

Remerciements

*Tout d'abord je tiens à exprimer ma gratitude à mon encadrant, **Mr Sami GUELLOUZ**, pour son suivi et sa disponibilité permanente, ainsi que son aide et les conseils qu'il m'a apportés de manière judicieuse pour la réalisation de ce modeste travail.*

Je tiens à remercier tout le personnel du département Automobile de la CAAR pour leur accueil et leur soutien, en particulier :

***Mr MEHYAOUI** Directeur Central Automobile.*

***Mr BOUSBAA** sous-Directeur Sinistres Automobile.*

J'adresse mes respectueux sentiments de gratitude à tout le personnel enseignant ainsi que les membres de l'administration de L'IFID.

Enfin, à toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail, un profond merci.

A mes chers parents ;

A mes sœurs et frères ;

A toute ma famille ;

A mes amis.

Je dédie ce travail.

Résumé

En Europe, la Directive Solvabilité II remplacera, le 1^{er} Janvier 2016, Solvabilité I. Parmi les changements importants introduits par Solvabilité II, il y a la manière d'évaluer les Provisions pour Sinistres à Payer (PSAP). Dans le cadre de la nouvelle norme, cet élément essentiel du passif des compagnies d'assurance non vie sera estimé selon l'approche « Best Estimate ».

Anticipant l'application probable de Solvabilité II en Algérie dans un horizon qui ne devrait pas être long, nous avons essayé d'explorer des méthodes déterministes et stochastiques d'évaluation du « Best estimate » des PSAP. Nous ne nous sommes pas arrêtés à ce niveau, qui dépasse déjà les méthodes réglementaires actuelles, mais avons cherché à estimer l'incertitude des évaluations obtenues.

En tout, nous avons présenté et utilisé quatre méthodes d'estimations de ces provisions. « Chain Ladder » et « London Chain » ont été puisées dans la catégorie des méthodes déterministes. Les modèles de Mack et de Bootstrap ont quant à eux été choisis parmi les méthodes stochastiques. Nous avons pu apprécier l'apport de ces dernières en termes de mesure de l'incertitude des estimations présentes dans les résultats des méthodes déterministes.

Fort des connaissances théoriques ainsi acquises, nous avons construit une approche dédiée à l'estimation de la PSAP du portefeuille dommages matériels automobile de la CAAR pour la période 2005-2014. Les résultats obtenus par les quatre méthodes ont été enfin comparés entre eux et avec l'estimation effectuée par les services de la CAAR. Jugé sur la base du risque d'incertitude, c'est le modèle Bootstrap qui a donné la meilleure estimation.

Ce mémoire nous a sensibilisé aux faiblesses des méthodes réglementaires actuelles et devrait inciter les Compagnies d'assurances algériennes à commencer à se familiariser avec des méthodes du type de celles que nous avons utilisées pour améliorer l'estimation de leur PSAP et être prêtes le jour de l'adoption, par les autorités compétentes du pays, de la norme Solvabilité II.

Glossaire

- **Modèle déterministe** : Un modèle déterministe ne tient pas compte du caractère aléatoire des variables à expliquer. C'est une valeur bien précise qui est associée aux variables et aux paramètres.
- **Chain Ladder** : Est l'une des méthodes déterministes les plus couramment utilisées dans les compagnies d'assurance du fait de la simplicité de sa mise en application. Le but de cette méthode est d'estimer, à partir des observations faites sur le passé, la valeur finale des montants des paiements cumulés relatifs à une certaine année de survenance.
- **London Chain** : Cette méthode est moins utilisée, mais permet d'étudier les résultats obtenus lorsqu'on ne se contraint plus à avoir une relation linéaire entre les paiements cumulés de deux années de développement successives comme la méthode de Chain Ladder.
- **Coefficient de passage, coefficient de déroulement ou link-ratios** : Le rapport entre l'ensemble des règlements de sinistres d'une année ultérieure et ceux de l'année en cours.
- **Bootstrap** : En statistiques, c'est une technique d'inférence statistique basée sur une succession de ré-échantillonnages, ce qui permet, entre autres, une très fine analyse de sensibilité.
- **Ré-échantillonnage** : En statistiques, effectuer un **ré-échantillonnage** c'est utiliser toute méthode permettant d'estimer la précision d'un échantillon statistique en utilisant des sous-ensembles des données disponibles ou en effectuant un tirage aléatoire avec remise, à partir de ce même ensemble de données (**bootstrap**).
- **Erreur quadratique moyenne ou mean squared error** : Est utile pour comparer plusieurs estimateurs. Il s'agit de la moyenne arithmétique des carrés des écarts entre les prévisions et les observations. L'estimateur le plus efficace est simplement celui qui présente une erreur quadratique faible.

- **Résidus de Pearson** : Il s'agit de la différence entre la valeur estimée et la vraie valeur. C'est le terme restant dans une régression.
- **Intervalle de confiance** : En mathématiques, un intervalle de confiance permet de définir une marge d'erreur entre les résultats d'un sondage et un relevé exhaustif de la population totale. Il permet d'évaluer la précision de l'estimation d'un paramètre statistique sur un échantillon.
- **Modèle stochastique** : Un processus stochastique ou processus aléatoire ou fonction aléatoire représente une évolution discrète ou à temps continu d'une variable aléatoire.
- **Modèle de Thomas Mack (1993)** : Le modèle de Mack consiste à réécrire sous forme stochastique le modèle Chain Ladder standard. Il consiste tout d'abord à évaluer l'écart-type. Il permet ensuite de sélectionner une distribution paramétrique à deux paramètres calibrée sur la base de l'espérance provenant d'une analyse déterministe Chain Ladder et de l'écart-type préalablement déterminé.
- **Modèle non paramétrique** : La régression non paramétrique est une forme d'analyse de la régression dans laquelle le prédicteur ne prend pas de forme prédéterminée, mais est construit selon les informations provenant des données. Elle exige des tailles d'échantillons plus importantes que celles de la régression basée sur des modèles paramétriques parce que les données doivent fournir la structure du modèle ainsi que les estimations du modèle
- **Modèle récursif** : En mathématiques, le terme **fonction récursive** désigne une classe de fonctions calculables, autrement dit des fonctions dont les valeurs peuvent être calculées à partir de leurs paramètres par un processus mécanique.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS

RESUME

GLOSSAIRE I

LISTE DES TABLEAUX..... II

LISTE DES GRAPHIQUES..... III

LISTE DES FIGURES..... IV

INTRODUCTION GENERALE V

CHAPITRE I : PROVISIONNEMENT EN ASSURANCE NON -VIE 6

SECTION 1 : PROVISIONS TECHNIQUES EN ASSURANCE NON VIE..... 8

1.1. DEFINITION ET TYPES DES PROVISIONS TECHNIQUES..... 8

1.2. METHODES REGLEMENTAIRES D’EVALUATION DES PROVISIONS TECHNIQUES EN ALGERIE :..... 10

SECTION 2 : REGLEMENTATION DE LA SOLVABILITE..... 14

2.1. SYSTEME AMERICAIN : RISK BASED CAPITAL (RBC)..... 14

2.1.1 PRESENTATION DU SYSTEME 14

2.2. REGLEMENTATION EUROPEENNE : SOLVABILITE I ET II 17

CONCLUSION..... 25

CHAPITRE II METHODES DETERMINISTES ET STOCHASTIQUES

D’EVALUATION DE LA PROVISION POUR SINISTRES À PAYER..... 26

SECTION 1 : METHODES DETERMINISTES 28

1.1. FORMULATION DU PROBLEME DE PROVISIONNEMENT : 28

1.2 .METHODE « CHAIN LADDER » 30

1.3. METHODE « LONDON CHAIN » 37

SECTION 2 : METHODES STOCHASTIQUES 40

2.1. DEFINITION 40

2.2. MODELE STOCHASTIQUE RECURSIF : « LE MODELE DE THOMAS MACK » 40

2.2. LA METHODE DU BOOTSTRAP 45

CONCLUSION..... 50

CHAPITRE III :APPLICATION ET ANALYSE DES RESULTATS..... 51

SECTION 1 : LA BRANCHE AUTOMOBILE AU NIVEAU DE LA CAAR 53

1.1. CADRE REGLEMENTAIRE..... 53

1.2. GARANTIES OFFERTES PAR LA CAAR EN ASSURANCE AUTOMOBILE..... 53

1.3. CONTRIBUTION DE LA BRANCHE AUTOMOBILE DANS LA PRODUCTION GLOBALE 54

1.4 .INDEMNISATION DES SINISTRES MATERIELS RELATIFS A LA BRANCHE AUTOMOBILE 55

SECTION 2 : APPLICATION 59

2.1. PRESENTATION DES DONNEES 59

2.2. RESULTATS DE LA PSAP SELON L’APPROCHE DETERMINISTE 60

2.3. RESULTATS DE LA PSAP SELON L’APPROCHE STOCHASTIQUE..... 66

SECTION 3 : ANALYSE COMPARATIVE DES RESULTATS..... 74

3.1. ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS DES DIFFERENTES METHODES 74

3.2. COMPARAISON DES PROVISIONS OBTENUES PAR LES DIFFERENTS MODELES AVEC CELLE DE LA CAAR

..... 75

CONCLUSION..... 76

CONCLUSION GENERALE 77

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

Liste des tableaux

Tableau 1 : Les niveaux d'intervention de l'Autorité de contrôle de l'activité d'assurance. .	15
Tableau 2 : Triangle des incréments cumulés ou non cumulés.....	30
Tableau 3 : Rectangle des règlements complété	32
Tableau 4: Triangle des paiements cumulés.	32
Tableau 5: Détermination des facteurs de développement	33
Tableau 6 : Cadence de règlement en %	33
Tableau 7: Complétion du triangle des règlements.....	33
Tableau 8: Montants des charges ultimes et des provisions	34
Tableau 9: Triangle des facteurs de développement individuels	36
Tableau 10: Estimation des paramètres fj et aj	39
Tableau 11: Triangle inférieur complété des règlements cumulés	39
Tableau 12: Estimation des paramètres fj et σj^2	45
Tableau 13: Estimation de l'erreur standard $se Ri$	45
Tableau 14: Intervalles de confiance des provisions estimées.....	45
Tableau 15: Evolution de la production (2009-2014).....	54
Tableau 16: Triangle des règlements non cumulés entre 2005 et 2014	59
Tableau 17: Triangle des règlements cumulés entre 2005 et 2010	60
Tableau 18: Facteurs de développements et cadence de règlement.....	61
Tableau 19: Tableau des règlements complété selon la méthode Chain Ladder	62
Tableau 20: Détermination de la provision totale	62
Tableau 21: Estimation des paramètres (fj , aj)	64
Tableau 22: Triangle inférieur complété des règlements cumulés	65
Tableau 23: Calcul de la provision totale	65
Tableau 24: Estimation des paramètres de risque du modèle	67
Tableau 25: Intervalle de confiance des provisions estimées (log normale)	69
Tableau 26: Coefficients de développement	70
Tableau 27: Triangle prédit.....	70
Tableau 28: Triangle des incréments	71
Tableau 29: Résidus de Pearson	71
Tableau 30: Résidus de Pearson ajustés.....	72
Tableau 31: Résultats du Bootstrap	73
Tableau 32: Résultats obtenus des différentes méthodes.....	74

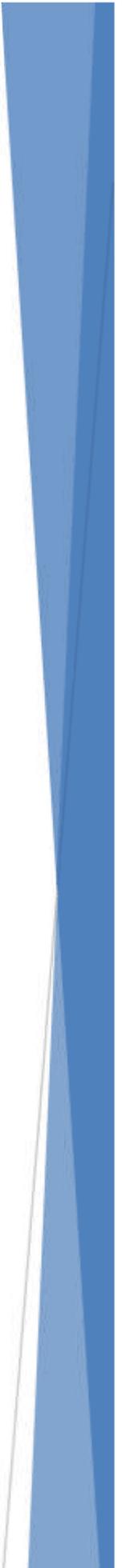
Liste des graphiques

Graphe 1 : Alignement des couples $(C_{i,0} , C_{i,1})$ et $(C_{i,1},C_{i,2})$	35
Graphe 2: Représentation des colonnes $(j=0$ et $j=1)$	36
Graphe 3: Structure du portefeuille de la CAAR en 2014.	55
Graphe 4 : Evolution des indemnisations matérielles.....	57
Graphe 5: Indemnisation des sinistres par garanties en 2014.....	57
Graphe 6: Evolution de la cadence des règlements	61
Graphe 7: Alignement des couples $(C_{i,2} , C_{i,3})$ et $(C_{i,3},C_{i,4})$	63
Graphe 8: Structure des résidus par rapport aux règlements effectués.....	67
Graphe 9: Evolution de l'erreur standard	68

Liste des figures

Figure 1 : Structure des provisions pour sinistre à payer	10
Figure 2: Comparaison du bilan d'une société d'assurance sous Solvabilité I et Solvabilité II	19
Figure 3: La dynamique de la vie d'un sinistre	28
Figure 4: Procédure à effectuer N fois.	48
Figure 5: Processus de gestion des sinistres matériels	56
Figure 6: Histogramme de la distribution des provisions	73

INTRODUCTION GÉNÉRALE



En assurance non-vie, tous les engagements d'un contrat ne sont pas quantitativement fixés à sa signature. L'assureur s'engage à verser, en cas de survenance d'un sinistre, une indemnité dont le montant n'est pas connu à l'avance.

L'assureur doit donc être en mesure d'estimer correctement ces dettes probables, appelées provision technique, dans le but d'honorer ces engagements à tout moment.

Dans ce souci, la Directive Européenne Solvabilité II viendra remplacer, le 1 janvier 2016, Solvabilité I qui est la réglementation actuellement en vigueur. Des insuffisances dans la réglementation Solvabilité I ont amené les autorités européennes à mettre en œuvre ce projet.

En effet, dans ce futur système de solvabilité, trois principales valeurs de références doivent être mesurées. La première définit le capital minimum à détenir pour exercer une activité d'assurance, la seconde concerne le niveau des provisions techniques et la troisième concerne le niveau des fonds propres à constituer au passif en complément des provisions techniques et qui doit être fondé sur une approche qui intègre les risques auxquels les assureurs sont confrontés.

En particulier, Solvabilité II a introduit un changement fondamental dans l'évaluation des Provisions pour Sinistres à Payer (PSAP) qui constituent l'élément essentiel des passifs des compagnies en assurance non vie. Elle impose aux compagnies d'assurance de constituer les Provisions pour Sinistres à Payer selon l'approche « Best Estimate », définie comme la meilleure estimation des coûts des sinistres (valeur actuelle probable des paiements futurs relatifs aux sinistres survenus à la date d'évaluation). Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles, des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et à des techniques statistiques adéquates.

Un mauvais provisionnement de la part de l'assureur peut avoir des conséquences graves sur l'équilibre financier d'une compagnie d'assurance. L'insuffisance des Provisions pour Sinistres à Payer peut conduire à la faillite des compagnies d'assurance.

De même, un sur-provisionnement revient à immobiliser une part supplémentaire du capital qui pourrait être investie. Aussi un sur-provisionnement peut entraîner un redressement fiscal, puisqu'il engendre un résultat non déclaré.

Chaque compagnie d'assurance doit donc avoir des méthodes lui permettant une meilleure estimation de ses provisions afin de pallier au risque d'incertitude lié à leur estimation.

C'est pour cette raison que les actuaires ont développé plusieurs méthodes déterministes et stochastiques pour pouvoir minimiser cette incertitude.

La préoccupation de notre étude portera sur l'estimation de la Provision pour Sinistres à Payer par les méthodes déterministes et stochastiques et leur application au cas du portefeuille Dommages Matériels Automobile de la Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance (CAAR).

La problématique principale de notre travail de recherche s'énonce comme suit:

« Quelles méthodes déterministes et/ou stochastiques adopter pour une meilleure estimation de la Provision pour Sinistres à Payer dans le cadre des assurances Dommages Matériels Automobile de la CAAR ? »

De cette problématique découlent les questions suivantes :

- L'estimation de la PSAP sur la base des méthodes déterministes est-elle suffisante ?
- Le passage aux méthodes stochastiques est-il nécessaire et quel est l'apport de celles-ci dans le provisionnement ?

En s'appuyant sur des données issues du portefeuille de la CAAR au titre des Dommages Matériels Automobile, on essaiera, tout au long de cette étude, de répondre à ces questions de manière théorique et pratique.

La structure choisie pour notre mémoire est la suivante :

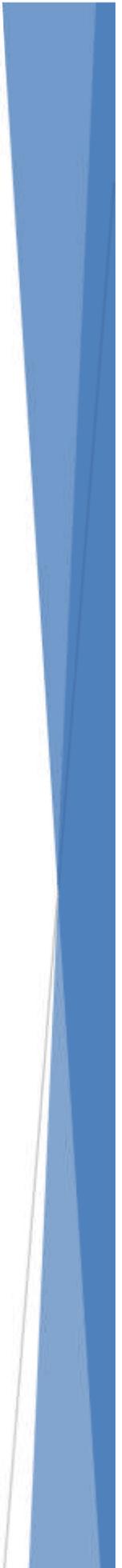
Le premier chapitre sera consacré aux aspects techniques et réglementaires de l'assurance non vie.

Sa première section présente la définition et les types de provisions techniques à constituer en assurance non vie, ainsi que les méthodes réglementaires de leur calcul en Algérie. Sa seconde section détaille la réglementation de solvabilité en Algérie et ailleurs dans le monde.

Le deuxième chapitre présente de manière théorique les méthodes d'estimation de la Provision pour sinistres à payer utilisées dans ce mémoire. Il s'agit des méthodes déterministes dont « *Chain Ladder* » et « *London Chain* », ainsi que des méthodes stochastiques de « *Mack* » et « *Bootstrap* ».

Le troisième et dernier chapitre met en application les méthodes présentées dans le chapitre précédent. En utilisant les données relatives aux Dommages Matériels Automobile de la CAAR, on estimera la Provision pour Sinistres à Payer par les méthodes déterministes et stochastiques. En fin, on présentera une comparaison des résultats de l'estimation des méthodes entre elles puis avec l'estimation de la CAAR.

CHAPITRE I :
**Provisionnement en
assurance Non -vie**



Une des principales caractéristiques du secteur de l'assurance est l'inversion du cycle de production .

En effet, au moment de percevoir les primes, ou prix de vente des contrats d'assurance, les assureurs ne connaissent pas le coût de revient de ces derniers car il s'agit principalement du montant de la charge de sinistres qui est, de par sa nature, aléatoire.

C'est la raison pour laquelle l'assureur doit veiller à constituer, en plus de ses fonds propres, des provisions techniques adéquates et suffisantes pour couvrir ses engagements. C'est aussi pourquoi les Autorités de tutelle de l'activité d'assurance, en Algérie et dans les autres pays, créent des règles de provisionnement et de solvabilité à destination des Compagnies d'Assurances et contrôlent de manière rigoureuse leur application par celles-ci.

Dans ce chapitre, on présentera d'abord les types et les méthodes d'évaluation des provisions techniques à constituer en assurance non vie. On traitera ensuite de la réglementation de la solvabilité en Algérie et ailleurs dans le monde.

Section 1 : Provisions techniques en assurance non vie

Au 31 Décembre de chaque année, les compagnies d'assurances évaluent les engagements pris envers leurs assurés et bénéficiaires des contrats. Ces évaluations sont l'équivalent pour les compagnies d'assurances, des travaux d'inventaire effectués dans les sociétés commerciales ou industrielles.

1.1. Définition et types des provisions techniques

1.1.1 Définition

En échange des primes perçues, l'assureur inscrit au passif de son bilan un engagement, une dette. Les provisions techniques figurant au passif du bilan représentent les engagements de compagnie porteuse du risque vis-à-vis des assurés ou des tiers lésés. ^[6]

Ces provisions techniques sont essentiellement la valeur estimative des sinistres que l'assureur s'est engagé à payer (et des frais de gestion connexes à ces sinistres). Elles tirent leurs substances du fait que la prime est payable d'avance et que la prestation de l'assureur intervient plus tard, avec un décalage dans le temps plus au moins important. Elles sont calculées sans déduction des parts des réassurances cédées.

Dans son ouvrage relatif à la comptabilité des entreprises d'assurance, *G.Simonet* définit les provisions techniques comme étant : « les provisions destinées à permettre le règlement intégral des engagements pris envers les assurés et bénéficiaires de contrats. Elles sont liées à la technique même de l'assurance, et imposées par la réglementation ». ^[5]

Dans le cadre légal et réglementaire régissant les opérations techniques en Algérie, l'article 224 de l'ordonnance 95-07 du 25 Janvier 1995 relative aux assurances modifiée et complétée par la loi 06-04 du 20 Février 2006 et dans son décret exécutif du 28 Mars 2013, impose à toutes sociétés d'assurance d'être en mesure, à tout moment, de justifier l'évaluation des engagements réglementés quelles sont tenues de constituer et de les représenter.

1.1.2 Typologies des provisions techniques

Les principales provisions techniques en assurance non vie sont les trois suivantes:

- Provision pour primes non acquise (PPNA) ;
- Provision pour risque en cours (PREC) ;
- Provision pour sinistre à payer (PSAP).

➤ **Provision pour Primes Non Acquises (PPNA)**

Provision destinée à constater (couvrir), pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat . La méthode de calcul de la provision pour primes non acquises est définie par la réglementation.

➤ **Provision pour Risque En Cours (PREC)**

Cette provision concerne la charge probable des sinistres et leur coût non couvert par la provision pour Primes Non Acquises. La Provision pour Risque En Cours représente les montants à provisionner en supplément des Primes Non Acquises pour couvrir les risques assurés. Cette provision est destinée à faire face à toutes les demandes d'indemnisation et à tous les frais liés aux contrats d'assurance en cours excédant le montant des primes non acquises relatives aux dits contrats.

Cette provision est calculée, séparément pour chaque catégorie selon la formule suivante ¹ :

$$PREC = \text{Le montant PPNA} * \left[\left(\frac{S}{P} - 1 \right) \right]$$

➤ **Provision pour Sinistres à Payer (PSAP)**

La Provision pour Sinistres à Payer correspond à la dette contractée par l'assureur à l'égard des assurés du fait des sinistres survenus antérieurement à la clôture de l'exercice. Elle représente la part la plus importante du passif d'une compagnie d'assurance.

