.s*kesi
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0=runif(1)
> lb=0
> ub=1
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7, "maxval"=14, "local_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0, eval_f=eval_f, eval_g_eq=eval_g_eq, lb=lb, ub=ub, opts=opts)
> print(res)
```

**ANNEXE 14**

Les outputs de minimisation pour un gain espéré de = 150 000 000

**Quote part**

call:

```
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization  
stopped because maxeval (above) was reached. )

Number of Iterations.....: 101

Termination conditions: xtol\_rel: 1e-07

Number of inequality constraints: 0

Number of equality constraints: 1

Current value of objective function: 3.31258700072943e+21

Current value of controls: 0.842

## **ANNEXE 15**

**Algorithme de minimisation de la variance sous R pour gain espéré=200 000 00**

### **Quote part**

```
library(nloptr)
> p<- 1281542924732
>
> kesi<-0.10
> e.s<- 1165039022483
>
> v.s<- 132694560195859000000000
>
> k=200e6
> eval_f=function(x){
+   x1=x[1]
+   return(list("objective" =(1-x1)^2*v.s, "gradient" =-2*(1-x1)*v.s))}
> eval_g_eq=function(x){
+   x1=x[1]
+   constr=p-k-e.s*(kesi*x1+1)
+   grad=-e.s*kesi
+   return(list("constraints"=constr, "jacobian"=grad))}
> x0=runif(1)
> lb=0
> ub=0.6953
> local_opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_MMA", "xtol_rel"=1.0e-7)
> opts=list("algorithm"="NLOPT_LD_AUGLAG", "xtol_rel"=1.0e-7, "maxval"=14, "l
ocal_opts"=local_opts)
> res=nloptr(x0=x0,eval_f=eval_f,eval_g_eq=eval_g_eq,lb=lb,ub=ub,opts=opts
)
> print(res)
```

**ANNEXE 16**

**Les outputs de minimisation pour un gain espéré 200 000 000**

**Quote part**

Call:

```
nloptr(x0 = x0, eval_f = eval_f, lb = lb, ub = ub, eval_g_eq = eval_g_eq,  
      opts = opts)
```

Minimization using NLOpt version 2.4.0

NLOpt solver status: 5 ( NLOPT\_MAXEVAL\_REACHED: Optimization  
stopped because maxeval (above) was reached. )

Number of Iterations.....: 101

Termination conditions: xtol\_rel: 1e-07

Number of inequality constraints: 0

Number of equality constraints: 1

Current value of objective function: 1.23196403002144e+22

Current value of controls: 0.6953

# BIBLIOGRAPHIE

## ARTICLES

- Cai and Tan, “Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures”. ASTIN Bulletin, 2007.
- E.Straub, « Non-Life Insurance Mathematics », Springer 1988.
- HURLIMANN Werner, “Case study on the optimality of reinsurance contracts”, Zurich, 2010.
- IGNATOV and AI, “Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer”, Vol 6, Scandinavian Actuarial Journal, 2004.
- KRAVYCH Yuriy and SHERRIS Michael, “Enhancing insurer value through reinsurance optimization”, insurance: Mathematics and Economics, Volume 38, Issue 3, 2006.
- LAGUERE Djameleddine, « La takaful comme alternative à la réassurance traditionnelle », Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et Sciences de Gestion, Université SETIF-ALGERIE, 25-26 Avril 2011.
- Hess Christian. Méthodes actuarielles de l'assurance vie. Economica, 2000.
- Kaichev and Dimitrova. Operational risk and insurance : a ruine- probabilistic reserving approche, Vol 3. The Journal of Operational Risk, 2008.
- Markus-Schmutz. Designing property reinsurance programmes-pragmatic approach. Swiss Re, 1999.

