



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

THEME

Application des méthodes actuarielles
dans la tarification des traités de
réassurance en Excédent de Sinistre

Réalisé par :

M^{elle} Berkani Kaouther

Encadré par :

M^r Sami Guelouz

32^{ème} promotion

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout particulièrement mon encadrant, Monsieur : Sami GUELLOUZ, pour sa disponibilité et ses conseils ainsi que pour ses compétences professionnelles qui m'ont aidé à réaliser ce mémoire.

J'adresse aussi mes remerciements à Mon tuteur Monsieur : Toufik ROUIBEH, Directeur de la réassurance de la CAAT, Pour son chaleureux accueil et sa disponibilité et pour son aide durant mon stage.

J'adresse aussi mes remerciements à l'ensemble du personnel de la CAAT pour leur soutien.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance et gratitude à tous les membres de l'administration et du corps professoral de l'Institut de Financement et du Développement du Maghreb Arabe (I.F.I.D). Leur dévouement et la qualité de leur encadrement a permis de faire des deux années de formation une période enrichissante pour moi aussi bien sur le plan académique que personnel.

DEDICACES

Je dédie ce travail

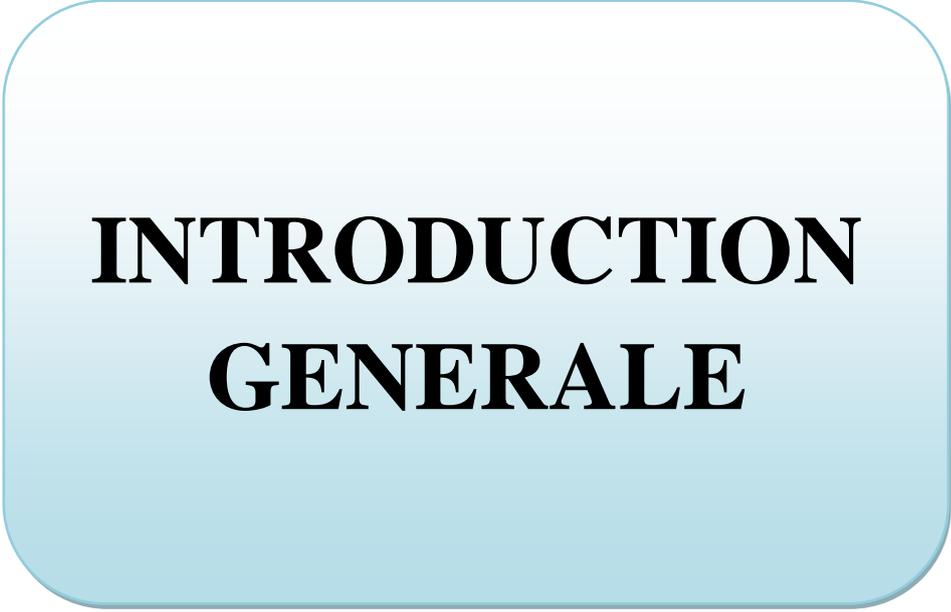
A mes chers parents,

A mes frères et mes sœurs,

A tous mes amis.

SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.	7
SECTION I : LA REASSURANCE, CONCEPTS ET EVOLUTION DU MARCHE INTERNATIONAL.	7
SECTION II : LES FONCTIONS DE LA REASSURANCE	16
SECTION III : TECHNIQUES DE LA REASSURANCE	21
CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.	33
SECTION I : METHODES DE TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.	33
SECTION II : ASPECTS THEORIQUE DE L'APPROCHE DETERMINISTE (LA METHODE DE BURNING COST)	38
SECTION III : ASPECTS THEORIQUES DE L'APPROCHE STOCHASTIQUE (LE MODELE PROBABILISTE DE PARETO)	46
CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.	52
SECTION I : TARIFICATION D'UN TRAITE XL/R EN RC AUTOMOBILE PAR LA METHODE DE BURNING COST.	52
SECTION II : TARIFICATION D'UN TRAITE XL/R EN RC AUTOMOBILE PAR LE MODELE PROBABILISTE DE PARETO.	62



**INTRODUCTION
GENERALE**

INTRODUCTION GENERALE

Même si le principe de base de l'assurance existe depuis l'Antiquité, celle-ci n'a connu un véritable essor à partir du XVIIème siècle par la volonté des affréteurs de se couvrir financièrement contre la perte en mer de bateaux et s'est développée depuis lors progressivement pour atteindre les formes qu'on lui connaît aujourd'hui.

Comme l'assurance, la réassurance est un transfert de risques de l'assureur vers le réassureur en contrepartie d'une prime de réassurance convenue. La détermination de cette prime, prix de la cession des risques de l'assureur au réassureur, dépend de plusieurs paramètres et en particulier du type du contrat de réassurance établi entre l'assureur et le réassureur.

Dans ce mémoire, nous nous concentrerons sur un type de contrat de réassurance, le traité Excédent de Sinistre. Nous nous intéresserons tout particulièrement à la tarification de ce type de traité. Nous soulèverons les défis que ceci représente, notamment lorsque les informations sur l'exposition du portefeuille et de sa sinistralité ne sont pas complètes.

Nous traiterons des techniques de tarification qu'utilisent les réassureurs pour tarifier dans ce contexte qui sont le fruit de travaux de modélisation et d'une agrégation de l'expérience accumulée de ces marchés tout au long de leur activité dans ces marchés.

Mais ces approches présentent des limites et peuvent aboutir à des tarifs qui défavorisent les cédantes dont la politique de souscription est meilleure que la moyenne de leur marché.

Dans ce mémoire, nous traiterons tout d'abord de l'importance et des principes de fonctionnement de l'activité de réassurance. Nous nous intéresserons ensuite à la tarification de la réassurance des traités en Excédent de Sinistres sous l'angle de la problématique suivante :

Comment calculer le prix d'un traité de réassurance en Excédent de Sinistre à l'aide des approches déterministes et Stochastiques ?

Nous déclinerons la problématique ci-dessus sur les questions suivantes:

- Qu'est-ce que la réassurance, et quelles sont ses fonctions et ses techniques ?

- Quelles sont les méthodes de tarifications des traités de réassurance en Excédent de Sinistre ?
- Quelles sont les limites de l'approche déterministe de tarification ?
- Quelles sont les avantages des méthodes stochastiques et peuvent-elles combler les défauts des méthodes déterministes?

En réponse à ces questions, le mémoire sera organisé en deux parties : une partie théorique et une partie empirique.

Dans la partie théorique nous passerons en revue les différents paramètres descriptifs et techniques qui caractérisent les opérations de réassurance. Nous traiterons ensuite les méthodes de tarification de la réassurance non proportionnelle, et plus précisément, de la méthode déterministe du « BuringCost » et stochastique du « modèle de Paréto ».

Dans la partie empirique nous tarifierons un traité en Excédent de Sinistres par Risque (XL/R) établi entre une Cédante Algérienne (XX) et la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR) pour couvrir la Branche RC Automobile en utilisant les méthodes de Burningcost et de Paréto successivement. Nous en analyserons enfin les résultats.



**PARTIE
THEORIQUE**

PARTIE THEORIQUE

L'objectif de cette partie est de décrire l'activité de la réassurance d'une part et les techniques de tarification des traités de réassurance en Excédent de Sinistres d'autre part. La description de l'activité de la réassurance fera l'objet du premier chapitre, alors que le second chapitre traitera des méthodes de tarification des traités de réassurance en excédent de sinistre.

Le premier chapitre sera subdivisé en trois sections. La première portera sur le concept général de la réassurance et l'évolution du marché international de la réassurance. La deuxième section présentera les fonctions essentielles de la réassurance et les solutions que peut apporter cette activité au secteur de l'assurance et à l'économie toute entière d'un pays.

Dans la troisième section, nous étudierons les différentes techniques de la réassurance, dans ce sens nous présenterons les principes généraux du fonctionnement de la réassurance et pourrons apprécier les avantages et les inconvénients de chaque type de traité de réassurance.

Le deuxième chapitre sera subdivisé aussi en trois sections. La première section exposera les principes de tarification de la réassurance non proportionnelle en général et les méthodes de tarification des traités de réassurance en Excédent de Sinistres en particulier. La deuxième section présentera successivement la technique déterministe du « Burning Cost » et, l'approche stochastique du modèle probabiliste de « PARETO ».

CHAPITRE :(I)

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

SECTION I : LA REASSURANCE, CONCEPTS ET EVOLUTION DU MARCHE INTERNATIONAL.

I- Définition de la réassurance :

Dans la littérature, les traits caractéristiques de la réassurance ont été décrits de plusieurs manières. Nous en citons deux¹ :

- « La réassurance est un contrat entre un réassureur (dit cessionnaire) et un assureur professionnel (dit cédant) qui répond seul et intégralement vis-à-vis des assurés des risques par lui assumés. Le réassureur prend en charge, moyennant rémunération, tout ou partie de ces risques, s'engageant à rembourser au cédant, dans des conditions déterminées, tout ou partie des sommes dues ou versées aux assurés au titre de sinistre. »
- « C'est l'opération par laquelle une personne, généralement une personne morale s'engage à apporter son concours financier, dans des conditions strictement liées à l'évolution d'un certain risque préalablement défini, à une autre personne qui a accepté de garantir ce risque envers une troisième personne appelée l'assuré ».

La réassurance permet notamment à l'assureur direct :

- De limiter, autant que possible, les fluctuations annuelles de la charge de sinistres qui lui incombe ;
- D'être couvert en cas de catastrophe.

II- La demande de réassurance :

L'assureur a pour fonction de gérer une mutualité de risques. A chaque fois qu'une personne souhaite adhérer à cette mutualité, elle doit apporter une contribution : la prime, Ce dernier est fonction essentiellement des prévisions établies par l'assureur à partir de statistiques. Il apparait, dès lors, un risque lié à l'écart entre la réalisation des événements et les prévisions car l'échantillonnage n'est qu'une approximation de la réalité.

¹ Marcel Grossman, Manuel de la réassurance, édition l'ARGUS, 1983.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

D'autre part, il est également délicat de cibler parfaitement les zones par niveau de risques identiques. En conséquence, la prime ne reflète pas nécessairement fidèlement la contribution adéquate de l'assuré à la mutualité de risques.

Les conditions jouent également un rôle dans l'évaluation du risque. Le sinistre ne se produit pas toujours dans des conditions normales. Parfois, des circonstances extraordinaires aggravent les pertes. On comprend aisément que ceci rend difficile la définition du risque couvert par l'assureur.

On peut tenter de dresser une liste des causes de déséquilibre dans le métier d'assurance :

- Possibilité de divergence entre les hypothèses de départ (encaissement, dépenses, recettes) et la réalité qu'il faut enregistrer dans les comptes,
- Possibilité d'écarts entre la population de risques dont l'assureur gère la mutualité et la population qui a servi de base à la détermination des tarifs,
- Possibilité d'erreurs dans les tarifs établis,
- Possibilité d'insuffisance des tarifs, due à une évolution technique, sociale et économique imprévisible ou insuffisamment appréhendée lors de leur élaboration ;
- Possibilité d'enregistrer au cours d'un exercice donné, un nombre de sinistre supérieur à celui résultant de l'expérience passé,
- Possibilité d'une erreur dans l'évaluation du sinistre maximum possible ou du sinistre raisonnablement escomptable,
- Possibilité de voir ces écarts, ces possibilités se répéter au cours de plusieurs exercices.

A travers ces différentes (possibilités), on peut facilement concevoir dans quel climat d'incertitude se déroule la profession d'un assureur.

Pour faire face aux écarts défavorables qui peuvent résulter de ces incertitudes, la société d'assurance dispose de son capital social. Mais l'amplitude de ces écarts est elle-même incertaine et il est facile d'imaginer que le capital social puisse se révéler insuffisant ou encore qu'il soit entamé dans de telles proportions que la survie de l'entreprise soit mise en question.

Trois autres éléments essentiels sont à garder en perspective :

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

- L'assureur opère dans un environnement concurrentiel. Il ne peut, de ce fait, fixer des primes prohibitives au risque de se voir évincer par ses concurrents.
- L'Homo-Economicus est rationnel. Il existe un seuil de prime au-delà duquel il ne lui est pas rentable de s'assurer.
- L'existence des écarts et l'insuffisance des moyens internes (Fonds propres) doivent être comblées par des moyens externes. la Réassurance est l'outil externe le plus facile et rapide à mettre en place.

III- Le marché international de la réassurance :

III.1 Les principaux événements :

Le caractère international du marché de la réassurance fait que la survenance d'un événement important dans une région a un impact sur le comportement de l'ensemble du marché mondial. En effet, historiquement, on a constaté qu'à chaque fois qu'un événement considérable à l'échelle du monde a lieu, il est suivi par une réaction immédiate du marché.

- **La période 1990-2001 :**

Jusqu'en (1990), le marché mondial de la réassurance était caractérisé par une situation de marché « soft », où l'offre de réassurance était abondante par rapport à la demande de réassurance. Le secteur de la réassurance a dû faire face dans le début des années (1990) à une série de catastrophes naturelles telles que les tempêtes d'hiver en Europe (1990), le typhon Mireille au Japon (1991) et surtout l'ouragan Andrew aux USA (1992). Les cinq sinistres les plus importants de (1989) à (1992) ont ainsi coûté (USD 29 milliards) aux réassureurs dont (USD 15 milliards) pour le seul ouragan Andrew. Ces montants sont comparés aux longues décennies précédentes où aucune année n'avait enregistré des sinistres supérieurs à (USD 5 milliards). Cela a provoqué la faillite de nombreux réassureurs, une crise au niveau des Lloyd's, l'essor de nouvelles sociétés spécialisées aux Bermudes et surtout la raréfaction des capacités de réassurance. Celle-ci entraîna à son tour une envolée des prix de (1992) à (1996) qui poussa à la recherche de nouveaux modes de réassurance, en particulier la réassurance financière (titrisation des risques)².

² Ahmed KASSMI, Aymeric VINET : Principes et Economie de l'Assurance. MBA France.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

- **Après le 11/09/2001³ :**

L'événement sans précédent de la destruction du World Trade Center en (2001) a créé un sentiment d'insécurité dans les marchés développés et une révision complète des expositions.

Cet évènement dont le coût a dépassé (USD 100 Milliard) a concerné plusieurs branches en même temps : Aviation, Dommages, Responsabilité et Vie.

L'événement du 11 septembre (2001) a entraîné une réaction du marché de la réassurance plus restrictive au niveau technique et une révision du concept même de ce marché⁴.

- **La période 2005-2006⁵ :**

A partir de (2005), le marché international de la réassurance a connu les situations suivantes :

- La prédominance jusqu'à Juin (2005) d'une situation de marché « soft » où les primes de réassurance ont chuté de (13%) par rapport à (2004) et le ratio combiné⁶ a atteint (93.7%) contre (94%) en (2004).
- La survenance de plusieurs sinistres Aviation durant le deuxième semestre (2005) estimés à (USD 1,06 billion) pour le corps et la RC.
 - Durant le 3^{ème} trimestre (2005), plusieurs événements à caractère catastrophique ont été enregistrés :
 - Le cyclone KATRINA dont le coût économique a dépassé (USD 200 billion) et les indemnités à la charge des assureurs se situaient entre (40) et (USD 60 billion).
 - Les cyclones RITA et WILMA dont l'estimation à la charge assureurs a dépassé les (USD 9 billion).
- Suite à ces événements, les capacités du marché international de la réassurance ont subi des contractions et les réassureurs ont été obligés d'ajuster les niveaux de leurs fonds propres par l'augmentation de leur capital notamment afin d'éviter la dégradation des notes attribuées par les agences internationales de Rating et l'érosion de leur clientèle qui en résulte.

³ Réaction des marchés d'assurance et de réassurance et solutions de marché. François VILNET.

⁴ M^r Bachir Eloumi, cours de réassurance (IFID 2014).

⁵ M^r Bachir Eloumi, op.cit, 2014.

⁶ Ratio combine est égale de manière simplifiée au rapport (Sinistre+Commissions de réassurance+ frais généraux)/ primes.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

- **L'année 2007 :**

L'année (2007) a été caractérisée par une sinistralité catastrophique moyenne avec (USD 28 Milliards) de dommages assurés grâce à une saison des cyclônes plutôt calme aux Etats Unies et un petit nombre de typhons au Japon. Les sinistres ont été moins nombreux en Amérique du Nord et en Asie. L'Europe, en revanche a connu d'importants sinistres, à cause de la tempête Kyrill (USD 06 Milliards) et des inondations estivales au Royaume-Uni (USD 05 Milliards)⁷.

- **La campagne de renouvellement 2008⁸ :**

L'année (2008) a vécu la crise financière la plus grande depuis les années (1930) et le secteur de l'assurance et de la réassurance n'y a pas échappé. Dans ce contexte, la campagne de renouvellement (2008) a été principalement caractérisée par :

- Le maintien d'une politique de souscription rigoureuse et prudente et le recours à la modélisation.
- Une lutte entre les réassureurs pour le maintien de leurs parts de marché.
- La création de nouvelles capacités régionales dans les marchés arabes et asiatiques.
- Le retour de plusieurs réassureurs à la zone MENA (Moyen Orient et Afrique du Nord) après leurs désengagements entre 2002 et 2004.
- Les cédantes ont favorisé les sécurités de premier ordre disposant d'un rating « A » ou plus de la part des agences de notation internationales.
- Le maintien des listes d'exclusion introduites depuis septembre 2001.
- La contraction des capacités de récessions et l'augmentation de son coût.
- La consolidation des niveaux de conservation et des priorités des cédantes afin de faire face à la tendance haussière.
- L'amélioration des conditions économiques des traités bénéficiaires (proportionnels et non proportionnels).