D'une manière plus précise, c'est la valeur estimative des dépenses, en principal et en frais (internes et externes), nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus mais restant à payer à la date d'inventaire (y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mis à la charge de la société).²

Deux types de la Provision pour Sinistres à Payer doivent être distingués :

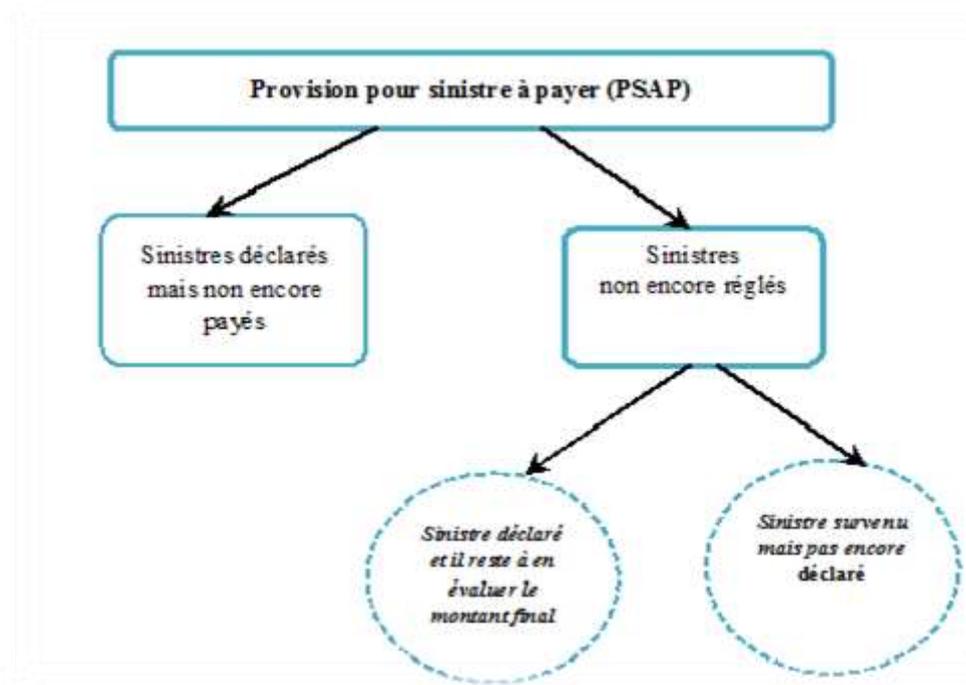
- **Sinistres réglés mais non encore payés** : Le montant du sinistre est administrativement déterminé mais il reste tout ou partie du paiement à effectuer.
- **Sinistres non encore réglés** : deux cas peuvent se présenter ;

¹Le ratio S/P est le rapport des sinistres aux primes des deux derniers exercices.

² Article R 331-64 et (331-36) applicable aux compagnies d'assurance et de réassurance respectivement.

- Soit les sinistres ont été déclarés et il convient d'évaluer leurs montants finaux,
- Soit ils sont survenus, mais n'ont pas encore été déclarés et il faut alors estimer leur nombre et leur montant (Sinistres tardifs ou IBNR « Incurred But Not Reported »).

Figure 1 : Structure des provisions pour sinistre à payer



Source : Elaboré par nos soins.

1.2. Méthodes réglementaires d'évaluation des provisions techniques en Algérie :

Le décret exécutif N° 13-114 du 28 mars 2013, relatif aux engagements réglementés, dans ses articles 17 à 22, précise les méthodes de détermination de chaque provision technique.

1.2.1 Méthodes réglementaires d'évaluation de la PSAP

Les méthodes réglementaires de calcul de cette provision pour la branche Assurance Automobile et pour les autres branches d'assurances de Dommages sont différentes.

A- Calcul de la PSAP en Assurance de dommages (à l'exception de l'assurance Automobile) :

La PSAP représente la valeur estimative des dépenses en principal et en frais y afférents, nécessaires au règlement de tous les sinistres déclarés et non payés à la date d'inventaire, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mis à la charge de la société d'assurance.

La PSAP est calculée dossier par dossier, exercice par exercice, pour son montant brut, sans déduction des recours à exercer et des sinistres inscrits à la charge de la réassurance ou de la rétrocession. ^[12]

B- Calcul de la PSAP en Assurance Automobile : ^[12]

Cette provision est calculée dossier par dossier, exercice par exercice, en procédant à des évaluations distinctes pour les sinistres matériels et les sinistres corporels.

A défaut, la société peut appliquer, après accord de l'administration de contrôle, les trois (3) méthodes ci-après et retenir l'estimation la plus élevée :

- Méthode des coûts moyens ;
- Méthode de blocage des primes ;
- Méthode de la cadence des règlements.

En matière de sinistres corporels dont les règlements s'effectuent sous forme de rentes, il est calculé une provision mathématique représentant la valeur, à l'inventaire, des capitaux constitutifs de rentes inscrites à la charge de la société d'assurance.

La provision pour sinistres à payer en assurance automobile doit être calculée pour son montant brut, sans déduction des recours à exercer et des sinistres inscrits à la charge de la réassurance ou de la rétrocession.

➤ **Méthode de base : « dossier par dossier »**

Les sinistres sont évalués individuellement. Pour chaque dossier sinistre, on estime la provision à constituer à la date d'inventaire. A la somme de ces évaluations dossier par dossier est ajoutée une estimation du coût des sinistres survenus mais non encore déclarés à la date d'inventaire, des sinistres dits tardifs ou IBNYR « Incurred But Not Yet Reported ».

Par ailleurs, pour compenser les erreurs d'estimation de la charge des sinistres (boni/mali de liquidation), on doit constituer une provision appelée IBNER « Incurred But Not Enough Reported »³. La somme des IBNYR et IBNER constitue les IBNR « *Incurred But Not Reported* ».

Le total de ces différents éléments, majoré d'un chargement pour frais de gestion, constitue la PSAP inscrite au passif du bilan de la Compagnie d'assurances.

➤ **Méthode des coûts moyens**

La PSAP est évaluée en utilisant le *coût moyen* des sinistres pour les exercices de survenance précédents. Il s'agit du montant obtenu en divisant le montant des sinistres réglés par la Compagnie d'assurances au cours des trois (3) derniers exercices par le nombre de sinistres réglés et fermés pendant ce temps.

La PSAP est alors calculée comme suit :

$$PSAP = (\text{Coût moyen} * \text{Nombre de dossiers déclarés}) \\ - \text{Réglement cumulés}$$

➤ **Méthode de blocage des primes**

La PSAP est évaluée sur la base d'un rapport à l'équilibre du montant des sinistres de compétence sur celui des primes acquises pour les deux derniers exercices (N) et (N-1). Cette méthode est appelée « *méthode forfaitaire* » ou méthode de « *méthode blocage des primes* » ;

➤ **Méthode de la cadence des règlements**

C'est une méthode rétrospective qui cherche à dégager, sur une période donnée, le rapport entre le montant réglé des sinistres et leur charge totale, après un an, deux ans, n années pour un exercice de survenance déterminé. Ces coefficients appliqués aux paiements de chaque exercice de survenance permettent de déduire le montant des sinistres à payer.^[5]

Statistiquement, pour une catégorie donnée d'assurances, on observe que les paiements s'échelonnent dans le temps de façon sensiblement constante. Il suffit de connaître cette statistique pour pouvoir l'appliquer aux données de l'exercice qui se clôt et obtenir une évaluation de ce qui devrait être payé dans l'avenir.

³A l'inventaire, le montant véritable de la charge des sinistres survenus est égal à la somme de la charge nette hors IBNR à laquelle on ajoute la somme non reportée des IBNYR et la charge finale estimée des IBNER.

1.2.2 Méthodes d'évaluation de la PPNA

La provision pour primes non acquises est calculée au Prorata-Temporis, police par police, sur la base de la prime émise nette d'annulations et de taxes. ^[12]

Section 2 : Réglementation de la Solvabilité

Afin de protéger les intérêts des titulaires de polices contre le risque d'insolvabilité de leurs sociétés d'assurances et pour que ces dernières soient toujours à même de tenir leurs engagements en vers les assurés et les bénéficiaires de contrats, les autorités de contrôle exercent, à différents moments de l'activité, une surveillance régulière de la solvabilité des compagnies.

2.1. Système Américain : Risk Based Capital (RBC)

2.1.1 Présentation du système

Le système *RBC* « *Risk Based Capital* » a été mis au point par la NAIC « *National Association of Insurance Commissioners* » au début des années 1990. Il est entré en vigueur en 1993 pour le *RBC* Vie et en 1994 pour le *RBC* non-vie ^[31]. Auparavant, les exigences de solvabilité différaient selon les Etats et se résumaient parfois à l'exigence d'un capital minimum fixe et relativement bas ^[16].

Le *RBC* est théoriquement un système de calcul de la solvabilité en proportion des risques auxquels une entreprise d'assurance est exposée ^[30]. Son principe est d'associer à chacun des principaux « risques » pesant sur les sociétés d'assurance un besoin de capital. Les méthodes de calcul utilisées tiennent compte des caractéristiques de chaque entreprise. Un besoin global de fonds propres est ensuite obtenu en associant les besoins de fonds propres liés à chaque risque.

Ce besoin de fonds propres réglementaire global est ensuite comparé aux fonds propres de l'Entreprise. Le ratio (Fonds propres de l'entreprise / Besoin de fonds propres) détermine les possibilités d'action de l'autorité de contrôle.

Les niveaux d'intervention de l'Autorité de contrôle sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 1 : Les niveaux d'intervention de l'Autorité de contrôle de l'activité d'assurance.

Ratio (Fonds propres/besoin de RBC)	Intervention envisagée
Supérieur à 100%	Aucune intervention
Entre 75% et 100%	L'entreprise doit présenter un plan permettant de reconstituer une dotation en capital appropriée.
Entre 50% et 75 %	L'entreprise doit se conformer aux mesures correctrices prescrites par l'autorité de contrôle
Entre 35% et 50 %	L'autorité de contrôle peut prendre le contrôle de l'entreprise
Moins de 35 %	L'autorité de contrôle doit placer l'entreprise sous son contrôle

Source : Elaboré par nos soins.

2.1.2 Le calcul du RBC non-vie

Le RBC non-vie identifie deux grandes catégories de risques : les risques d'actifs et les risques techniques :

A- Les risques d'actifs : (R1, R2, R3) sont les risques de perte liés à la dépréciation de la valeur des actifs ou à la défaillance des émetteurs :

➤ **Risque lié aux placements à revenus fixes (R1)**

Pour les titres à revenus fixes (dépôts, obligations, prêts), le portefeuille est ventilé par nature de titres en fonction du degré de risque de contrepartie.

Des pourcentages, définis par l'autorité de contrôle pour l'ensemble des compagnies d'assurances, sont alors appliqués à chacune des classes de titres pour tenir compte du risque encouru d'insolvabilité des débiteurs.

Le montant de capital ainsi estimé est majoré ou minoré en fonction de la diversification du portefeuille.

➤ **Risque lié aux placements à revenus variables (R2)**

Pour les titres à revenus variables (actions), le capital requis équivaut à 30% du portefeuille.

Ce montant de capital est tel qu'il est indifférent pour l'actionnaire de placer les actifs au taux sans risque (obligations d'état) ou en actions (prime de risque du marché). Ce montant permet de satisfaire au principe d'équilibre des actifs, il est donc bien adapté.

➤ **Risque lié aux créances (R3)**

Dans le calcul du risque lié aux créances, sont distingués deux composantes : R_3' , le risque lié aux créances sur réassureurs et R_3'' , risque lié aux autres créances.

Le principe de calcul est le même que pour les autres risques d'actif : les créances sont affectées de coefficients de pondération, par exemple un taux de 10% est appliqué sur les créances sur réassureurs.

B- Risques techniques : Ce sont d'une part les risques d'insuffisance des provisions de sinistres (R4) et d'autre part les risques d'insuffisance des primes (R5).

➤ **Provisions de sinistres (R4)**

Pour les provisions de sinistres, le montant de fonds propres minimal est calculé par application d'un coefficient de liquidation correspondant à la plus mauvaise observation des 10 derniers exercices. Ces coefficients ne sont pas recalculés chaque année mais peuvent être mis à jour si nécessaire. La correction de ces facteurs par l'observation des liquidations propres à chaque compagnie est en revanche calculée annuellement.

➤ **Risques d'insuffisances des primes (R5)**

Pour chaque branche d'activité, un ratio est estimé à partir de l'observation des taux de sinistres à primes du marché sur 10 exercices de survenance (le ratio sinistres à primes le plus élevé des 10 années est retenu).

A côté de ces deux catégories de risques, le système RBC prévoit une exigence de capital pour les engagements hors bilan de l'Entreprise et un traitement spécifique pour les participations détenues dans les filiales d'assurance.

➤ **Actifs investis dans des succursales ou filiales d'assurances et le hors bilan (R0)**

Le R0 représente la somme de deux besoins de marge :

- Un besoin de marge lié aux filiales d'assurance détenues par l'entreprise d'assurance concernée : il s'agit soit de la valeur comptable des titres détenus, soit du besoin de marge RBC des filiales ;
- Un besoin de marge lié aux engagements hors bilan de l'Entreprise.

C- Le RBC total non vie ^[31]

Le montant de fonds propres minimal total se déduit des six capitaux partiels précédents en appliquant la formule suivante :

$$R = R0 + \sqrt{R1^2 + R2^2 + R3^2 + R4^2 + R5^2}$$

La racine carrée de la somme des carrés prend en compte les corrélations existant entre les différents postes de bilan.

2.2. Réglementation Européenne : Solvabilité I et II

2.2.1 Solvabilité I

A-Présentation

Les règles de mesure de la Solvabilité réglementaire appliquées aujourd'hui par les assureurs européens sont identiques et découlent de la Directive Européenne du 24 juillet 1973 mise à jour le 5 mars 2002 pour créer les règles de Solvabilité I qui s'articulent autour de trois axes :

- La constitution de provisions techniques suffisantes (hypothèses prudentes) ;
- Des actifs sûrs, diversifiés, liquides et rentables ;
- Un niveau de fonds propres supérieur à un niveau minimal (appelé Exigence de Marge de Solvabilité «EMS»).

En assurance non vie, l'exigence de marge de solvabilité se définit comme *l'indice des primes* ou *l'indice des sinistres*, le plus élevé étant retenu.

Le calcul de ces indices se fait de la manière suivante :

- **Indice des primes** = [(18% × première tranche de 50 millions EUR de primes brutes) + (16% × primes brutes restantes)] × taux de rétention⁴
- **Indice des sinistres** = [(26% × première tranche de 35 millions EUR de sinistres brutes⁵) + (23% × sinistres brutes restants)] × taux de rétention

Le calcul de l'EMS dans le cadre de solvabilité I est simple mais suscite de nombreuses critiques.

B-Critiques de Solvabilité I

Les critiques évoquées à l'encontre de solvabilité I sont :

- Le calcul de l'exigence de marge de solvabilité est simpliste et reste le même pour toutes les compagnies, quelle que soit leur taille et leur activité, qu'elles estiment bien leurs risques ou non. L'EMS se base uniquement sur un volume de primes ou de provisions et ne tient donc pas suffisamment compte des risques sous-jacents à l'activité d'assurance ;
- Elle se base sur une vision uniquement rétrospective des indicateurs comptables annuels en prenant comme seule et unique référence le passé ;

⁴Le taux de rétention est égal au rapport entre les sinistres nets (après déduction de la réassurance) et la moyenne des sinistres bruts sur trois ans (Ce taux doit être de 50% minimum).

⁵Sinistres brutes de réassurance au cours des trois derniers exercices.

- Les assureurs plus prudents se trouvent pénalisés par rapport à leurs concurrents car ils immobilisent plus de capital dans leurs provisions techniques et sont soumis aux mêmes exigences que les assureurs moins prudents en matière de solvabilité ;
- L'évaluation des passifs (provisions techniques incluses) et actifs ne repose pas sur une approche cohérente avec le marché ;
- Hors le risque de souscription, les risques ne sont pas pris en compte, ou seulement de façon partielle ; A titre d'exemple, le risque de placement n'est pas inclus dans l'exigence de marge de solvabilité ;^[18]
- La non satisfaction aux exigences internationales tel que l'IAS-IFRS.

Solvabilité **I** est donc considérée comme une solution provisoire en attendant l'adoption d'une réglementation reflétant mieux le risque auquel un assureur est effectivement confronté. Afin de combler les insuffisances de cette Directive, les instances Européennes ont lancé en 2001 le projet Solvabilité **II**.

2.2.2 Solvabilité II

A- Présentation *et objectifs*

Solvabilité **II** est une Directive de l'Union Européenne s'adressant aux compagnies d'assurance et de réassurance européennes qui sera mise en place en 2016^[18].

La réforme réglementaire européenne de l'assurance, Solvabilité **II**, introduit un nouveau calcul du capital réglementaire selon une approche fondée sur les risques.

L'exigence réglementaire de fonds propres sous Solvabilité **II** incorpore les risques effectifs auxquels les compagnies d'assurance sont exposées : risques liés aux engagements relatifs aux contrats d'assurance, mais également les risques pris sur les marchés financiers.

Ces mesures sont quantitatives mais aussi qualitatives afin d'inciter les compagnies d'assurance à mesurer et gérer leurs risques. Elles visent à :

- Introduire une harmonisation au niveau européen en supprimant les différences marquantes entre les législations des États membres ;
- Améliorer la protection des preneurs d'assurance et favoriser une stabilité financière du marché ;
- Assurer la transparence et la cohérence ;

- Fournir aux autorités de contrôle les outils et la capacité nécessaires afin d'évaluer la solvabilité des compagnies par une approche prospective basée sur : les risques quantitatifs d'une part, comme la couverture d'un programme de réassurance ou l'adéquation entre l'actif et le passif (gestion ALM) ; et les risques qualitatifs d'autre part comme la fiabilité des systèmes de contrôle interne et de gestion des risques, la qualité de management ou la maîtrise du risque opérationnel.

B- Articulation de Solvabilité II

Solvabilité II s'articule autour de trois piliers :

Pilier I : Exigences quantitatives en capital

L'évaluation quantitative aussi bien pour les fonds propres que pour les provisions techniques est revue sous ce pilier :

- Les provisions techniques doivent être calculées en « *Best Estimate* » auquel est ajouté une marge pour risque (En anglais, Risk Margin) et ;
- Le besoin en fonds propres est déterminé en respectant deux exigences (*Minimum Capital Requirement* : **MCR** et *Solvency Capital Requirement* : **SCR**).

On peut voir clairement les ajustements apportés par solvabilité II en comparant les deux bilans suivants :

Figure 2: Comparaison du bilan d'une société d'assurance sous Solvabilité I et Solvabilité II

<i>Bilan sous solvabilité I</i>		<i>Bilan sous solvabilité II</i>	
ACTIFS	PASSIFS	ACTIFS	PASSIFS
plus value latente	surplus de capital	actifs en valeur de marché	surplus de capital
actifs en valeur nette comptable	besoin en marge de solvabilité		MCR
	provisions techniques brutes de réassurance	provisions techniques en Best Estimate	marge pour risque

Source : Elaboré par nos soins.

➤ **Estimation des provisions techniques**

La valeur des provisions techniques doit correspondre à la somme du Best Estimate des flux futurs actualisés et d'une marge pour le risque. Ces deux quantités doivent être évaluées séparément :

▪ **Best Estimate** : Cette notion correspond à « la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents » [16].

Le grand changement apporté par cette notion est le remplacement des hypothèses prudentes par des hypothèses réalistes. En particulier, la prise en compte de la valeur temporelle de l'argent sera l'une des nouvelles hypothèses qui impacteront le plus le montant des provisions techniques.

Le Best Estimate doit être calculé brut de réassurance et il doit refléter toutes les caractéristiques du contrat d'assurance : comportement de l'assuré, existence d'options et de garanties financières, politique d'investissement et de gestions, prestations futures etc.

▪ **La marge pour risque** : Ou (Risk Margin ou Market Value Margin), constitue une marge de prudence dans l'estimation des provisions techniques. Elle est définie comme le montant destiné à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance.

Elle consiste à calculer le coût d'immobilisation d'un montant des fonds propres éligibles (égale au SCR) nécessaire pour assumer les engagements d'assurance et de réassurance jusqu'à extinction totale de ces derniers.

➤ **Estimation du besoin en capital**

Deux niveaux de fonds propres seront définis :

▪ **Minimum Capital Requirement (MCR)** : En français le capital minimum requis, représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique.

▪ **Solvency Capital Requirement (SCR)** : Appelé aussi Capital Ajusté au Risque, représente le capital nécessaire pour absorber le choc provoqué par une sinistralité exceptionnelle. Le calcul du SCR est basé sur la prise en compte de tous les risques importants et quantifiables auxquels un assureur est exposé (le risque de souscription, le risque de crédit, le risque opérationnel, le risque de liquidité et le risque de marché).

Pilier II : Gouvernance et processus de contrôle

Ce pilier a pour objectif la mise en place de dispositifs (des normes qualitatives) de gouvernance des risques et de surveillance par les autorités. Il doit s'assurer que la compagnie est bien gérée et est en mesure de calculer et maîtriser ses risques. Dans le cadre de ce pilier la directive s'attache beaucoup à la notion d'efficacité ; Elle demande la mise en place d'un système de gouvernance efficace et se réfère aussi à cette notion pour définir une série de quatre fonctions clés (conformité, audit interne, actuariat et gestion des risques).^[20]

Les règles de contrôle du processus de gestion des risques des sociétés d'assurance et de réassurance sont aussi définies dans le but d'uniformiser ce processus en incitant les entreprises à être autonomes dans l'évaluation de leurs risques. Les contrôles internes recouvrent : la gouvernance d'entreprise, la gestion des procédures, la gestion financière, la gestion des risques et les modèles internes.

Pilier III : Information et discipline de marché

Ce troisième pilier a pour objectif de définir l'ensemble des informations détaillées pour des soucis d'exigences en termes de rapport et de transparence que les autorités de contrôle jugeront nécessaires pour exercer leur pouvoir de surveillance.

Les informations communiquées doivent avoir comme principes majeurs : la transparence, l'homogénéité et la traçabilité. Leur contenu consiste en trois rapports :

- Un rapport de solvabilité ;
- Un rapport sur la situation financière ;
- Une description détaillée du système de gestion des risques.

Les rapports devront détailler toutes les hypothèses ayant été retenues pour les calculs, ainsi que les méthodes d'évaluation des différents postes du bilan, notamment des actifs et des provisions techniques.

2.2.3 Réglementation Algérienne

A- Bases juridiques

Le dispositif de solvabilité algérien a été établi en 1995 et ajusté en 2006 suite à la révision de la législation en matière d'assurance.