### MEMOIRES, REVUES, RAPPORTS

- TP de Statistiques: Utilisation du logiciel R ,Année 2006-2007
- R pour les débutants Emmanuel Paradis Institut des Sciences de l' évolution Université Montpellier II
- Véronique Lamblé, 2009, le vocabulaire technique de la réassurance, la tribune de l'assurance, n°139
- Rapports annuels d'assurance 2014 , CASH.
- M. Janick JEMINET, 2012, Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail, Université de Lyon
- Yan CHEN, 2013, Détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie dans le cadre de Solvabilité II, Université Paris Dauphine
- Approches de détermination du seuil de rétention d'une société d'assurance dommages, 2010, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

### SITES INTERNETS

- [www.argusdelassurance.com](http://www.argusdelassurance.com)
- [www.ffsa.fr](http://www.ffsa.fr)
- [www.cna.dz](http://www.cna.dz)
- [www.ccr.dz](http://www.ccr.dz)
- [www.suisseré.com](http://www.suisseré.com)
- [www.best-ré.com](http://www.best-ré.com)
- [www.r-project.org](http://www.r-project.org)

# Tables des matières

Liste des figures .....	A
Liste des tableaux .....	B
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b><u>CHAPITRE I : LA REASSURANCE EN TANT QU’OUTIL DE</u></b>	
<b><u>MANAGEMENT DE RISQUES</u></b>	
Section 1 : Techniques de couverture en réassurance entre formules classiques et innovation financière.....	5
1. Définition et genèse de la réassurance .....	5
1.1 Définition .....	5
1.2 Genèse de la réassurance.....	6
2. Nature et formes classiques de la réassurance .....	6
2.1 Les modes de la réassurance .....	6
2.1.1 La réassurance conventionnelle .....	6
2.1.2 La réassurance facultative.....	7
2.1.3 La réassurance facultative-obligatoire (ou Fac-ob) ou Open cover.....	7
2.2 Les formes de la réassurance .....	7
2.2.1 La réassurance proportionnelle :.....	7

## Tables des matières

---

2.2.2	La réassurance non proportionnelle.....	9
2.3	Le choix des types de traité par branche .....	11
3.	Les innovations dans les formules de réassurance.....	14
3.1	La réassurance financière :.....	14
3.1.1	La Réassurance « finite» : .....	14
3.1.2	Transfert Alternatif des Risques .....	14
3.2	La réassurance islamique .....	16
Section 2 : Réalité du marché international de la réassurance .....		16
1.	Solvabilité II et la réassurance.....	16
1.1	Présentation .....	16
1.1.1	Historique .....	17
1.1.2	Objectifs.....	17
1.1.3	Description des 3 piliers .....	17
1.2	Impact de solvabilité II sur la réassurance.....	19
1.2.1	L'impact sur les exigences règlementaires .....	19
1.2.2	L'impact sur le calcul de la marge de solvabilité .....	20
1.2.3	L'impact sur le choix des réassureurs : .....	20
1.3	L'impact de solvabilité II sur le marché algérien :.....	20
2.	Conjoncture actuelle du marché de la réassurance .....	23
2.1	La segmentation du marché .....	23
2.2	Le taux de cession :.....	24
2.3	L'évolution des Ratios combinés.....	25
2.4	La concentration du marché de la réassurance.....	26
2.5	La sinistralité.....	27
2.6	La tarification.....	27
Section 3 : Le marché algérien de la réassurance.....		28

## Tables des matières

---

1. historique de la réassurance en Algérie .....	28
2. cadre réglementaire de la réassurance en Algérie.....	29
2.1 La cession Obligatoire .....	29
2.2 La cession à l'AFRICA RE.....	30
2.3 Le rating minimum du réassureur choisi.....	30
2.4 Les courtiers agréés de travailler en Algérie.....	30
3. réalités économiques du marché algérien de la réassurance .....	30
Conclusion .....	32