- **La campagne de renouvellement 2009 :**

Dans un environnement économique peu favorable pour le développement de l'activité de la réassurance, la campagne de renouvellement (2009) a été caractérisée par :

⁷ Suisse Ré : Sigma n°1/2008, catastrophes naturelles et techniques en 2007.

⁸ M^r bachir Eloumi. Op.cit , 2014.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

- Une importante augmentation tarifaire : Munich Ré a augmenté ses tarifs de (2.6%), SCOR de (3.3%) et Suisse Ré de (2%)⁹.
- La tendance haussière des prix a touché les branches Energie, Aviation et la branche Marine.
- Le nouveau Rating dépend désormais de l'environnement qui prévaut sur les plans financiers et économique.
- La contraction des capacités de rétrocession.
- La dégradation accélérée du niveau de l'actif de certains réassureurs.
- L'exclusion de certaines catégories de risques en plus du maintien des listes d'exclusion introduites depuis septembre(2001).
- Les opérations de fusion et d'acquisition.

- **Le marché de la réassurance en 2010 et les évolutions 2011 et 2012 :**

En 2010, le marché de la réassurance, a enregistré une hausse de son chiffre d'affaires brut de l'ordre de (4%)¹⁰ soit 200 milliards de dollars au niveau mondial. La campagne de renouvellement (2010) a été caractérisée par :

- Une reprise progressive de la croissance et conjoncture favorable.
- Une bonne résistance à la crise économique.
- Une augmentation de la capacité entre 10% et 15%.
- Les réductions tarifaires varient entre 5% et 10%.
- La tendance haussière des prix a touché les branches suivantes :
- L'énergie, l'aviation et la branche marine.

L'année 2011 a connu le comportement suivant¹¹ :

- Persistance de la crise économique et financière, dettes des Etats et des banques, baisse des taux d'intérêt, menaces inflationnistes et marasme boursier.
- Dégradation des résultats ;
- Catastrophes techniques et naturelles en 2011.
- Problème de rentabilité à court terme.
- La consolidation des fonds propres et ;

⁹ www.Ilyod's.com

¹⁰ Le marché de la réassurance en 2010.FFSA-APREF.

¹¹ M^r Bachir Eloumi. Op.cit, 2014.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

- Face à cette situation et à la pression des agences de notation, les réassureurs consolidé leurs fonds propres, ont ajusté leurs politiques de souscription et leurs conditions tarifaires et ont augmenté la transparence au niveau de la gestion.

L'année 2012 n'a pas connu de changements structurels par rapport à 2011¹²:

- L'environnement économique et financier n'a pas connu d'évolution positive.
- Légère amélioration des revenus des investissements à partir du 30/06/2012.
- Dette des états et des banques.
- Baisse des taux d'intérêts et
- Menaces inflationnistes.
- Demande de capacités additionnelles de la zone Asie ;
- Apparition de nouvelles capacités ;
- Développement favorable des provisions 2011.

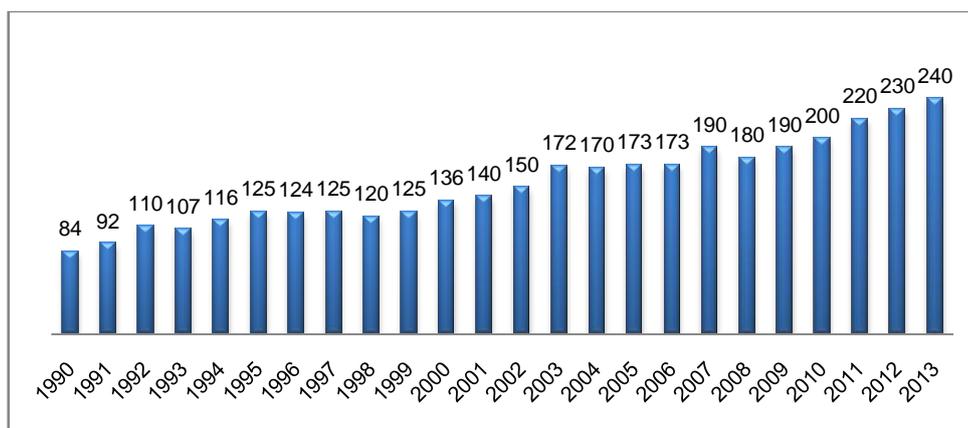
III-2 Chiffre clés du marché :

III-2-1 Le volume de primes :

Le volume des primes de réassurance mondial a triplé sur la période 1990-2013 s'établissant à 240 milliards USD en 2013, soit une légère progression de (4,16%) par rapport à 2012.

Figure 1: Volume de primes mondiales de réassurance sur la période 1990-2013

Unité : milliard USD



Source : Le marché de la réassurance international (APREF-FFSA)

¹² Mr Bachir Eloumi. op.cit, 2014.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

III-2-2 Le classement des principaux réassureurs professionnels :

En général, ces sociétés opèrent sous la forme de sociétés anonymes. Cependant, il existe aussi des mutuelles de réassurance.

Il est possible de classer ces sociétés selon leur importance selon plusieurs critères, si on utilise le critère du chiffre d'affaire, il apparaît que la réassurance est un secteur très concentré où les cinq premiers réassureurs représentent 47% du marché en 2013 et les dix premiers réassureurs représentent 62% du marché. Le tableau suivant reprend les dix premiers réassureurs dans le monde de l'année 2013.

Tableau 1: Classement des principaux réassureurs professionnels

Rang	Compagnies	Pays	Primes nettes (Milliards \$)
1	Munich Re	Allemagne	36,8
2	Suisse Re	Suisse	30,5
3	HannoverRe	Allemagne	17,1
4	Berkshire Re	Etats- Unis	14,8
5	Scor	France	12,6
6	Lloyd's	Angleterre	11,2
7	RGA	Etats- Unis	8,3
8	China Re	Chine	6,7
9	Partner Re	Bermudes	5,4
10	Everest Re	Bermudes	3,9

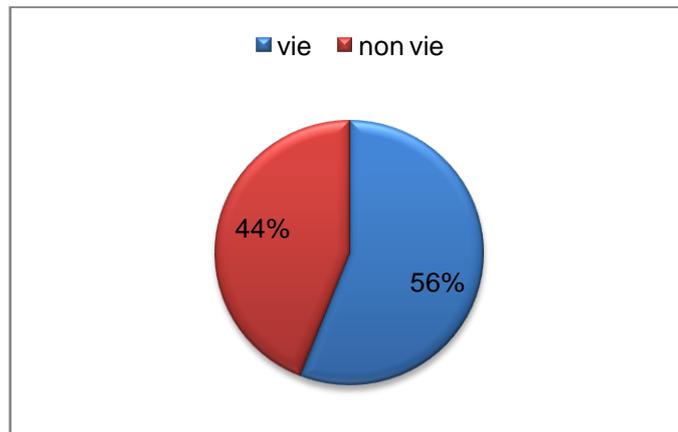
Source : Le marché de la réassurance international (APREF-FFSA)

III-2-3 La répartition des primes d'assurance (2013) :

Le chiffre d'affaires réalisé en assurance vie était de (2599 milliards USD) représentent (56%) des primes d'assurance, alors que celui de l'assurance non vie ne représente que (44%), soit (2042 milliards USD).

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

Figure 2 : Répartition (Vie/Non vie) des primes mondiales d'assurance (2013).

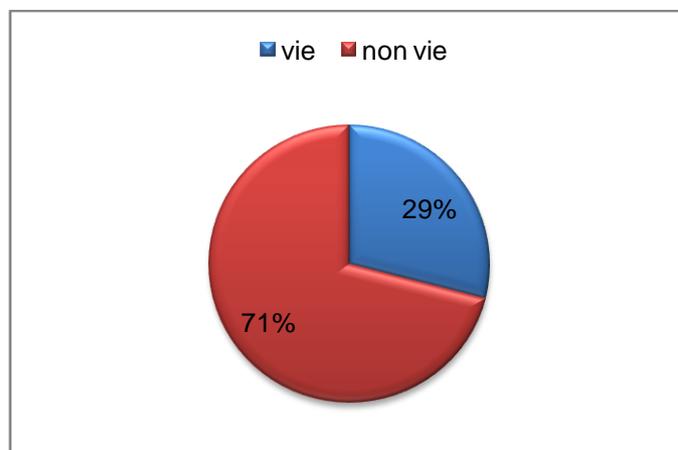


Source : Le marché de la réassurance international (APREF-FFSA)

III-2-4 La répartition des primes de réassurance (2013) :

Les primes provenant de l'assurance non vie représentent (71%) de l'ensemble du chiffre d'affaire de la réassurance, alors que seulement (29%) des primes de réassurance provient des affaires réalisées en assurance vie.

Figure 3 : Répartition (Vie/Non vie) des primes mondiales de réassurance (2013).



Source : Le marché de la réassurance international (APREF-FFSA)

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

SECTION II : LES FONCTIONS DE LA REASSURANCE

La réassurance peut apporter une solution tout à fait satisfaisante au problème posé à l'assureur par le conflit entre les impératifs techniques et les exigences commerciales.

En effet, ayant déterminé le montant qu'elle peut raisonnablement engager sur un risque, la société d'assurance souscrira un multiple de ce montant et se déchargera du surplus par voie de la réassurance en effectuant ainsi une division verticale des risques.

Cette opération de réassurance permet, en quelques sorte, à l'assureur de diviser le risque, sans diviser la clientèle et constitue par ce fait un moyen d'appui pour le développement d'une société d'assurance.

I- Multiplicité de souscription :

La réassurance permet une véritable multiplication des possibilités de souscription d'une société d'assurance et, par conséquent, de défendre ou d'accroître ses parts de marché et son volume d'affaires.

Alors que réduits à ses propres moyens, l'assureur, soucieux de l'équilibre de son entreprise ne pourrait souscrire qu'un montant M sur un risque donné, il lui sera loisible grâce à la réassurance, de souscrire un multiple de ce montant, le multiplicateur dépendant de l'importance du concours de réassurance que l'assureur peut ou veut trouver pour augmenter autant que possible son plein de souscription.

II- Consolidation de la solvabilité :

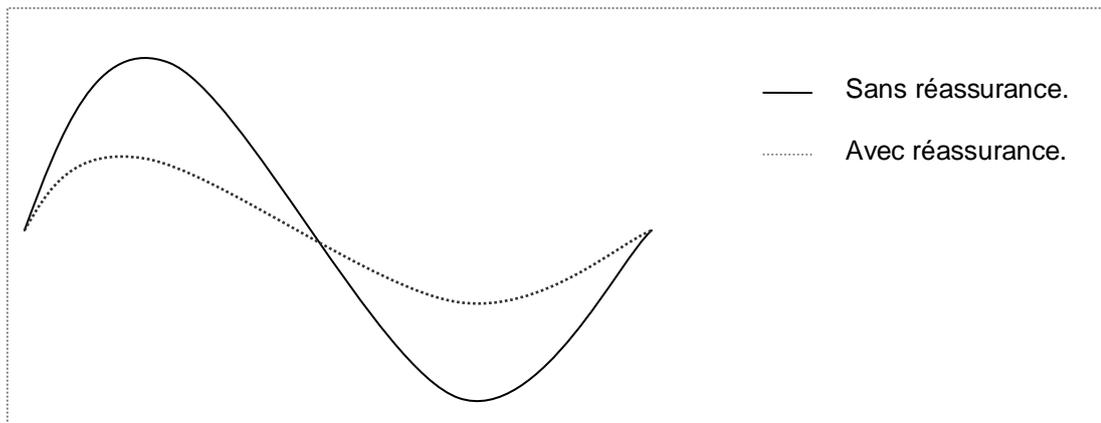
La cession en réassurance participe également au **respect** des impératifs et des objectifs de solvabilité, en assurant un transfert des déséquilibres par un écrêtement de la sinistralité, c'est-à-dire en diminuant la probabilité de ruine de la cédante. Elle peut indéniablement constituer un moyen de renforcer la solvabilité d'une société d'assurance. Ce rôle est d'ailleurs généralement reconnu par les différentes autorités de contrôles nationales.

La réassurance contribue donc à la marge de solvabilité d'une cédante et lui permet la libération du capital destiné à couvrir des risques. Elle apporte donc à cette dernière la possibilité de croître en limitant l'appel aux fonds propres ou à l'endettement.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

III- Stabilité des résultats :

Figure 4:Stabilisation du résultat annuel.



Source : Elaboré par nos soins

De façon plus globale, la réassurance peut contribuer à la stabilité des résultats de la société d'assurance. C'est sans doute l'une des fonctions les plus fondamentales de la réassurance contemporaine.

Toute société d'assurance, cotée ou non, voit dans l'utilisation de la réassurance un moyen d'atteindre des objectifs de rentabilité que ses dirigeants ou ses éventuels actionnaires lui ont fixés.

Le transfert des écarts de sinistralité que peut apporter une protection de réassurance engendre une diminution de la volatilité des résultats de la cédante. A chaque exercice, le risque de ne pas atteindre des objectifs de rentabilité peut ainsi en être limité et la probabilité d'obtenir un certain rendement minimum en être augmenté.

En vue de participer à la stabilité des résultats, une protection de réassurance efficace doit également se caractériser par un réel transfert de risque où la cédante consent à diminuer chaque année l'espérance de son résultat (en transférant une partie de sa marge au réassureur), afin d'atténuer significativement l'impact sur ses comptes d'une sinistralité exceptionnelle lors d'exercices plus difficiles.

IV- Homogénéité en valeurs :

La réassurance protège l'assureur contre les écarts dans l'espace et dans le temps. En effet, un autre impératif technique qui s'impose à l'assureur pour réduire le plus possible ces écarts est celui de l'homogénéité de la population des risques qu'il gère. En ne conservant sur

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

chacun des risques qu'une somme prédéterminée, l'assureur ayant fait appel à la réassurance réalise une homogénéité en valeurs car la cession a un prix fixé.

V- Diversification des risques :

En outre, pour qu'il y ait une homogénéité satisfaisante de la mutualité des risques gérés, il faut aussi qu'il y ait un nombre suffisamment grand de risques indépendants les uns des autres (notion de diversification du portefeuille). Or, en assurance, cette indépendance ne peut être supposée a priori ni réalisée en pratique à un degré suffisant.

La réassurance, au-delà du plein de conservation par événement, limitera les possibilités de déséquilibre dues à l'interdépendance plus ou moins importante des risques en portefeuille.

VI- Gérer le risque de faillite :

Il convient de mentionner une quatrième fonction de la réassurance. Un sinistre très important, même s'il ne met pas en péril l'équilibre annuel de l'entreprise d'assurance, peut provoquer une crise de trésorerie qui peut aboutir à la cessation de paiement et à la faillite.

Du fait de la technique même de l'assurance, les rentrées de fonds s'effectuent à une cadence plus rapide que les sorties dans le patrimoine de l'assureur. Les primes sont payées rapidement. Les sinistres surviennent avec un certain délai et leur règlement, puis leur paiement, demande plus ou moins de temps.

Aussi, l'assureur place-t-il ses fonds afin de maximiser ses revenus financiers. Ce faisant, il œuvre d'ailleurs dans l'intérêt de la mutualité qu'il gère. En effet, plus ses placements seront rémunérateurs moins sera élevée le niveau de prime demandé aux assurés.

Le décalage dans le temps entre la cadence de rentrée des recettes et la cadence de sortie des dépenses résulte de la nature même de l'assurance.

Si l'assureur travaillait sans réassurance, il serait obligé de conserver en liquide ou sous une forme très rapidement et facilement mobilisable une part importante de ses fonds propres et de ses recettes de primes.

Les placements à long terme, en situation normale, sont plus rémunérateurs que ceux à plus courte échéance. Grâce à la réassurance, l'assureur peut effectuer davantage de placements de longue durée et procéder à une plus grande diversification des fonds placés.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

VII- Support technique :

Les réassureurs disposent généralement d'une expérience et d'une expertise parfois inaccessible aux compagnies d'assurance. La tarification des risques aggravés, la sélection médicale en assurance-vie et la tarification des grands risques industriels peuvent s'avérer difficiles ou coûteuses pour un assureur qui n'est que rarement confronté à ce type de risques.

Le réassureur pourra offrir des solutions grâce à son expérience et sa maîtrise des risques non standards. La mise en place de nouveaux produits d'assurance est rendue possible grâce aux réassureurs. Le réassureur peut également offrir des services en termes de prévention ou gestion des sinistres, de formation des collaborateurs de la cédante ou encore d'analyses actuarielles.