Les différents textes réglementaires régissant la solvabilité des compagnies d'assurance sont :

- L'ordonnance 95-05 du 25 Janvier 1995 modifiée et complétée par la loi 06-04 du 20 février 2006 ;
- Le décret exécutif N° 13-114 du 28 mars 2013, relatif aux engagements réglementés ;
- Le décret exécutif N°13-115 du 28 mars 2013, relatif à la marge de solvabilité des compagnies d'assurance ;
- L'arrêté du 2 octobre 1996, fixant les proportions à affecter pour chaque type de placements effectués par les compagnies d'assurance et/ou de réassurance modifié et complété en 2001.

B-Règles actuelles de solvabilité

La capacité de l'assureur à tenir ses engagements envers les assurés est un élément primordial pour assurer la continuité de l'activité des compagnies d'assurance.

Pour cela, le législateur algérien a mis en place des règles permettant de contrôler la solvabilité de ces dernières. Ces règles sont :

- Le capital social minimum ;
- La constitution des engagements réglementés (provisions techniques, réserves, et les dettes techniques) ;
- La représentation des engagements réglementés ;
- Le niveau de représentation des engagements réglementés ;
- La marge de solvabilité.

▪ Le capital social minimum

Le capital social minimum des sociétés d'assurance et/ou de réassurance est fixé à :

- Un milliard (1) de dinars pour les sociétés par action exerçant les opérations d'assurance de personnes et de capitalisation ;
- Deux milliards (2) de dinars pour les sociétés par action exerçant les opérations d'assurance dommages ;
- Cinq (5) milliards de dinars pour les sociétés par action exerçant exclusivement les opérations de réassurance.

▪ La constitution des engagements réglementés

Selon l'article 224 de l'ordonnance 1995 les compagnies d'assurances sont tenues de constituer les engagements suivants :

- Les réserves ;
- Les provisions techniques ;
- Les dettes techniques.

▪ La représentation des engagements réglementés

Les engagements réglementés doivent être représentés par des actifs équivalents, énumérés ci-après ^[14] :

- Valeur d'Etat : Bons, dépôts et prêts ;
- Valeurs mobilières et titres assimilés ;
- Actifs immobiliers.

▪ Le niveau de représentation des engagements réglementés

L'arrêté ministériel du 7 janvier 2002 fixe les proportions minimum à affecter à chaque type de placement effectué par les compagnies d'assurance et ou de réassurance comme suit :

- Valeurs du trésor : 50% minimum, dont 50% au moins en valeurs à moyen et long terme ;
- Le reste des engagements réglementés est à répartir entre les autres placements en fonction des opportunités offertes par le marché et selon la politique de gestion financière adoptée par les compagnies elles-mêmes, mais sans pour autant que la part des placements en valeurs mobilières et titres assimilés émise par les sociétés algériennes non cotées en bourse ne dépasse les 20% des engagements réglementés. ^[21]

▪ La marge de solvabilité

Selon l'article 2 du décret du 28 mars 2013, la solvabilité des compagnies d'assurance et/ou de réassurance est matérialisée par l'existence d'un supplément aux provisions techniques, appelé « marge de solvabilité ». Ce supplément est constitué par :

- Le capital social ou le fonds d'établissement, libéré ;
- Les réserves réglementées ou non réglementées ;
- Les provisions réglementées ;

- Le report à nouveau que ce soit, débiteur ou créditeur.

La marge de solvabilité à constituer doit répondre à deux conditions :

- Au moins égale, pour les compagnies d'assurance dommages et /ou de réassurance, à 15% des provisions techniques ;
- A tout moment de l'année, la marge de solvabilité ne doit pas être inférieure à 20% des primes émises et/ou acceptées, nettes de taxes et d'annulations

Conclusion

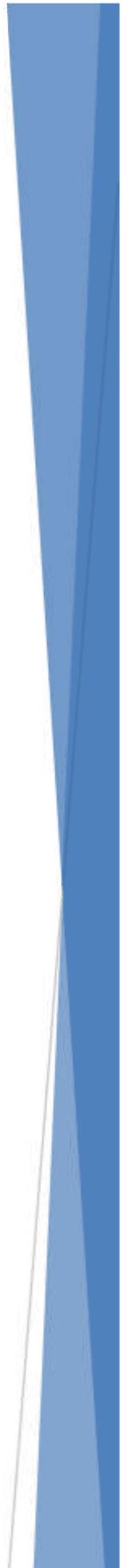
Le cadre réglementaire international (RBC, solvabilité I et II) ainsi que la réglementation algérienne veillent à ce que les compagnies d'assurance puissent faire face à leurs engagements vis-à-vis des assurés. A cet effet, plusieurs normes ont été fixées et leur respect est primordial afin d'assurer la solvabilité de ces compagnies.

L'élément essentiel que ces dernières surveillent est la constitution des provisions techniques dont la plus importante est la provision pour sinistre à payer (PSAP).

Les méthodes d'évaluation de la PSAP mises en place par le législateur algérien sont « les méthodes réglementaires » qui visent à préserver le droit des assurés. Mais, avec le développement de l'environnement économique et la multiplicité des risques affrontés par les compagnies d'assurance, ces méthodes sont devenues insuffisantes. C'est pour cette raison que les actuaires non vie ont développé des méthodes déterministes améliorées par des modèles stochastiques. On en étudiera quelques-unes de ces méthodes dans les parties suivantes de ce mémoire.

CHAPITRE II :

Méthodes déterministes Et Stochastiques D'évaluation de La Provision Pour Sinistres À Payer



Dans ce chapitre, on cherchera à modéliser les provisions pour sinistres à payer à l'aide de deux analyses : une analyse déterministe et une autre stochastique.

En premier lieu, on présentera la méthode déterministe la plus utilisée de « Chain Ladder » et, accessoirement, la méthode de « London Chain ».

En deuxième lieu, on présentera quelques-unes des méthodes stochastiques qui sont de plus en plus employées car elles permettent de mesurer l'incertitude présente dans les triangles et les résultats issus des méthodes déterministes.

Section 1 : Méthodes déterministes

Dans cette section nous présenterons deux méthodes déterministes :

- La méthode de base « Chain Ladder » ;
- La méthode « London Chain ».

1.1. Formulation du problème de provisionnement :

1.1.1 La dynamique de la vie d'un sinistre :

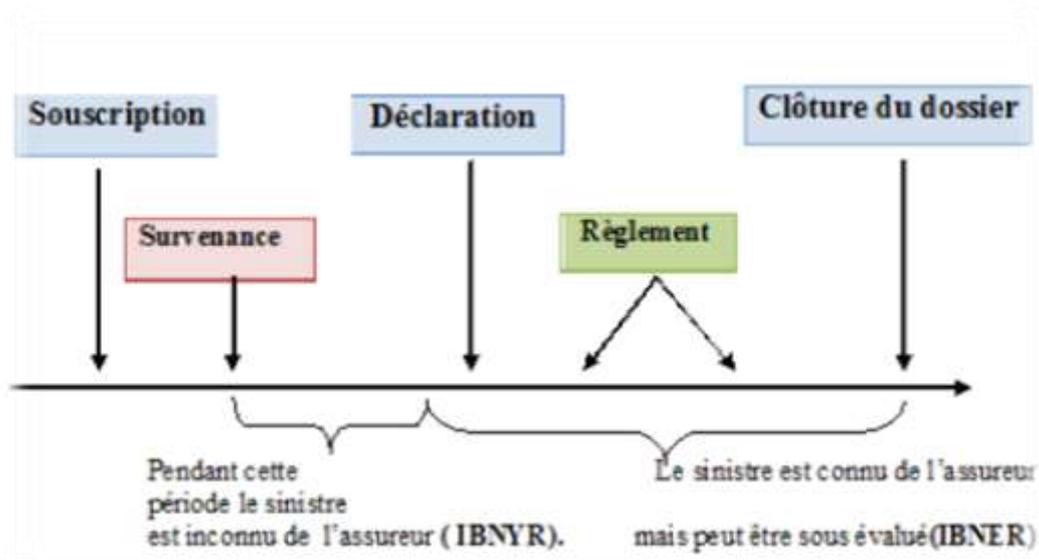
Entre la déclaration d'un sinistre à l'assureur et son règlement définitif, il peut s'écouler plusieurs mois, voire plusieurs années selon les différentes branches d'assurance considérées.

En effet, il existe un décalage entre la survenance du fait dommageable, générateur du paiement, et le règlement effectif du fait des conséquences différées des sinistres, des délais d'obtention de l'information, des expertises, des recours.

On peut donc constater que pour chaque type de risque, la procédure est la même : les sinistres sont d'abord constatés puis réglés. La seule différence réside dans le délai de constatation ainsi que le délai de paiement.

On peut décrire schématiquement la vie d'un sinistre comme suit :

Figure 3: La dynamique de la vie d'un sinistre



Source : Elaboré par nos soins.

D'après le schéma, la vie d'un sinistre est balisée par les dates suivantes :

- Date de survenance,
- Date de déclaration,
- Date de règlement,

- Date de clôture.

Les sinistres peuvent être donc, rattachés à des années d'origine qui peuvent être :

- L'année de survenance,
- L'année de souscription,
- L'année de déclaration.

Mais le rattachement le plus fréquent et celui de l'année de survenance.

1.1.2 Les triangles de liquidation (triangles de Run-Off)

Les méthodes statistiques de calcul des provisions se basent sur la sinistralité passée de la branche étudiée ; Pour cela, les données sont mises sous la forme d'un triangle de liquidation qui permet de suivre la vie d'un sinistre en analysant, par exemple, année par année, le niveau des règlements qui ont été versés ou encore le niveau de la charge totale des sinistres.

Les quantités analysées sont des paiements de sinistres survenus. Les sinistres sont rapportés à des périodes annuelles, l'année récurrente n se déroule du 01/01/ n au 31/12/ n .

Les notations utilisées sont définies dans ce qui suit en considérant une branche dont les sinistres se déroulent dans n années :

i : Correspond à l'indice des années de survenance où $i = \{1, \dots, n\}$.

j : Correspond à l'indice des années de développement $j = \{1, \dots, n\}$.

n : Est le temps maximal nécessaire pour clore une année de survenance.

$Y_{i,j}$: Correspond aux paiements des sinistres non cumulés survenus l'année i , et au délai de développement j .

$C_{i,j}$: Correspond aux paiements cumulés des sinistres survenus l'année i , en j années de développement ($C_{i,j} = \sum_{h=1}^j Y_{i,h}$).

$$X_{i,j} = \begin{cases} Y_{i,j} & \text{Triangle non cumulé} \\ C_{i,j} & \text{Triangle cumulé} \end{cases}$$

En utilisant ces notations, la sinistralité d'une branche est représentée par les triangles de règlements cumulés ou non cumulés présentés ci-dessous :

➤ **Le triangle des règlements cumulés ou non cumulés**

Tableau 2 : Triangle des incréments cumulés ou non cumulés.

Année Survenance « i »	Développement « j »					
	1	2	...	J	...	n
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,j}$	$X_{1,n}$
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,J}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		
I	$X_{i,1}$	$X_{i,2}$			
⋮	⋮	⋮				
N	$X_{n,1}$					

Source : Elaboré par nos soins.

Le calcul des provisions consiste alors à prévoir le montant final des sinistres et à évaluer les paiements non encore effectués. Pour cela, on suppose que pour une année de survenance donnée, les sinistres survenus sont entièrement payés au bout de n années. Il s'agit alors de compléter la partie inférieure du triangle. On cherche $\hat{Y}_{i,n}$ ou $\hat{C}_{i,n}$ pour $i+j > n$.

L'objectif de toutes les méthodes de triangulation, est de remplir la partie inférieure du triangle.

1.2 .Méthode « Chain Ladder »

1.2.1 Présentation

La méthode de *Chain Ladder* standard est un modèle de développement par cadences, basé sur le triangle des montants cumulés. C'est la méthode la plus couramment utilisée par les compagnies d'assurance en raison de sa simplicité de compréhension et de mise en œuvre.

Le principe de cette méthode repose sur l'utilisation de facteurs de développement, encore appelés *coefficients de passage*, *coefficients de déroulement* ou *link-ratios* [7], entre les différentes années de développements.

Les hypothèses sous-jacentes à cette méthode sont les suivantes :

H1 : Les années de survenance sont indépendantes entre elles.

H2 : Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des sinistres futurs.

Ces hypothèses peuvent s'exprimer de façon plus simple :

Pour $j = 1, 2, \dots, n-1$, les ratios $f_{i,j}$ appelés facteurs de développement individuels sont indépendants de l'année d'origine i d'où :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

Cette méthode consiste à supposer que les $(C_{i,j})_{j=0, \dots, n-1}$ sont liés par un modèle de type de la forme :

$$\hat{C}_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j} \text{ Pour tout } i=0, \dots, n-j-1$$

Où n représente le nombre total des exercices du triangle.

1.2.2 Procédures d'estimation

➤ **Estimation des facteurs de développement \hat{f}_j**

Les coefficients de développement communs \hat{f}_j peuvent être estimés à l'aide des règlements et charges cumulées observées par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \quad 0 \leq j \leq n-1$$

➤ **Estimation des règlements futurs et de la provision**

Une fois ces facteurs de développement sont calculés, il est possible de compléter les valeurs du triangle inférieur. Les paiements futurs sont calculés comme suit :

$$\hat{C}_{i,j} = \prod_{j=n+1-i}^{j-1} \hat{f}_j C_{i,n+1-i}, \quad 2 \leq i \leq n$$

Le tableau ci-dessous nous donne le rectangle des paiements après avoir estimé les $\hat{C}_{i,j}$ et le montant des provisions à constituer :

Tableau 3 : Rectangle des règlements complété

Année de Survenance	Développement						Provisions
	1	2	J	n	
1	$C_{1,1}$	$C_{2,1}$	$C_{2,j}$	$C_{n,1}$	$\hat{R}_1=0$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,j}$	$\hat{C}_{2,n}$	\hat{R}_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
I	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	$\hat{C}_{i,j}$	$\hat{C}_{i,n}$	\hat{R}_i
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	$\hat{C}_{n,j}$	$\hat{C}_{n,n}$	\hat{R}_n

Source : Elaboré par nos soins.

Après avoir estimé ces paiements futurs, le montant de la provision pour l'année de survenance i est donné par :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i, n} - C_{i, n-i+1}$$

Le montant total de provision nécessaire à la date d'inventaire est :

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i$$

1.2.3 Exemple d'application de la méthode

Considérons le triangle de paiements suivant en montants cumulés.

Tableau 4: Triangle des paiements cumulés.

Exercice	Délai					
	0	1	2	3	4	5
1988	3209	4372	4411	4428	4435	4456
1989	3367	4659	4696	4720	4730	
1990	3871	5345	5398	5420		
1991	4239	5917	6020			
1992	4929	6794				
1993	5217					

Source : Christian PARTRAT « Provisionnement en assurance non vie » page 15.

A- Détermination des facteurs de développement

Les facteurs de développement calculés se présentent comme suit :

Tableau 5: Détermination des facteurs de développement

J	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5
\hat{f}_j	1,38098394	1,0113827	1,0043433	1,0018583	1,0047351

Source : Elaboré par nos soins.

B- Cadence de règlement en % :

Il existe une correspondance entre les coefficients de passage et les cadences de règlements des sinistres :

$$cadence\ j = \frac{1}{f_j * \dots * f_{n-1}}$$

Tableau 6 : Cadence de règlement en %.

j	0	1	2	3	4	5
Cadence j	70,82%	97,80%	98,91%	99,34%	99,53%	100%

Source : Elaboré par nos soins.

Nous constatons pour cet exemple que 71% des sinistres sont réglés dès la première année, et 99% au bout de la troisième année.

C- Complétion du triangle des règlements

Une fois les facteurs de développements f_j déterminés, on peut compléter la partie inférieure du triangle des règlements.

Tableau 7: Complétion du triangle des règlements

Année de survenance	Année de développement					
	0	1	2	3	4	5
1988	3209	4372	4411	4428	4435	4456
1989	3367	4659	4696	4720	4730	4752
1990	3871	5345	5398	5420	5430	5456
1991	4239	5917	6020	6046	6057	6086
1992	4929	6794	6871	6901	6914	6947
1993	5217	7205	7287	7318	7332	7367

Source : Elaboré par nos soins.

Maintenant, on peut estimer la PSAP.

Tableau 8: Montants des charges ultimes et des provisions

	Dernier règlement	Charge ultime	PSAP
1	4456	4456	0
2	4730	4752	22
3	5420	5456	36
4	6020	6086	66
5	6794	6947	153
6	5217	7367	2150
		Total	2427

Source : *Elaboré par nos soins.*

Le montant de la provision à constituer est égal à **2427**.

D- Validation du modèle

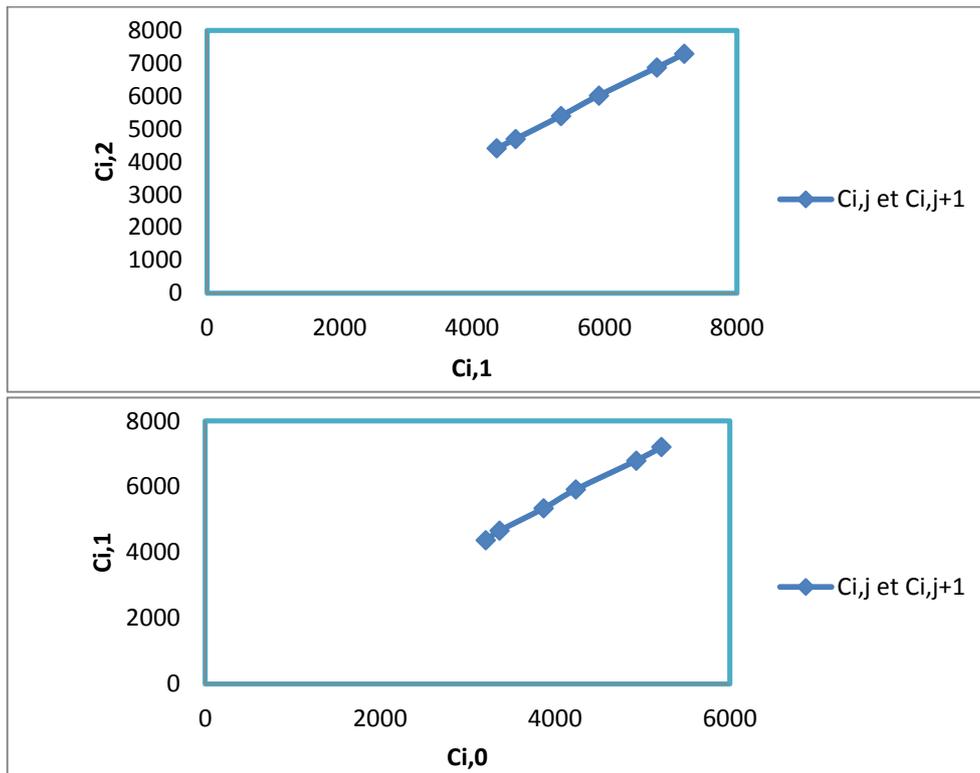
- **Alignement des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$**

L'hypothèse de l'existence d'une relation linéaire entre les règlements cumulés d'une année de déroulement à l'autre doit être vérifiée.

Si, pour j fixé, il existe un paramètre f_j tel que $C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j}$ pour $i=0, \dots, n-j-1$, les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ doivent être alignés sur une droite passant par l'origine.

Le graphe des $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ permet d'affirmer ou d'infirmier cette hypothèse.

Graphe 1 : Alignement des couples $(C_{i,0}, C_{i,1})$ et $(C_{i,1}, C_{i,2})$



Source : Elaboré par nos soins.

On remarque que pour l'année de développement 1, la condition n'est pas vraiment vérifiée mais après les couples sont sensiblement alignés sur une droite.

▪ **Examen du triangle de développement**

Le triangle de développement à vérifier est défini par les facteurs de développements individuels $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $1 \leq j \leq n - 1$.

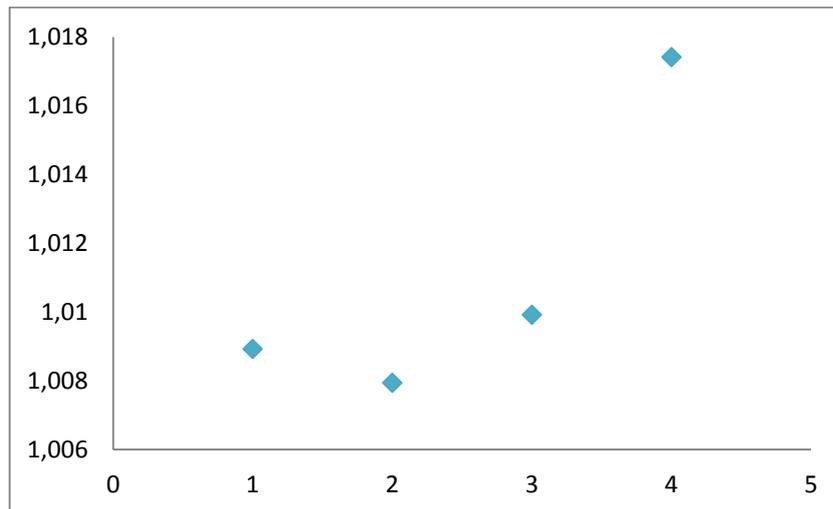
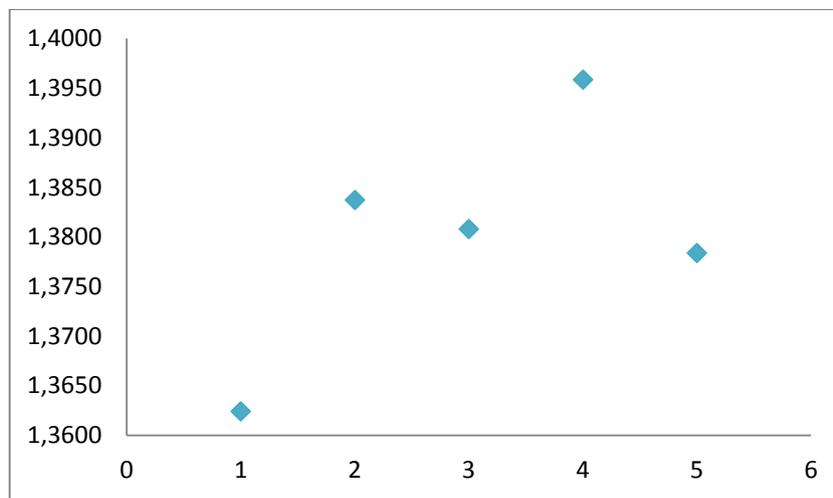
L'hypothèse sous-jacente n'est acceptable que si les éléments de la j ème ($j= 0, \dots, n-2$) colonne du triangle de développement sont sensiblement constants.