### **CHAPITRE II:LA CONCEPTION D'UN PROGRAMME DE REASSURANCE**

section 1 : Notions de base pour la modélisation d'un programme de réassurance.....	34
1. Un programme de réassurance : pourquoi faire ?.....	34
1.1 Définition et utilité.....	34
1.2 Les paramètres déterminants dans la conception d'un programme de réassurance ..	35
1.2.1 La composition et la répartition du portefeuille : .....	35
1.2.2 La volatilité de la sinistralité : .....	35
1.2.3 La politique de souscription : .....	36
1.2.4 La politique de la compagnie (aversion face aux risques) :.....	36
1.2.5 Les contraintes réglementaires : .....	36
1.2.6 Les fonds propres de la compagnie .....	36
1.2.7 La situation du marché international .....	37
2. La rétention .....	37
2.1 Définition.....	37
2.1 Facteurs influant la rétention .....	38
section 2 : Les outils de fixation d'un seuil de rétention optimal .....	39
1. Les méthodes empiriques.....	39

## Tables des matières

---

2. Les méthodes actuarielles : .....	42
2.1 Les modèles basés sur le critère de moyenne variance .....	42
2.1.1 Le modèle de De Fenetti (1940) .....	42
2.1.2 Le modèle Krvavych (2005) .....	43
2.1.3 Le modèle de Hess : .....	44
2.2 Les modèles basés sur le critère de maximisation de l'utilité.....	47
2.3 Les modèles basés sur la minimisation de la probabilité de ruine .....	50
2.4 Les modèles basés sur le critère de minimisation des mesures de risque .....	51
2.4.1 Le modèle CAI et TAN(2007) : .....	51
2.5 Les modèles basés sur le critère de maximisation de la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur .....	53
2.5.1 L'approche IGNATOV et AL .....	53
2.5.2 KAICHEV et DIMITROVA (2008) : .....	54
section 3 : Description du modèle retenu .....	54
1. La justification des choix retenu .....	54
2. Présentation du modèle retenu .....	55
2.1 Le choix du taux de cession optimal « la théorie moderne de réassurance » .....	56

### **CHAPITRE III: ETUDE DE CAS PRATIQUE**

Section 1 : Présentation de la structure d'accueil.....	60
1. Présentation de la CASH .....	60
2. La CASH au sein du marché.....	61
3. Activité technique de la cash .....	62
3.1 Primes émises.....	62
3.2 Sinistres & indemnisations .....	63
4. Politique de réassurance de la CASH .....	64
4.1 Les partenaires de la CASH en matière de la réassurance .....	65

## Tables des matières

---

4.2	Evolution des primes cédées / taux de cession .....	66
4.3	Les commissions de réassurance.....	67
4.4	Sinistres à la charge des réassureurs : .....	67
4.5	Programme de réassurance de la CASH .....	68
Section 2 : Présentation du portefeuille à étudier .....		69
1.	La structure du portefeuille incendie de la cash.....	69
2.	La constitution de la base de données.....	70
3.	Analyse descriptive du portefeuille .....	70
3.1	La somme assurée (VTA) .....	70
3.2	La fréquence de sinistre .....	71
3.3	Le ratio dommage.....	72
Section 3 : Détermination d'un seuil de rétention optimale .....		74
1.	Rappel du modèle retenu .....	74
2.	Hypothèse du modèle .....	75
3.	Présentation du logiciel R .....	75
3.1	Présentation.....	75
3.2	Fonctionnement de R .....	76
3.3	Quelques notions de base sur R .....	76
4.	Modélisation de la charge de sinistre .....	77
4.1	Détermination de la distribution du nombre de sinistre individuel.....	78
4.2	Détermination de la distribution du montant de sinistre $M_i$ .....	80
4.3	Détermination de l'espérance et de la variance de la sinistralité : .....	81
5.	détermination du seuil de rétention par la méthode de finetti.....	82
6.	Le choix du portefeuille optimal :.....	86
6.1	Calcul du niveau de solvabilité requis : .....	87
6.2	Calcul du RORAC et interprétation des résultats : .....	89

## Tables des matières

---

6.3	Orientation de la compagnie vers une structure de réassurance optimale .....	91
	<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	92
	Anexes.....	95
	<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	112