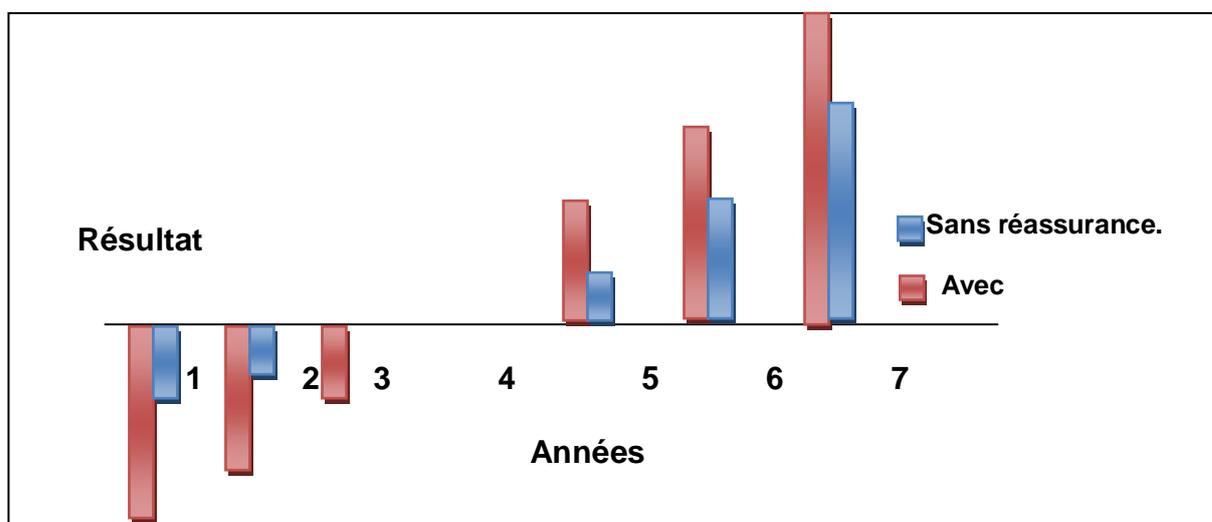
VIII- Allègement de la trésorerie :

Lors de la survenance d'un sinistre important, la compagnie d'assurance peut avoir des difficultés de liquidités. Le réassureur apporte une solution en mettant immédiatement à disposition de la cédante la liquidité et ce par l'appel au comptant.

IX- Financement de la croissance des jeunes compagnies d'assurance :

Durant les premières années. La compagnie a dès lors besoin d'un support financier pour ne pas avoir des résultats systématiquement dans le rouge durant les premières années de son existence. Le réassureur peut proposer une sorte de prêts sous la forme de commissions de réassurance trop élevées au début de la relation et plus faible par la suite.

Figure 5 : Financement de la croissance.



Source : Elaboré par nos soins

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

X- Rôle économique de la réassurance¹³ :

En tant qu'assureurs des assureurs, les réassureurs forment l'ossature du système d'assurance. Leur finalité est de décharger, dans le sens économique du terme, l'assurance directe d'une partie des garanties qu'elle a assumées au bénéfice des preneurs d'assurance.

C'est pour une bonne partie à cause de ce soutien exercé par la réassurance que l'assurance directe est à même de remplir sa mission à l'heure convenue et même dans des conditions défavorables. Le rôle économique de la réassurance est donc le reflet de celui de l'assurance directe.

Dans quelques pays, la réassurance contribue d'une façon considérable au solde actif de la balance des paiements. Toute fois, la grande majorité des pays, notamment les pays en voie de développement, est obligée, par la force des choses, d'importer les services de la réassurance.

Ces pays doivent, par conséquent, se procurer des devises étrangères pour remettre aux réassureurs étrangers les primes leur revenant. D'autre part, les paiements pour sinistres, provenant des réassureurs étrangers représentent un afflux de devise d'autant plus précieux.

Néanmoins l'impact sur la balance de paiement recherché par la réassurance n'est pas d'obtenir une augmentation des devises étrangères mais pour stabiliser la charge nette des sinistres de ses assureurs directs.

¹³ Henri LOUBERGE : Economie et finance de l'assurance et de la réassurance, Dalloz, 1981.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

SECTION III : TECHNIQUES DE LA REASSURANCE

I. Les types de contrat de réassurance :

On distingue trois formes de réassurance selon le caractère obligatoire ou facultatif de la cession ou de l'acceptation. Sous forme de tableau, nous avons :

Tableau 2: Les types de contrat de réassurance.

REASSUREUR		
CEDANTE	Facultative	Obligatoire
Facultative	FACULTATIVE	FACOB
Obligatoire	-	TRAITE

Source : Elaboré par nos soins.

Dans la relation entre assureur et réassureur, l'assureur est habituellement appelé cédant ou cédante.

I.1 La réassurance facultative :

La réassurance facultative est une réassurance par contrat pour laquelle la cédante est libre de proposer le risque au réassureur tandis que ce dernier se réserve la faculté de l'accepter ou de refuser. La technique de la réassurance facultative est très proche de la coassurance. Elle peut s'appliquer en théorie à tous les types de branches d'assurance. Habituellement, la réassurance facultative sera achetée par une cédante lorsque le risque à assurer dépasse la capacité mise à sa disposition par la réassurance en traité ou lorsque le risque à assurer ne tombe pas dans la catégorie des risques automatiquement couverts au traité.

La réassurance facultative peut être proportionnelle ou non proportionnelle. Pour la réassurance facultative. La cédante soumet le contrat original au réassureur et l'accord de ce dernier vaut contrat. Une note de couverture précisera toutefois les éléments tels que le courtage de réassurance et la commission de réassurance versée par le réassureur en vue de participer aux frais engendrés par les tâches administratives de l'assureur. Si la couverture est de type non proportionnel, la note de couverture mentionnera la prime de réassurance, établie par le réassureur.

La réassurance facultative est le seul moyen pour les cédantes de couvrir des risques exceptionnellement grands. Pour le réassureur, c'est l'occasion d'analyser des risques qu'il

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

n'accepte habituellement pas automatiquement et ce, grâce à l'étude technique détaillée qui accompagne l'analyse de l'affaire.

La réassurance facultative s'applique risque par risque et requiert donc une administration lourde à gérer, tant au niveau de la négociation que de la comptabilité. En effet chaque affaire doit être soumise au réassureur en vue d'obtenir son approbation. Remarquons toutefois qu'avec les moyens de communication modernes, l'administration liée à cette cession facultative est moins lourde qu'auparavant.

I.2 La réassurance obligatoire (Conventionnelle) :

La réassurance obligatoire, ou encore réassurance par traité, couvre automatiquement tous les risques d'un portefeuille déterminé. La cédante s'oblige à verser au traité tous les risques répondant à la définition du portefeuille. Le réassureur quant à lui s'oblige à les accepter. La gestion administrative est évidemment bien plus simple que pour des affaires facultatives.

I.3 La réassurance Facob :

C'est une réassurance de type facultative dans le chef de l'assureur et obligatoire dans le chef du réassureur. Elle porte parfois le nom de « Open Cover ».

Notons que le FACOB met en exergue l'asymétrie d'information existant entre assureur et réassureur dès lors que l'assureur peut réaliser une sélection des risques qu'il réassure, alors que le réassureur s'oblige à les accepter.

II- Les formes de réassurance :

La réassurance est caractérisée par deux types de formes distinctes : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle :

II- 1 La réassurance proportionnelle :

On parle de réassurance proportionnelle quand il y a une relation directe de proportionnalité entre le montant de la prime de réassurance et la part de risque cédée au réassureur. Ainsi, si le réassureur accepte de couvrir X% (taux de cession) des sinistres associés à un risque, la prime de réassurance correspondra à X% des primes associées à ce risque. Dans cette forme de réassurance, le cessionnaire et la cédante sont donc extrêmement liés.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

Cette forme de réassurance est simple mais elle est souvent coûteuse. On distingue principalement deux types de réassurance proportionnelle : la Quote-Part et l'Excédent de plein.

II-1-1 La réassurance Quote-Part :

Cette forme de réassurance est la plus souple à mettre en œuvre d'un point de vue administratif et comptable. Les cessions et les acceptations sont obligatoires dans le cadre des limites fixées au traité de réassurance dans les modalités de souscription des risques mais il y a possibilité de cessions facultatives au-delà des limites du traité.

Dans une Quote-Part, le réassureur partage un pourcentage W équivalent des primes et des sinistres du portefeuille assuré. Si on note P_i le montant de la prime individuelle i et p le montant total des primes, S_i le montant du sinistre individuel i et S le montant total des sinistres, le principe du Quote-Part se traduit comme suit :

Tableau 3: Le principe du Quote-Part.

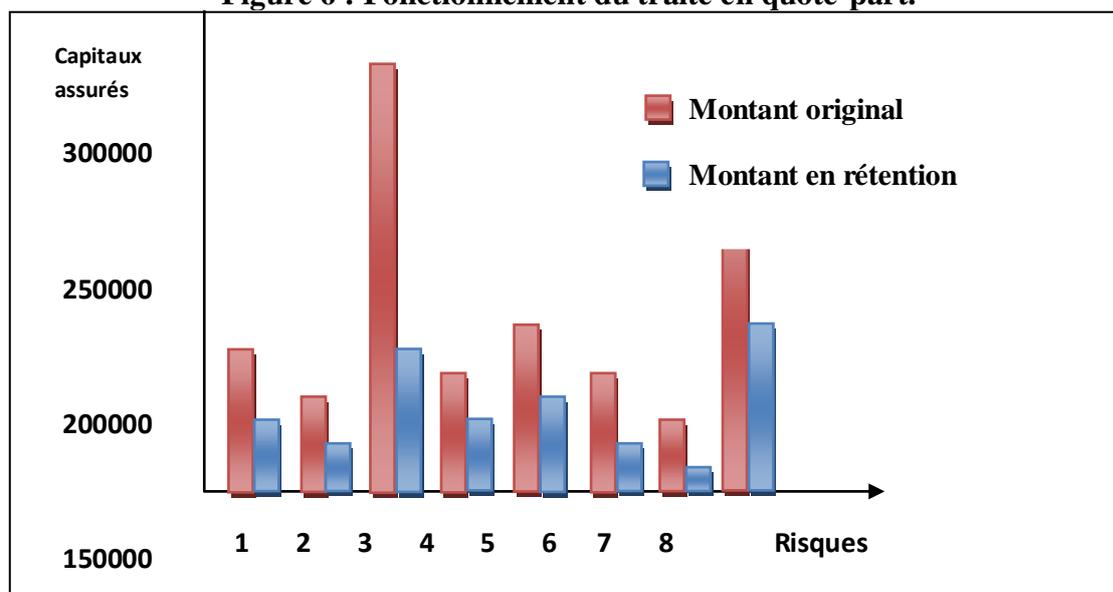
Risque	Total	Conservé	Cédé
Prime	$P = \sum_i p_i$	$(1-w) p = (1-w) \sum_i p_i$	$WP = w \sum_i p_i$
Sinistres	$S = \sum_i s_i$	$(1-w) S = (1-w) \sum_i s_i$	$WS = w \sum_i s_i$

Source : Elaboré par nos soins.

Ce mécanisme de protection est efficace et aide au développement du portefeuille, en particulier, quand les risques sont mal connus. Il aide donc au lancement de nouveaux produits mais il peut aussi traduire le souhait d'une cédante qui ne souhaite pas s'exposer sur un risque particulier. Il est principalement utilisé sur des portefeuilles homogènes.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

Figure 6 : Fonctionnement du traité en quote-part.



Source : Elaboré par nos soins

❖ Exemple sur la réassurance proportionnelle en quote-part:

Tableau 4 : Le fonctionnement de la réassurance en quote-part.

La rétention de l'assureur représente	70%
La quote-part de la réassurance représente	30%
Somme assurée pour l'objet d'assurance	15 Millions
L'assureur direct assume une responsabilité de 70%	10,5 Millions
Le réassureur assume une responsabilité de 30%	4,5 Millions
Prime égale 2% de la somme assurée	30 000
L'assureur conserve 70%	21 000
Le réassureur reçoit 30%	9000
Sinistre	10 Millions
L'assureur paye 70%	7 Millions
Le réassureur paye 30%	3 Millions

Source : Elaboré par nos soins.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

❖ Avantages :

La Quote-Part permet un partage équitable des risques et permet une diminution importante des engagements et donc de l'exigence en marge de solvabilité. Elle permet une stabilisation du résultat de la cédante. Elle revêt, de plus, l'avantage de bénéficier d'une gestion simple.

❖ Inconvénients :

La cession importante du risque entraîne inéluctablement une cession importante des primes. Du fait du caractère proportionnel, le taux de cession w est identique quel que soit le capital assuré. Au plus le montant du sinistre est important, au plus la conservation est importante elle aussi. Ainsi, ce programme ne protège pas réellement contre des cumuls de sinistres ou des sinistres de gravité, donc, contre des sinistralités catastrophiques.

II-1-2 La réassurance en Excédent de Plein :

Cette forme de réassurance est aussi très simple à mettre en œuvre mais elle nécessite une information tête par tête (pour ce qui est des traités de réassurance vie cités ici pour illustration) de l'exposition du portefeuille car le taux de cession est calculé par police.

On définit les bornes suivantes :

- **Le plein de souscription** : correspond au montant maximal que l'assureur peut souscrire sur une seule et même tête, calculé pour chaque contrat du portefeuille. Il est généralement convenu contractuellement entre la cédante et le cessionnaire,

- **Le plein de rétention** : correspond au montant maximal que la cédante souhaite conserver pour son propre compte sur une seule et même tête, au cumul des contrats. Il est déterminé par la cédante afin de minimiser son risque de faillite.

La cession proportionnelle se fait au-delà du plein de rétention (**PR**) dans la limite du plein de souscription (**PS**). Il n'y a donc pas de transfert illimité de risque. La prime de réassurance est toujours proportionnelle au taux de cession défini pour chaque police. De la même manière que pour la Quote-Part, les cessions et les acceptations sont obligatoires dans le respect des limites fixées au traité de réassurance et il y a la possibilité de cessions facultatives au-delà des limites du traité.

Le taux de cession de chaque police i est calculé de la manière suivante : $w_i = \frac{\text{Somme assurée}_i - PR}{\text{Somme assurée}_i}$; et est donc basé sur les sommes assurées et non le montant des sinistres.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

Si on note p_i le montant de la prime individuelle et le montant total des primes P , S_i le montant du sinistre individuel i et S le montant total des sinistres, le principe de l'Excédent de plein se traduit comme suit :

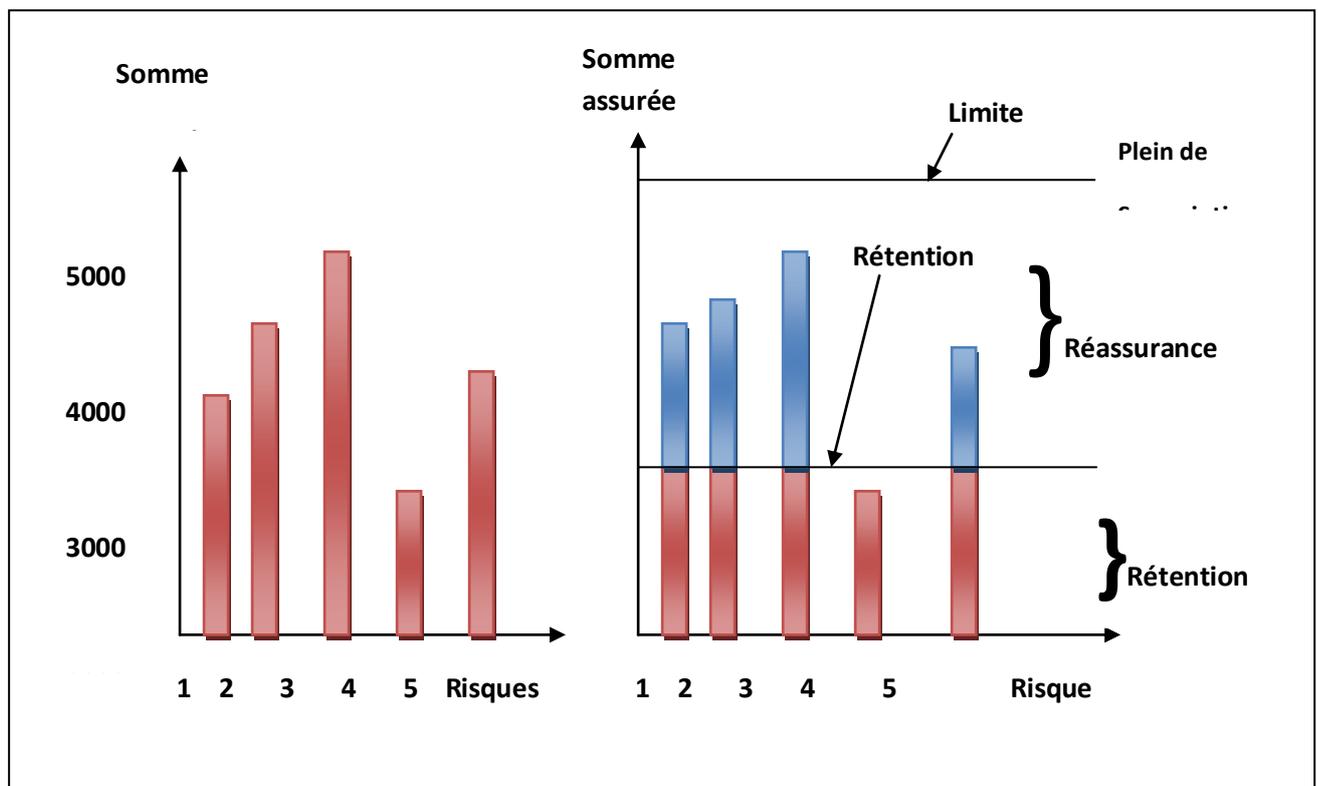
Tableau 5 : Le principe de l'Excédent de plein.