Tableau 9 : Triangle des facteurs de développement individuels

Exercice	0	1	2	3	4
0	1,3624182	1,0089204	1,003854	1,00158085	1,00473506
1	1,38372438	1,00794162	1,00511073	1,00211864	
2	1,38078016	1,00991581	1,00407558		
3	1,39584808	1,01740747			
4	1,3783729				

Source : Elaboré par nos soins

Graph 2 : Représentation des colonnes (j=0 et j=1)



Source : Elaboré par nos soins.

On constate que les facteurs de développements pour j fixé ne sont pas constants donc l'hypothèse n'est pas validée.

Dans ce cas, si on souhaite conserver une approche cadence de règlement constante sur les années d'origine, il est nécessaire d'introduire plus de flexibilité, que n'en permet la méthode Chain Ladder standard, dans le choix des facteurs de développement. Une telle possibilité est offerte par la méthode London Chain. [3]

1.2.4 Les limites de la méthode « Chain Ladder »

- La progression des paiements cumulés est identique pour toutes les années de survenance, c'est-à-dire que le coût du sinistre au bout de j années de déroulé est proportionnel au coût de l'année précédente, ou même de n'importe quelle année $i < j$, et ce coefficient de proportionnalité ne change pas. Ceci n'est généralement pas le cas en pratique dans plusieurs situations :

- Changement de management ;
- Ou bien un changement de jurisprudence.

- Pour les années récentes l'incertitude est très importante : le coefficient multiplicatif de la dernière année est le produit de $n - 1$ estimations de coefficients de proportionnalité. Cette incertitude est d'autant plus grande pour les risques à déroulement longs pour lesquelles les premiers paiements commencent au bout de quelques années.

- La méthode Chain Ladder ne construit pas de modèle probabiliste, permettant de mesurer l'incertitude associée à la prédiction du montant des provisions.

1.3. Méthode « London Chain »

1.3.1 Présentation

La méthode dite *London Chain* a été introduite par Benjamin *et Eagles* en 1986 [7] dans le but de calculer les provisions des Lloyd's.

Dans cette méthode on suppose que la dynamique des $C_{i,j}$ ($j=1 \dots n$) est donnée par un modèle de la forme $C_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j} + a_j$ pour $j=0, \dots, n-j-1$.

De façon pratique, on peut noter que la méthode standard de Chain-Ladder, reposant sur un modèle de forme $C_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j}$ ne pouvait être appliquée que quand les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ sont sensiblement alignés sur une droite qui passe par l'origine.

La méthode London -Chain suppose elle aussi que les points sont sensiblement alignés sur une même droite, mais elle ne suppose plus qu'elle ne passe par l'origine.

1.3.2 Paramètres à estimer

La méthode suppose l'existence, de deux paramètres \hat{f}_j et \hat{a}_j pour $j=0, \dots, n-1$. Le couple (f_j, a_j) est estimé par la méthode des moindres carrés ordinaires, en minimisant la fonction suivante :

$$(\hat{f}_j, \hat{a}_j) = \operatorname{argmin} \left(\sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - a_j - f_j C_{i,j}) \right)^2$$

On obtient alors :

$$(\hat{f}_j)^{LC} = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} * C_{i,j+1} - \bar{C}_j * \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j}^2 - \bar{C}_j^2)}$$

$$\hat{a}^{LC} = \bar{C}_{j+1} - (\hat{f}_j)^{LC} \bar{C}_j$$

Sachant que : $\bar{C}_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}$ et $\bar{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$

Il est utile de noter que : $\hat{f}_j^{LC} = \frac{\operatorname{covariance}(\operatorname{col}j, \operatorname{col}j+1)}{\operatorname{var}(\operatorname{col}j)}$

Avec les notations suivantes :

\hat{f}_j^{LC} : Facteurs de développements estimés par la méthode London Chain.

\hat{a}^{LC} : Deuxième paramètre estimé par la méthode London Chain.

Col j : Colonne j.

Var : Variance.

1.3.3 Exemple d'application de la méthode : On continue avec le même exemple.

➤ **Estimation des paramètres f_j et a_j**

Tableau 10: Estimation des paramètres f_j et a_j

	0	1	2	3	4
\hat{f}_j	1,404	1,0405	1,0036	1,0103	1,047
\hat{a}_j	-90,311	-147,27	3,742	-38,493	0

Source : Elaboré par nos soins.

➤ **Triangle inférieur complété des règlements cumulés**

Tableau 11: Triangle inférieur complété des règlements cumulés

Année de survenance	Année de règlement						Provision pour SAP
	0	1	2	3	4	5	
0	3209	4372	4411	4428	4435	4456	0
1	3367	4659	4696	4720	4730	4752,231	22,2310
2	3871	5345	5398	5420	5436,892	5462,445	42,445172
3	4239	5917	6020	6045,230	6068,545	6097,067	77,067168
4	4929	6794	6921,624	6950,071	6982,683	7015,502	221,50172
5	5217	7234,116	7379,547	7409,630	7446,963	7481,964	2264,9637
						Total	2628,209

Source : Elaboré par nos soins.

Comme on l'a déjà vu pour la méthode Chain Ladder, l'inconvénient majeur des méthodes déterministes réside dans le fait qu'elles ne tiennent compte que de la valeur des variables à expliquer, et non de leur caractère aléatoire. Ces méthodes n'estiment donc que la moyenne des provisions et n'apportent aucune information sur la volatilité de ces estimations. C'est pour cette raison qu'on fait de plus en plus souvent appel aux méthodes stochastiques pour mesurer l'incertitude liés à ces estimations.

Section 2 : Méthodes stochastiques

Le recours aux méthodes stochastiques s'explique par la nécessité de mesurer l'incertitude présente dans les triangles et dans les résultats issus des méthodes déterministes. Ces méthodes reposent sur une modélisation stochastique paramétrée du rectangle de liquidation. Les paramètres du modèle sont estimés à l'aide des données du triangle supérieur. Il existe plusieurs modèles stochastiques permettant de quantifier le risque de provisionnement. Nous présenterons *le modèle de Mack*, puis *la méthode du Bootstrap*.

2.1. Définition

Dans un modèle stochastique, les éléments composant le triangle de liquidation sont considérés comme des réalisations de variables aléatoires réelles. L'estimation consiste alors à choisir les distributions supposées de ces variables aléatoires, et de les calibrer tout en évaluant le risque d'erreur de modèle.

L'estimation des paramètres, notamment, se base sur l'information fournie par le triangle supérieur.

Une fois le modèle calibré, il est alors possible d'évaluer des informations supplémentaires sur les réserves telles que leur variabilité.

2.2. Modèle stochastique récursif : « Le modèle de Thomas Mack »

Le modèle stochastique de Mack ^[22] relatif à la méthode de « Chain Ladder » est conditionnel et s'applique sur le triangle des montants cumulés. Il permet d'estimer les erreurs commises lors de l'évaluation des provisions et détermine les espérances connaissant les réalisations du triangle supérieur. Il s'agit d'un modèle non paramétrique dans la mesure où aucune hypothèse de distribution des provisions n'est adaptée sur les composantes du triangle.

2.2.1. Hypothèses

Ce modèle repose sur trois hypothèses :

H₁ : Indépendance des exercices de survenance.

Les variables aléatoires $(C_{i_1,j})$ et $(C_{i_2,j})$ pour $j = 1, \dots, n$ sont pour $i_1 \neq i_2$, indépendantes.

Cette hypothèse signifie que les montants cumulés réglés pour chaque année de survenance sont indépendants.

H₂ : L'espérance conditionnelle de $C_{i,j+1}$, sachant $C_{i,1} \dots C_{i,j}$, est liée à la dernière observation par un facteur multiplicatif ^[10] :

$$E(C_{i,j+1} | C_{i,1} \dots C_{i,j}) = f_j * C_{i,j} \text{ Pour } j = 1, \dots, n - 1 \text{ et } i = 1, \dots, n.$$

H₃ : Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre $C_{i,j} \sigma_j^2$ tel que :

$$\text{Var}(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} * \sigma_j^2 .$$

Cette hypothèse est mise en place par Mack dans le but de mesurer la variabilité au sein du rectangle.

2.2.2. Principe

En prenant pour estimateurs des paramètres du modèle stochastique les mêmes paramètres que pour la méthode de Chain Ladder standard :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \quad 0 \leq j \leq n - 1$$

On obtient exactement les mêmes estimations du montant de provisions qu'avec la méthode de Chain Ladder :

$$E(C_{i,j+1} | C_{i,1} \dots C_{i,j}) = \hat{C}_{i,j} = \prod_{j=n+1-i}^{j-1} \hat{f}_j C_{i,n+1-i}$$

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$$

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i$$

2.2.3 Erreur de prévision

A partir des estimations effectuées, et de l'hypothèse (H3), il est possible d'étudier l'erreur de prévision en calculant la distance moyenne entre l'estimateur \hat{R}_i et la vraie valeur R_i .

On utilise $\hat{\sigma}_j^2$, défini par la formule suivante, comme estimateur de la variance σ_j^2 pour $j = 1, \dots, n - 2$:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2$$

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left\{ \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min \{ \hat{\sigma}_{n-2}^2, \hat{\sigma}_{n-3}^2 \} \right\}$$

Pour $i = 1, \dots, n$ et $j=1, \dots, n-1$, on définit l'erreur quadratique moyenne (mean squared error ou mse) du montant des provisions pour l'année par la formule suivante :

$$mse(\hat{R}_i) = E[(\hat{R}_i - R_i)^2 | H_i]$$

Où $H_i = \{C_{i,j} | i + j < n + 1\}$ représente l'ensemble des données historiques.

Cette erreur quadratique moyenne est estimée par :

$$\widehat{mse}(\hat{R}_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right), \text{ avec :}$$

$\hat{C}_{i,j}$: La valeur estimée de $C_{i,j}$ pour tout $j > n + 1 - i$.

$\hat{\sigma}_j^2$: Un estimateur sans biais de σ_j^2 $0 \leq j \leq n - 1$.

De même, on estime l'erreur quadratique moyenne de la provision totale à effectuer par :

$$\widehat{mse}(\hat{R}) = \sum_{i=2}^n \left(\widehat{mse}(\hat{R}_i) \hat{C}_{i,n} + \left(\sum_{k=i+1}^n \hat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{2 \hat{\sigma}_j^2 / \hat{f}_j^2}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{i,k}} \right)$$

L'erreur standard que l'on note :

$$se(\hat{R}_i) = \sqrt{mse(\hat{R}_i)}$$

2.2.4. Intervalle de confiance

Le modèle de Mack ne présuppose pas de distribution pour les montants de recouvrement espérés \hat{R}_i . Cependant, il devient nécessaire de poser une hypothèse paramétrique sur la forme de la distribution des \hat{R}_i pour définir facilement des intervalles de confiance autour des provisions estimées.

Dans une première approche, si le volume de données est grand, nous pouvons, à l'aide du théorème limite centrale, supposer que cette distribution est une distribution normale, dont l'espérance est égale à $E(\hat{R}_i)$ et l'écart type à $se(\hat{R}_i)$. Dans ce cas, nous pouvons déterminer l'intervalle de confiance à l'aide de la formule suivante :

$$[\hat{R}_i - 1.96 se(\hat{R}_i); \hat{R}_i + 1.96 se(\hat{R}_i)]$$

Cependant, il est possible que la distribution normale ne soit pas une bonne approximation de la vraie valeur de \hat{R}_i . Avec une loi normale, nous pouvons obtenir un intervalle de confiance qui a une borne inférieure négative, même si les réserves ne peuvent pas avoir de valeurs négatives.

À la vue de ces inconvénients liés au choix de la loi normale, il est recommandé d'utiliser une approche basée sur la distribution log normale. Pour cela, nous approximations la distribution des réserves pour chaque année de survenance par une distribution log normale de paramètres μ_i et σ_i^2 tels que :

$$\exp\left(\frac{\mu_i + \sigma_i^2}{2}\right) = \hat{R}_i$$

$$\exp(2\mu_i + \sigma_i^2) (\exp(\sigma_i^2) - 1) = (se(\hat{R}_i))^2$$

Ce qui conduit à :

$$\mu_i = \ln(\hat{R}_i) - \frac{\sigma_i^2}{2}$$

$$\sigma_i^2 = \ln \left(1 + \left(\frac{\widehat{se}(\hat{R}_i)}{\hat{R}_i} \right)^2 \right)$$

Les bornes d'un intervalle de confiance à 95% sont alors données par :

$$[\exp(\mu_i - 1,96 \times \sigma_i); \exp(\mu_i + 1,96 \times \sigma_i)]$$

2.2.5 Validation des hypothèses de Mack

Comme le note Mack(1993), cette méthode reposant sur trois hypothèses fondamentales qu'il est nécessaire de tester. Si ces trois hypothèses ne sont pas vérifiées le modèle n'est alors pas valide. ^[7]

- L'hypothèse **H1** concerne l'indépendance des années de survenance. Cette hypothèse, peut ne pas être vérifiée dans la pratique, pour différentes raisons ^[7] :
 - Changement dans l'équipe de gestion des sinistres qui pourra régler plus rapidement,
 - L'inflation qui n'intervient pas de façon calendaire, par ligne, mais plutôt par diagonale qui rendra les vecteurs non indépendants.
- L'hypothèse **H2** suppose une régression linéaire entre les montants cumulés, pour tout j fixé, on vérifie que les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ sont « sensiblement » alignés sur une droite de pente \hat{f}_j passant par l'origine.
- L'hypothèse **H3** introduite dans le but de mesurer la variabilité des provisions estimées, peut être vérifiée par une interprétation graphique :

Pour tout j fixé, le nuage des points des résidus $r_{i,j} = \frac{c_{i,j+1} - \hat{f}_j \cdot c_{i,j}}{\sqrt{c_{i,j}}}$ correspondant à

une estimation par moindres carrés, ne ressemble à aucune structure non aléatoire.

2.2.6 Exemple d'application du modèle de Mack

A partir du triangle des règlements cumulés (**tableau n°4**), ou les délais de règlement varient de 1 à 6, on donne les estimations des f_j et σ_j^2 .

➤ **Estimation des paramètres \hat{f}_j et $\hat{\sigma}_j^2$**

Tableau 12: Estimation des paramètres \hat{f}_j et $\hat{\sigma}_j^2$

j	1	2	3	4	5
\hat{f}_j	1,38098394	1,01138267	1,00434333	1,00185833	1,0047
$\hat{\sigma}_j^2$	0,5254	0,1027	0,0021	0,0007	0,0002

Source : Elaboré par nos soins.

On déduit les paramètres de risque de prédiction :

➤ **Estimation de l'erreur standard $se(\hat{R}_i)$**

Tableau 13: Estimation de l'erreur standard $se(\hat{R}_i)$.

j	1	2	3	4	5
\hat{R}_i	22	36	66	153	2150
$\widehat{mse}(\hat{R}_i)$	2	8	28	985	4688
$\widehat{se}(\hat{R}_i)/\hat{R}_i$	6,4%	8%	8%	20,5%	3,2%

Source : Elaboré par nos soins.

Le montant total de la PSAP est : **2427**.

L'erreur quadratique moyenne de la provision : $\widehat{mse}(\hat{R}) = 6327$.

Et $\widehat{se}(\hat{R})/\hat{R} = 3,3\%$.

➤ **Intervalles de confiance des provisions estimées**

Maintenant, on peut déterminer les intervalles de confiance par la distribution Log-Normale :

Tableau 14 : Intervalles de confiance des provisions estimées.

J	1	2	3	4	5
IC Log-normale	[19,32;24,95]	[30,58;42,10]	[56,07;77,18]	[99,88;224,89]	[2015,71;2290,88]

Source : Elaboré par nos soins.

2.2. La méthode du Bootstrap

2.2.1 Présentation

Le *Bootstrap* est aussi appelé méthode de *ré-échantillonnage*⁶. Elle a été initialement développée par « Efron 1979 »^[3] afin d'estimer d'une manière cohérente la variabilité d'un paramètre ainsi que la variabilité des montants de sinistres.

⁶Resampling en anglais.

Cette méthode consiste à obtenir, à partir d'un échantillon initial de taille N , de nouvelles informations statistiques en simulant n nouveaux échantillons de même taille N . Il s'agit d'une puissante technique qui permet de produire la distribution complète des réserves.

2.2.2 Hypothèses

Les hypothèses sur lesquelles repose *le Bootstrap* sont :

- L'indépendance des observations (d'où le tirage avec remise),
- La distribution identique des lois de chaque élément dans l'échantillon initial.

2.2.3 Principe

On considère un échantillon initial de taille N qui est dans notre cas le triangle supérieur des règlements. On obtient un « nouvel » échantillon en faisant n tirages avec remise de cet échantillon initial. Cette opération est effectuée un grand nombre de fois. Cependant le ré-échantillonnage nous aide à extraire de l'information qui n'est pas explicite dans un premier temps sur l'échantillon initial.

2.2.4 Application du Bootstrap aux triangles de règlements

L'échantillon utilisé dans le provisionnement avec le *Bootstrap* est le triangle des règlements incrémentaux (non- cumulés).

Dans le cas du *Bootstrap* sur les règlements non cumulés ($Y_{i,j}$), l'hypothèse que ces derniers seront identiquement distribués n'est en général pas vérifiée. Pour cela, on utilise le « *Residual Bootstrap* », ré-échantillonnage basé non pas sur les observations mais sur les résidus calculés à partir de ces observations.

2.2.5 Procédure d'application

A- Notations

Les notations utilisées dans la suite sont présentées ci-dessous :

- $\hat{m}_{i,j}$: Le montant non cumulé du *triangle prédit* pour l'année d'origine i et l'année de développement j .
- $Y_{i,j}$: Le montant non cumulé du triangle initial pour l'année d'origine i et l'année de développement j .
- $r_{i,j}^p$: *Résidus de Pearson* calculé pour l'année d'origine i et l'année de développement j .
- $r_{i,j}$: Nouveau résidus de Pearson calculé après ré-échantillonnage pour l'année d'origine i et l'année de développement j .

- p : Nombre de degrés de liberté du modèle. D'où $p = N - 1$.
- N : Nombre d'années de développement.

B - Prédiction du triangle supérieur

A partir du triangle des montants cumulés, on calcule les coefficients de développement par la méthode standard de Chain Ladder. En utilisant ces coefficients de développement, on peut construire un nouveau triangle appelé « triangle prédit ».

Pour cela, on repart de la dernière diagonale cumulée du triangle initial puis nous appliquons les coefficients de passage afin d'estimer la partie supérieure gauche du triangle.^[10]

Pour la dernière diagonale on applique la formule suivante :

$$\hat{C}_{i,I-i} = C_{i,I-i} \quad \text{Pour tout } i = 0, \dots, I$$

Pour les autres termes du triangle gauche, nous utilisons les coefficients de passage utilisés à l'inverse par rapport au développement du triangle inférieur dans Chain Ladder :

$$\hat{C}_{i,j} = \frac{\hat{C}_{i,j+1}}{\hat{f}_j}$$

A partir du triangle des règlements cumulés prédits, il est possible de prédire le triangle des règlements incrémentaux. La première colonne des montants incrémentaux est égale à la première colonne des montants cumulés :

$$\hat{m}_{i,0} = \hat{C}_{i,0}$$

Puis les montants incrémentaux restants du triangle supérieur sont calculés par la formule suivante :

$$\hat{m}_{i,j} = \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1}$$

C- Calcul des résidus de Pearson

Les résidus de Pearson « bruts », sans ajustement, correspondent à la différence entre les montants incrémentaux du triangle supérieur d'origine et les montants incrémentaux du triangle supérieur prédit divisé par la racine carrée du montant incrémental prédit correspondant :

$$r_{i,j}^p = \frac{Y_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}$$

Il est aussi possible d'ajuster les résidus de Pearson en corrigeant chaque terme par le nombre de degrés de liberté. Pour ce faire, chaque résidu est multiplié par le facteur suivant :

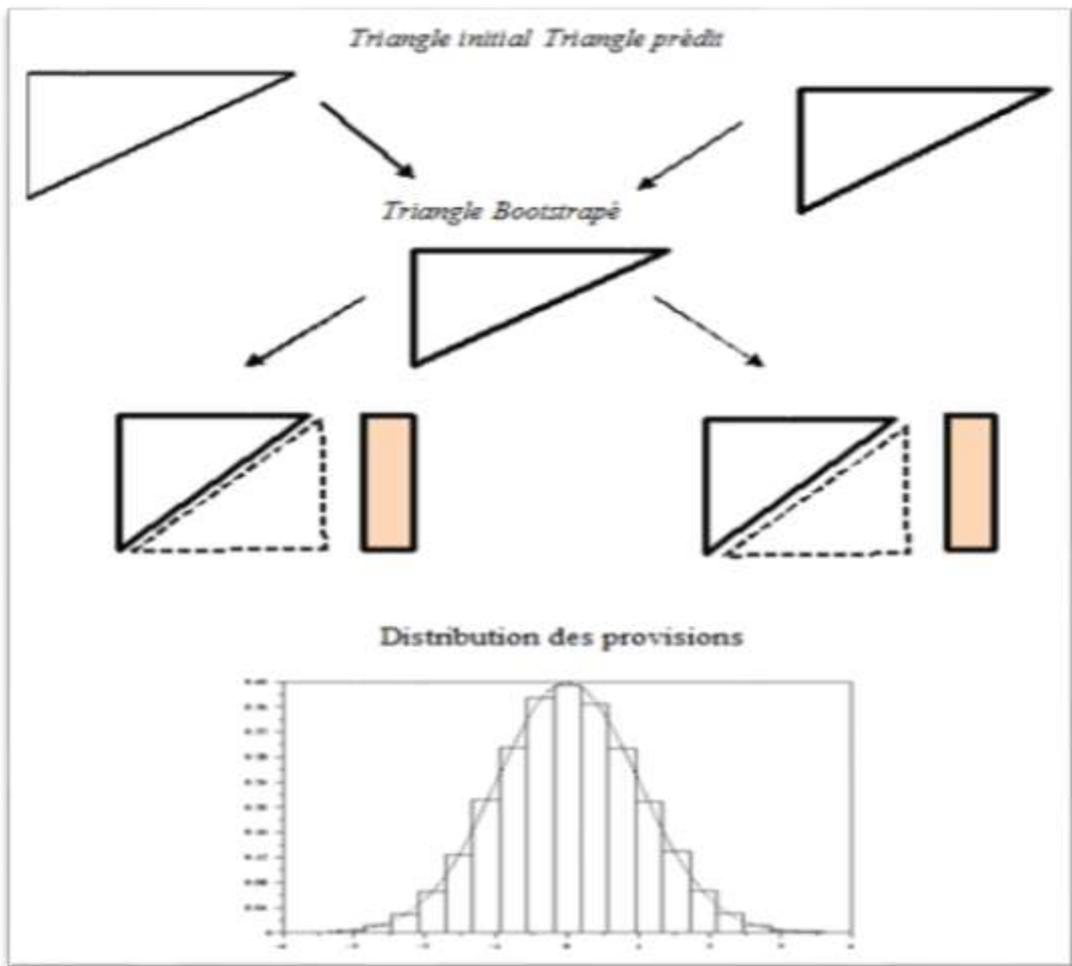
$$\sqrt{\frac{n}{n-p}} \text{ Ou } n = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$$

Donc les résidus ajustés égaux :

$$r_{i,j} = \sqrt{\frac{n}{n-p}} \cdot r_{i,j}^p$$

D- Mécanisme du Bootstrap

Figure 4: Procédure à effectuer N fois.



Source : Elaboré par nos soins.

A ce stade la boucle itérative débute, elle consiste à simuler la reconstitution des triangles inférieurs un nombre de fois suffisamment grand, par les opérations suivantes :

1- Procéder à un ré-échantillonnage des résidus de Pearson ajustés et créer N nouveaux triangles des résidus Bootstrapés. [9]

2- Simuler N triangles de paiements non cumulés sur la base des N nouveaux triangles des résidus Bootstrapés, en appliquant la formule suivante :

$Y_{i,j}^* = r_{i,j}^* * \sqrt{\hat{m}_{i,j}} + \hat{m}_{i,j}$, avec (*) indiquant qu'il s'agit d'une valeur tirée aléatoirement par la méthode du Bootstrap.

3- Calculer la provision \hat{R}_i par année de survenance ainsi que la provision globale $R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i$

4- Répéter le processus en stockant les résultats dans le but de produire une distribution complète des réserves.

Après simulation d'un nombre suffisant de triangles, on dispose d'une distribution empirique pour chaque élément du triangle inférieur et pour les sinistres inconnus par année de survenance. On en déduit donc la loi de distribution de l'estimateur des provisions.

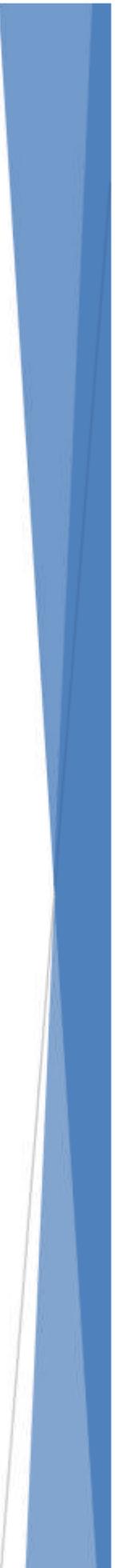
Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté quatre méthodes d'estimation des provisions pour sinistres à payer. La première méthode déterministe, Chain Ladder standard, qui est la plus courante en raison de sa simplicité. La deuxième, London Chain, qui est aussi une méthode déterministe.

Dans l'analyse déterministe, on n'aborde pas la notion de variance et donc aucune mesure de risque sur l'estimation de la PSAP n'y est possible.

Le recours aux méthodes stochastiques était indispensable dans le but de mesurer l'incertitude présente dans l'estimation de la PSAP résultant des méthodes déterministes. Les méthodes stochastiques qu'on a présentées (le modèle de Mack et le Bootstrap) se basent sur des hypothèses explicites en ce qui concerne le processus de liquidation et sur la variabilité des paiements futurs. L'approche stochastique permet de tester la validité de ces hypothèses par des tests statistiques.

Pour illustrer ces méthodes, on utilisera des données de la branche automobile de la Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance (CAAR). Ce sera l'objet du chapitre suivant.



CHAPITRE III :
**Application et analyse des
résultats**

Ce troisième et dernier chapitre, sera consacré à la mise en pratique des méthodes présentées dans le chapitre précédent.

L'application est réalisée à partir des données du portefeuille de la Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance (CAAR) au titre des Dommages Matériels Automobile.

Dans une première section, on présentera la branche Automobile au niveau de la Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance : Réglementation, garanties offertes et indemnisation des sinistres matériels.

Une évaluation du montant de la Provision pour Sinistres à Payer (PSAP) au titre des Dommages Matériels Automobile par les méthodes déterministes et stochastique sera l'objet de la seconde section.

On procédera, dans la dernière section, à une analyse des résultats obtenus par les deux approches (déterministes et stochastique) en les comparants entre eux et aux montants estimés par la CAAR.

Section 1 : La branche automobile au niveau de la CAAR

1.1. Cadre réglementaire

En Algérie, l'assurance automobile est régie par :

- L'ordonnance n° 74-15 du 30/01/1974 modifiée et complétée par la loi n° 88/31 du 19/07/1988. Cette ordonnance est considérée comme le premier texte de l'Algérie indépendante régissant l'obligation de l'assurance des véhicules automobiles et le régime d'indemnisation des dommages.
- L'ordonnance n° 95/07 du 25/01/1995 relative aux assurances modifiée et complétée par la loi n° 06-04 du 20/02/2006.

1.2. Garanties offertes par la CAAR en assurance automobile

1.2.1 La garantie obligatoire (Responsabilité Civile)

En vertu de l'article 01 de l'ordonnance 74-15 « *Tout propriétaire d'un véhicule doit, avant de le mettre en circulation, souscrire une assurance couvrant les dommages causés aux tiers par ce véhicule* », on entend par véhicule : tout véhicule terrestre à moteur ainsi que ses remorques ou semi-remorques. La garantie RC couvre l'assuré contre les conséquences pécuniaires que celui-ci peut encourir en raison des dommages corporels et /ou matériels causés à autrui.

1.2.2 Les garanties facultatives

- **La garantie Tous risques** : La compagnie d'assurance garantit le paiement de la réparation des dommages subis par le véhicule lorsqu'ils résultent d'un choc avec un corps fixe ou mobile ou du son renversement avec ou sans collision préalable.
- **La garantie dommage collision** : Couvre les dommages résultants d'une collision avec un véhicule d'un tiers identifié, ou avec un animal à condition que son propriétaire est identifié.
- **La garantie incendie ou explosion** : L'assureur garantit les dommages subis par le véhicule assuré, les accessoires et les pièces de rechange, lorsqu'ils résultent d'incendie, de chute de la foudre ou d'une explosion.
- **La garantie défense et recours** : Il s'agit du remboursement des frais pécuniaires relatives à la défense des intérêts civils de l'assuré devant les juridictions compétentes lorsque sa responsabilité civile est engagée.

- **Le bris des glaces :** Par le billet de cette garantie, la compagnie d'assurance s'engage à couvrir les dommages subis par les pare-brise, glaces latérales et lunette arrière du véhicule assuré, à l'exclusion des glaces destinées à protéger les phares .
- **La garantie Vol :** Cette forme d'assurance garantie le vol ou la tentative de vol du véhicule et les dommages résultant de sa disparition ou de sa détérioration et y compris les frais engagés par l'assuré (les pneumatiques, les pièces de rechange... etc.).

1.3. Contribution de la branche automobile dans la production globale

1.3.1 Evolution de la production automobile (2009-2014)

Tableau 15: Evolution de la production (2009-2014)

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Production (en montant)	4,5	4,9	5,3	6,3	7,2	6,9
Production (en %)	34%	39%	41%	45%	48%	43%
chiffre d'affaire global	13,3	12,8	12,8	14,1	15,2	16,0

Source : Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance.

Unité : Milliards de DA

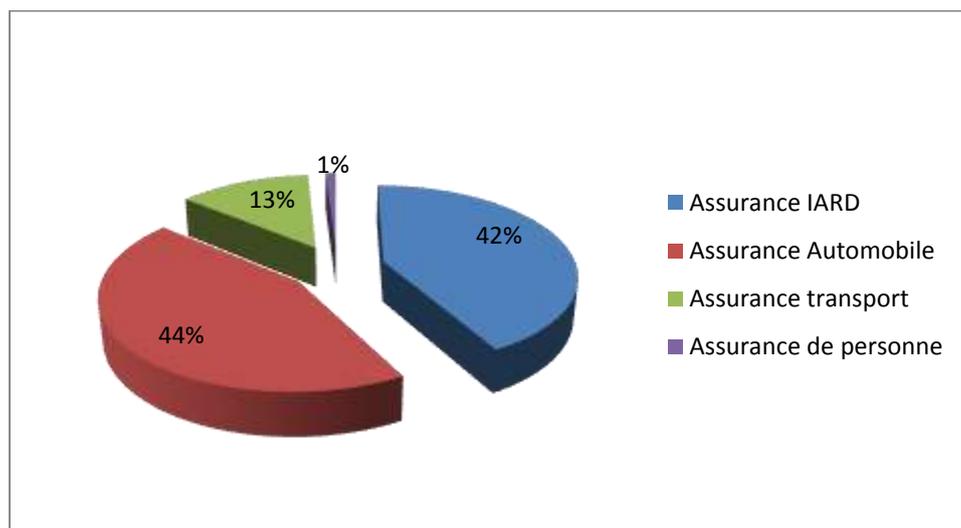
D'après le tableau ci-dessus on peut déduire que la branche automobile occupe une place très importante au niveau de la CAAR, elle a représenté en moyenne 40% de sa production globale durant cette période (2009-2014).

On remarque aussi que malgré la suppression du crédit à la consommation en 2009, la production de la branche automobile connaît une progression durant ces six dernières années. La fidélité de la clientèle a fortement contribué à la hausse de la production.

1.3.2 La place de la branche automobile par rapport aux autres branches

Ce graphique nous montre la diversification du portefeuille de la CAAR, avec une prédominance de la branche automobile (44% de la production totale). Par la suite l'assurance IARD avec une part de 42%, l'assurance Transport avec une part de 13% et en dernière position l'assurance de personne avec une faible part de 1%.

Graphe 3: Structure du portefeuille de la CAAR en 2014.



Source : Elaboré par nos soins à partir de la base des données.

1.4 .Indemnisation des sinistres matériels relatifs à la branche automobile

1.4.1 Gestion des dossiers sinistres matériels

En matière de gestion de sinistres, la CAAR s'est fixé comme objectif, l'amélioration continue de la prestation de service et la modernisation des méthodes de gestion.

A cet effet, des actions ont été engagées en vue de l'assainissement des stocks, par la simplification des procédures et la réduction des délais de traitement, ainsi que des conventions inter-compagnie ont été mises en place pour une meilleure gestion de sinistres.

➤ **Convention d'indemnisation**

La gestion des sinistres obéit aux conventions suivantes :

- **Convention d'indemnisation directe des assurés (IDA) :** Pour permettre une indemnisation plus rapide des assurés, les compagnies d'assurance ont mis au point entre elles une convention appelée convention IDA (Indemnisation Directe des Assurés) qui régleme les rapports entre assureurs pour l'indemnisation de leurs assurés.

Cette convention est entrée en vigueur à compter du 1er Janvier 2001. Elle repose sur les deux principes suivants :

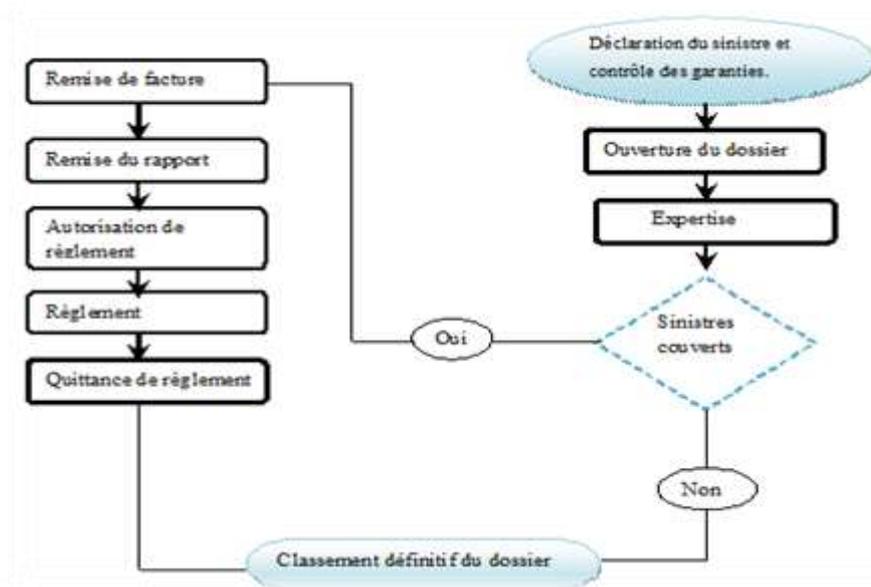
- La victime est indemnisée par son propre assureur de responsabilité civile, un recours forfaitaire est exercé entre compagnies adhérentes sur la base des responsabilités respectives des automobilistes ;

- La part de responsabilité incombant à chaque assuré est déterminée à partir du constat à l'amiable.
- **Convention hors IDA** : Si les conditions d'application de la convention IDA ne sont pas réunies, l'indemnisation se fera dans un cadre hors IDA.

➤ **Processus de gestion des sinistres matériels**

Sommairement, le processus de gestion des sinistres matériels au sein de la CAAR peut être schématisé comme suit :

Figure 5: Processus de gestion des sinistres matériels

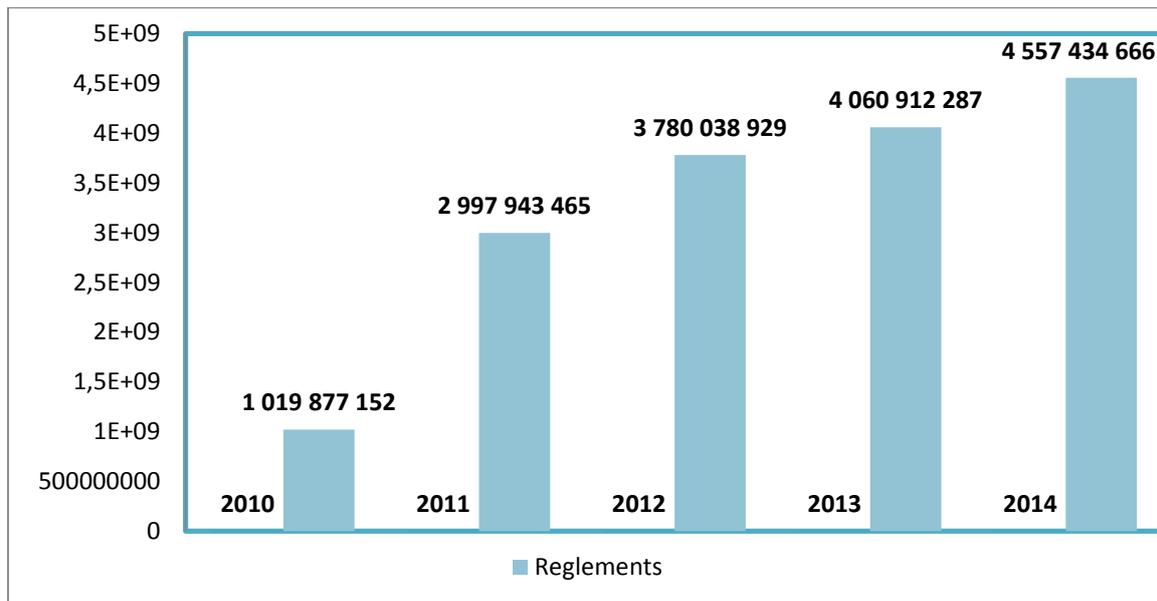


Source : Elaboré par nos soins.

1.4.2 Évolution des indemnisations des dommages matériels automobile (2010-2014)

Pour examiner l'évolution des indemnisations des dommages matériels automobile durant les cinq dernières années (2010-2014), on utilise le graphe suivant :

Graphe 4 : Evolution des indemnisations matérielles



Source : Etablis à partir de la base de données.

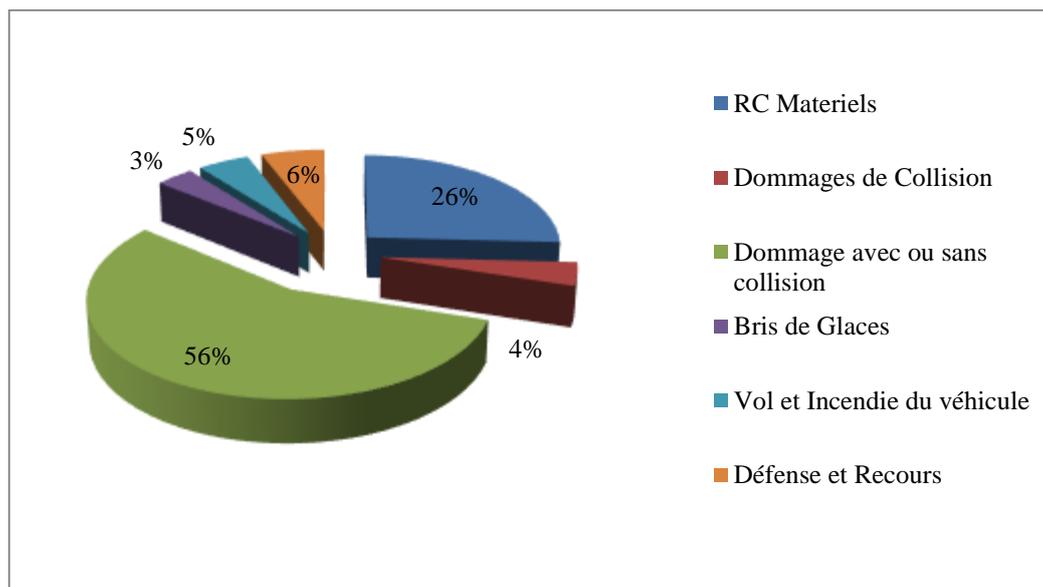
Unité :DA

Ce graphique montre la volonté de la CAAR de régler tous les dossiers sinistrés. Il indique que les indemnisations en matière de la branche automobile ont connu une tendance haussière pendant ses cinq dernières années.

1.4.3 Indemnisation des sinistres par garanties en 2014

Pour illustrer la part des indemnisations de chaque garantie en 2014 on s'appuie sur la figure suivante :

Graphe 5: Indemnisation des sinistres par garanties en 2014



Source : Etablis à partir de la base de données.

Les parts les plus importantes des indemnisations sont versées dans le cadre des garanties : Dommage avec ou sans collision (La garantie tous risques) avec une part de 56%, et 26% pour la RC matériels.

Section 2 : Application

2.1. Présentation des données

On dispose d'un historique des règlements au titre des « **Dommages matériels** » de la branche automobile, constitué à partir des bilans de la CAAR observés dès l'exercice 2005 à l'exercice 2014.

Le nombre d'année de développements n dans notre cas est égal à 10.

On présente le triangle des règlements non cumulés accordé au titre des « **Dommages Matériels Automobile** »

Tableau 16 :Triangle des règlements non cumulés entre 2005 et 2014

Année de survenance	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 005	354 883	427932	96642	48927	24847	32374	5816	9998	3924	6027
2 006	829 885	583761	142672	64993	71451	10862	18850	10821	12032	
2 007	1066228	714264	175255	118044	44639	47455	19424	21012		
2 008	1393459	980761	222189	103562	74356	33380	34492			
2 009	1723906	417578	270247	168313	74803	61837				
2 010	127 526	1010760	324670	124235	65054					
2 011	1662134	1421773	316500	135799						
2 012	1868963	1592653	451762							
2 013	2069762	1824967								
2 014	2159229									

Source : Compagnie Algérienne d'Assurance et de Réassurance.

Unité : **Milliers de DA**

Une ligne du triangle ci-dessus représente l'ensemble des règlements plus les charges effectués pour une année de survenance. A titre d'exemple, la somme **417 578 milliers de DA** représente l'indemnité (règlement + charge) versée en **2010** au titre des sinistres survenus en **2009**.

Les valeurs situées sur la diagonale représentent les règlements effectués durant l'année d'étude **2014**.

On remarque aussi, que les montants des règlements des sinistres diminuent en avançant dans le temps, ce qui nous amène à dire que la compagnie indemnise la grande partie des sinistres dès les premières années qui suivent leur date de survenance.

2.2. Résultats de la PSAP selon l'approche déterministe

2.2.1 Application de la méthode « Chain Ladder »

Pour pouvoir exécuter les calculs sur la base de Chain Ladder, les données doivent être présentées sous forme de triangle des paiements (**règlement + charge**) cumulés.

➤ **Triangle des règlements cumulés entre 2005 et 2010**

Tableau 17: Triangle des règlements cumulés entre 2005 et 2010

Année de survenance	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	354883	782816	879458	928385	953232	985606	991423	1001421	1005346	1011374
2006	829885	1413647	1556320	1621313	1692765	1703627	1722478	1733299	1745331	
2007	1066228	1780493	1955748	2073792	2118431	2165887	2185311	2206324		
2008	1393460	2374222	2596411	2699974	2774331	2807711	2842203			
2009	1723906	2141484	2411732	2580045	2654849	2716686				
2010	127527	1138287	1462957	1587192	1652247					
2011	1662134	3083907	3400408	3536207						
2012	1868963	3461617	3913380							
2013	2069763	3894730								
2014	2159229									

Source : *Elaboré par nos soins.*

Unité : **Milliers de DA**

Les valeurs de ce triangle représentent les charges sinistres cumulées effectuées par la CAAR au titre des Dommages matériels automobile durant la période d'étude. A titre d'exemple le montant : **1 011 374 milliers de DA** indique qu'au titre des sinistres survenus en **2005, 1 011 374 milliers de DA** ont été payés fin **2014**.

A partir de ces données nous pouvons déterminer les différents facteurs de développement de Chain Ladder ainsi que le montant de la provision.