Risque	Total	Conservé	Cédé
Prime	$p = \sum_i p_i$	$\sum_i (1 - w_i) p_i$	$\sum_i w_i p_i$
Sinistres	$S = \sum_i s_i$	$\sum_i (1 - w_i) s_i$	$\sum_i w_i s_i$

Source : Elaboré par nos soins.

La réassurance en Excédent de Plein est utile pour le développement des portefeuilles sur des capitaux importants. Elle est principalement appliquée sur des portefeuilles dont les risques sont hétérogènes et dont les capitaux n'évoluent pas dans le temps du fait du plein de rétention qui est fixe.

Figure 7 : Fonctionnement du traité en excédant de plein



Source : Elaboré par nos soins.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

❖ Exemple sur la réassurance proportionnelle en excédent de plein:

Illustrons le fonctionnement de la réassurance en excédent avec l'exemple suivant:

Plein: **1.000.000**

Premier excédent : **5 pleins**

Deuxième excédent : **10 pleins**

Troisième excédent : **15 pleins**

En conclusion, la capacité de souscription de la cédante vaut **31.000.000**.

Supposons un risque de somme assurée **23.000.000**. La prime originale pour ce risque vaut **46.000**.

Cette prime est à partager entre la cédante et les réassureurs comme suit:

$$\text{Rétention} = 46.000 \times \frac{1.000.000}{23.000.000} = 4,35\% \times 46.000 = \mathbf{2.000}.$$

$$\text{Excédent 1} = 46.000 \times \frac{5.000.000}{23.000.000} = 21,74\% \times 46.000 = \mathbf{10.000}.$$

$$\text{Excédent 2} = 46.000 \times \frac{10.000.000}{23.000.000} = 43,48\% \times 46.000 = \mathbf{20.000}.$$

$$\text{Excédent 3} = 46.000 \times \frac{7.000.000}{23.000.000} = 30,43\% \times 46.000 = \mathbf{14.000}.$$

Supposons qu'un sinistre de 5.000.000 survient. Il sera partagé entre l'assureur et les réassureurs comme suit:

$$\text{Rétention} = 5.000.000 \times 4,35\% = \mathbf{217.391}$$

$$\text{Excédent 1} = 5.000.000 \times 21,74\% = \mathbf{1.086.957}$$

$$\text{Excédent 2} = 5.000.000 \times 43,48\% = \mathbf{2.173.913}$$

$$\text{Excédent 3} = 5.000.000 \times 30,43\% = \mathbf{1.521.739}$$

❖ Avantage :

L'Excédent de Plein permet un écrêtement des sinistres et une réduction de la volatilité du résultat. Il permet donc une réduction générale de l'engagement tout en limitant plus le volume de prime cédé qu'avec une réassurance Quote-Part.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

❖ Inconvénients :

Il y a un partage inégal du risque entre la cédante et le cessionnaire ce qui entraîne une potentielle asymétrie des résultats des deux parties. Ce type de réassurance nécessite énormément d'information tant pour la tarification que pour le suivi des risques ce qui entraîne une gestion administrative assez lourde. Si l'Excédent de Plein protège globalement mieux des sinistres de gravité que la Quote-part, il n'assure pas une protection optimale en cas de cumul de sinistres.

II-2 La Réassurance non proportionnelle :

En opposition avec la réassurance proportionnelle, la prime d'un programme de réassurance non proportionnelle n'est pas proportionnellement liée à la part de risque cédée. Ce type de réassurance a pour objectif principal de protéger contre la sinistralité catastrophique, ce que ne peut pas faire la réassurance proportionnelle.

Ce type de réassurance est caractérisé par deux bornes : la priorité **F** et la portée **P**, La priorité Correspond à la limite en deçà de laquelle le réassureur n'interviendra pas.

La réassurance non proportionnelle permet une meilleure maîtrise du coût par comparaison à la réassurance proportionnelle. Il est à noter que les commissions de courtage sont deux à dix fois supérieures sur ce type de produit par rapport à un programme proportionnel en termes de taux. Cependant, en termes de montants, les commissions de courtage sont équivalentes en proportionnel et en non-proportionnel puisque la réassurance non proportionnelle s'applique à des tranches hautes, donc la base sur laquelle on tarifie est plus faible. On observe ici aussi deux formes principales de réassurance non proportionnelle : l'Excédent de Sinistre (XS) et l'Excédent de perte (Stop Loss).

II-2-1 L'excédent de Sinistre XS :

On distingue au sein des programmes XS les XS par risque et les XS par évènement. On note XS, le programme XS de priorité **F** et de portée **P**.

- **L'excédent de sinistre par risque :**

En contrepartie d'une prime de réassurance dont le taux est fixé au début de l'exercice, le réassureur prend en charge les montants des sinistres par risque compris entre la priorité et la portée.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

Il convient alors de définir ce qu'est un risque. Il peut s'agir d'une tête assurée ou d'une police d'assurance. Dans le cas où le risque est une tête, la franchise du programme s'applique au cumul des capitaux assurés sur une même tête. Il y a donc une unique franchise par tête. Dans le cas où le risque est une police d'assurance, s'il y a pluralité des contrats d'assurance sur une même tête assurée, le réassureur applique à chaque sinistre de chaque contrat la priorité de l'XS. Il y a donc autant de franchises qu'il y a de polices par tête.

En ce qui concerne la prime de réassurance, on a **prime= taux* Assiette**. Le taux est déterminé par des calculs tels que le Burning Cost et l'assiette, en assurance prévoyance collective, correspond généralement à la masse salariale de l'entreprise assurée.

❖ **Avantages :**

Ce type de programme permet une diminution non négligeable du coût de la réassurance par rapport à un contrat de réassurance proportionnelle. Le système de gestion par risque reste simple à mettre en œuvre pour le réassureur ce qui diminue ses coûts de gestion relatifs au programme. Il permet un rééquilibrage du portefeuille sur la partie des risques conservés dont les montants des sinistres sont homogénéisés tout en prenant en charge d'éventuels cumuls.

❖ **Inconvénients :**

Le risque de déviation de la fréquence des sinistres n'est pas pris en charge et le coût de ce type de contrat varie beaucoup plus, même s'il reste plus faible, qu'une réassurance proportionnelle selon la politique de souscription du réassureur et la sinistralité passée.

• **L'excédent de sinistre par évènement :**

Le principe du XS par évènement est le même que celui du XS par risque sauf qu'il couvre la cédante en cas de sinistres consécutifs à un même évènement. Dans ce cas particulier, la priorité est exprimée à la fois en nombre de têtes couvertes et en unité monétaire tandis que la portée est précisée uniquement en unité monétaire. Ainsi, sur chaque tête le sinistre doit dépasser la priorité pour que le réassureur intervienne, l'ensemble cumulé ne pouvant pas excéder la portée.

❖ **Avantage:**

Ce type de programme limite significativement l'impact des cumuls de sinistres issus d'un même évènement mais il nécessite du coup une identification précise de cet évènement pour que la réassurance opère.

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

❖ Inconvénients :

Le prix, dépendant de l'exposition au risque de la cédante, est très sensible aux informations fournies par celle-ci. Le programme inclut des exclusions précises qui peuvent fortement limiter la portée du programme.

❖ Exemple sur la réassurance non proportionnelle en excédent de sinistre :

Soit un traité de réassurance en trois tranches:

T1: 1.000.000 XS 1.000.000

T2: 2.000.000 XS 2.000.000

T3: 6.000.000 XS 4.000.000

Supposons que le portefeuille de l'assureur est touché par quatre grands sinistres: 800.000, 1.300.000, 2800.000, 12.000.000. Analysons la répartition des paiements à la table suivante:

Tableau 6 : Fonctionnement de l'excédent de sinistre.

Sinistre	Rétention	T1	T2	T3	Rétention
800.000	800.000	0	0	0	0
1.300.000	1.000.000	300.000	0	0	0
2.800.000	1.000.000	1.000.000	800.000	0	0
12.000.000	1.000.000	1.000.000	2.000.000	6.000.000	2.000.000

Source : Elaboré par nos soins.

II-2-2 Excédent de perte (Stop Loss) :

La principale différence entre le Stop Loss et tous les autres types de programmes de réassurance c'est que l'on ne s'intéresse pas aux montants des sinistres mais au résultat de la cédante. En effet, les bornes de priorité et de portée ne sont plus exprimées en montants des sinistres mais par rapport à un indicateur sur le résultat, en général le ratio des sinistres à primes (S/P – voir ci-dessous).

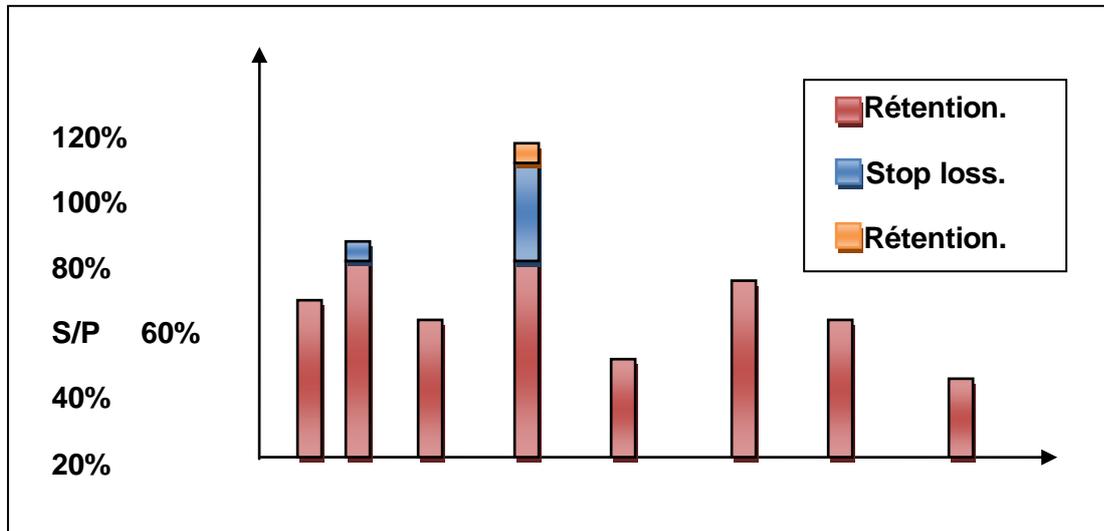
$$RatioS/P = \frac{\text{coût des sinistres}}{\text{total des primes perçus}}$$

De fait, il s'agit de la forme de réassurance la plus protectrice pour la cédante puisqu'elle ne s'intéresse pas à couvrir un type de risque (de fréquence et/ou d'intensité) mais,

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA REASSURANCE.

en s'attaquant directement au résultat, elle permet de couvrir une dérive de sinistralité de n'importe quel type.

Figure 8 : Fonctionnement de l'excédent de perte annuelle.



Source : Elaboré par nos soins.

❖ **Avantage :**

La protection Stop Loss est efficace quel que soit le type de sur-sinistralité subi et assure une protection immédiate du résultat.

❖ **Inconvénients :**

Ce type de couverture est généralement très cher car les bornes de priorité et de portée étant variables, les niveaux des capitaux assurés sont hétérogènes. De même, le prix croît avec la variabilité de la sinistralité passée. La détermination des limites peut s'avérer sensible. De plus, l'aspect de l'aléa moral peut entrer en jeu avec une possible déresponsabilisation de la cédante sur la gestion de son portefeuille.

CHAPITRE :(II)

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

SECTION I : METHODES DE TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

I- Les bases de la tarification en réassurance non proportionnelle :

Les deux principales méthodes de tarification en réassurance sont la méthode par exposition et la méthode par expérience. La méthode par exposition tient compte des éléments du portefeuille actuel alors que la méthode par expérience reste influencée par le profil du risque des portefeuilles du passé et où il est parfois difficile de faire une revalorisation (un AS If).

Traditionnellement, les actuaires intègrent les résultats des deux méthodes dans leurs tarifications finales. En accordant plus de poids à la méthode par expérience sur les tranches travaillantes, et plus de poids à la méthode par exposition sur les autres tranches.

La méthode par expérience est aussi appelée méthode de « Burning Cost » basée sur la sinistralité observée dans le passé comme reflet du comportement du portefeuille. D'un point de vue statistique, il s'agit simplement d'une approche par la méthode des moments.

Elle présente deux étapes :

- Mise en place d'une statistique AS IF.
- Cotation relative en pourcentage d'une assiette contractuellement définie.

Dans la méthode par exposition au lieu d'estimer le tarif de l'XS sur la base unique des sinistres, on va essayer de le faire sur la base du portefeuille qui les génère (détail des sommes assurées, nombre de polices par tranches des capitaux...).

Le type de protection le plus courant en réassurance non-proportionnel est l'excédent de sinistres, dit « XS ». Dans les traités en excédent de sinistres, le réassureur rembourse la cédante des montants de sinistres dépassant une certaine franchise (aussi appelée priorité) notée F, jusqu'à hauteur d'une certaine limite, notée L. Les bornes du traité, franchise et limite, définissent une tranche de réassurance. Le montant maximal couvert par le réassureur,

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

C=L-F, est appelé portée de la tranche (C comme « capacity »). La convention pour nommer la tranche est C XS F.

La tarification technique des tranches XS consiste à déterminer la prime pure des tranches (la valeur actuelle probable des sinistres qui vont être payés au titre du traité).

Le chargement dit de sécurité, correspondant à la rémunération du capital allouée aux risques pris par l'acceptation de l'XS, est ajouté à la prime pure pour déduire la prime de risque. Enfin les chargements économiques (gestion, courtage) sont ajoutés pour obtenir la prime technique de l'XS.

Les données d'expérience utilisées en tarification de réassurance sont les primes d'assurance (dites assiettes de primes), sinistres et seuils de communication des sinistres par année d'expérience (éventuellement par type de risque). Ces données sont fournies par la cédante.

La première étape de calcul de la prime pure consiste à redresser les données historiques (primes d'assurance, sinistres et seuils) afin de le rendre représentatif des conditions de souscription et économiques de l'année de couverture à évaluer. Ce redressement, ou revalorisation des données d'expérience est appelé mise en « As If ».

La méthode traditionnelle empirique de « BurningCost » consiste à calculer les charges individuelles à la tranches par application des bornes du traité aux sinistres revalorisés de base, d'en déduire les charges annuelles à la tranche pour chaque année d'expérience, de calculer les taux annuels par division des charges annuelles à la tranches et des primes As If par année, et d'effectuer une moyenne pondérée des taux obtenus par année d'expérience par les primes As If.

L'approche probabiliste en fréquence et sévérité est venue remplacer la méthode « Burning Cost ». Le paramétrage des deux composantes du risque, fréquence et sévérité, est obtenu à partir de l'échantillon qui résulte de la mise en as if des données historiques sur l'horizon d'expérience, en général compris entre 10 et 15 ans maximum.

Cela aboutit à des échantillons de petite taille, ce qui induit une incertitude sur l'estimateur de la prime pure. Lorsque les paramètres sont considérés comme aléatoires,

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

l'estimateur de la prime pure devient une variable aléatoire dont nous pouvons dériver l'expression de la moyenne et de la variance.

II- Création d'une statistique « as if »¹⁴ :

a) Actualisation de la sinistralité :

Les sinistres, ainsi que les primes doivent être actualisés par rapport à l'inflation monétaire, afin de rendre comparable les années entre elles.

b) Redressement de la sinistralité :

Le redressement a pour objectif de rétablir une base de portefeuille homogène dans le temps, compte tenu de l'évolution du profil des risques.

c) Revalorisation des primes et sinistres

La revalorisation de la statistique vise à prendre en compte différents facteurs, par exemple, l'évaluation du coût du risque et le changement de l'environnement juridique. Cette revalorisation des données permet de se placer sur la base d'un environnement homogène.

Ces trois procédures utilisent deux indices pour créer une statistique AS IF. L'indice de prime déterminé par l'évolution de la prime moyenne, reflète l'évolution des tarifs et des garanties originaux. L'indice de sinistre reflète l'évolution sur le coût du sinistre.

III- Détermination des indices primes et sinistres¹⁵ :

III.1 L'indice sinistre :

Dans le cadre de la procédure « as-if », l'indexation des sinistres provenant d'années de survenance différentes est un point primordial. Pour calculer cet indice de manière rétrospective on étudie l'évolution du coût de dossiers similaires au fil du temps et on en déduit une inflation annuelle.

Pour la partie prospective de l'indice, il est nécessaire de définir des scénarios d'évolution future des différents postes de préjudice composant les sinistres.

¹⁴ Yan CHEN, détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie.

¹⁵ Mirande Anselme, la tarification des traités non proportionnels en réassurance automobile. Juillet 2009.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

III.2 L'indice prime :

Toujours dans le cadre de la procédure « as-if », l'indice prime est utilisé pour ajuster la mesure d'exposition de chaque année de survenance pour tenir compte des fluctuations des primes originales. Cet indice est calculé à partir d'informations publiées par la FFSA pour ce qui est du marché français par exemple.

Les variations de primes originales étant en général beaucoup plus faibles que l'inflation des sinistres, l'indexation des primes revêt un caractère moins important que l'indexation des sinistres.