➤ **Facteurs de développement et cadence de règlement**

Le tableau suivant présente les facteurs de développements issus de la méthode Chain Ladder qui reflètent le passage du cumul d'une année de développement à l'autre. Ils sont calculés suivant la formule suivante :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \quad 0 \leq j \leq n - 1$$

Tableau 18: Facteurs de développements et cadence de règlement

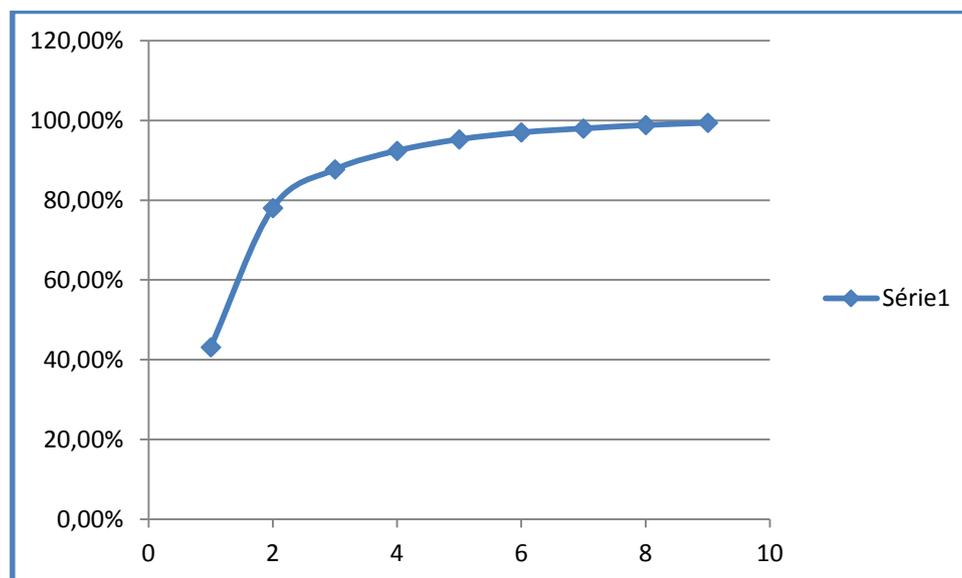
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>fj</i>	1,808	1,12363	1,053	1,03091	1,0182	1,0103	1,0085	1,00583	1,005996	
Cadence	43%	78%	88%	92%	95%	97%	98%	99%	99%	100%

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

D'après le tableau ci-dessus, on peut constater une évolution décroissante des facteurs de développement dans le temps. Ceci traduit que le règlement des sinistres au titre des Dommages matériels automobile se caractérise par un développement long : après 10 ans de développement, tous les sinistres seront réglés.

La cadence des règlements de sinistres est présentée graphiquement :

Graph 6: Evolution de la cadence des règlements



Source : Elaboré par nos soins à partir du tableau n° 4.

Il ressort de ce graphique qu'au bout des deux premiers exercices **78%** des sinistres sont réglés. Cette accélération peut être expliquée par les efforts de la CAAR pour l'amélioration du processus de gestion des sinistres.

➤ **Complétion du triangle des règlements**

Tableau 19: Tableau des règlements complété selon la méthode Chain Ladder

Survénance	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	354883	782816	879458	928385	953232	985606	991423	1001421	1005346	1011374
2006	829885	1413647	1556320	1621313	1692765	1703627	1722478	1733299	1745331	1755795
2007	1066228	1780493	1955748	2073792	2118431	2165887	2185311	2206324	2219197	2232503
2008	1393460	2374222	2596411	2699974	2774331	2807711	2842203	2866471	2883197	2900483
2009	1723906	2141484	2411732	2580045	2654849	2716686	2744546	2767980	2784131	2800824
2010	127527	1138287	1462957	1587192	1652247	1682381	1699634	1714146	1724148	1734485
2011	1662134	3083907	3400408	3536207	3645504	3711990	3750057	3782077	3804145	3826954
2012	1868963	3461617	3913380	4122966	4250398	4327916	4372299	4409632	4435362	4461955
2013	2069763	3894730	4376246	4610621	4753126	4839813	4889446	4931194	4959967	4989706
2014	2159229	3905498	4388345	4623368	4766267	4853193	4902963	4944827	4973680	5003501

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

Unité : Milliers de DA

Les provisions correspondantes à chaque année de survénance i sont calculées selon la formule suivante :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i, n} - C_{i, n-i+1}$$

La provision globale est obtenue par la formule suivante :

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i$$

Tableau 20: Détermination de la provision totale

Année de survénance	Dernier règlement	Charge ultime	Provisions
2005	1 011 374	1 011 374	0
2006	1 745 331	1 755 795	10 464
2007	2 206 324	2 232 503	26 179
2008	2 842 203	2 900 483	58 281
2009	2 716 686	2 800 824	84 138
2010	1 652 247	1 734 485	82 238
2011	3 536 207	3 826 954	290 746
2012	3 913 380	4 461 955	548 576
2013	3 894 730	4 989 706	1 094 976
2014	2 159 229	5 003 501	2 844 271
Total	25 677 711	30 717 581	5 039 870

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

Unité : Milliers de DA

La provision totale calculée par la méthode Chain Ladder est de **5 039 870 000 DA**.

➤ **Validation des hypothèses de Chain Ladder**

Les hypothèses sous-jacentes à la méthode Chain Ladder doivent être vérifiées.

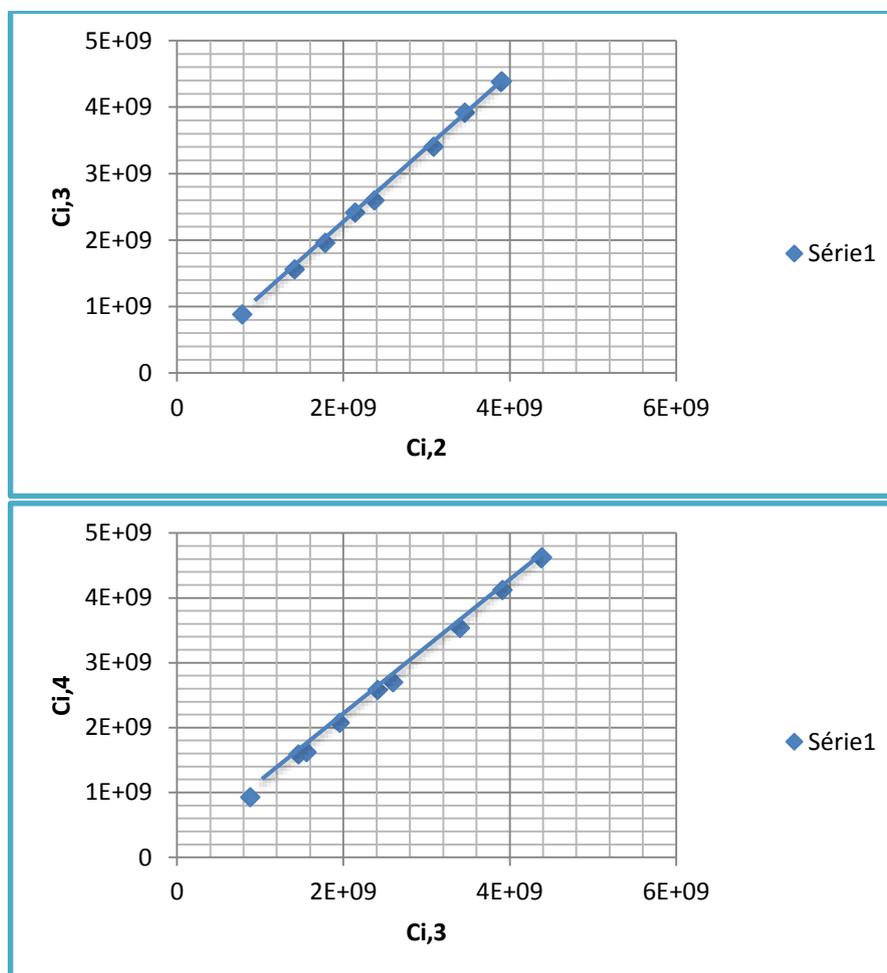
H1 : Les années de survenance sont indépendantes entre elles.

Cette hypothèse est souvent vérifiée dans le domaine des assurances.

H2 : L'existence d'une relation linéaire entre les paiements cumulés d'une année de déroulement à l'autre.

Pour que cette hypothèse soit vérifiée les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ doivent être alignés sur une droite passant par l'origine.

Graph 7 :Alignement des couples $(C_{i, 2}, C_{i, 3})$ et $(C_{i, 3}, C_{i, 4})$



Source : Elaboré par nos soins.

Il semble que l'hypothèse H2 est graphiquement vérifiée, les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ sont sensiblement alignés sur une droite passant par l'origine.

2.2.2 Application de la méthode « London Chain »

On a vu précédemment que la méthode London Chain reprend les hypothèses de Chain Ladder, mais repose sur une relation moins contraignante entre les points $C_{i,j}$ et $C_{i,j+1}$. Autrement dit, cette méthode tient compte d'une tendance multiplicative, mais aussi d'une tendance additive :

$$C_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j} + a_j$$

Ainsi, contrairement à la méthode Chain Ladder, les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ doivent être alignés sur une droite qui n'est plus censée de passer par l'origine.

Il s'agit donc d'estimer les paramètres (f_j, a_j) par la formule suivante :

$$(\hat{f}_j)^{LC} = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} * C_{i,j+1} - \bar{C}_j * \bar{C}_j + 1}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j}^2 - \bar{C}_j^2)}$$

$$\hat{a}^{LC} = \bar{C}_j + 1 - (\hat{f}_j)^{LC} \bar{C}_j$$

Cette méthode a été appliquée au triangle des règlements cumulés.

➤ Estimation des paramètres (f_j, a_j)

Tableau 21: Estimation des paramètres (f_j, a_j)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_j	1,4453	1,0922	1,0325	1,0215	1,0124	1,0148	1,0085	1,0111	1,0060
a_j	448078570	63490029	32998206	15063221	11950902	-8757917	91263	7168135	98795439

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

➤ Triangle inférieur complété

On procède au calcul de la provision en suivant la même procédure suivie dans la méthode Chain Ladder.

Tableau 22: Triangle inférieur complété des règlements cumulés

Année de survenance	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	354883	782816	879458	928385	953232	985606	991423	1001421	1005346	1011374
2006	829885	1413647	1556320	1621313	1692765	1703627	1722478	1733299	1745331	1854598
2007	1066228	1780493	1955748	2073792	2118431	2165887	2185311	2206324	2237932	2350154
2008	1393460	2374222	2596411	2699974	2774331	2807711	2842203	2866438	2905359	3021585
2009	1723906	2141484	2411732	2580045	2654849	2716686	2748208	2771645	2809515	2925166
2010	127527	1138287	1462957	1587192	1652247	1684646	1700866	1715406	1741576	1850820
2011	1662134	3083907	3400408	3536207	3627214	3684055	3729920	3761696	3810534	3932191
2012	1868963	3461617	3913380	4073382	4175924	4239556	4293657	4330222	4385358	4510463
2013	2069763	3894730	4317446	4490562	4602064	4670969	4731467	4771751	4831778	4959562
2014	2159229	3568884	3961546	4123111	4226722	4290982	4345846	4382854	4438572	4563997

Source : Elaboré par nos soins.

Unité : Milliers de DA

➤ **Calcul de la provision totale**

Tableau 23: Calcul de la provision totale

Année de survenance	Dernier règlement	Charge ultime	Provisions
2005	1011374	1011374	0
2006	1745331	1854598	109267
2007	2206324	2350154	143830
2008	2842203	3021585	179382
2009	2716686	2925166	208480
2010	1652247	1850820	198573
2011	3536207	3932191	395983
2012	3913380	4510463	597084
2013	3894730	4959562	1064832
2014	2159229	4563997	2404768
Total	25677711	30979910	5302199

Source : Elaboré par nos soins.

Unité : Milliers de DA

Le montant total de la provision à constituer au 31/12/2014 au titre des Dommages Matériels Automobile selon la méthode London Chain s'élève à : **5 302 199 000 DA**, un écart de **262 330 000 DA** par rapport au montant estimé par la méthode Chain Ladder.

Les résultats qu'on a obtenus en appliquant les méthodes déterministes : Chain Ladder et London Chain sur nos données, ne donnent aucune mesure du risque que la compagnie peut supporter lors de l'estimation de ses provisions. Pour cela, ces méthodes seront révisées dans un cadre stochastique.

2.3. Résultats de la PSAP selon l'approche stochastique

2.3.1 Application du modèle de Mack

Le modèle de Mack tente d'apporter la réponse aux insuffisances de la méthode déterministe Chain Ladder concernant les mesures d'incertitude liées au montant des provisions estimées.

Avant de procéder à la détermination de ces mesures on vérifié d'abord les hypothèses du modèle.

➤ Vérification des hypothèses de Mack

On a vu lors de la présentation de ce modèle qu'il repose sur les mêmes hypothèses de Chain Ladder, sauf qu'il introduit une troisième hypothèse dans le but de mesurer la variabilité des provisions estimées.

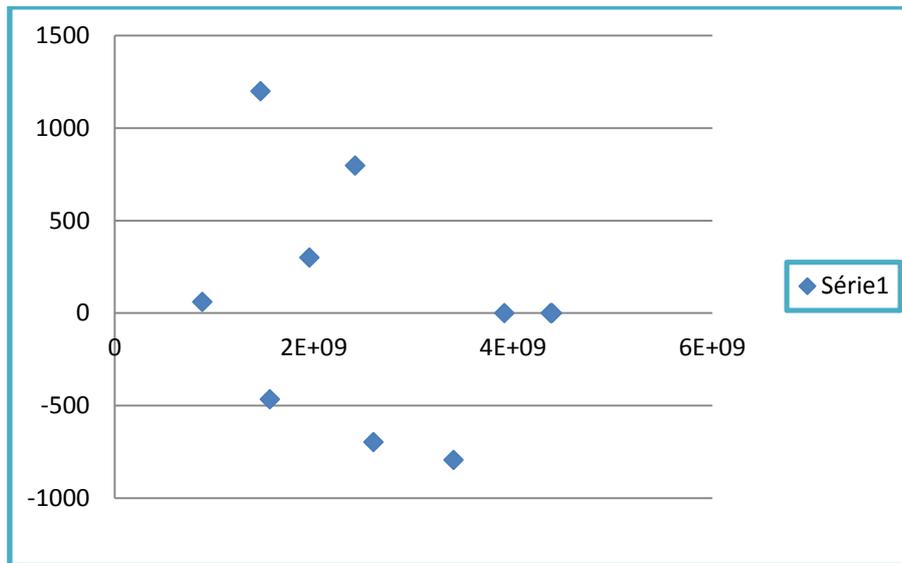
✓ **H3** : Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre $C_{i,j}\sigma_j^2$ tel que :

$$\text{Var}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} * \sigma_j^2$$

L'hypothèse **H3** peut être vérifiée par une interprétation graphique :

Pour tout j fixé, le nuage des points des résidus $r_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - \hat{f}_j \cdot C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$ ne ressemble à aucune structure non aléatoire.

Graphe 8: Structure des résidus par rapport aux règlements effectués



Source : Elaboré par nos soins.

D'après le graphe ci-dessus, on constate que les résidus obtenus sont aléatoires ce qui confirme que le modèle est stochastique.

Les trois hypothèses de Mack sont donc validées.

➤ **Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack**

Le modèle de Mack nous fournit la volatilité des charges ultimes évaluées selon la méthode standard de Chain Ladder. Ainsi, en émettant une hypothèse de distribution de ces charges, nous serons en mesure de calculer des quantiles.

Le tableau suivant présente les volatilités des charges ultimes dans notre cas.

Tableau 24: Estimation des paramètres de risque du modèle

Année	(\hat{R}_i)	σ_i^2	$\widehat{MSE}(\hat{R}_i)$	$se(\hat{R}_i)$	$se(\hat{R}_i)$ %
2005	0	0,01	-	-	-
2006	1,05E+07	0,04	1,35E+12	1,16E+06	11,10%
2007	2,62E+07	0,02	2,54E+13	5,04E+06	19,30%
2008	5,83E+07	0,02	6,91E+13	8,31E+06	14,30%
2009	8,41E+07	0,06	1,10E+14	1,05E+07	12,50%
2010	8,22E+07	0,02	4,08E+14	2,05E+07	24,50%
2011	2,91E+08	0,02	1,76E+15	4,20E+07	14,40%
2012	5,49E+08	0,03	5,55E+15	7,45E+07	13,60%
2013	1,09E+09	0,01	3,80E+16	1,95E+08	17,80%
2014	2,84E+09	-	7,68E+16	2,77E+08	27,90%
Total	5,03E+09	0,222523817	1,2276E+17	633 852 857	13%

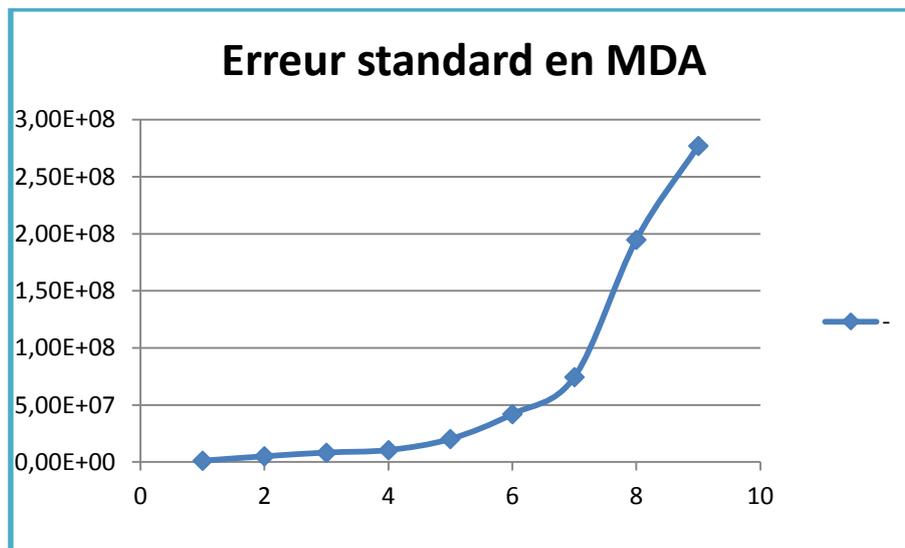
Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

Le montant total à constituer de la PSAP au titre des dommages matériels automobile est de **5 039 870 000 DA**.

L'erreur quadratique moyenne $\widehat{mse}(\hat{R}_i)$ s'élève à **1,2276E+17 DA** ce qui traduit une forte volatilité du montant des provisions sur l'ensemble des années. Cette forte volatilité peut être expliquée par le nombre restreint d'information disponible pour les derniers exercices.

Cette volatilité peut être visualisée à travers le graphique suivant :

Graphe 9: Evolution de l'erreur standard



Source : Elaboré par nos soins.

L'évolution de l'erreur standard est faible pour les premières années, elle croit continuellement en avançant dans le temps et elle devient intense pour les trois dernières années. Ceci peut être expliqué par le fait que plus l'année est récente plus le nombre d'estimation est important ce qui augmente le risque d'erreur.

➤ **Construction d'un intervalle de confiance pour la loi log normale**

Mack construit les intervalles de prédiction pour la provision \hat{R} par une distribution log normale de paramètres μ_i et σ^2_i .

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 25: Intervalle de confiance des provisions estimées (log normale)

Années	Borne inférieure	Borne supérieure
2005	8 410 095	12 951 177
2006	17 707 226	37 382 753
2007	43 719 551	76 221 611
2008	65 399 181	106 488 371
2009	49 661 296	128 309 940
2010	217 366 513	381 627 304
2011	417 469 997	708 915 876
2012	757 707 196	1 519 391 989
2013	2 335 557 293	3 420 817 977
Total	4 912 998 348	6 392 106 997

Source : Elaboré par nos soins à partir du tableau précédent

L'intervalle de confiance pour la provision totale $\hat{R} = 5\,039\,870\,000$ DA est :
[4 912 998 348 ; 6 392 106 997].

On remarque que l'intervalle de confiance à 95% calculé avec la loi log normale est restreint. L'erreur standard relative au montant de la provision totale est de 13%, ce qui signifie que la variance de l'estimation représente 13% du montant totale de la provision.

On peut dire que l'incertitude liée au montant de la provision estimée par la méthode Chain Ladder pouvait être plus faible si ce n'était pas l'erreur liée aux derniers exercices ou le manque d'information à causer une augmentation du risque d'erreur.

2.3.2 Application de la méthode du Bootstrap

L'application du Bootstrap nécessite des variables aléatoires identiquement distribués. Cette condition n'est pas vérifiée sur les montants des règlements non cumulés du triangle supérieur, c'est pour cette raison qu'on procède au ré-échantillonnage des résidus de Pearson en suivant les étapes suivantes :

➤ Prédiction du triangle supérieur

A partir du triangle des montants cumulés, on calcule les coefficients de développement par la méthode standard de Chain Ladder. En utilisant ces coefficients de développement on pourra construire un nouveau triangle appelé « triangle prédit ».

▪ Coefficients de développement

Tableau 26: Coefficients de développement

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_j	1,808	1,12363	1,053	1,03091	1,0182	1,0103	1,0085	1,00583	1,005996

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

▪ Triangle prédit

A partir de la diagonale du triangle, on obtient de manière récursive les coefficients du triangle prédit en divisant les données du triangle cumulé par les facteurs de développement.

$$\hat{C}_{i,j} = \frac{\hat{C}_{i,j+1}}{\hat{f}_j}$$

Tableau 27: Triangle prédit

Années	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	4,4E+08	7,9E+08	8,9E+08	9,3E+08	9,6E+08	9,8E+08	9,9E+08	1E+09	1E+09	1,01E+09
2006	7,6E+08	1,4E+09	1,5E+09	1,6E+09	1,7E+09	1,7E+09	1,7E+09	1,7E+09	1,7E+09	1,7E+09
2007	9,6E+08	1,7E+09	2E+09	2,1E+09	2,1E+09	2,2E+09	2,2E+09	2,2E+09	2,2E+09	
2008	1,3E+09	2,3E+09	2,5E+09	2,7E+09	2,8E+09	2,8E+09	2,8E+09	2,8E+09		
2009	1,2E+09	2,2E+09	2,2E+09	2,5E+09	2,6E+09	2,7E+09				
2010	7,5E+08	1,4E+09	1,5E+09	1,6E+09	1,7E+09					
2011	1,7E+09	3E+09	3,4E+09	3,5E+09						
2012	1,9E+09	3,5E+09	3,9E+09							
2013	2,2E+09	3,9E+09								
2014	2,2E+09									

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés.

▪ Triangle des incréments

A partir du triangle prédit on construit le triangle des incréments.

La première colonne des montants incréments est égale à la première colonne du triangle prédit :

$$\hat{m}_{i,0} = \hat{C}_{i,0}$$

Le reste du tableau est à l'aide de la formule suivante :

$$\hat{m}_{i,j} = \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1}$$

Tableau 28: Triangle des incréments

Années	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	4,36E+08	3,53E+08	97599453	47506108	28884468	1,8E+07	10060218	8462097	5832137	6027715
2006	7,58E+08	6,13E+08	169437491	82472959	50144869	3,1E+07	17465037	14690620	1E+07	
2007	9,63E+08	7,79E+08	215440643	1,05E+08	63759459	3,9E+07	22206884	18679199		
2008	1,25E+09	1,01E+09	279902081	1,36E+08	82836761	5E+07	28851349			
2009	1,21E+09	8,78E+08	110000000	2,6E+08	1,32E+08	8E+07				
2010	7,49E+08	6,05E+08	167381031	81471987	49536261					
2011	1,65E+09	1,34E+09	369308067	1,8E+08						
2012	1,93E+09	1,56E+09	430587011							
2013	2,15E+09	1,74E+09								
2014	2,16E+09									

Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle prédit.

➤ **Calcul des résidus de Pearson**

Il s'agit de la différence entre les montants incréments du triangle supérieur d'origine et les montants incréments du triangle supérieur prédit divisé par la racine carrée du montant incrémental prédit correspondant :

$$r_{i,j}^p = \frac{Y_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}$$

Tableau 29: Résidus de Pearson

Années	Années de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	-3904,41	3989,49	-96,91	206,17	-751,21	3531,59	-1337,87	528,07	-789,75	0,00
2006	2622,32	-1172,59	-2056,18	-1924,73	3008,82	-3556,24	331,48	-1009,49	599,39	
2007	3312,14	-2325,04	-2737,83	1287,00	-2394,47	1392,12	-590,48	539,83		
2008	4007,27	-991,12	-3449,58	-2799,66	-931,75	-2396,30	1050,15			
2009	14819,85	-15526,38	15279,04	-5700,70	-4948,31	-2029,70				
2010	-22697,58	16477,43	12157,53	4737,67	2204,89					
2011	261,73	2356,75	-2747,91	-3278,73						
2012	-1289,08	896,79	1020,48							
2013	-1799,72	2001,24								
2014	0,00									

Source : Elaboré par nos soins.

➤ **Calcul des résidus de Pearson ajustés**

Chaque résidu préalablement calculé est multiplié par le facteur suivant (N=10 dans notre cas) :

$$\sqrt{\frac{n}{n-p}} \quad \text{Ou } n = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$$

Tableau 30: Résidus de Pearson ajustés

Années	Année de développement									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	-4269,32	4362,35	-105,97	225,44	-821,42	3861,65	-1462,91	577,42	-863,56	0,00
2006	2867,40	-1282,18	-2248,35	-2104,62	3290,02	-3888,61	362,46	-1103,84	655,41	
2007	3621,69	-2542,33	-2993,70	1407,28	-2618,26	1522,22	-645,66	590,28		
2008	4381,78	-1083,75	-3771,97	-3061,31	-1018,83	-2620,26	1148,29			
2009	16204,89	-16977,46	16707,00	-6233,48	-5410,77	-2219,39				
2010	-24818,87	18017,40	13293,75	5180,45	2410,95					
2011	286,19	2577,01	-3004,73	-3585,16						
2012	-1409,56	980,60	1115,86							
2013	-1967,92	2188,28								
2014	0,00									

Source : Elaboré par nos soins.

➤ **Résultat du mécanisme du Bootstrap**

A ce stade la boucle itérative débute, elle consiste à simuler la reconstitution des triangles inférieurs un nombre de fois suffisamment grand par :

- Le ré-échantillonnage des résidus de Pearson ajustés ;
- La simulation d'un grand nombre de triangles de paiements non cumulés sur la base des nouveaux triangles des résidus Bootstrapés.
- On en détermine alors un triangle des règlements issus du bootstrap et ainsi le montant des provisions issues de ce triangle de bootstrap par la méthode de Chain Ladder.

Les résultats obtenus suite à l'application du mécanisme du Bootstrap sous le logiciel statistique R sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 31: Résultats du Bootstrap

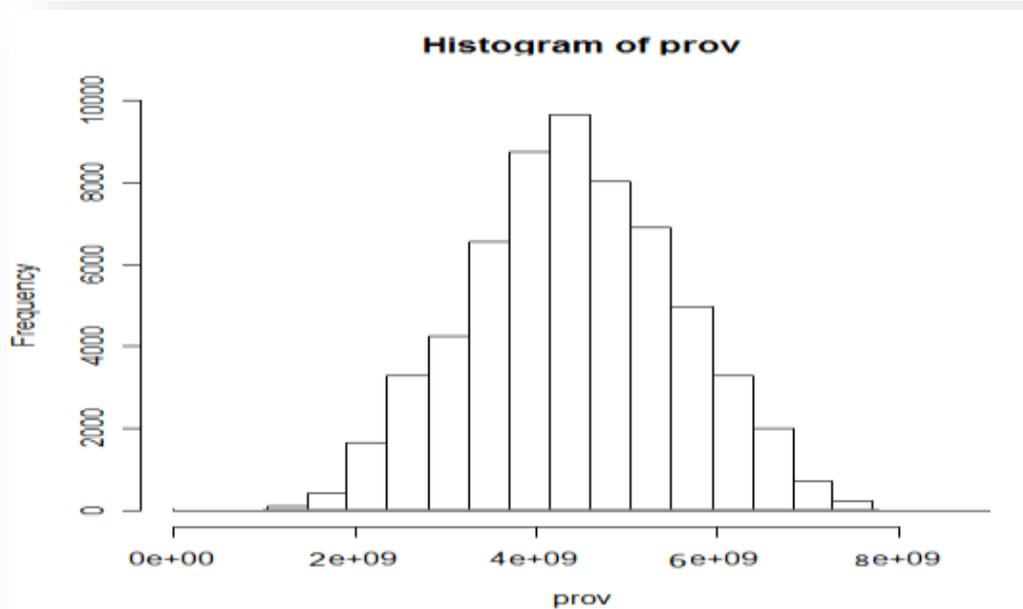
Années	Provisions
2005	0
2006	935 270
2007	40 366 448
2008	25 737 387
2009	138 496 943
2010	60 304 469
2011	293 231 928
2012	1 433 356 406
2013	1 544 500 793
2014	1 928 761 165
Totale	5 465 690 809

Source : Elaboré par nos soins.

Le montant de la provision à constituer est : **5 465 690 809 DA**. Ce résultat est proche du résultat obtenu par le modèle de Mack avec une différence de 425 820 953 DA, mais son erreur de prédiction est beaucoup moins élevée (**734 638 208 DA** contre **1,22762E+17 DA**).

La distribution des provisions a été obtenue à partir de 10 000 simulations. Elle est présentée sous forme d'un histogramme :

Figure 6: Histogramme de la distribution des provisions



Source : Elaboré par nos soins.

Cet histogramme permet de visualiser la forme de la distribution des données à analyser. On note que la densité empirique de la loi des provisions n'est pas symétrique.

Section 3 : Analyse comparative des résultats

On va essayer de faire une comparaison des différents résultats obtenus dans la section précédente.

3.1. Analyse des résultats obtenus des différentes méthodes

Tableau 32: Résultats obtenus des différentes méthodes

Méthode	Provision pour Sinistres à Payer	Erreur de prédiction
Chain Ladder	5 039 869 856	-
London Chain	5 302 199 211	-
Mack	5 039 869 856	1,22762E+17
Bootstrap	5 465 690 809	734 638 208

Source : Elaboré par nos soins.

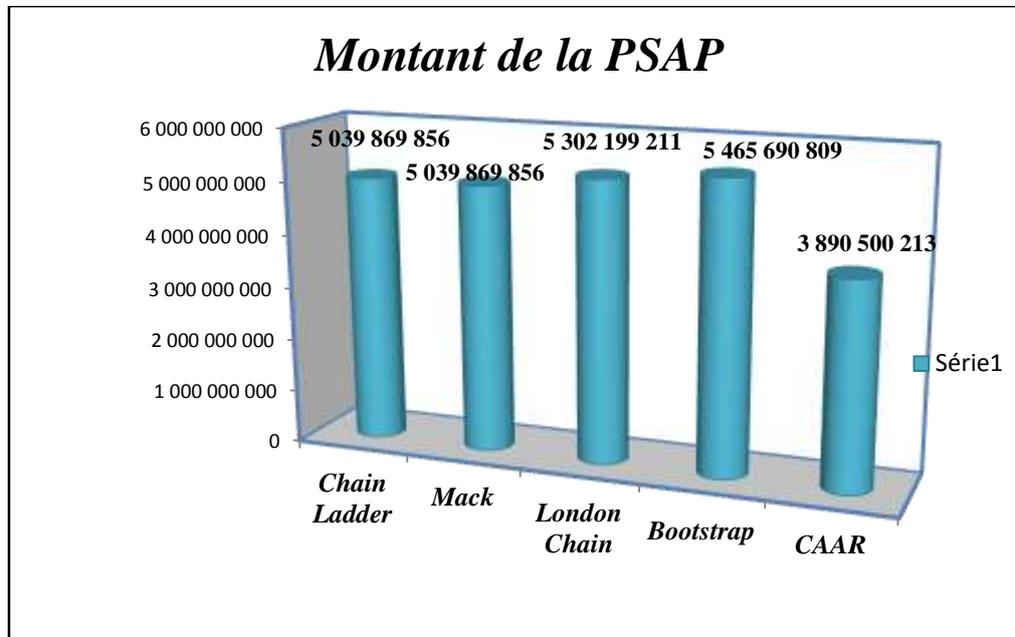
Tout d'abord, on peut noter l'écart existant sur l'estimation de la provision par les méthodes déterministes, soit un écart de **262 329 356 DA** entre la méthode Chain Ladder et London Chain. En effet, la méthode London Chain semble légèrement surestimer la provision par rapport à Chain Ladder, cela peut être expliqué par la structure des estimations de London Chain qui prend en compte une composante additive, ce qui conduit à une surestimation de la provision en comparaison avec Chain Ladder.

De plus, on remarque que les résultats obtenus des modèles stochastiques, sont proches de la méthode déterministe Chain Ladder, ce qui est normal puisque les modèles qu'on a choisis reproduisent cette méthode.

En termes d'erreur de prédiction, on remarque que le Bootstrap variante Chain Ladder apporte une erreur de prédiction inférieure à celle apportée par le modèle de Mack (**734 638 208 DA** pour le Bootstrap contre **1,22762E+17 DA** pour Mack). Ce qui nous permet de déduire que le modèle Bootstrap est celui qui donne le montant de provision avec une incertitude moins élevée.

3.2. Comparaison des provisions obtenues par les différents modèles avec celle de la CAAR

Graph 10: Montant de la PSAP



Source : Elaboré par nos soins.

Comme le montre le graphique ci-dessus, la provision pour sinistres à payer estimée par la CAAR au titre des Dommages matériels automobile qui est de l'ordre de **3 890 500 213 DA** est inférieure aux montants des estimations des différentes méthodes que ce soit les méthodes déterministes ou stochastiques.

Le choix d'un modèle de provisionnement nécessite de prendre en considération plusieurs facteurs liés à l'activité et l'environnement de la compagnie d'assurance (facteurs : techniques, réglementaires,...).

Dans notre étude, on s'est basé sur deux critères pour la comparaison de nos résultats : le critère de l'espérance de la provision et celui de sa volatilité. En tenant en compte ces deux critères, on choisit donc le modèle qui a fourni le montant de provision avec un risque d'erreur faible. Ce modèle est alors le modèle du Bootstrap.

Si on tient ce modèle comme référence pour le calcul de la provision pour sinistres à payer on constate une différence de **1 575 190 896 DA** par rapport au montant estimé par la CAAR basé sur la méthode du coût moyen.

Conclusion

L'application des méthodes déterministes et stochastiques à nos données, nous a permis de comparer la provision estimée par la CAAR avec celle estimée par ces différentes méthodes. Aussi, de constater l'utilité de l'intégration des méthodes stochastiques dans le provisionnement afin de calculer l'erreur de prédiction liée à l'estimation de ces provisions. Une information capitale qui rentre dans le cadre de la stratégie de gestion des sinistres d'une compagnie. Surtout lorsqu'il s'agit des sinistres liés à une branche qui occupe une part importante dans le portefeuille globale, tel il est le cas de la branche automobile de la CAAR qui occupe 40% de son portefeuille globale.

En réalisant cette étude on constate que les méthodes déterministes fournissent des résultats moins adaptés dans le cas où le portefeuille de la compagnie présente une forte volatilité des fréquences et des montants. Ce qui est métrisable lors de l'utilisation des méthodes stochastiques qui permettent de mesurer le degré d'incertitude lié à l'estimation de la provision.

CONCLUSION GÉNÉRALE



L'évaluation de la capacité financière d'une compagnie d'assurance non-vie inclut une analyse des règlements attendus et une estimation de la variabilité possible du provisionnement. Toute erreur de calcul dans le provisionnement pourrait causer l'insolvabilité de la compagnie. Il est important de choisir la meilleure méthode pour l'estimation des provisions afin de se prémunir de cette éventualité.

Dans la première section du deuxième chapitre, les méthodes déterministes d'évaluation de la Provision Pour Sinistres à Payer dont Chain-Ladder et London Chain ont été examinées. Ensuite, on s'est intéressé aux modèles stochastiques qui utilisent la même technique que le Chain-Ladder dont « le modèle de Mack » et la méthode du « Bootstrap ».

Dans cette étude, on a cherché à positionner la Provision pour Sinistres à Payer estimée par la CAAR par rapport aux résultats de l'estimation obtenus suite à l'application des méthodes déterministes et stochastiques sur le portefeuille des Dommages Matériels Automobile de la CAAR.

Suite à cette application on a pu effectuer les constats suivants :

- Les deux méthodes déterministes qui ont été présentées : Chain Ladder et London Chain ne permettent pas d'appréhender l'erreur d'estimation des provisions. Leur utilisation prive donc les assureurs d'une mesure du risque d'incertitude lié au provisionnement. C'est pourtant à ces méthodes que les compagnies d'assurance ont le plus recours, car elles sont faciles à mettre en œuvre.
- L'exigence de Solvabilité II en termes de gestion du risque d'incertitude, rend le recours aux méthodes stochastiques indispensables. Deux méthodes ont été présentées « le modèle de Mack » et le modèle du « Bootstrap ». Les modèles stochastiques sont ceux qui fournissent le plus d'information concernant la valeur estimée et l'erreur d'estimation, mais ce sont également les plus difficiles à mettre en œuvre.
- Le modèle de Mack ou la version stochastique de Chain Ladder, fournit des estimations de la PSAP avec leurs intervalles de confiance, et une mesure du risque d'erreur de prédiction.

- Cependant, la méthode de ré-échantillonnage « Bootstrap » permet de déduire une distribution sous-jacente aux provisions constituées.
- On note dans l'ensemble une cohérence entre les résultats obtenus des différentes méthodes. En termes d'espérance de la charge ultime de la PSAP les estimations sont proches, ce qui montre la stabilité des réserves. Par contre, en termes d'erreur de prédiction on constate que la méthode Bootstrap fournit une erreur de prédiction faible en comparaison avec le modèle de Mack.
- Les estimations issues des méthodes déterministes et stochastiques donnent des montants de réserves plus importantes que celle estimée par la CAAR.

De ce qui précède, nos recommandations pour la CAAR sont les suivantes :

- ✓ La survie des compagnies d'assurance de la place dans un environnement isolé est désormais difficile. Il est donc utile de réfléchir à adopter les réformes engagées au niveau mondial notamment Solvabilité II au niveau de l'Union Européenne.
- ✓ S'inspirer de l'expérience des pays dont le secteur assurantiel est plus développé que le nôtre, et faire en sorte que l'application des méthodes stochastiques soit une exigence. L'utilisation de ces dernières dans le provisionnement conduit non seulement à des calculs plus proches de la réalité, mais aussi à une meilleure maîtrise du risque d'incertitude avec des outils statistiques performants tel que : les intervalles de confiance et l'erreur de prédiction.
- ✓ Faire le suivi des règlements des sinistres relatifs à chaque garantie d'une manière séparée.

Notre étude a été réalisée sur le portefeuille des Dommages Matériels Automobile de la CAAR qui inclut toutes les garanties : RC dommages matériels, Tous Risque, Bris de Glace,...etc. A cet effet, il serait plus intéressant de focaliser sur une seule garantie telle que la garantie RC dommages matériels. Cela permet une analyse plus fine et une meilleure gestion des sinistres du moment que chaque garantie a ces propres caractéristiques en termes de règlement de sinistres.

Aussi, il est important de signaler que la pertinence des méthodes déterministes et stochastiques pourrait être renforcée par la prise en compte de l'inflation, mais cela nécessite plus de temps à notre étude.

Le travail qu'on a effectué n'est qu'un début de solution, il serait intéressant d'appliquer ces méthodes pour d'autres branches telle que l'assurance Transport et l'assurance Incendie, afin de mieux cerner les attentes de notre compagnie et de pallier aux insuffisances des méthodes réglementaires.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

- [1]. Alain Tosetti, Tomas Behar « Assurance (Comptabilité, réglementation, actuariat) », 2ème édition Economica, 2002.
- [2]. Christian Partrat, Jean Luc Besson « Assurance Non Vie (Modélisation, simulation) », Edition Economica 2005.
- [3]. Christian Partrat, Jean-Marie Nessi, Eric Lecoeur, Ecaterina Nisipasu et Olivier Reiz (2007) : « Provisionnement technique en assurance non-vie, Perspectives actuarielles modernes », Edition Economica, Paris.
- [4]. François Couilbaut, Constant Eliashberg, Michel Latrasse 2003 : « Les grands principes de l'assurance », Edition l'Argus, Paris.
- [5]. Guy Simonet 1998, « Comptabilité des Entreprises d'assurance », 5ème édition, l'Argus de l'assurance, Paris.
- [6]. Michel Denuit, Arthur Charpentier « Mathématique de l'assurance non vie » tome 1, Edition Economica 2004.
- [7]. Michel Denuit, Arthur Charpentier « Mathématique de l'assurance non vie » tome 2, Edition Economica 2005.

Mémoires

- [8]. Hélène Compain, « Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II », Université Paris Dauphine, 2010.
- [9]. Marie Louis « Evaluation des provisions techniques dans le cadre de solvabilité II », Université des actuaires de Strasbourg, 2010.
- [10]. Marion Gremiellet, « Provisionnement non-vie », Institut de Science Financière et d'Assurances, (ISFA), 2013
- [11]. Morgane Fort (2010) : « Méthodes de provisionnement en assurance non-vie et extrapolation des triangles », Euro Institut d'Actuariat (EURIA).

Lois et décrets

- [12]. Décret exécutif n° 13-114 du 16 Joumada El Oula 1434 correspondant au 28 mars 2013 relatif aux engagements réglementés des sociétés d'assurance et/ou de réassurance.
- [13]. Décret exécutif n° 13-115 du 16 Joumada El Oula 1434 correspondant au 28 mars 2013 modifiant le décret exécutif n° 95-343 du 6 Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995 relatif à la marge de solvabilité des sociétés d'assurance.
- [14]. La loi n° 06-04 du 20 février 2006, modifiant et complétant l'ordonnance 95-07.
- [15]. L'ordonnance 95-07 du 25 janvier 1995 relative aux assurances (JO n° 13 du 08 Mars 1995).
- [16]. Article R 331-64 et (331-36).

Revue et articles

- [17]. Revue Risques n°54 et n°95
- [18]. Revue Sigma n°4 /2006
- [19]. L'argus de l'assurance (Article : Solvabilité 2 : Le calendrier de mise en œuvre se précise, publié le 05 /03 /2014)
- [20]. L'argus de l'assurance.com (l'argus N°7366)
- [21]. Guide des Assurances en Algérie, KPMG, édition 2015
- [22]. Thomas Mack « Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates». Estimates. ASTIN, Bulletin 23, page 213-225.
- [23]. Thomas Mack: « Measuring the variability of Chain Ladder reserve estimates». Meeting of the Casualty Actuarial Society Forum 1, Printemps 1994, pp.101-182.
- [24]. Thomas Mack (1999) «The standard error of Chain Ladder reserve estimate: recursive calculation and inclusion of a tail factor. ASTIN Bulletin 29, n°2 : 361-366»
- [25]. Christian Partrat, « Evaluation stochastique de la provision pour sinistres », Conférence scientifique - Institut des Actuaires, 20 janvier 2004.

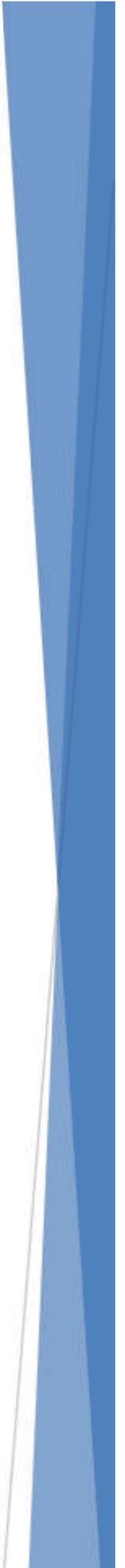
Sites internet

- [26]. www.ressources-actuarielles.net
- [27]. www.CNA.dz
- [28]. www.Isfa.univ-lyon1.fr/archives-écoles.com
- [29]. www.institutdesactuaires.com
- [30]. www.ffsa.org

Documents PDF

- [31]. Marché intérieur, ASSURANCES - Systèmes de ... - Euro
- [32]. EUROPA - Marché intérieur - Assurances - Les fondements ...
- [33]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.197.1353&rep=rep1&type=pdf> .
- [34]. Arthur Charpentier, Christophe Dutang, « L'actuariat avec R », Décembre 2012.
- [35]. Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wuthrich and Wayne Zhang, «Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.2 Package Vignette», August 2015.