IV- La prime de réassurance non proportionnelle :

En réassurance non proportionnelle, la prime se décompose en deux parties :

- **Prime fixe** : elle peut être exprimée comme un montant forfaitaire ou en pourcentage fixe de la mesure de volume (ex : assiette des primes de la cédante). La prime fixe de réassurance est définie lors de la conclusion du traité et son montant est indépendant de la sinistralité à posteriori.
- **Prime variable** : elle représente, la plus part du temps, le coût de l'application d'une clause de réassurance (ex : prime de la reconstitution des garanties). Son montant est donc dépendant de la sinistralité observée sur la période couverte.

V- Les facteurs de la tarification¹⁶ :

La réassurance non proportionnelle écrête la sinistralité à partir de la priorité (la franchise) et en répartit le coût dans le temps sous la forme d'une prime nivelée. C'est donc la sinistralité moyenne attendue au-delà de cette franchise qui traduit le prix du risque. En plus des éléments quantitatifs (les statistiques), d'autres facteurs qualitatifs sont d'une importance majeure pour l'appréciation des risques de la branche considérée.

V.1 L'environnement socio-économique :

- L'économie du pays (Niveau de l'inflation par exemple).
- Le comportement de la branche sur un marché donné.

¹⁶ La réassurance, approche technique, Jaques BLONDEAU-Christian PARTRAT.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

- Les comportements sociaux vis-à-vis de l'assurance.
- La législation en vigueur sur les assurances (Existence ou non de limite pour les garanties tarifées, barémisation en branche auto, ect.).

V.2 La politique de souscription de la cédante :

- Les règles de souscription (Critères de sélection, secteurs du marché ciblés...).
- La composition du portefeuille de la cédante par rapport à la structure moyenne du marché.
- La vulnérabilité plus ou moins grande des risques souscrits (Efforts de prévention par exemple.)

V.3 Le profil du portefeuille de la cédante :

- Les primes directes perçues.
- La répartition des capitaux assurés.
- Le plein de souscription de la cédante.
- Le nombre de risques souscrits.
- La définition des garanties accordées.
- Les franchises de base appliquées.
- Les exclusions particulières appliquées.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

SECTION II : ASPECTS THEORIQUE DE L'APPROCHE DETERMINISTE (LA METHODE DE BURNING COST)

I- Principe de la méthode de Burning cost¹⁷ :

La méthode de Burning Cost est basée sur la sinistralité observée dans le passé comme reflet du comportement du portefeuille. D'un point de vue statistique, il s'agit simplement d'une approche par la méthode des moments.

La première étape consiste à redresser les données historiques, ce redressement, ou revalorisation des données d'expérience est appelé mise en « As If ».

Une charge finale de sinistres sera ainsi estimée pour chaque année de survenance, et ce, en admettant que les événements se répètent, que l'indice de revalorisation reflète correctement des facteurs comme les changements législatifs ou l'inflation et que la composition du portefeuille reste inchangée.

Les années de survenance se distinguent les unes des autres par l'importance du portefeuille. Pour comparer les années entre elles, on utilise une grandeur relative : Le Burning Cost Annuel (BCA).

- $$BCA_t = \frac{\text{Charge de sinistre en Excedent de l'année}(t)}{\text{Assiete de prime de l'année}(t)}$$

L'estimation du taux de prime est exprimée par le Burning Cost moyen :

- $$BCM = \frac{\text{La somme des charges de sinistres actualis ées}}{\text{La somme des primes actualis ées}}$$

L'objectif consiste, pour chaque tranche XS du programme de réassurance, à calculer les charges individuelles à la tranche qui sommées donnent les charges annuelles à la tranche pour chaque année d'expérience. Les charges annuelles à la tranche rapportées aux primes As If permettraient de déduire les taux annuels As If. Si aucune tendance dans les taux annuels n'est observable, le calcul du Burning Cost correspond à la somme pondérée des taux annuels par les primes as if des années. Le burning cost appliqué à l'assiette de prime de l'année de cotation permet de déduire la prime pure de la tranche de réassurance cotée.

¹⁷Mathieu Poulin, Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non proportionnels Non- vie, octobre 2012.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

La démarche utilisée pour la tarification diffère selon la nature de la branche concernée : une branche à développement long (RC Automobile, RC Générale...) ou une branche à développement court (Assurance de choses).

II- Tarification des branches à développement court¹⁸ :

Les branches à développement court sont caractérisées par un règlement rapide relativement aux branches à développement long. Par la suite, nous présenterons les étapes à suivre pour procéder à la tarification des traités en excédent de sinistres.

II-1 Présentation de la statistique :

Pour pouvoir calculer le prix du traité en Excédent de Sinistre, les statistiques sur l'historique des sinistres en nombre et en montant ainsi que l'assiette des primes (sur au moins cinq années) doivent être disponibles.

II-2 Revalorisation des primes et des sinistres :

Il faut tout d'abord choisir des indices d'actualisation (I) appropriés. En assurance incendie par exemple, On utilise les indices de prix de construction et en RC automobile, on utilise l'indice des prix des pièces de rechange pour les sinistres matériels et l'indice SNMG (salaire nominal minimum garanti) pour la revalorisation des montants de sinistres corporels.

On calcule de l'indice de revalorisation pour une année donnée comme suit :

$$J_{k=1}^n = \frac{I_n}{I_k} \text{ avec } k=1 \dots \dots \dots n.$$

I_n : l'indice de l'année n.

I_k : l'indice de l'année k.

On détermine la revalorisation des assiettes de primes comme suit :

$$P_k(\text{asif}) = P_k * \frac{I_n}{I_k}$$

$P_k(\text{asif})$: Assiette de prime actualisée de l'année k.

P_k : Assiette de prime de l'année k.

¹⁸ La réassurance, approche technique, Jaques BLONDEAU –Christian PARTRAT

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

On détermine la revalorisation des montants de sinistres comme suit :

$$S_{ik}^{\wedge} = S_{ik} * \frac{I_n}{I_k}$$

S_{ik}^{\wedge} : le sinistre actualisé n° (i) de l'année (k).

S_{ik} : le sinistre n°(i) de l'année (k).

II-3 Détermination de la charge de l'Excédent de Sinistres :

On calcul la charge de l'excédent de sinistres de la manière suivante :

- $CE = 0, \underline{si} : S_i^{\wedge} < P_0.$
- $CE = S_i^{\wedge} - P_0, \underline{si} : P_0 < S_i^{\wedge} \leq P_1.$
- $CE = P_1, \underline{si} : S_i^{\wedge} \geq P_2.$

Avec:

CE: la charge sinistre du traité XL.

P₀: la priorité du traité XL.

P₁: la portée du traité XL.

P₂: le plafond du traité ($P_2 = P_0 + P_1$).

S_i[^]: sinistre actualisé.

II-4 Calcul du Burning Cost moyen (BCM)

Le prix du risque est calculé de telle manière que le réassureur est en mesure à long terme, de régler tous les sinistres qui lui incombent en vertu de ses obligations contractuelles. Une prime conforme au risque correspond donc à la charge moyenne de sinistres estimée pour la durée du traité (BCM).

On définit le BCM (prix du risque) de l'excédent de sinistres par le rapport de la moyenne des ratios sinistres revalorisés as if (à la charge de l'XL) et l'assiette de primes revalorisées.

On calcule le Burning Cost Annuel selon la formule suivante:

$$BCA_k = \frac{CE^{\wedge}_k}{P^{\wedge}_k}$$

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

Avec:

CE^{\wedge}_k : la charge sinistre actualisée de l'année (k).

P^{\wedge}_k : l'assiette de prime actualisée de l'année (k).

On calcule le Burning Cost moyen (taux de prime) selon la formule suivante:

$$BCM = \frac{\sum_{i=1}^n CE^{\wedge}_i}{\sum_{i=1}^n P^{\wedge}_i}$$

Avec:

CE^{\wedge}_i : la charge sinistre actualisée de l'année (i)

P^{\wedge}_i : l'assiette de prime actualisée de l'année (i)

II-5 Calcul de la prime de risque

En multipliant le BCM par l'assiette de prime estimée de l'année contractuelle (l'année de réalisation du traité), on obtient la prime de risque :

$$PR = BCM * P^{\wedge}_t$$

Avec:

P^{\wedge}_t : l'assiette de prime estimée de l'année contractuelle (t).

II-6 Calcul de la prime pure

❖ Application d'un chargement de sécurité

Le chargement de sécurité (chargement pour incertitude) se justifie par le fait que la prime de risque se base sur des estimations inévitablement chargées d'erreurs.

Dans la pratique, le chargement de sécurité ne dépasse pas 25% de la prime de risque. On calcule la prime pure selon un facteur de sécurité (c). Ce dernier est donné par la formule suivante :

$$c = m_{BCA} + (p * \sigma_{BCA}).$$

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

Avec:

m_{BCA} : la moyenne des BC annuels.

p : le fractile de la loi normale $N(0,1)$ au seuil de confiance (α).

σ_{BCA} : l'écart type des BC Annuels.

La prime pure correspond à la majoration de la prime de risque par le chargement de sécurité.

On obtient la prime pure selon la formule suivante:

$$PP = PR * (1 + c)$$

Avec:

PR: prime de risque

c: le taux de chargement de sécurité

II-7 Calcul de la prime commerciale

On obtient la prime commerciale après l'application (majoration) des frais de gestion, de courtage et la marge bénéficiaire sur la prime pure.

La commission de courtage est en général de 10% de la prime commerciale. Pour les frais de gestion et le bénéfice les réassureurs appliquent un taux forfaitaire de 15% sur la prime pure.

La prime commerciale se calcule comme suit:

$$PC = \frac{PP}{(1 - FC) * [1 - (FG + BF)]}$$

Avec:

FC: Frais de courtage

FG: Frais de gestion

BF: Marge bénéficiaire

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

III- Tarification des branches à développement long¹⁹

Certaines branches d'assurance (RC Automobile, RC Générale, Accident) sont dites branches à développement long car le règlement des sinistres dans ces branches peut être différé dans le temps de plusieurs années par rapport à la date de règlement des primes. Comme le montant qui sera finalement payé pour le sinistre n'est pas connu au départ, il est nécessaire de constituer des réserves pour pouvoir honorer les dettes futures. La somme à mettre en réserve est également inconnue, et il faut l'estimer. C'est donc cette particularité qui distingue la tarification des branches à développement long de celle des branches à développement court.

Les étapes de calcul sont sensiblement les mêmes que celles poursuivies pour la tarification des branches à développement court, sauf que dans la tarification des branches à développement long, et avant de déterminer la charge de l'excédent de sinistre, il faut estimer les sinistres non encore connus, c'est à dire les sinistres tardifs, qui se sont déjà produits mais qui n'ont pas encore été déclarés (IBNR). L'une des méthodes utilisées pour estimer la charge totale des sinistres en tenant compte des IBNR est la méthode de Chain Ladder.

III-1 La méthode de CHAIN LADDER²⁰

La méthode de Chain Ladder permet de corriger la charge de sinistres via la prise en compte des IBNR, et se base sur la cadence de règlement en s'appuyant sur deux hypothèses principales:

- La charge des sinistres pour les années de survenance non encore développée évoluera de la même manière que celles qui le sont déjà (le règlement des sinistres est stable).
- Les facteurs de développement sont indépendants de l'année d'origine des sinistres.

Le triangle de liquidation de sinistres présente les montants cumulés des sinistres actualisés :

Soit un triangle de dimension $(n*n)$ de montants cumulés des charges sinistres

¹⁹Suisse Re : Introduction à la tarification en réassurance RC et accidents

²⁰Clelia SAUVET: SOLVENCY II – Quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non vie.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

Tableau 7 : Triangle de liquidation de sinistres

Année de survenance (i)	Année de développement (j)					
	1	2	j	n-1	N	
1	X11	X12	.	X1j	X1n-1	X1n
2	X21	X22	.	X2j	X2n-1	
.	
I	Xi1	Xi2	.	Xij		
.	
n-1	Xn-11	Xn-12	.	.	.	
N	Xn1	

Source: Elaboré par nos soins.

Avec :

X_{ij}: charge sinistre survenue en (i) et payée jusqu'à l'année (i+j).

La méthode de Chan Ladder permet de compléter la partie inférieure du triangle de liquidation, et ce grâce à l'estimation des coefficients dits de passage (λ^{\wedge}_j), tel que:

$$\lambda_j^{\wedge} = \frac{\sum_{j=1}^{T-j+1} X_{j+1}^c(i)}{\sum_{j=1}^{T-j+1} X_j^c(i)}$$

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

Avec:

T: le nombre des années de survenance.

X_j^c: les paiements cumulés jusqu'à l'année de développement (j) augmentés des sinistres en suspens de l'année (j) pour l'année de survenance (i).

❖ Estimation de la charge sinistre

Pour déterminer la charge définitive pour l'ensemble des sinistres (estimation des valeurs de la partie inférieure du triangle de liquidation), il faut d'abord extrapoler les charges de sinistres à partir des coefficients de passage (λ), ainsi que la charge définitive pour chaque sinistre.

L'extrapolation des charges de sinistres est déterminée de la façon suivante :

$$X_{i,j} = \lambda_{j+1} \cdot \lambda_{j+2} \cdot \dots \cdot \lambda_{T+1-i} * X_{i,T+1-j} \quad \text{Pour : } i=2, \dots, T, \text{ et } j=T+2-i, \dots, T$$

La dernière colonne du triangle de liquidation présente la charge définitive des sinistres pour chaque année (i) :

III-2 Calcul de la prime commerciale

Une fois la charge définitive des sinistres est connue, on détermine la charge de l'excédent de sinistre et on procède de la même manière que la démarche de Burning Cost pour le calcul de la prime de risque, la prime pure et la prime commerciale.

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

SECTION III : ASPECTS THEORIQUES DE L'APPROCHE STOCHASTIQUE (LE MODELE PROBABILISTE DE PARETO)

I- Principe de la Méthode de Pareto²¹

Les lois les plus usuelles utilisées en réassurance non proportionnelles pour la modélisation des montants des sinistres sont, la loi de Pareto, la loi Log Normale (pour les traités en Excédent de Sinistres) et la loi de Galton (pour les traités de Perte Annuelle).

Le modèle de Pareto permet d'émettre, en se basant sur les fréquences fiables de sinistres d'importance moyenne, un avis quant aux fréquences très peu fiables de sinistres majeurs, on parle de l'extrapolation de la sinistralité vers le haut.

L'utilisation du modèle de Pareto pour la tarification des traités en excédent de sinistres présente un avantage de taille car il est applicable même dans le cas où les statistiques de sinistres sont insuffisantes. En d'autres termes lorsque la sinistralité ne traverse pas la tranche à tarifer (tranches non travaillantes).

I-1 La fonction de densité²²

La fonction de densité des sinistres est donnée par la formule suivante:

$$f(x) = \alpha \cdot \frac{x_0^\alpha}{x_i^{\alpha+1}}$$

I-2 La fonction de répartition²³

La fonction de répartition des montants de sinistres est donnée par la formule suivante :

$$F(x) = 1 - \left(\frac{x_0}{x_i}\right)^\alpha$$

Avec:

$x_i > x_0$

x_i : le montant des sinistres actualisés

x_0 : le montant du plus petit sinistre observé, en général on prend $x_0 = \frac{2}{3}$ de la priorité

²¹ Cotation des traités XL par simulation. Anthony DERIEN

²² Distributions de PARETO, intérêts et limites en réassurance

²³ Distributions de PARETO, intérêts et limites en réassurance

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

α : le paramètre de Pareto.

I-3 Estimation du paramètre α par la méthode du Maximum de Vraisemblance

On calcul le paramètre α à partir de la formule suivante:

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)}$$

Avec:

n : le nombre de sinistres dépassant la priorité (P_0).

I-4 Calcul de la prime de risque²⁴

I-4-1 L'extrapolation de la fréquence de sinistres

À partir de la connaissance du nombre de sinistres survenus qui sont supérieur à (x_0), on estime la valeur certaine f_{x_0} correspond à la moyenne du nombre de sinistres annuel dépassant (x_0) selon la formule suivante:

$$f_{x_0} = \frac{n_{x_0}}{n}$$

Avec:

n_{x_0} : nombre de sinistres dépassant x_0

n : nombre d'année de survenance

Par suite, On obtient l'estimation de la fréquence des sinistres (f_x) supérieurs à la priorité (p_0) à l'aide de la formule suivante:

$$f_x = f_{x_0} * \left(\frac{x_0}{p_0}\right)^\alpha$$

I-4-2 L'estimation de la charge sinistre XS ²⁵

On calcul la charge espérée de sinistre dépassant la priorité selon la formule suivante:

$$CE = \frac{p_0}{1-\alpha} * \left\{ \left(\frac{p_0+p_1}{p_0}\right)^{1-\alpha} - 1 \right\} \quad \text{pour } \alpha \neq 1$$

²⁴ Suisse Re : The PARETO model in property reinsurance

²⁵ Suisse Re : The PARETO model in property reinsurance

CHAPITRE II : TARIFICATION DES TRAITES EN EXCEDENT DE SINISTRES.

$$CE = p_0 * \ln \left(\frac{p_0 + p_1}{p_0} \right) \quad \text{pour } \alpha=1$$

❖ La prime de risque est donc égale:

$$PR = f_x * CE$$

$$PR = \frac{n_{x_0}}{n} * \left(\frac{x_0}{p_0} \right)^\alpha * \frac{p_0}{1-\alpha} \left\{ \left(\frac{p_0 + p_1}{p_0} \right)^{1-\alpha} - 1 \right\} \quad \text{pour } \alpha \neq 1$$

$$PR = \frac{n_{x_0}}{n} * \left(\frac{x_0}{p_0} \right)^\alpha * p_0 * \ln \left(\frac{p_0 + p_1}{p_0} \right) = \frac{n_{x_0}}{n} * x_0 * \ln \left(\frac{p_0 + p_1}{p_0} \right) \quad \text{pour } \alpha=1$$

I-5 Calcul de la prime pure

On obtient la prime pure correspondante, en chargeant la prime de risque (déjà calculée) par un coefficient de sécurité,

$$PP = PR * (1+c)$$

où :

c: coefficient de sécurité

I-6 Calcul de la prime commerciale

On obtient la prime commerciale après application des frais de gestion, de courtage et la marge bénéficiaire, et ce selon la formule suivante:

$$PC = \frac{PP}{(1-FC) * [1-(FG+BF)]}$$

Avec :

FC: Frais de courtage

FG: Frais de gestion

BF: Marge bénéficiaire

CONCLUSION

La réassurance est la possibilité offerte à l'assureur pour faire face à une capacité insuffisante, cas de souscriptions dépassant ses possibilités de rétention.