ANNEXES



Programme sous R le calcul de la provision de Mack

```
> lambda=rep(NA,9)
> for(k in 1:9){
+ lambda[k]=(sum(tri[1:(10-k),k+1])/sum(tri[1:(10-k),k]))}
> lambda
[1] 1.808746 1.123633 1.053556 1.030908 1.018238 1.010255 1.008538 1.005835 1.005996
> PROJECTION=tri
> for(k in 1:9){PROJECTION[:(11-k),k+1]=PROJECTION[:(11-k),k]*lambda[k]}
> sum(PROJECTION[,10]-diag(PROJECTION[,10:1]))
[1] 5039869846
> MackChainLadder(tri)
      Latest Dev.To.Date Ultimate      IBNR Mack.S.E  CoV
2005 1.01e+09      1.000 1.01e+09 0.00e+00 0.00e+00  NaN
2006 1.75e+09      0.994 1.76e+09 1.05e+07 1.16e+06  0.111
2007 2.21e+09      0.988 2.23e+09 2.62e+07 5.04e+06  0.193
2008 2.84e+09      0.980 2.90e+09 5.83e+07 8.31e+06  0.143
2009 2.72e+09      0.970 2.80e+09 8.41e+07 1.05e+07  0.125
2010 1.65e+09      0.953 1.73e+09 8.22e+07 2.02e+07  0.245
2011 3.54e+09      0.924 3.83e+09 2.91e+08 4.20e+07  0.144
2012 3.91e+09      0.877 4.46e+09 5.49e+08 7.45e+07  0.136
2013 3.89e+09      0.781 4.99e+09 1.09e+09 1.95e+08  0.178
2014 2.16e+09      0.432 5.00e+09 2.84e+09 2.77e+08  0.279

      Totals:
Sum of Latest: 25,677,710,853
Sum of Ultimate: 30,717,580,699
Sum of IBNR: 5,039,869,846
Total Mack S.E.: 633,852857
Total CoV: 13
```

-B-

Programme sous R pour le calcul de la provision Bootstrap

➤ Facteurs de développement

```
> f
[1] 1.808746 1.123633 1.053556 1.030908 1.018238 1.010255 1.008538 1.005835 1.005996
```

➤ Triangle complété et provision Chain Ladder

```
> x_cum
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9     10
2005 354883280 782815781 879457816 928384968 953232086 985606392 991423168 1001421394 1005346292 1011374007
2006 829885450 1413647342 1556319886 1621313452 1692764655 1703627168 1722477508 1733298904 1745331021 1755795433
2007 1066228225 1780492528 1955747638 2073791768 2118431488 2165886951 2185311261 2206323554 2219197389 2232502943
2008 1393459693 2374221601 2596411250 2699974116 2774330614 2807710719 2842202768 2866470913 2883196689 2900483357
2009 1723906103 2141484215 2411732112 2580045482 2654848529 2716685970 2744545989 2767980292 2784131378 2800824084
2010 127526716 1138287281 1462957299 1587192403 1652247103 1682380594 1699633657 1714145977 1724147970 1734485376
2011 1662134148 3083907332 3400407704 3536207406 3645503785 3711990060 3750057071 3782076928 3804145239 3826953603
2012 1868963360 3461617048 3913379669 4122965963 4250397757 4327916017 4372299440 4409632314 4435362393 4461955320
2013 2069762885 3894729945 4376245730 4610621437 4753125587 4839812539 4889445537 4931194062 4959967439 4989705719
2014 2159229382 3905497732 4388344767 4623368454 4766266586 4853193202 4902963421 4944827368 4973680295 5003500793

> r<-rep(0,10)
> R<-0
> for(i in 1:10){
+ r[i]<-x_cum[i,10]-x_cum[i,10-i+1]}
> r
[1] 0 10464412 26179389 58280589 84138114 82238273 290746197 548575651 1094975774 2844271411
> R<-sum(r)
> R
[1] 5039869810
```

➤ Triangle prédit

```
> x_ajust=x_cum
> for(j in 1:(10-1)){
+ x_ajust[,10-j]<-c(x_ajust[,j,10-j+1]/f[10-j],x_ajust[,j+1,10-j],rep(0,10-j-1))
+ }
> x_ajust
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9     10
2005 436452109 789431051 887030504 934536612 963421079 980991841 991052059 999514155 1005346292 1011374007
2006 757702506 1370491455 1539928946 1622401905 1672546773 1703050487 1720515523 1735206143 1745331021 0
2007 963422641 1742586949 1958027592 2062892384 2126651842 2165437472 2187644355 2206323554 0 0
2008 1251685399 2263981089 2543883071 2680124139 2762960871 2813351430 2842202768 0 0 0
2009 1208678065 2186191740 2456476419 2588036307 2668026807 2716685970 0 0 0 0
2010 748506284 1353857825 1521238856 1602710842 1652247103 0 0 0 0 0
2011 1651497822 2987140251 3356448317 3536207406 0 0 0 0 0 0
2012 1925528830 3482792768 3913379669 0 0 0 0 0 0 0
2013 2153276204 3894729945 0 0 0 0 0 0 0 0
2014 2159229382 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

➤ Triangle des incréments

```
> y<-matrix(0,10,10)
> y[,1]<-x_ajust[,1]
> for(j in 2:10){
+ y[,j]=x_ajust[,j]-x_ajust[,j-1]
+ y[,j]<-c(y[-((10-j+2):10],j),rep(0,j-1)) }
> y
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
[1,] 436452109 352978942 97599453 47506108 28884468 17570762 10060217 8462097 5832137 6027715
[2,] 757702506 612788949 169437491 82472959 50144868 30503714 17465036 14690620 10124878 0
[3,] 963422641 779164307 215440643 104864792 63759458 38785629 22206884 18679199 0 0
[4,] 1251685399 1012295690 279901982 136241068 82836732 50390560 28851338 0 0 0
[5,] 1208678065 977513676 270284679 131559888 79990500 48659163 0 0 0 0
[6,] 748506284 605351541 167381031 81471986 49536261 0 0 0 0 0
[7,] 1651497822 1335642429 369308066 179759089 0 0 0 0 0 0
[8,] 1925528830 1557263939 430586901 0 0 0 0 0 0 0
[9,] 2153276204 1741453741 0 0 0 0 0 0 0 0
[10,] 2159229382 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

➤ Triangle des résidus de Pearson

```
> z<-x
> for(j in 1:10){
+ z[,j]=c((z[1:(10-j+1),j]-y[1:(10-j+1),j])/sqrt(y[1:(10-j+1),j]),
+ rep(0,j-1))
+ }
> z
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9 10
2005 -3904.4146 3989.4944 -96.912087 206.1735 -751.2149 3531.591 -1337.8719 528.0667 -789.7528 0
2006 2622.3172 -1172.5937 -2056.182362 -1924.7333 3008.8151 -3556.245 331.4822 -1009.4941 599.3909 0
2007 3312.1369 -2325.0388 -2737.826444 1287.0005 -2394.4713 1392.116 -590.4768 539.8252 0.0000 0
2008 4007.2819 -991.1111 -3449.575432 -2799.6525 -931.7434 -2396.301 1050.1489 0.0000 0.0000 0
2009 14819.8623 -17909.2183 -2.237303 3204.3264 -580.0093 1889.193 0.0000 0.0000 0.0000 0
2010 -22697.5816 16477.4342 12157.525684 4737.6744 2204.8875 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
2011 261.7295 2356.7480 -2747.911919 -3278.7341 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
2012 -1289.0697 896.8016 1020.487732 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
2013 -1799.7239 2001.2428 0.000000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
2014 0.0000 0.0000 0.000000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
```

➤ Résidus ajustés

```
> z<-z*ajus_res
> z
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9 10
2005 -4269.3165 4362.3478 -105.969362 225.4422 -821.4225 3861.649 -1462.9079 577.4191 -863.5623 1.327200e-05
2006 2867.3960 -1282.1828 -2248.350707 -2104.6166 3290.0154 -3888.608 362.4620 -1103.8403 655.4090 0.000000e+00
2007 3621.6853 -2542.3341 -2993.700439 1407.2820 -2618.2557 1522.221 -645.6623 590.2766 0.0000 0.000000e+00
2008 4381.7978 -1083.7392 -3771.968642 -3061.3048 -1018.8231 -2620.256 1148.2944 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2009 16204.9091 -19582.9926 -2.446393 3503.7988 -634.2163 2065.755 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2010 -24818.8706 18017.3956 13293.753597 5180.4517 2410.9536 0.0000 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2011 286.1904 2577.0069 -3004.728502 -3585.1608 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2012 -1409.5446 980.6156 1115.861296 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2013 -1967.9239 2188.2765 0.000000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.000000e+00
2014 0.0000 0.0000 0.000000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.000000e+00
```

➤ Résultat du mécanisme du Bootstrap

```
> w_ajust[,1]<-yy[1:10]
> Nc=10
> mc=10^4
> for(i in 2:10){
+ Nc=Nc-1^i
+ w_ajust[,i]=c(yy[mc:i],rep(0,j-1))
+ mc=mc-10^i+1
}
> yy
 [1] 2.294422e+02 3.961699e+03 3.503799e+03 -1.462908e+03 -2.248351e+03 1.922221e+03 1.620491e+04 -2.446393e+00 -2.942336e+03 -1.958299e+04 1.407282e+03
 [12] +8.635623e+02 -3.585181e+03 9.306158e+02 5.902766e+02 +6.342183e+02 2.065755e+03 5.180452e+03 5.774191e+02 1.118661e+03 1.329375e+04 2.410956e+03
 [23] 0.000000e+00 1.148234e+03 -1.089694e+02 -1.409845e+03 -2.983700e+03 -1.282181e+03 -3.886008e+03 4.362348e+03 2.841304e+03 3.621686e+03 1.327200e-05
 [38] -3.061305e+03 0.000000e+00 -2.420256e+03 -1.103880e+03 -2.681887e+04 3.290015e+03 -1.018822e+03 4.381788e+03 2.188277e+03 -2.104617e+03 +6.456623e+02
 [45] -1.249317e+03 3.624602e+02 -8.214225e-02 -1.083789e+03 -2.610256e+03 2.967398e+03 -2.947524e+03 -3.094729e+03 1.401740e+04 2.877507e+03 -3.771969e+03
 [86] 6.554090e+02
> w_ajust
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9 10
2005 125.442207 1407.2820 1115.8613 -1.262183e+03 0.000 4381.7978 362.4620 2847.394 18017.396 -3771.969
2006 3861.649300 -863.5623 13293.7536 -3.886008e+03 -2620.256 2388.2765 -821.4225 -1947.324 2877.007 0.000
2007 3503.798844 -9585.1608 2410.9534 4.362348e+03 -1103.840 -2104.6166 -1083.7392 -3084.728 0.000 0.000
2008 -1462.907880 980.6156 0.0000 2.861904e+02 -34818.871 -645.6623 -2618.2557 0.000 0.000 0.000
2009 +2188.350707 395.2766 1148.2944 3.421483e+02 3290.015 -4269.3165 0.0000 0.000 0.000 0.000
2010 1522.221137 -634.2163 -105.9694 1.327200e-05 -1018.823 0.0000 0.0000 0.000 0.000 0.000
2011 16204.909075 2065.7557 -1409.5446 +3.061305e+03 0.000 0.0000 0.0000 0.000 0.000 0.000
2012 -2.446393 5180.4517 -2993.7004 0.000000e+00 0.000 0.0000 0.0000 0.000 0.000 0.000
2013 -2542.334114 577.4191 0.0000 0.000000e+00 0.000 0.0000 0.0000 0.000 0.000 0.000
2014 -18582.992894 0.0000 0.0000 0.000000e+00 0.000 0.0000 0.0000 0.000 0.000 0.000
> x_re=x_ajust
> for(j in 1:10){
+ x_re[,j]=x_re[,j]*sqrt(y[,j])+y[,j] }
> x_re
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9 10
2005 441161919 379418582 108623318 38668704 28884468 35938160 11209869 16803261 49343819 -3232998
2006 863999794 591411831 342479831 47158717 31590037 42589602 14032214 7147893 18324816 0
2007 1072177228 679089868 250828370 149536767 54945347 25678475 17099852 5692931 0 0
2008 1199928936 1043495538 279901982 139581551 -143051441 45807242 14787786 0 0 0
2009 1130511796 995968799 289163025 173100459 109415545 18878068 0 0 0 0
2010 790152492 589747351 166010044 81471987 42365580 0 0 0 0 0
2011 2310043040 1411138414 342220299 138714871 0 0 0 0 0 0
2012 1925421480 1761695877 368465856 0 0 0 0 0 0 0
2013 2035303239 1765549860 0 0 0 0 0 0 0 0
2014 1249256500 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```

> x_cu=x_re
> for(j in 2:10){
+ x_cu[,j]=a(x_cu[1:(10-j+1),j-1]+x_cu[1:(10-j+1),j],rep(0,j-1))
+ }
> x_cu
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9      10
2005 441161919 820580501 929203820 967872524 996756992 1032695151 1043905021 1060708262 1110052101 1106619103
2006 863999794 1455411625 1797891456 1845050173 1876640209 1919229812 1933262026 1940409919 1958734735 0
2007 1072177228 1751267096 2002095466 2151632233 2206577580 2232256055 2249355908 2255048839 0 0
2008 1199928936 2243424474 2523326456 2662908007 2519856566 2565663808 2580451594 0 0 0
2009 1130511796 2126480595 2415643620 2588744080 2698159625 2717037693 0 0 0 0
2010 790152492 1379899843 1545909887 1627381874 1669747454 0 0 0 0 0
2011 2310043040 3721181453 4063401752 4202116623 0 0 0 0 0 0
2012 1925421480 3687117356 4055883213 0 0 0 0 0 0 0
2013 2035303239 3800853099 0 0 0 0 0 0 0 0
2014 1249256500 0 0 0 0 0 0 0 0 0
> for(j in 1:(10-1)){
+ f[j]<-sum(x_cu[-(10-j+1):10],j+1)/sum(x_cu[-(10-j+1):10],j)}
> f
[1] 1.7832230 1.1249722 1.0502854 1.0104824 1.0164004 1.0073717 1.0056719 1.0225478 0.9970875

```

```

> x_co=x_cu
> for(j in 2:10){
+ x_co[-(1:(10-j+1)),j]=x_co[-(1:(10-j+1)),j-1]*f[j-1]
+ }
> x_co
      dev
origin 1      2      3      4      5      6      7      8      9      10
2005 441161919 820580501 929203820 967872524 996756992 1032695151 1043905021 1060708262 1110052101 1106619103
2006 863999794 1455411625 1797891456 1845050173 1876640209 1919229812 1933262026 1940409919 1958734735 1953029971
2007 1072177228 1751267096 2002095466 2151632233 2206577580 2232256055 2249355908 2255048839 2305895245 2299179385
2008 1199928936 2243424474 2523326456 2662908007 2519856566 2565663808 2580451594 2595087543 2653601077 2645872533
2009 1130511796 2126480595 2415643620 2588744080 2698159625 2717037693 2737066946 2752591196 2814656091 2806458478
2010 790152492 1379899843 1545909887 1627381874 1669747454 1697132041 1709642831 1719339679 1758107018 1752986577
2011 2310043040 3721181453 4063401752 4202116623 4246164996 4315803956 4347618874 4372277942 4470863222 4457841948
2012 1925421480 3687117356 4055883213 4259519635 4304169732 4374759994 4407009520 4432005443 4531937447 4518738296
2013 2035303239 3800853099 4275854097 4490866919 4537942096 4612366327 4646367421 4672720948 4778080559 4764164523
2014 1249256500 2227702887 2506103832 2632124141 2659715185 2703335675 2723263921 2738709882 2800461785 2792305512

```

```

> t<-matrix(0,10,10)
> for(j in 2:10){
+ t[-(1:(10-j+1)),j]=x_co[-(1:(10-j+1)),j]-x_co[-(1:(10-j+1)),j-1]
+ }
> t

```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]	[,8]	[,9]	[,10]
[1,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[2,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5704764
[3,]	0	0	0	0	0	0	0	0	50846407	-6715860
[4,]	0	0	0	0	0	0	0	14635950	58513534	-7728545
[5,]	0	0	0	0	0	20029254	15524250	62064896	-8197613	
[6,]	0	0	0	0	27384587	12510790	9696848	38767340	-5120441	
[7,]	0	0	0	44048373	69638959	31814918	24659068	98585280	-13021274	
[8,]	0	0	203936423	44650096	70590262	32249526	24995923	99932004	-13199151	
[9,]	0	475000998	215012821	47075177	74424231	34001094	26353527	105359611	-13916036	
[10,]	978446387	278400945	126020309	27591045	43620490	19928246	15445961	61751902	-8156273	

➤ Provision Bootstrap

```

prov
[1] 0.0 935270.3 40366448.5 25737387.5 138496943.4 60304469.7 293231928.2 1433356406.2 1544500793.7 1928761165.3

```

```
> provtotal
```

```
[1] 5465690809
```

```
> resultat
```

```

      resultat
Nombre simulations 10000
moyenne           54656982
erreur de prediction 734638203

```

-C-

Décret exécutif n° 13-115 du 16 Joumada El Oula 1434 correspondant au 28 mars 2013 modifiant le décret exécutif n° 95-343 du 6 Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995 relatif à la marge de solvabilité des sociétés d'assurance.

Article 01

Le présent décret a pour objet de modifier les dispositions du décret exécutif n° 95-343 du 6Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995, relatif à la marge de solvabilité des sociétés d'assurance.

Article 02

Les dispositions de l'article 2 du décret exécutif n° 95-343 du 6 Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995, susvisé, sont modifiées et rédigées comme suit :

« La solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance est matérialisée par l'existence d'un supplément aux provisions techniques, appelé « marge de solvabilité ».

Ce supplément ou marge de solvabilité est constitué par :

- 1°) le capital social ou le fonds d'établissement, libéré ;
- 2°) les réserves réglementées ou non réglementées ;
- 3°) les provisions réglementées ;
- 4°) le report à nouveau, débiteur ou créditeur ».

Article 03

Les dispositions de l'article 3 du décret exécutif n° 95-343 du 6 Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995, susvisé, sont modifiées et rédigées comme suit :

« La marge de solvabilité définie à l'article 2ci-dessus doit être :

- Pour les sociétés d'assurance dommages et/ou de réassurance, au moins égale à 15% des provisions techniques. A tout moment de l'année, la marge de solvabilité des sociétés d'assurance et/ou de réassurance, définie à l'article 2 ci-dessus, ne doit pas être inférieure à 20% des primes émises et/ou acceptées, nettes de taxes et d'annulations.

Article 04

Les dispositions de l'article 4 du décret exécutif n° 95-343 du 6 Joumada Ethania 1416 correspondant au 30 octobre 1995, susvisé, sont modifiées et rédigées comme suit :

« Lorsque la marge de solvabilité est inférieure au minimum requis tel que défini à l'article 3 ci-dessus, la société d'assurance et/ou de réassurance est tenue, au plus tard, dans un délai de six (6) mois, au rétablissement de sa situation, soit par une augmentation de son capital social ou son fonds d'établissement, ou soit par un dépôt d'une caution au Trésor public.

Le délai de six (6) mois, fixé à l'alinéa 1er du présent article, prend effet à compter de la date de notification, de l'insuffisance de la marge de solvabilité, par l'administration de contrôle, à la société d'assurance et/ou de réassurance concernée.

Dans le cas de dépôt d'une caution, cette dernière est libérée, après rétablissement de la situation, par décision de la commission de supervision des assurances ».

Article 05

Le présent décret sera publié au Journal officiel de la République algérienne démocratique et populaire.

-D-

Articles 16,20,21 du décret exécutif n° 13-114 du 16 Joumada El Oula 1434 correspondant au 28 mars 2013 relatif aux engagements réglementés des sociétés d'assurance et/ou de réassurance.

Article 16

➤ **Provision pour primes non acquises**

La provision pour primes non acquises représente, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date d'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime, ou à défaut, du terme du contrat.

Elle est calculée au prorata temporis, police par police, sur la base de la prime émise nette d'annulations et de taxes.

Article 20

➤ **Provision pour sinistres à payer en assurance - dommages autre que l'automobile**

La provision pour sinistres à payer en assurance - dommages autre que l'automobile représente la valeur estimative des dépenses en principal et en frais y afférents, nécessaires au règlement de tous les sinistres déclarés et non payés à la date d'inventaire, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de la société d'assurance.

Cette provision est calculée dossier par dossier, exercice par exercice, pour son montant brut, sans déduction des recours à exercer et des sinistres inscrits à la charge de la réassurance ou de la rétrocession.

Lorsqu'à la suite d'un sinistre, une indemnité a été fixée par une décision de justice définitive ou non, la dette à considérer doit être, au moins égale, à cette indemnité diminuée, le cas échéant, des acomptes déjà versés.

Article 21

➤ **Provision pour sinistres à payer en assurance automobile**

La provision pour sinistres à payer en assurance automobile représente la valeur estimative des dépenses en principal et en frais y afférents, nécessaires au règlement de tous les sinistres déclarés et non payés à la date d'inventaire, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de la société d'assurance.

Cette provision est calculée dossier par dossier, exercice par exercice, en procédant à des évaluations distinctes pour les sinistres matériels et les sinistres corporels.

A défaut, la société peut appliquer, après accord de l'administration de contrôle, les trois (3) méthodes ci-après et retenir l'évaluation la plus élevée :

- **1ère méthode** : Evaluation par référence au coût moyen des sinistres réglés par la société d'assurance au cours des trois (3) derniers exercices.
- **2ème méthode** : Evaluation basée sur la cadence de règlement observée au niveau de la société d'assurance au cours des cinq (5) derniers exercices.
- **3ème méthode** : Evaluation basée sur le calcul du rapport de sinistres sur primes acquises. Cette méthode est appelée « méthode forfaitaire » ou méthode de « blocage de primes ».

En matière de sinistres corporels dont les règlements s'effectuent sous forme de rentes, il est calculé une provision mathématique représentant la valeur, à l'inventaire, des capitaux constitutifs de rentes inscrites à la charge de la société d'assurance.

La provision pour sinistres à payer en assurance - automobile doit être calculée pour son montant brut, sans déduction des recours à exercer et des sinistres inscrits à la charge de la réassurance ou de la rétrocession.

-E-

Données relatives aux indemnisations des dommages matériels automobiles de la CAAR

a- Règlements 2010-2014

Année	Règlements
2010	1 019 877 152
2011	2 997 943 465
2012	3 780 038 929
2013	4 060 912 287
2014	4 557 434 666

b- Règlements par garanties en 2014

Garanties	Règlements
RC Matériels	1 182 549 082,42
Dommages de Collision	184 407 458,75
Dommage avec ou sans collision	2 568 848 362,23
Bris de Glaces	161 106 332,62
Vol et Incendie du véhicule	217 064 092,07
Défense et Recours	264 902 290,25