Nous pensons avoir ainsi fait le tour des différentes alternatives de réassurance offertes à l'assureur. Bien que ces formules aient été étudiées séparément pour les besoins de l'analyse, il faut savoir que dans la pratique, l'assureur qui cherche à obtenir une couverture optimale, procède à une combinaison de plusieurs traités. Certaines formules conviennent mieux à telle branche plutôt qu'à une autre et il est parfois avantageux de conclure plusieurs traités s'appliquant à un même ensemble de souscription.

Face aux besoins internes des compagnies de réassurance de mieux maîtriser les risques de souscription des affaires et de s'adapter aux nouvelles réglementations plus exigeantes quant à la quantification des risques (Solvabilité II pour l'Europe par exemple), les méthodes empiriques traditionnellement utilisées ont été remplacées par des méthodes probabilistes, basées sur la modélisation de la fréquence annuelle des sinistres, et de leur sévérité individuelle ultime.

La nature des expositions de pointe acceptés par les compagnies de réassurance, et parfois le peu d'informations statistiques disponible, sont un défi pour les actuaires dans la réalisation de leur approche de tarification. Ils sont de ce fait confrontés à des difficultés majeures de choix et de paramétrage des distributions de probabilité à utiliser lors de la modélisation des risques.



**PARTIE
PRATIQUE**

CHAPITRE :(III)

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Nous allons dans cette partie tarifer un traité en Excédent de Sinistres par Risque (XL/R) établi entre une Cédante Algérienne (XX) et la Compagnie Centrale de Réassurance (CCR) sur la Branche RC Automobile.

Nous nous sommes basés sur deux méthodes de tarifications pour la tarification de ce traité. En premier lieu, la tarification utilisera l'approche déterministe de BurningCost. Ensuite, c'est l'approche stochastique selon le modèle probabiliste de Pareto qui sera employée.

SECTION I : TARIFICATION D'UN TRAITE XL/R EN RC AUTOMOBILE PAR LA METHODE DE BURNING COST.

Tout en se mettant d'accord sur la priorité et la portée du traité, la cédante communique au réassureur les informations suivantes pour les besoins de la tarification :

- Les assiettes de primes antérieures à l'exercice de tarification (l'année contractuelle), ainsi que l'assiette de prime estimée de l'année contractuelle;
- L'historique des sinistres: c'est-à-dire les sinistres (en nombre et en montant) dépassant la priorité du traité, ainsi que leurs développements sur les années (règlements et provisions constituées).

I- Présentation des informations communiquées par la cédante pour la tarification d'un traité XL/R en RC Automobile pour l'exercice (2012) :

I-1 Les termes du traité: 2 000 000 000 XS 1 500 000

- Priorité (p_0): DZD 1 500 000
- Portée (p_1): DZD 2 000 000 000
- Plafond (p_2): DZD 2 001 500 000

I-2 Les primes émises :

Le tableau suivant présente les primes émises :

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Tableau 8 : Présentation des primes émises (2006- 2012).

Unité : Milliers DZD

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
primes émises	632 352	697 607	774 452	852 315	935 414	1 048 685	1 240 210

Source : Direction Automobile (CAAT)

I-3 L'historique de sinistres :

Le tableau (N° 01, annexe N°01) présente les informations sur les sinistres.

I-4 Procédé de la tarification :

On doit suivre les étapes de la tarification des branches à développement long, afin de pouvoir tarifier la branche RC Automobile.

I-4-1 Revalorisation des primes et des sinistres :

En réassurance automobile, on utilise généralement l'indice des prix des pièces de rechange pour les sinistres matériels et l'indice SNMG (salaire nominal minimum garanti) pour la revalorisation des montants de sinistres corporels.

Faute de disponibilité de ces deux indices, on utilise l'indice de prix à la consommation pour la revalorisation des montants de sinistres et des assiettes de prime.

Le tableau suivant donne l'indice de prix à la consommation :

Tableau 9 : Présentation des indices de prix à la consommation (2007-2012).

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Indice de prix à la consommation	118	123	131	136	142	155

Source : Office nationale des statistiques (ONS-Algérie)

On doit calculer des coefficients de revalorisation (J_k) pour chaque année de survenance pour pouvoir revaloriser les montants de sinistres et les assiettes de prime et ce à l'aide de la formule suivante:

$$J_k = \frac{I_n}{I_k} \quad \text{avec : } i=1, \dots, n.$$

I_n : l'indice de l'année n (2012).

I_k : l'indice de l'année k.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Le tableau suivant donne les coefficients de revalorisation :

Tableau 10 : Calcul des coefficients de revalorisation.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
indice de revalorisation	118	123	131	136	142	155
coefficient de revalorisation	1.31	1.26	1.18	1.14	1.09	1.00

Source : Elaboré par nos soins.

❖ Revalorisation des primes émises

La revalorisation des assiettes de primes se fait à l'aide de la formule suivante:

$$P_k(\text{asif}) = P_k * J_k$$

Avec:

$P_k(\text{asif})$: l'assiette de prime actualisée de l'année k.

P_k : l'assiette de prime de l'année k.

J_k : coefficient de revalorisation de l'année (k).

Le tableau suivant présente les primes émises revalorisées :

Tableau 11 : Revalorisation des primes émises.

Unité : Milliers DZD

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
primes émises	697 607	774 452	852 315	935 414	1 048 685	1 240 210
coefficient de revalorisation	1.31	1.26	1.18	1.14	1.09	1.00
primes émises revalorisées	916 348.18	975 935.45	1 008 464.313	1 066 096.84	114 4691.37	1 240 210

Source : Elaboré par nos soins.

❖ Revalorisation des montants de sinistres

La revalorisation des montants de sinistres se fait à l'aide de la formule suivante:

$$S_{ik}^{\wedge} = S_{ik} * J_k$$

Avec:

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

S_{ik}^{\wedge} : le sinistre revalorisé n°(i) de l'année (k).

S_{ik} : le sinistre n°(i) de l'année (k).

Le tableau (N° 02, annexe N°01) présente les montants de sinistres revalorisés.

I-4-2 Estimation de la charge XS

Le calcul de la charge XS revient à estimer la charge définitive des sinistres, la solution est apportée par la méthode de CHAIN LADDER, qui consiste à estimer des coefficients de passage (λ) qui permettent l'extrapolation des charges de sinistres.

On calcul les coefficients (λ) comme suit:

$$\lambda_j^{\wedge} = \frac{\sum_{j=1}^{T-j+1} X_{j+1}^c(i)}{\sum_{j=1}^{T-j+1} X_j^c(i)}$$

Il faut d'abord déterminer la charge totale des sinistres cumulés par année de survenance, pour calculer les coefficients (λ) le tableau (N° 03, annexe N° 01) présente ces calculs.

Le tableau suivant présente la charge totale des sinistres cumulés par année de survenance (triangle de liquidation des sinistres) :

Tableau 12 : Calcul de la charge totale des sinistres.

Unité : Milliers DZD

Année de survenance	Année de développement					
	1	2	3	4	5	6
2007	3 445.47	1 309.62	1 015.38	3 718.69	3 708.18	2 004.49
2008	9 986.79	1 8209.35	5 440.12	3 283.98	2 253.17	
2009	3 635.99	4 813.28	7 829.27	3 852.52		
2010	3 554.74	4 351.40	4 032.28			
2011	1 833.80	1 077.36				
2012	1 636.00					

Source : Elaboré par nos soins

❖ Calcul des coefficients (λ)

$$\lambda_1 = \frac{(3445,47+9986,79+3635,99+3554,74+1833,80)}{(1309,62 +18209,35 +4813,28+4351,40+1077,36)} = 0,7546$$

$$\lambda_2 = \frac{(1309,62 +18209,35 +4813,28+4351,40)}{(1015,38+5440,12+7829,27+4032,28)} = 1,5660$$

$$\lambda_3 = \frac{(1015,38+5440,12+7829,27)}{(3718,69 +3283,98+3852,52)} = 1,3159$$

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

$$\lambda_4 = \frac{(3718,69 + 3283,98)}{(3708,18 + 2253,17)} = 1,1747$$

$$\lambda_5 = \frac{(3708,18)}{(2004,49)} = 1,8499$$

❖ Extrapolation de la charge sinistre

Pour estimer la partie inférieure du triangle de liquidation (la charge totale définitive de sinistres) il faut extrapoler les charges de sinistres par année de survenance, et ce à l'aide de la formule suivante:

$$X_{i,j} = \lambda_{j+1} \cdot \lambda_{j+2} \cdot \dots \cdot \lambda_{T+1-i} * X_{i,T+1-j}, \text{ Pour } : i=2, \dots, T \text{ et } j=T+2-i, \dots, T$$

$X_{i,j}$: charge sinistre survenu à l'année (i) et réglées à la j^{ème} année de développement.

La charge définitive de sinistres est estimée et présentée dans le tableau suivant :

Tableau 13 : Extrapolation de la charge totale des sinistres.

Unité : Milliers DZD

Année de survenance	Année de développement					
	1	2	3	4	5	6
2007	3 445.47	1 309.62	1 015.38	3 718.69	3 708.18	2 004.49
2008	9 986.79	18 209.35	5 440.12	3 283.98	2 253.17	4 168.22
2009	3 635.99	4 813.28	7 829.27	3 852.52	4 525.47	8 371.83
2010	3 554.74	4 351.40	4 032.28	5 306.24	6 233.13	11 530.87
2011	1 833.80	1 077.36	1 687.09	2 220.11	2 607.92	4 824.48
2012	1 636.00	1 234.48	1 933.13	2 543.89	2 988.25	5 528.07

Source : Elaboré par nos soins

La dernière colonne du tableau donne la charge définitive des sinistres pour chaque année.

Exemple de calcul:

$$X_{2008,6} = 2253,17 * 1,8499 = 17694,55$$

$$X_{2009,5} = 3852,52 * 1,1747 = 24070,36$$

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

I-4-3 Calcul du Burning Cost Annuel (BCA):

Il faut déterminer la charge XS annuelle du traité avant de calculer le Burning Cost Annuel. Le tableau suivant présente la charge XS.

Tableau 14 : Calcul de la charge XS.

Unité : Milliers DZD

Année	charge sinistre totale	charge XS
2007	2 004.49	504.49
2008	4 168.22	2 668.22
2009	8 371.83	6 871.83
2010	11 530.87	10 030.87
2011	4 824.48	3 324.48
2012	5 528.07	4 028.07

Source : Elaboré par nos soins.

Exemple de calcul:

Pour l'année (2010):

$$\text{Charge XS} = 11\,530,87 - 1500 = \mathbf{10\,030,87}$$

Pour l'année (2012):

$$\text{Charge XS} = 5\,528,07 - 1500 = \mathbf{4\,028,07}$$

Le Burning Cost Annuel est calculé selon la formule suivante:

$$\text{BCA}_k = \frac{\text{charge XS de l'année}(k)}{\text{assiette de prime actualisée de l'année}(k)}$$

Le tableau suivant donne les BCA :

Tableau 15 : Calcul des BC Annuels (BCA)

Unité : Milliers DZD

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
charge de XS	504.49	2 668.22	6 871.83	10 030.87	3 324.48	4 028.07
Assiettes de primes actualisées	916 348.18	975 935.45	1 008 464.31	1 066 096.84	1 144 691.37	1 240 210.00
Burning Cost Annuel (BCA)	0.06%	0.27%	0.68%	0.94%	0.29%	0.32%

Source: Elaboré par nos soins.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

I-4-4 Calcul du Burning Cost Moyen (BCM):

On calcule le Burning Cost Moyen avec la formule suivante:

$$\text{BCM} = \frac{\text{la somme des charges XS}}{\text{la somme des assiettes de primes}}$$

Tableau 16 : Calcul du Burning Cost Moyen (BCM)

Unité : Milliers DZD

somme des charges XS	27 427.97
somme des assiettes de primes	6 351 746.15
Burning Cost moyen(BCM)	0.43%

Source : Elaboré par nos soins.

I-4-5 Calcul de la prime de risque (PR) :

En multipliant le BCM par l'assiette de primes de l'année contractuelle (l'année de réalisation du traité), on obtient la prime de risque :

$$\text{PR} = \text{BCM} * \text{assiette de prime (2012)}.$$

Tableau 17 : Calcul de la prime de risque (PR)

Unité : Milliers DZD

Burning Cost Moyen(BCM)	0.43%
Assiette de prime (2012)	1 240 210
Prime de risque (PR)	5 355.45

Source : Elaboré par nos soins.

La prime de risque du traité 2 000 000 000 XS 1 500 000 exprime une charge de sinistre de **5 355 450 DZD**.

La prime minimum déposée (PMD) est : **4 016 587 DZD**.

Tel que :

$$\text{PMD} = \text{PR} * (3/4)$$

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

$$PMD=5\ 355,45*0.75$$

$$PMD= 4016, 587$$

I-4-6 Calcul de la prime pure :

On obtient la prime pure à l'aide de la formule suivante :

$$PP=PR*(1+c),$$

Tel que :

C : chargement de sécurité

❖ Calcul des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α) :

On calcule Les chargements de sécurité selon la formule suivante:

$$c = m_{BCA} + (p * \sigma_{BCA}).$$

Avec:

m_{BCA}: la moyenne des BC annuels

p: le fractile de la loi normale N(0,1)

σ_{BCA} : l'écart type des BC annuels

Moyenne des BCA (m_{BCA})= 0,0043

Ecart type BCA (σ_{BCA})= 0,0032

Le tableau suivant donne les niveaux des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α) :

Tableau 18 : Calcul des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α)

seuil de confiance (α)	60%	70%	80%	90%	95%
P	0.2533	0.5244	0.8416	1.2816	1.6449
C	0.0051	0.0060	0.0070	0.0084	0.0096

Source : Elaboré par nos soins.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Le chargement de sécurité est de **(0,96%)** de la prime de risque, Pour un niveau d'erreur de 05% ($\alpha=95\%$).

Le tableau suivant donne le calcul de la prime pure aux différents seuils de confiance (α) :

Tableau 19 : Calcul de la prime pure aux différents seuils de confiance (α)

Unité : Milliers DZD

seuil de confiance(α)	60%	70%	80%	90%	95%
chargement de sécurité (c)	0.0051	0.0060	0.0070	0.0084	0.0096
prime pure (PP)	5 382.72	5 387.41	5 392.88	5 400.48	5 406.75

Source : Elaboré par nos soins.

La prime pure du traité 2 000 000 000 **XS** 1 500 000, avec différent niveaux de probabilité est donnée par ce tableau. On peut lire du tableau:

Avec une probabilité de 95% (marge d'erreur de 05%), la prime pure du traité s'élève à **5 406 750 DZD**.

I-4-7 Calcul de la prime commerciale

On obtient la prime commerciale après application sur la prime pure des frais de gestion, de courtage et la marge bénéficiaire.

Le calcul de la prime commerciale est donnée par:

$$PC = \frac{PP}{(1-FC) * [1-(FG+BF)]}$$

On suppose que:

FC: 16%

FG : 18%

BF : 19%

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Le tableau suivant présente le calcul de la prime commerciale aux différents seuils de confiance (α) :

Tableau 20 : Calcul de la prime commerciale aux différents seuils de confiance (α)

seuil de confiance (α)	60%	70%	80%	90%	95%
Prime commerciale (PC)	10 171.44	10 180.28	10 190.63	10 204.99	10 216.85

Source : Elaboré par nos soins.

La prime commerciale du traité 2 000 000 000 XS 1 500 000 est donnée par ce tableau avec différents niveaux de probabilité. On peut lire du tableau:

Avec une probabilité de 95% (marge d'erreur de 05%), la prime commerciale du traité s'élève à **10 216 850 DZD**.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

SECTION II : TARIFICATION D'UN TRAITE XL/R EN RC AUTOMOBILE PAR LE MODELE PROBABILISTE DE PARETO.

Le traité 2000 000 000 XS 1 500 000 en RC Automobile pour l'exercice (2012) tarifé ci-dessus par la méthode du BurningCost sera tarifé dans cette section par le modèle stochastique de Pareto.

I- Modélisation de la loi des montants de sinistres :

Au départ, on suppose que les montants des sinistres à la charge du traité XL suivent une loi de PARETO de paramètre (α). Ensuite on doit vérifier l'hypothèse posée au départ à l'aide du test d'adéquation de Khi Deux pour pouvoir appliquer le modèle de PARETO.

I-1 Estimation du paramètre (α) par la méthode du Maximum de Vraisemblance :

On calcule Le paramètre α à l'aide de la formule suivante:

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)}$$

n: 16

x₀: 1 000 000 DZD

Tel que: $x_0 = (2/3) * 1\,500\,000 = 1\,000\,000$

x_i: les sinistres extrapolés à la charge du traité XL (par sinistre)

I-2 Estimation de la charge définitive de sinistres :

Pour estimer la charge définitive pour chaque sinistre, il faut extrapoler les charges de sinistres. Les sinistres extrapolés (charges définitives par sinistre) sont présentés dans le tableau (N° 04 annexe N° 01).

Exemple de calcul :

Extrapolation du sinistre (n ° 01) de l'année (2008):

$$\checkmark X_{S1,2008}^{\wedge} = 502,80 * 1,1747 = \mathbf{930,16}$$

Extrapolation du sinistre (n ° 01) de l'année (2009)

$$\checkmark X_{S1,2009}^{\wedge} = 1378,44 * 1,1747 * 1,8499 = \mathbf{2995,47}$$

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Extrapolation du sinistre (n ° 01) de l'année (2010) :

$$\checkmark X_{SI, 2010}^{\wedge} = 2034,38 * 1,3159 * 1,1747 * 1,8499 = \mathbf{5817,58}$$

Extrapolation du sinistre (n ° 01) de l'année (2011)

$$\checkmark X_{SI, 2011}^{\wedge} = 467,18 * 1,5660 * 1,3159 * 1,1747 * 1,8499 = \mathbf{2092,08}$$

Extrapolation du sinistre (n ° 01) de l'année (2012)

$$\checkmark X_{SI, 2012}^{\wedge} = 1636,00 * 0,7546 * 1,5660 * 1,3159 * 1,1747 * 1,8499 = \mathbf{5528,07}$$

I-3 Calcul de la charge de l'Excédent de Sinistres :

On calcule la charge de l'Excédent de Sinistre une fois la charge définitive de sinistres (sinistres extrapolés) est connue :

- $CE = 0$, **si** : $X_i^{\wedge} < 1\,500\,000$.
- $CE = X_i^{\wedge} - 1\,500\,000$, **Si** : $1\,500\,000 < X_i^{\wedge} \leq 2\,000\,000$.
- $CE = P_1$, **Si** : $X_i^{\wedge} \geq 2\,001\,500$.

Le tableau (N° 05, annexe N° 01) présente le calcul des montants de la charge XS.

Exemple de calcul

Pour le sinistre (N°01) de l'année (2009):

$$\checkmark \text{La charge XS} : 2995,47 - 1\,500 = \mathbf{1495,47}$$

Pour le sinistre n°04 de l'année (2008):

$$\checkmark \text{La charge XS} : 2802,12 - 1\,500 = \mathbf{1302,12}$$

On peut estimer le paramètre (α), une fois la charge de XS est déterminée :

$$\alpha^{\wedge} = \frac{n_{xi}}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)}$$

Tableau 21 : Tableau 21 : Calcul de (α)

Nxi	16
$\Sigma \ln (x_i/x_0)$	6.01
α	2.66

Source : Elaboré par nos soins.

Le tableau (N° 06, annexe N° 01) présente le calcul de $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$:

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

I-4 Test d'adéquation : (Test de Khi Deux)

Le test de Khi Deux consiste à:

❖ **Estimer la statistique** $E = \sum [(n_i - n_{x_0}P_i)^2 / n_{x_0}P_i]$, pour: $i=1, \dots, k$ ^{ème} classe de sinistre.

❖ **Faire le test d'hypothèse:**

(H₀): la charge sinistre du traité XS suit une loi de PARETO de paramètre ($\alpha = 2,66$)

(H₁): sinon

❖ **Conclusion :**

On accepte l'hypothèse H₀, **si** $E < \chi^2_{n-k-1}$

Sinon, on rejette l'hypothèse H₀

Avec:

n: taille de l'échantillon (nombre de sinistre n_{x_0})

k: nombre de paramètres à estimer

n-k-1: le degré de liberté de χ^2

I-4-1 Estimation de la statistique E :

La formule suivante donne la statistique E:

$E = \sum [(n_i - n_{x_0}P_i)^2 / n_{x_0}P_i]$, pour : $i=1, \dots, n$ ^{ème} classe

Avec:

n_{x0}: nombre de sinistre à la charge XS supérieur à $(x_0) = 11$

n_i : nombre de sinistre (effectif) de chaque classe de sinistre (i)

p_i : probabilité de réalisation de sinistre de la classe (i)

Sachant que:

$P_i = F(x_{i+1}) - F(x_i)$

Avec:

x_i: les bornes de classes de sinistres (en montant)

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

$F(x_i) = 1 - \left(\frac{x_0}{x_i}\right)^\alpha$: Fonction de répartition de la loi de PARETO

I-4-1-1 Détermination des bornes de classes de sinistres :

On a :

$$n_{x0} = 11$$

$$x_0 = \text{DZD } 1\,000\,000$$

L'amplitude des classes est donnée par la formule suivante:

$$a = \frac{X(\max) - X(\min)}{k}$$

Tel que:

X (max): charge sinistre maximum de XS

X (min): charge sinistre minimum de XS

$$k = \sqrt[n_{x0}]{}{}$$

Le tableau suivant donne le calcul de **k** et **a** :

Tableau 22 : Calcul de K et de A .

X (max)	5818 Milliers DZD
X (min)	75 Milliers DZD
K	3.32
A	1732

Source : Elaboré par nos soins.

Remarque:

La charge sinistre maximum et minimum est déterminée à partir du tableau (N° 04, annexe N° 01), relatif à la présentation des sinistres extrapolés.

Le tableau suivant présente les classes et les fréquences de sinistres :

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Tableau 23 : Présentation des classes de sinistres.

Classe de sinistre	Ni
75-1807	7
1807-3539	7
3539-5271	0
5271-7003	2

Source : Elaboré par nos soins.

I-4-1-2 Calcul de la statistique E :

$$E = \sum [(n_i - n_{x_0} p_i)^2 / n_{x_0} p_i], \text{ pour } i=1, \dots, 4$$

Le tableau suivant présente le calcul de la statistique E :

Tableau 24 : Calcul de la statistique E

Classe de sinistres	Ni	Pi	$n_{x_0} * p_i$	$n_i - (n_{x_0} * p_i)$	$(n_i - (n_{x_0} * p_i))^2$	$\frac{[n_i - (n_{x_0} * p_i)]^2}{(n * p_i)}$
75-1807	7	0.3874	4.2614	2.7386	-11.1595	-2.6187
1807-3539	7	0.1724	1.8967	5.1033	3.4027	1.7941
3539-5271	0	0.0226	0.2487	-0.2487	-0.0619	-0.2487
5271-7003	2	0.0636	0.6991	1.3009	1.5113	2.1619

Source : Elaboré par nos soins.

$E=1,0885$

I-4-2 Conclusion du test :

La statistique : **$E = 1,0885$**

La table de Khi Deux nous permet de lire: (voir annexe N° 02)

Au niveau de signification **$\beta = 0,05$** : $\chi^2_{(16-1-1)} = 23,7$

On a:

$E < \chi^2_{(14)}$: on accepte l'hypothèse H_0

Donc:

La charge sinistre du traité 2 000 000 000 **XS** 1 500 000 suit une loi de PARETO de paramètre

($\alpha = 2,66$), et par conséquent, on peut appliquer le modèle de PARETO pour la tarification de ce traité.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

II- Calcul de la prime de risque :

La formule suivante donne la prime de risque qui traduit la charge espérée du traité XL :

$$PR = f_x * CE$$

II-1 Estimation de la fréquence de sinistres (f_x)

On obtient l'estimation de la fréquence des sinistres supérieurs à la priorité à l'aide de la formule suivante:

$$f_x = f_{x_0} * \left(\frac{x_0}{p_0}\right)^\alpha$$

Avec:

f_{x_0} : la moyenne du nombre de sinistre dépassant x_0

Tableau 25 : Calcul de f_{x_0} .

n_{x_0}	11
N	6
f_{x_0}	1.83

Source : Elaboré par nos soins.

Tableau 26 : Le calcul de la fréquence (f_x)

f_{x_0}	1.83
$(x_0/p_0)^\alpha$	0.34
f_x	0.62

Source : Elaboré par nos soins.

II-2 Estimation de la charge sinistre XS :

La formule suivante nous calcul La charge sinistre espérée :

$$CE = \frac{p_0}{1-a} * \left\{ \left(\frac{p_0+p_1}{p_0}\right)^{1-a} - 1 \right\}$$

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Tableau 27 : Calcul de la charge sinistre espérée.

$(p_0/1-\alpha)$	-902.56
$((p_0+p_1)/p_0)^{1-\alpha} - 1$	-1.00
CE	902.55

Source : Elaboré par nos soins.

La prime de risque (PR) est donnée par:

$$PR = f_x * CE$$

Tableau 28 : Calcul de la prime de risque (PR).

f_x	0.62
CE	902.55
PR	962.30

Source : Elaboré par nos soins.

La charge sinistre espérée du traité 2 000 000 000 **XS** 1 500 000 s'élève à : **962 300DZD**.

Par conséquent: la prime minimum déposée (PMD) s'élève à : **771 725DZD**

Tel que:

$$PMD = PR * (3/4)$$

$$PMD = 962,30 * 0.75$$

$$PMD = 771,725$$

III- Calcul de la prime pure

On obtient la prime pure selon la formule suivante:

$$PP=PR*(1+c),$$

Tel que :

c: chargement de sécurité,

Le tableau suivant nous présente le calcul de la prime pure aux différents niveaux de chargement de sécurité (c) :

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Tableau 29 : Calcul de la prime pure aux différents niveaux de chargement de sécurité.

Unité : Milliers DZD

C	30%	35%	40%	45%
PP	730.99	759.10	787.22	815.33

Source : Elaboré par nos soins.

La prime pure du traité 2 000 000 000 XS 1 500 000 avec différent niveaux de sécurité est donnée par ce tableau, on peut lire du tableau :

Avec un chargement de sécurité de (45%) : la prime pure du traité s'élève à **815 330 DZD**.

IV- Calcul de la prime commerciale :

On obtient la prime commerciale après l'application sur la prime pure des frais de gestion, de courtage et la marge bénéficiaire.

La prime commerciale est calculée à l'aide de la formule suivante:

$$PC = \frac{PP}{(1-FC) * [1-(FG+BF)]}$$

Supposons que:

- FC: 16%
- FG : 18%
- BF: 19%

Le tableau suivant présente le calcul de la prime commerciale :

Tableau 30 : Calcul de la prime commerciale

Unité : Milliers DZD

C	30%	35%	40%	45%
Prime pure	730.99	759.10	787.22	815.33
Prime commerciale	1 381.31	1 434.43	1 487.56	1 540.69

Source : Elaboré par nos soins.

La prime commerciale du traité 2 000 000 000 XS 1 500 000 avec différent niveaux de sécurité, est donnée par ce tableau.

CHAPITRE III : APPLICATION DES METHODES DE TARIFICATION.

Avec (16%) de chargement pour frais de courtage et (18%) pour frais de gestion (19%) de marge bénéficiaire, On peut lire du tableau :

Avec un niveau de sécurité de 45%, la prime commerciale s'élève à : **1 540 690DZD.**

D'après notre étude de calcul de prime, on constate que la prime pure et commerciale calculée selon le modèle probabiliste de paréto est inférieure à celle calculée par l'approche déterministe de Burning Cost, par conséquent la cédante doit opter pour le modèle probabiliste de paréto.



**CONCLUSION
GENERALE**

CONCLUSION GENERALE

La réassurance non proportionnelle est beaucoup plus sophistiquée que la réassurance proportionnelle où le réassureur ne doit en fin de compte pas juger que la qualité des souscriptions réassurées, de la tarification originelle et de la gestion des sinistres de sa cédante.

En réassurance non proportionnelle, la définition la plus simple de la réassurance (l'assurance de l'assureur) prend toute sa dimension. En effet, le réassureur doit réellement étudier le risque qu'il prend, en l'occurrence la probabilité de dépasser la priorité du traité, selon les conditions de couverture qu'il a fixées.

Dans les pays présentant une maturité avancée au niveau de l'achat de couvertures d'assurance, on constate que les couvertures proportionnelles sont remplacées par des couvertures non proportionnelles. De nombreux réassureurs communiquent aujourd'hui vers leurs assureurs en insistant sur la taille de leur portefeuille non proportionnel qui grandit. Il apparaît que la réassurance non proportionnelle (en fait les affaires en excédent de sinistre) est la plus à même de créer de la valeur pour les actionnaires des réassureurs.

L'objectif de ce mémoire est la proposition et l'analyse de solutions actuarielles nécessaires à la tarification des traités de réassurance non-proportionnels Non-Vie en Excédent de sinistre (XS).

Face aux besoins internes des compagnies de réassurance de mieux maîtriser les risques de souscription des affaires et de s'adapter aux nouvelles réglementations plus exigeantes quant à la quantification des risques (Solvabilité II pour l'Europe par exemple), les méthodes empiriques traditionnellement utilisées ont été remplacées par des méthodes probabilistes, basées sur la modélisation de la fréquence annuelle des sinistres, et de leur sévérité individuelle ultime.

La nature des expositions de pointe acceptés par les compagnies de réassurance, et parfois le peu d'informations statistiques disponibles, sont un défi pour les actuaires dans la réalisation de leur approche de tarification. Ils sont de ce fait confrontés à des difficultés majeures de choix et de paramétrage des distributions de probabilité à utiliser lors de la modélisation des risques.

Le cœur du mémoire traite du choix et du paramétrage des distributions de fréquence et de sévérité adaptée aux expositions et données de réassurance, et de leur mise en application dans un cas pratique de tarification XS.

En réassurance non proportionnelle, la prime est calculée indépendamment de la prime d'origine du portefeuille couvert et n'est pas liée à la durée d'application des polices d'origine, elle est donc entièrement acquise au réassureur à la fin de l'année de survenance.

Il existe plusieurs méthodes de calcul de la prime de réassurance non proportionnelle, nous avons proposé deux approches de tarification : l'approche déterministe de Burning Cost et le modèle probabiliste de Paréto.

En pratique, aucune méthode n'est supposée être la meilleure, ce qui explique en partie la diversité des prix entre les différents traités de réassurance pour la même couverture en réassurance non proportionnelle.

La méthode déterministe du Burning Cost se base sur un calcul purement « as-if » et permet de fixer le montant d'Excédent de Sinistres que le réassureur aurait dû payer au cours des cinq ou six années antérieures si le traité avait été en vigueur compte tenu d'une correction d'inflation. Le rapport entre ce montant de sinistres « as-if » et le volume de primes du portefeuille couvert est considéré comme le taux de risque à appliquer pour l'année contractuelle, cette approche est purement déterministe et subjective.

Cette approche présente aussi un inconvénient dans le cas d'absence de sinistres touchant la tranche d'excédent à tarifier (tranche non travaillante), car sans la connaissance des montants de sinistres dépassant la priorité, les calculs ne peuvent être effectués, cette méthode demeure donc inefficace, surtout que dans la pratique, il arrive souvent qu'aucun sinistre des cinq ou six années de la statistique considérée n'épuise la couverture (les traités en Excédent de Sinistres protégeant des rétentions après réassurance proportionnelle).

En effet, lors de la cotation il importe essentiellement d'évaluer la **fréquence** des **gros** sinistres à partir des sinistres ayant affecté le portefeuille à réassurer (la tranche à réassurer), c'est l'objet des méthodes stochastiques dont le modèle probabiliste de Pareto, qui sur la base de l'ajustement de la distribution des montants de sinistres permet d'établir le rapport entre le montant et la fréquence de sinistre, et ensuite de procéder par l'extrapolation de ces deux éléments sur l'année contractuelle pour la détermination de la charge sinistres espérée du portefeuille à couvrir.

Ainsi, par rapport à la méthode du Burning Cost, les méthodes stochastiques permettent de compenser les effets du hasard au niveau de la sinistralité des dernières années, notamment pour les gros sinistres.

La tendance d'amélioration des méthodes de tarification illustrées dans ce mémoire par le passage de la méthode déterministe de BurningCost au modèle stochastique de Pareto continue. De nouvelles méthodes de tarification par simulations aléatoires (Méthode de Monte Carlo et Latin Hypercube) commencent à être utilisées. leur principe est de modéliser l'ensemble des facteurs susceptibles d'influencer la tarification, non seulement le processus de sinistralité, mais également le taux d'inflation, les cadences de règlements ou encore l'évolution du portefeuille, En prenant en compte les éventuelles corrélations entre ces différents facteurs, la prime de l'excédent de sinistres sera calculée pour une valeur des paramètres, puis le processus de simulation est enclenché pour estimer le tarif retenu par convergence du système itératif. Outre l'amélioration qu'elles permettent dans le calcul de primes plus adéquates aux risques couverts, ces nouvelles méthodes ouvrent des pistes intéressantes pour les chercheurs

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

- ❖ Henri Louberge : Economie et finance de l'assurance et de la réassurance, édition Dalloz, 1981.
- ❖ Jaques Blondeau-Christian Partrat : La réassurance, approche technique, 2003.
- ❖ Marcel Grossman : Manuel de réassurance, édition l'ARGUS, 1983.
- ❖ Walhim, Jean François : la réassurance, édition LARCIER, 2012.

Mémoires

- ❖ Belhouji EL Mahdi : tarification des traités en excédent de sinistre de la branche responsabilité civile (octobre 2013).
- ❖ Boureghoud Bilal : modalités de passage d'une réassurance proportionnelle vers une réassurance non proportionnelle, (IFID 2009).
- ❖ Chignac Jonathan : réassurance de la provision d'égalisation des régimes de prévoyance collective, Mai 2014.
- ❖ Clelia Sauvet : SOLVENCY II – Quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non vie, Mémoire d'actuaire de l'Université de Lyon (2006).
- ❖ Anthony Derien : Cotation des traités XS par simulation, Magistère d'Actuariat (2004).
- ❖ Mathieu Poulin : Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non proportionnels Non- vie, octobre 2012.
- ❖ Mirande Anselme : la tarification des traités non proportionnels en réassurance automobile. Juillet 2009.

- ❖ Thomas Péteul : Facteurs de risques et tarification RC automobile en réassurance. Septembre, 2010.
- ❖ Yan Chen : détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie.
- ❖ Yi Lang : évaluation des programmes de réassurance dans le référentiel solvabilité II, juillet 2010.

Rapports

- ❖ CAAT : rapport annuel 2006-2012.
- ❖ CCR : traité Excédent de Sinistre en responsabilité civile automobile 2007-2012.
- ❖ FFSA-APREF –Synthèse : « Le marché de la réassurance : marché international et marché français» ; 2010.
- ❖ FFSA-APREF.-Synthèse. : « Le marché de la réassurance : marché international et marché français » ; 2013.
- ❖ François VILNET : Réaction des marchés d'assurance et de réassurance et solutions de marché. (Mars 2004).

Revue spécialisée

- ❖ Suisse Ré : introduction à la réassurance, 2003.
- ❖ Suisse Ré : Sigma n°1/2008, catastrophes naturelles et techniques en 2007.
- ❖ Suisse Ré : Introduction à la tarification en réassurance RC et accidents
- ❖ Suisse Ré: The PARETO model in property reinsurance.
- ❖ Suisse Ré: réassurance proportionnelle et non proportionnelle, 1997.
- ❖ Suisse Ré : le guide essentiel de la réassurance, 2010.

Cours et séminaires

- ❖ Mr Claude Huyghues-Beaufond : Distributions de PARETO, intérêts et limites en réassurance.
- ❖ Mr.Ahmed KASSMI : Aymeric VINET : Principes et Economie de l' Assurance. MBA France.
- ❖ Mr.Bachir ELOUMI : Cours de réassurance (IFID 2014).

Sites internet

- ❖ www.Ilyod's.com
- ❖ [www. Ressources actuarielles.com](http://www.Ressources actuarielles.com)

ANNEXE N°01

Tableau (N°01) : Présentation de le l'historique de sinistres.

Unité : Milliers DZD

Année	N°sinistre	Année de développement						
		1	2	3	4	5	6	
2007	1	S.reglés	0	0	326	1649	2049	0
		SAP	366	363	0	0	0	324
	2	S.reglés	0	634	447	1182	450	1202
		SAP	2257	0	0	0	324	0
2008	1	S.reglés	0	10886	1610	732	0	
		SAP	1740	0	0	114	399	
	2	S.reglés	0	1098	1739	220	97	
		SAP	620	0	0	0	0	
	3	S.reglés	0	2167	69	173	90	
		SAP	1100	0	0	247	0	
	4	S.reglés	0	299	899	1120	1202	
		SAP	4465	0	0	0	0	
	2009	1	S.reglés	400	103	200	0	
		SAP	0	0	0	1165		
		2	S.reglés	539	2279	4753	29	
			SAP	0	0	0	0	
	3	S.reglés	764	1511	305	516		
		SAP	0	0	396	845		
	4	S.reglés	1370	175	579	189		
		SAP	0	0	384	512		
2010	1	S.reglés	351	102	0			
		SAP	0	0	1785			
	2	S.reglés	2727	756	608			
		SAP	0	1202	364			
	3	S.reglés	41	1001	417			
		SAP	0	757	364			
2011	1	S.reglés	838	0				
		SAP	180	428				
	2	S.reglés	183	0				
		SAP	479	559				
2012	1	S.reglés	522					
		SAP	1114					

Source : Direction Dommage (CCR)

Tableau (N°02) : Revalorisation des sinistres

Unité : Milliers DZD

Année	N°sinistre	Année de développement						
		1	2	3	4	5	6	
2007	1	S.reglés	0	0	428.220339	2166.059322	2691.483051	0
		SAP	480.76	476.8220339	0	0	0	425.5932203
	2	S.reglés	0	832.7966102	587.1610169	1552.627119	591.1016949	1578.898305
		SAP	2964.70339	0	0	0	425.5932203	0
2008	1	S.reglés	0	13718.13008	2028.861789	922.4390244	0	0
		SAP	2192.682927	0	0	143.6585366	502.804878	0
	2	S.reglés	0	1383.658537	2191.422764	277.2357724	122.2357724	0
		SAP	781.300813	0	0	0	0	0
	3	S.reglés	0	2730.772358	86.95121951	218.0081301	113.4146341	0
		SAP	1386.178862	0	0	311.2601626	0	0
	4	S.reglés	0	376.7886179	1132.886179	1411.382114	1514.715447	0
		SAP	5626.626016	0	0	0	0	0
2009	1	S.reglés	473.2824427	121.870229	236.6412214	0	0	0
		SAP	0	0	0	1378.435115	0	0
	2	S.reglés	637.7480916	2696.526718	5623.778626	34.3129771	0	0
		SAP	0	0	0	0	0	0
	3	S.reglés	903.9694656	1787.824427	360.8778626	610.5343511	0	0
		SAP	0	0	468.5496183	999.8091603	0	0
	4	S.reglés	1620.992366	207.0610687	685.0763359	223.6259542	0	0
		SAP	0	0	454.351145	605.8015267	0	0
2010	1	S.reglés	400.0367647	116.25	0	0	0	0
		SAP	0	0	2034.375	0	0	0
	2	S.reglés	3107.977941	861.6176471	692.9411765	0	0	0
		SAP	0	1369.926471	414.8529412	0	0	0
	3	S.reglés	46.72794118	1140.845588	475.2573529	0	0	0
		SAP	0	862.7573529	414.8529412	0	0	0
2011	1	S.reglés	914.7183099	0	0	0	0	0
		SAP	196.4788732	467.1830986	0	0	0	0
	2	S.reglés	199.7535211	0	0	0	0	0
		SAP	522.8521127	610.1760563	0	0	0	0
2012	1	S.reglés	522	0	0	0	0	0
		SAP	1114	0	0	0	0	0

Tableau (N°03) : Calcul de la charge des sinistres cumulés

Unité : Milliers DZD

Année	N°sinistre	Année de développement						
		1	2	3	4	5	6	
2007	1	S.reglés	0	0	428.220339	2166.059322	2691.483051	0
		SAP	480.7627119	476.8220339	0	0	0	425.5932203
		charge totale	480.7627119	476.8220339	428.220339	2166.059322	2691.483051	425.5932203
	2	S.reglés	0	832.7966102	587.1610169	1552.627119	591.1016949	1578.898305
		SAP	2964.70339	0	0	0	425.5932203	0
		charge totale	2964.70339	832.7966102	587.1610169	1552.627119	1016.694915	1578.898305
2008	1	S.reglés	0	13718.13008	2028.861789	922.4390244	0	0
		SAP	2192.682927	0	0	143.6585366	502.804878	0
		charge totale	2192.682927	13718.13008	2028.861789	1066.097561	502.804878	0
	2	S.reglés	0	1383.658537	2191.422764	277.2357724	122.2357724	0
		SAP	781.300813	0	0	0	0	0
		charge totale	781.300813	1383.658537	2191.422764	277.2357724	122.2357724	0
	3	S.reglés	0	2730.772358	86.95121951	218.0081301	113.4146341	0
		SAP	1386.178862	0	0	311.2601626	0	0
		charge totale	1386.178862	2730.772358	86.95121951	529.2682927	113.4146341	0
	4	S.reglés	0	376.7886179	1132.886179	1411.382114	1514.715447	0
		SAP	5626.626016	0	0	0	0	0
		charge totale	5626.626016	376.7886179	1132.886179	1411.382114	1514.715447	0
2009	1	S.reglés	473.2824427	121.870229	236.6412214	0	0	0
		SAP	0	0	0	1378.435115	0	0
		charge totale	473.2824427	121.870229	236.6412214	1378.435115	0	0
	2	S.reglés	637.7480916	2696.526718	5623.778626	34.3129771	0	0
		SAP	0	0	0	0	0	0
		charge totale	637.7480916	2696.526718	5623.778626	34.3129771	0	0
	3	S.reglés	903.9694656	1787.824427	360.8778626	610.5343511	0	0
		SAP	0	0	468.5496183	999.8091603	0	0
		charge totale	903.9694656	1787.824427	829.4274809	1610.343511	0	0
	4	S.reglés	1620.992366	207.0610687	685.0763359	223.6259542	0	0
		SAP	0	0	454.351145	605.8015267	0	0
		charge totale	1620.992366	207.0610687	1139.427481	829.4274809	0	0
2010	1	S.reglés	400.0367647	116.25	0	0	0	0

		SAP	0	0	2034.375	0	0	0
		charge totale	400.0367647	116.25	2034.375	0	0	0
	2	S.reglés	3107.977941	861.6176471	692.9411765	0	0	0
		SAP	0	1369.926471	414.8529412	0	0	0
		charge totale	3107.977941	2231.544118	1107.794118	0	0	0
	3	S.reglés	46.72794118	1140.845588	475.2573529	0	0	0
		SAP	0	862.7573529	414.8529412	0	0	0
		charge totale	46.72794118	2003.602941	890.1102941	0	0	0
2011	1	S.reglés	914.7183099	0	0	0	0	0
		SAP	196.4788732	467.1830986	0	0	0	0
		charge totale	1111.197183	467.1830986	0	0	0	0
	2	S.reglés	199.7535211	0	0	0	0	0
		SAP	522.8521127	610.1760563	0	0	0	0
		charge totale	722.6056338	610.1760563	0	0	0	0
2012	1	S.reglés	522	0	0	0	0	0
		SAP	1114	0	0	0	0	0
		charge totale	1636	0	0	0	0	0

Tableau N°(04) : Calcul de la charge définitive par sinistre

Unité : Milliers DZD

Année	N°sinistre		Année de développement					
			1	2	3	4	5	6
2007	1	charge totale	480.76	476.82	428.22		2 691.48	425.59
					2 166.06			
	2	charge totale	2 964.70	832.80	587.16		1 016.69	1 578.90
					1 552.63			
2008	1	charge totale	2 192.68	13 718.13	2 028.86		502.80	930.16
					1 066.10			
	2	charge totale	781.30	1 383.66	2 191.42		122.24	226.13
					277.24			
	3	charge totale	1 386.18	2 730.77	86.95		113.41	209.81
					529.27			
	4	charge totale	5 626.63	376.79	1 132.89		1 514.72	2 802.12
					1 411.38			
2009	1	charge totale	473.28	121.87	236.64		1 619.22	2 995.45
					1 378.44			
	2	charge totale	637.75	2 696.53	5 623.78		40.31	74.56
					34.31			
	3	charge totale	903.97	1 787.82	829.43		1 891.64	3 499.40
					1 610.34			
	4	charge totale	1 620.99	207.06	1 139.43		974.31	1 802.41
					829.43			
2010	1	charge totale	400.04	116.25	2 034.38		3 144.75	5 817.58
					2 677.12			
	2	charge totale	3 107.98	2 231.54	1 107.79		1 712.44	3 167.89
					1 457.79			
	3	charge totale	46.73	2 003.60	890.11		1 375.94	2 545.40
					1 171.33			
2011	1	charge totale	1 111.20	467.18	731.59		1 130.89	2 092.08
					962.72			
	2	charge totale	722.61	610.18	955.51		1 477.03	2 732.41
					1 257.39			
2012	1	charge totale	1 636.00	1 234.48	1 933.13		2 988.25	5 528.07
					2 543.89			

Tableau (N°05) : Calcul de la charge XS

Unité : Milliers DZD

Année	N°sinistre	charge définitive de sinistres	charge XS
2007	1	425.59	0
	2	1 578.90	78.90
2008	1	930.16	0
	2	226.13	0
	3	209.81	0
	4	2 802.12	1 302.12
2009	1	2 995.45	1 495.45
	2	74.56	0
	3	3 499.40	1 999.40
	4	1 802.41	302.41
2010	1	5 817.58	4 317.58
	2	3 167.89	1 667.89
	3	2 545.40	1 045.40
2011	1	2 092.08	592.08
	2	2 732.41	1 232.41
2012	1	5 528.07	4 028.07

Tableau (N° 06) : calcul de $\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{x_0}\right)$

Année	N°sinistre	charge définitive de sinistres (Xi)	(Xi/X0)	ln (Xi/X0)	
2007	1	425.59		-	0.85
			0.43		
	2	1 578.90			0.46
			1.58		
2008	1	930.16		-	0.07
			0.93		
	2	226.13		-	1.49
			0.23		
	3	209.81		-	1.56
			0.21		
	4	2 802.12			1.03
			2.80		
2009	1	2 995.45			1.10
			3.00		
	2	74.56		-	2.60
			0.07		
	3	3 499.40			1.25
			3.50		
	4	1 802.41			0.59
			1.80		
2010	1	5 817.58			1.76
			5.82		
	2	3 167.89			1.15
			3.17		
	3	2 545.40			0.93
			2.55		
2011	1	2 092.08			0.74
			2.09		
	2	2 732.41			1.01
			2.73		
2012	1	5 528.07			1.71
			5.53		
			somme		6.01

ANNEXE N°02

Table de la loi de χ^2

Valeur de χ^2 pour laquelle la probabilité d'une valeur inférieure à χ^2 suivant le nombre n de degrés de liberté est $\alpha = F_n(\chi^2)$.

α	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0138	0,102	0,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,0	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,56	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,1	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	101,9	106,6	112,4	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Classement des principaux réassureurs professionnels.....	14
Tableau 2: Les types de contrat de réassurance.	21
Tableau 3: Le principe du Quote-Part.....	23
Tableau 4 : Le fonctionnement de la réassurance en quote-part.	24
Tableau 5 : Le principe de l'Excédent de plein.	26
Tableau 6 : Fonctionnement de l'excédent de sinistre.	30
Tableau 7 : Triangle de liquidation de sinistres	44
Tableau 8 : Présentation des primes émises (2006- 2012).	53
Tableau 9 : Présentation des indices de prix à la consommation (2007-2012).	53
Tableau 10 : Calcul des coefficients de revalorisation.	54
Tableau 11 : Revalorisation des primes émises.	54
Tableau 12 : Calcul de la charge totale des sinistres.	55
Tableau 13 : Extrapolation de la charge totale des sinistres.....	56
Tableau 14 : Calcul de la charge XS.....	57
Tableau 15 : Calcul des BC Annuels (BCA).....	57
Tableau 16 : Calcul du Burning Cost Moyen (BCM).....	58
Tableau 17 : Calcul de la prime de risque (PR)	58
Tableau 18 : Calcul des chargements de sécurité aux différents seuils de confiance (α)	59
Tableau 19 : Calcul de la prime pure aux différents seuils de confiance (α)	60
Tableau 20 : Calcul de la prime commerciale aux différents seuils de confiance (α)	61
Tableau 21 : Tableau 21 : Calcul de (α)	63
Tableau 22 : Tableau 22 : Calcul de K et de A	65
Tableau 23 : Présentation des classes de sinistres.....	66
Tableau 24 : Calcul de la statistique E	66
Tableau 25 : Calcul de f_{x0}.	67
Tableau 26 : Le calcul de la fréquence (f_x).....	67
Tableau 27 : Calcul de la charge sinistre espérée.	68
Tableau 28 : Calcul de la prime de risque (PR).	68
Tableau 29 : Calcul de la prime pure aux différents niveaux de chargement de sécurité.	69
Tableau 30 : Calcul de la prime commerciale.....	69

LISTE DES GRAPHIQUES

Figure 1: Volume de primes mondiales de réassurance sur la période 1990-2013	13
Figure 2 : Répartition (Vie/Non vie) des primes mondiales d'assurance (2013).....	15
Figure 3 : Répartition (Vie/Non vie) des primes mondiales de réassurance (2013).	15
Figure 4:Stabilisation du résultat annuel.	17
Figure 5 : Financement de la croissance	19
Figure 6 : Fonctionnement du traité en quote-part	24
Figure 7 : Fonctionnement du traité en excédant de plein.....	26
Figure 8 : Fonctionnement de l'excédent de perte annuelle.	31